Educadores e estudantes,

Este livro integra o Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD), executado pelo Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE) e pelo Ministério da Educação (MEC). Seu conteúdo passou por diversas etapas avaliativas, visando a garantir a vocês livros didáticos de qualidade.

As obras destinadas aos anos finais do ensino fundamental em 2024 (e que também serão utilizadas nos anos de 2025, 2026 e 2027) terão também uma versão digital. Assim, vocês poderão utilizar seus livros no formato que preferirem. As obras digitais estarão disponíveis no Portal do PNLD, em pnld.fnde.gov.br.

Conversem com a gestão da sua escola, que poderá ajudá-los a acessar todos os livros digitais do Portal. Informações e orientações de acesso aos novos materiais digitais do PNLD podem ser acessadas no link "Livro Digital", disponível em https://www.gov.br/fnde/pt-br/acesso-a-informacao/acoes-e-programas/programas/programas-do-livro.

Para colaborar com o PNLD, todos podem enviar sugestões e ideias para o e-mail livrodidatico@fnde.gov.br. O PNLD é um patrimônio de todos nós.

O FNDE deseja um ano letivo de muitas trocas e descobertas!

MATEMÁTICA E REALIDADE

7º ANO

Gelson **IEZZI**
Osvaldo **DOLCE**
Antonio **MACHADO**

Componente curricular: Matemática
Ensino Fundamental – Anos Finais

MANUAL DO PROFESSOR

Gelson Iezzi

Licenciado em Matemática pelo Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo (IME-USP)

Engenheiro metalúrgico pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (Poli-USP)

Atuou como professor da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP)

Atuou como professor do Ensino Médio na rede particular de ensino

Autor de materiais didáticos de Matemática para o Ensino Fundamental e o Ensino Médio

Osvaldo Dolce

Engenheiro civil pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (Poli-USP)

Atuou como professor dos Anos Finais do Ensino Fundamental na rede pública de ensino e de cursos pré-vestibulares na rede particular de ensino

Autor de materiais didáticos de Matemática para o Ensino Fundamental e o Ensino Médio

Antonio Machado

Mestre em Estatística pelo Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo (IME-USP)

Licenciado em Matemática pelo IME-USP

Atuou como professor do Ensino Superior no Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo (IME-USP)

Atuou como professor do Ensino Médio na rede particular de ensino

Autor de materiais didáticos de Matemática para o Ensino Fundamental e o Ensino Médio

10ª edição, São Paulo, 2022

"Em respeito ao meio ambiente, as folhas deste livro foram produzidas com fibras obtidas de árvores de florestas plantadas, com origem certificada".

Direção executiva: Flávia Bravin
Direção de negócio: Volnei Korzenieski
Gestão editorial: Alice Ribeiro Silvestre
Gestão de planejamento: Eduardo Kruel Rodrigues
Gestão de projeto digital: Tatiany Renó
Gestão de área: Rodrigo Pessota
Coordenação de área: Pamela Hellebrekers Seravalli
Edição: Igor Nóbrega, Valéria Elvira Prete, Daniela Benites e Gabriela Barbosa da Silva (editores), Tainara Figueiredo Dias e Marcio Vieira de Almeida (assist.), Rogério Fernandes Cantelli e Nadili L. Ribeiro (digital)
Planejamento e controle de produção: Vilma Rossi, Camila Cunha, Adriana Souza e Isabela Salustriano
Revisão: Mariana Braga de Milani (ger.), Alexandra Costa da Fonseca, Ana Paula C. Malfa, Carlos Eduardo Sigrist, Flavia S. Venezio e Sueli Bossi
Arte: Claudio Faustino (ger.), Erika Tiemi Yamauchi (coord.), Patricia Mayumi Ishihara (edição de arte), Avit's Estúdio (diagramação)
Iconografia e tratamento de imagens: Roberto Silva (ger.), Claudia Balista e Alessandra Pereira (pesquisa iconográfica), Emerson de Lima (tratamento de imagens)
Direitos autorais: Fernanda Carvalho (coord.), Emília Yamada, Erika Ramires e Carolyne Ribeiro (analistas adm.)
Licenciamento de conteúdos de terceiros: Erika Ramires e Tempo Composto Ltda.
Ilustrações: Alberto De Stefano, Alex Silva, Artur Fujita, Cecília Iwashita, Ericson Guilherme Luciano, Estúdio Mil, Ilustra Cartoon, Kanton e Tiago Donizete Leme
Cartografia: Mouses Sagiorato
Design: Luis Vassallo (proj. gráfico, capa e Manual do Professor)
Foto de capa: marianna armata/Moment/Getty Images
Pré-impressão: Alessandro de Oliveira Queiroz, Pamela Pardini Nicastro, Débora Fernandes de Menezes, Fernanda de Oliveira e Valmir da Silva Santos

Alameda Santos, 960, 4º andar, setor 3
Cerqueira César – São Paulo – SP – CEP 01418-002
Tel.: 4003-3061
www.edocente.com.br
saceditorasaraiva@somoseducacao.com.br

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Iezzi, Gelson
Matemática e realidade : 7º ano / Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce e Antonio Machado. -- 10. ed. -- São Paulo : Saraiva Educação S.A., 2022.
(Matemática e realidade)

Bibliografia
Suplementado pelo manual do professor
ISBN 978-65-5766-249-6 (aluno)
ISBN 978-65-5766-250-2 (professor)

1. Matemática (Ensino fundamental – Anos finais) I. Título II. Dolce, Osvaldo III. Machado, Antonio

22-2417 CDD 372.7

Angélica Ilacqua - CRB-8/7057

2022
Código da obra CL 820853
CAE 802095 (AL) / 802096 (PR)
10ª edição
1ª impressão
De acordo com a BNCC.

Impressão e acabamento

APRESENTAÇÃO

Caro professor,

Esta coleção tem o objetivo de servir de suporte para suas aulas de Matemática. Neste Manual do Professor você encontra informações que o auxiliam no trabalho com as propostas didáticas da coleção durante o ano letivo.

Acreditamos que o ensino de Matemática é fundamental para a formação de cidadãos críticos e conscientes de seu papel na sociedade, uma vez que possibilita o desenvolvimento do raciocínio lógico, da autonomia e das habilidades de interpretação, argumentação e análise em diversas situações cotidianas. Além disso, propicia aos estudantes fazer conjecturas, tomar decisões e compreender melhor a realidade na qual estão inseridos, tornando-os aptos a intervir no meio, quando necessário.

Segundo esse cenário, concebemos esta coleção, que contempla os requisitos da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) em situações contextualizadas e que consideram a interação da Matemática com outras áreas do conhecimento e com os Temas Contemporâneos Transversais (TCTs).

Além dos pressupostos metodológicos da coleção, apresentamos neste Manual orientações específicas que potencializarão o desempenho docente em sala de aula. Você encontrará sugestões de atividades complementares, artigos científicos, teses e diversas fontes de estudos. Disponibilizamos também indicações de recursos externos ao Livro do Estudante, como *sites*, simuladores, visitações, obras paradidáticas, entre outras.

O trabalho docente é composto da necessidade do constante estudo de temas que permeiam a educação no Brasil e no mundo. Em nosso país, alguns desses temas têm impactado diretamente as práticas docentes há alguns anos. É essencial que você se atualize e expanda seu campo conceitual acerca de inovações e tendências pedagógicas para acompanhar as mudanças com olhar crítico e reflexivo sobre sua profissão. Neste Manual, abordamos alguns desses temas visando suscitar reflexões, adaptações e ressignificações de práticas e saberes docentes.

Esperamos que todos esses elementos contribuam com sua prática docente e sejam o ponto de partida para a construção de um processo de ensino e aprendizagem significativo.

Os autores.

Sumário

Orientações gerais

A estrutura deste Manual do Professor

As ***Orientações gerais*** do Manual descrevem a coleção e apresentam a estrutura do Livro do Estudante, com indicações dos objetivos e funções das seções e dos boxes variados que o compõem.

Você conhecerá a relação de conteúdos abordados ao longo dos quatro volumes destinados aos Anos Finais do Ensino Fundamental, com detalhamento das habilidades exploradas.

Refletimos ainda, neste tópico, sobre os pressupostos metodológicos desta coleção, sugerimos processos avaliativos, referências complementares, sugestões de leitura e abordamos outros aspectos teóricos que embasaram a construção da obra e contribuem para sua formação continuada.

As ***Orientações específicas*** de cada volume deste Manual trazem propostas de cronograma bimestral, trimestral e semestral correlacionando-os aos conteúdos trabalhados no Livro do Estudante, de modo que você tenha uma visão geral dos temas para o planejamento do ano letivo.

Ainda nas *Orientações específicas*, são apresentados os objetivos pedagógicos e as justificativas de cada Unidade, além das competências gerais e competências específicas de Matemática para o Ensino Fundamental, das habilidades e dos Temas Contemporâneos Transversais contemplados na Unidade. Constam também informações gerais sobre os principais aspectos abordados ao longo dos capítulos.

Desse modo, o conjunto de informações das *Orientações específicas* deste Manual é muito útil e deve ser considerado no planejamento escolar e das aulas, junto às características particulares da turma e da comunidade escolar.

Orientações específicas

Sugestões de cronogramas para o volume

Este volume é composto de 24 capítulos, organizados em 9 Unidades, abordando todas as habilidades da BNCC previstas para o 6º ano do Ensino Fundamental.

Para colaborar com o planejamento de seu trabalho ao utilizar este volume, apresentamos sugestões de distribuição dos conteúdos em cronogramas bimestral, trimestral e semestral. No entanto, você pode organizar os capítulos e as Unidades seguindo critérios de seleção dos temas de acordo com as necessidades da turma e levando em consideração a carga horária, a grade curricular e o projeto pedagógico da escola.

Para elaboração dessas sugestões de cronograma, foram consideradas 40 semanas letivas, conforme previsto pela Lei Federal nº 13.415 de 2017.

Sugestões de organização				Unidades	Capítulos
1º semestre	1º trimestre	1º bimestre	Semanas 1 e 2	Unidade 1: Sistemas de numeração e operações com números naturais	Capítulo 1: Números e sistemas de numeração
			Semanas 3 e 4		Capítulo 2: Adição e subtração
			Semana 5	Unidade 2: Noções iniciais de Geometria	Capítulo 3: Noções fundamentais de Geometria
			Semanas 6 e 7		Capítulo 4: Semirreta, segmento de reta e ângulo
			Semanas 8 e 9	Unidade 3: Mais operações com números naturais	Capítulo 5: Multiplicação
			Semana 10		Capítulo 6: Divisão
		2º bimestre	Semanas 11 e 12		Capítulo 7: Potenciação
			Semana 13		Capítulo 8: Introdução à Álgebra
	2º trimestre		Semanas 14 e 15	Unidade 4: Múltiplos e divisores	Capítulo 9: Divisibilidade
			Semana 16		Capítulo 10: Números primos e fatoração
			Semana 17		Capítulo 11: Múltiplos e divisores de um número natural
			Semanas 18 e 19	Unidade 5: Frações	Capítulo 12: O que é fração?
			Semana 20		Capítulo 13: Frações equivalentes e comparação de frações
2º semestre		3º bimestre	Semanas 21, 22 e 23		Capítulo 14: Operações com frações
			Semanas 24 e 25	Unidade 6: Números decimais	Capítulo 15: Fração decimal e número decimal
			Semanas 26, 27 e 28		Capítulo 16: Operações com números decimais
	3º trimestre		Semana 29	Unidade 7: Comprimento, perímetro e área	Capítulo 17: Comprimento
			Semana 30		Capítulo 18: Curvas, poligonais, polígonos e perímetro
		4º bimestre	Semana 31 e 32		Capítulo 19: Área, ampliação e redução
			Semana 33	Unidade 8: Massa, volume, capacidade, tempo e temperatura	Capítulo 20: Massa
			Semanas 34 e 35		Capítulo 21: Volume e capacidade
			Semana 36		Capítulo 22: Tempo e temperatura
			Semanas 37 e 38	Unidade 9: Noções de Estatística e Probabilidade	Capítulo 23: Noções de Estatística
			Semanas 39 e 40		Capítulo 24: Possibilidades e Probabilidade

LVII

Reprodução da página LVII, volume 6 do Manual do Professor.

Em seguida, na seção ***Resoluções***, você encontra as resoluções completas de todas as atividades do Livro do Estudante. Caso os estudantes apresentem resoluções diferentes das propostas nessa seção, analise e valorize as estratégias utilizadas e oriente-os, se necessário.

Por fim, o **Manual do Professor em U** traz, página a página, as ***Orientações didáticas***, com comentários específicos sobre os conteúdos trabalhados em cada página do Livro do Estudante. Há apontamentos sobre práticas pedagógicas que você pode desenvolver com a turma; textos de aprofundamento teórico para você, professor; leituras complementares para os estudantes; diferentes estratégias para a resolução de exercícios propostos; temas para investigação; tarefas de exploração e pesquisa, entre outros. As sugestões de *sites*, leituras complementares, atividades extras e visitações que enriquecem o conteúdo explorado nas páginas são apresentadas nos boxes ***Proposta para o professor*** e ***Proposta para o estudante***.

Números e sistemas de numeração

A origem dos números

Como escrevemos os números

Reprodução das páginas 10 e 11, volume 6 do Manual do Professor.

No início das seções e de alguns tópicos, o boxe ***Na BNCC*** descreve como as habilidades e os Temas Contemporâneos Transversais estão distribuídos na obra. Mostramos, ainda, de que modo mobilizamos, nesta coleção, as competências gerais e as competências específicas de Matemática para o Ensino Fundamental.

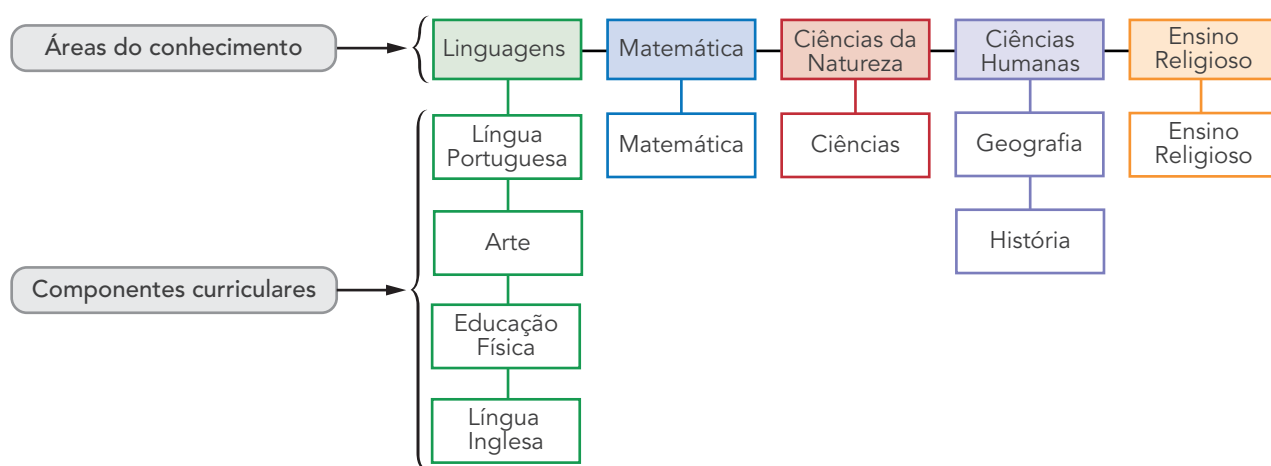
A Base Nacional Comum Curricular (BNCC)

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento orientador para a criação dos currículos escolares e das propostas na Educação Básica. Fornece elementos para que os sistemas educacionais públicos e particulares fiquem alinhados às diretrizes curriculares no que se refere a conhecimentos essenciais, competências e habilidades a serem desenvolvidos em cada etapa da Educação Básica. Esse documento indica:

- as competências gerais que os estudantes devem desenvolver em todas as áreas do conhecimento;
- as competências específicas de cada área de conhecimento e respectivos componentes curriculares;
- os conteúdos mínimos que os estudantes devem aprender, os objetos de conhecimento e as habilidades a serem desenvolvidos em cada etapa da Educação Básica;
- a progressão e o sequenciamento dos conteúdos e habilidades mínimos de cada componente curricular para todos os anos da Educação Básica.

A BNCC e o currículo

A BNCC é uma referência obrigatória, mas não é o currículo. Ela estabelece os objetivos que se espera alcançar, enquanto o currículo define como alcançar os objetivos. As redes de ensino têm autonomia para elaborar ou adequar os currículos respeitando a realidade local e os projetos pedagógicos.

Os conteúdos da BNCC para o Ensino Fundamental – Anos Iniciais (1º ao 5º ano) e Anos Finais (6º ao 9º ano) – são sugeridos com base em diferentes componentes curriculares, organizados em cinco áreas do conhecimento, conforme apresentado a seguir.

Banco de imagens/Arquivo da editora

A educação integral

A educação integral, como definida na BNCC, é uma proposta de formação ampla e visa promover o desenvolvimento cognitivo, físico, social, emocional e cultural dos estudantes. Desse modo, as diretrizes da Base estão respaldadas no compromisso com a compreensão das singularidades e diversidades dos sujeitos, pois entende-se que a juventude não é simplesmente um período entre a infância e a fase adulta, mas uma etapa do desenvolvimento humano com características biológicas, psicológicas, sociais e culturais próprias.

A proposta da BNCC é promover uma educação voltada ao desenvolvimento pleno e plural de ideias, ao convívio social republicano, à Cultura de Paz e à saúde mental dos estudantes, preparando-os para o exercício da empatia, da cooperação e da argumentação.

A convivência escolar e a Cultura de Paz

O trabalho com a BNCC pressupõe articulações entre os envolvidos no processo educativo: **estudantes**, **professores** e **equipe gestora**, de modo a garantir as condições básicas de vida e a criação de mecanismos que favoreçam a atuação e o protagonismo da comunidade escolar na construção da democracia e na garantia e efetivação de direitos e justiça social.

Nesse sentido, para assegurar a boa convivência no ambiente escolar e a Cultura de Paz, é preciso adotar uma postura na qual a educação seja um fator essencial e contribua para o combate à violência, à intimidação sistemática (*bullying*) e às ações excludentes e preconceituosas.

O texto a seguir reflete o que se espera ao propor um ambiente escolar para promoção da Cultura de Paz.

> A educação se dá para além do ambiente escolar, sendo composta pelo tempo e contexto em que as aprendizagens acontecem, em espaços formais e não formais de educação e a partir da interação de diferentes sujeitos sociais. Dessa forma, é preciso respeitar, ouvir e valorizar a diversidade de participantes que constroem esse espaço, na perspectiva de atuação conjunta dos agentes da rede de proteção na intenção de restabelecer "os valores e a segurança necessários para um ambiente educacional saudável, no qual a justiça, a igualdade, o respeito, a solidariedade e a consideração entre as pessoas prevalecem" [...].
>
> Ao se propor um ambiente escolar para a promoção da Cultura de Paz e de convivências respeitosas, possibilita-se que a escola cumpra a sua função fundamental: promover aprendizagens as quais devem estar em consonância com as demandas pessoais e coletivas, de forma a fortalecer os/as estudantes como sujeitos de direitos que pensam, criticam, refletem, agem coletivamente, para entender, compreender e experimentar o mundo, desenvolver-se [...].
>
> Assim, a educação para a Cultura da Paz propõe mudanças inspiradas em valores como justiça social, diversidade, respeito e solidariedade, aliadas às ações fundamentadas na educação, saúde, cultura, esporte, participação cidadã e melhoria da qualidade de vida no território de responsabilidade compartilhada entre educação e diversos setores da sociedade [...].
>
> [...] A Educação em Direitos Humanos deve ser permanente, continuada e global, atenta à mudança cultural, à interdisciplinaridade, com base nos eixos transversais do currículo, deve ocorrer com a colaboração de educadores/as, educandos/as e diferentes agentes da rede de proteção. Deve igualmente abarcar questões concernentes "aos campos da educação formal, à escola, aos procedimentos pedagógicos, às agendas e instrumentos que possibilitem uma ação pedagógica conscientizadora e libertadora, voltada para o respeito e valorização da diversidade, aos conceitos de sustentabilidade e de formação da cidadania ativa" [...].
>
> Assim, as orientações e ações voltadas para a promoção da cidadania e garantia dos Direitos Humanos e Cultura de Paz pautam-se na compreensão das diversas formas de violências, violações de Direitos Humanos e suas ocorrências no campo dos direitos civis, políticos, econômicos, sociais, culturais e ambientais. (DISTRITO FEDERAL, 2020, p. 11-13)

A perspectiva de enfrentamento e prevenção à violência contra as crianças e os jovens do Ensino Fundamental é um dos grandes desafios da escola, dos familiares e responsáveis e de toda sociedade.

© Kobra, Eduardo/AUTVIS, Brasil, 2022.

Em março de 2019, a escola estadual Raul Brasil, em Suzano (SP), foi palco de uma das maiores tragédias em unidades de ensino do país, que resultou em mortos e feridos. Essa tragédia mostrou a necessidade de ações que promovam a Cultura de Paz no ambiente escolar. Em outubro do mesmo ano, o artista brasileiro Eduardo Kobra (1975-) criou um painel para revitalizar o pátio da escola: a representação de um abraço carinhoso entre um professor e um estudante que carrega o símbolo da paz na mochila. Foto de 2020.

Acreditamos que as instituições de educação devem reconhecer a extensão e o impacto gerado pela prática de violência entre membros da unidade escolar e desenvolver ações para que uma Cultura de Paz e aceitação da diversidade seja construída de modo participativo e democrático.

Proposta para o professor

No documento *Convivência escolar e Cultura de Paz*, promovido pelo governo do Distrito Federal, constam algumas ações que auxiliam na manutenção da Cultura de Paz no ambiente escolar. Sugerimos a leitura dessas sugestões e o compartilhamento delas com toda a equipe da escola. Isso os auxiliará no desenvolvimento de ações e na tomada de decisões que privilegiem a boa convivência no ambiente escolar.

DISTRITO FEDERAL. Secretaria de Estado de Educação. *Convivência escolar e Cultura de Paz*. Brasília, DF, 2020. p. 66-67. Disponível em: https://www.educacao.df.gov.br/wp-conteudo/uploads/2018/02/Caderno-Conviv%C3%AAncia-Escolar-e-Cultura-de-Paz.pdf. Acesso em: 9 jun. 2022.

Os impactos da pandemia para os estudantes do Ensino Fundamental

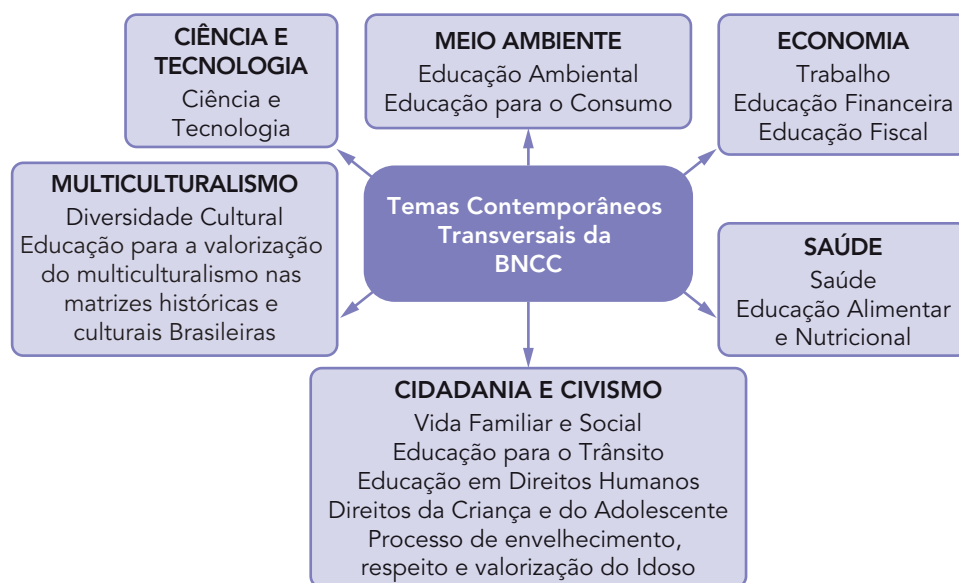
A pandemia do novo agente do coronavírus, que teve origem em 2019, na China, trouxe muitas consequências para nossa sociedade, afetando, inclusive, a área da educação, já que o modelo presencial de ensino teve de ser substituído para o modelo remoto rapidamente e com pouco planejamento, ocasionando uma mudança significativa no ambiente escolar e na maneira como as crianças e os jovens se relacionavam.

Muito se fala sobre a saúde mental dos jovens e das crianças por causa desse isolamento tão duro imposto prematuramente a todos durante mais de um ano. A suspensão das atividades presenciais evidenciou as desigualdades e seu impacto na educação, uma vez que o tipo de apoio escolar e as condições do ambiente doméstico variaram bastante em relação a questões como acesso à internet e preparo e disponibilidade das famílias, e tudo isso influenciou a aprendizagem dos estudantes.

Diante desse contexto, professores e equipe gestora estão mais atentos aos estudantes do Ensino Fundamental, porque trazem consigo experiências pessoais e acadêmicas únicas. Sugerimos o uso de avaliações diagnósticas (apresentadas em momento oportuno neste Manual) e planos de ensino personalizados, além do foco nos aspectos socioemocionais do trabalho, visando garantir a ressocialização desses estudantes.

Os Temas Contemporâneos Transversais

Na perspectiva da BNCC e desta coleção, diversos aspectos podem ser contemplados a partir dos Temas Contemporâneos Transversais (TCTs) que exploram, sobretudo, questões da realidade social brasileira e do mundo, integrando-as às demais áreas do conhecimento.

Assim, o desenvolvimento dos TCTs possibilita a integração entre os diferentes componentes curriculares e faz conexão com situações vivenciadas pelos estudantes em suas realidades, o que contribui para trazer contexto e contemporaneidade aos objetos de conhecimento descritos na BNCC.

Fonte dos dados: BRASIL. Ministério da Educação. *Temas Contemporâneos Transversais na BNCC*: propostas de Práticas de Implementação. Brasília, DF: MEC, 2019. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/guia_pratico_temas_contemporaneos.pdf. Acesso em: 2 jun. 2022.

As competências gerais da BNCC

A BNCC foi estruturada para promover desenvolvimento amplo do sujeito, apoiada nos princípios da educação integral e de acordo com a compreensão das singularidades e diversidades dos sujeitos em diferentes dimensões formativas.

> A Educação Básica deve visar à formação e ao desenvolvimento humano global, o que implica compreender a complexidade e a não linearidade desse desenvolvimento, rompendo com visões reducionistas que privilegiam ou a dimensão intelectual (cognitiva) ou a dimensão afetiva. (BRASIL, 2017, p. 14)

No texto introdutório da BNCC, a proposta formativa da educação integral é feita para todas as etapas da Educação Básica e tem como alicerce o trabalho com as **10 competências gerais** para a Educação Básica.

De acordo com a BNCC, competência é a mobilização e a articulação de conhecimentos, habilidades, atitudes e valores para resolução de situações cotidianas relacionadas a meio ambiente, princípios éticos, cidadania, mundo do trabalho, entre outras questões de urgência social.

> Por meio da indicação clara do que os alunos devem "saber" (considerando a constituição de conhecimentos, habilidades, atitudes e valores) e, sobretudo, do que devem "saber fazer" (considerando a mobilização desses conhecimentos, habilidades, atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho), a explicitação das competências oferece referências para o fortalecimento de ações que assegurem as aprendizagens essenciais definidas na BNCC. (BRASIL, 2017, p. 13)

A seguir, estão listadas as dez competências gerais definidas pela BNCC.

Competências gerais da Educação Básica

1. Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.
2. Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.
3. Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.
4. Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.
5. Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.
6. Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.
7. Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.
8. Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas.
9. Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.
10. Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários. (BRASIL, 2017, p. 9-10)

As competências gerais da BNCC nesta coleção

Nesta coleção, utilizaremos a sigla **CG** para nos referir às competências gerais da BNCC para a Educação Básica. Desse modo, a primeira competência será nomeada como **CG01**, a segunda como **CG02**, e assim sucessivamente.

A **CG01** faz referência ao **conhecimento** e visa à valorização e ao uso dos conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para os estudantes entenderem e explicarem a realidade em que vivem.

Essa competência é mobilizada na coleção nos momentos em que se propõe ao estudante que reconheça e coloque em prática conhecimentos historicamente construídos, como nas seções que apresentam um apanhado histórico acerca do desenvolvimento de conceitos matemáticos e da aplicabilidade deles na atualidade e na resolução de problemas.

Faber14/Shutterstock

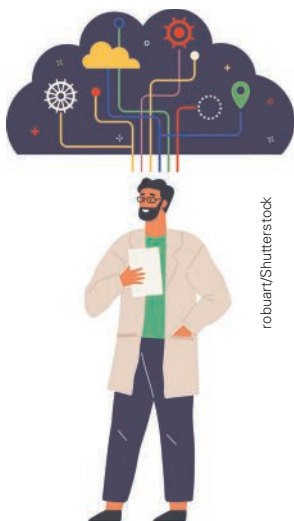
Enfatizamos que essa competência destaca a importância do processo de construção de conhecimento e a estreita relação com a estruturação

de uma sociedade justa, democrática e inclusiva. Sempre que trabalhar essa competência em sala de aula, ressalte-a como fundamental para o desenvolvimento da autonomia e da capacidade de entender o mundo, explicá-lo e intervir na realidade.

robuart/Shutterstock

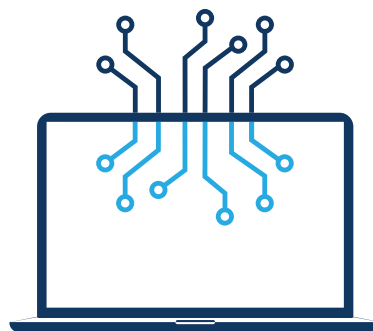
A **CG02** se relaciona ao **pensamento científico**, que deve ser exercitado. Ao mobilizar essa competência, os estudantes desenvolvem a curiosidade intelectual recorrendo à abordagem própria das ciências, incluindo investigação, reflexão, análise crítica, imaginação e criatividade para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas, além de criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nas diferentes áreas do conhecimento. O desenvolvimento dessa competência também dá aos estudantes a oportunidade de analisar um problema e propor soluções alternativas.

A **CG03** é a de **repertório cultural**, que mobiliza a valorização das diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e a participação em práticas diversificadas da produção artístico-cultural. Essa competência instiga os estudantes a explorarem o conhecimento com base em valores expressos por meio da arte e da cultura, discute o subjetivo e unifica as diferentes sociedades, o que faz com que não percam sua identidade cultural na sala de aula.

Visando essa competência, nos quatro volumes da coleção há oportunidades para que os estudantes conheçam obras de arte, acervos de museus, peças de esculturas, gêneros e movimentos musicais, entre outras situações que contribuem para a formação integral deles.

Lightspring/Shutterstock

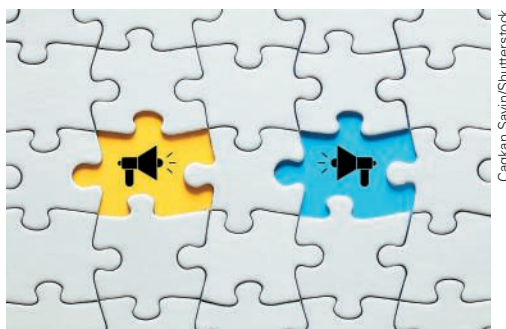
A **comunicação** é explorada ao mobilizar a **CG04**, que aponta para a necessidade de utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, além de conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para expressão e partilhamento de informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e também para produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.

GoodStudio/Shutterstock

Tratando das competências éticas que devem estar presentes no uso das diversas **tecnologias de informação**, a **CG05** propõe a compreensão, utilização e criação de tecnologias digitais de informação e comunicação de modo crítico, significativo, reflexivo e ético nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para os estudantes se comunicarem, acessarem e disseminarem informações, produzirem conhecimentos, resolverem problemas e exercerem protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva, compreendendo como participar desses processos de maneira significativa e reflexiva.

Shahin Aliyev/Shutterstock

A abordagem da dimensão que favorece a educação integral para fazer escolhas e seguir as aspirações, ora no campo dos estudos, ora no campo do trabalho, **trabalho e projeto de vida** é contemplada na BNCC por meio da **CG06**, que mostra que os estudantes devem valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhes possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao próprio projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.

MarcoVector/Shutterstock

Com o objetivo de capacitar os estudantes a desenvolver argumentos com base em dados, fatos e informações confiáveis, diferenciando-os de *fake news* e saber avaliar e compreender se os argumentos que assimilam em contraponto são análogos, a BNCC dedica exclusivamente a **CG07**, da **argumentação**. Deve ser desenvolvida nos estudantes a habilidade de argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis para que formulem, negociem e defendam ideias, pontos de vista e tomem decisões que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.

Cagkan Sayin/Shutterstock

Segundo o conhecimento e a apreciação dos **cuidados com a saúde mental e o autocuidado**, lidando com questões diversas e sua relação com as emoções e as mudanças no corpo, que são características dessa fase do crescimento, a **CG08** propõe que essas facetas devem ser trabalhadas com os estudantes. Por meio dessa competência, buscamos levar cada estudante a se conhecer, apreciar a si mesmo e cuidar da saúde física e emocional, compreender-se na diversidade humana e reconhecer as próprias emoções e as dos outros com autocrítica e capacidade para lidar com elas, tratando da conexão do "eu".

grmarc/Shutterstock

A **CG09** trata de **empatia e cooperação**, abrangendo valores imprescindíveis para viver com o outro. Os estudantes devem exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação entre os pares e com professores, a comunidade e a sociedade, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.

Segundo Mattos[1], essa competência se divide em duas dimensões: empatia e diálogo. O desenvolvimento da empatia pressupõe "a valorização e o reconhecimento de grupos e contextos culturalmente diversos. Esta subdimensão também pressupõe o combate ao preconceito e engajamento de outros com a diversidade na valorização da alteridade. Ou seja, compreensão da emoção dos outros e do impacto de seu comportamento nos demais". Já a dimensão do diálogo compreende-se pela interação com o outro "na construção, negociação e respeito a regras de convivência (ética), na promoção de entendimento e melhoria do ambiente", bem como na "capacidade de se trabalhar em equipe, tomar decisões e agir em projetos de forma colaborativa", visando também à resolução de conflitos.

A coleção enfatiza em diversos momentos o trabalho com essa competência, sobretudo nas aberturas de Unidade e nas diferentes propostas de atividades. Um exemplo é ao propor a análise de textos que exploram questões relacionadas à valorização social e à inclusão de pessoas com deficiência em contextos esportivos, o que serve como instrumento de inclusão social, valorização e reconhecimento de atletas com necessidades especiais no esporte, sendo esses princípios necessários à construção da cidadania e ao convívio social. A competência também é mobilizada quando propomos aos estudantes o trabalho em duplas para favorecer o desenvolvimento do diálogo, a cooperação e a empatia.

Viktoria Kurpas/Shutterstock

E, por fim, a **CG10** é a chave para que os estudantes sejam incentivados a agir de modo responsável e cidadão, ou seja, atuar pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.

Visual Generation/Shutterstock

1 MATTOS, Pablo. *Empatia e cooperação*: competência geral 9 da BNCC. [Rio de Janeiro]: Futura, 2020. (Curso *on-line*). Disponível em: https://www.futura.org.br/cursos/empatia-e-cooperacao-competencia-geral-9-da-bncc. Acesso em: 3 jun. 2022.

As competências gerais e as culturas juvenis

Para melhor entender o conceito de culturas juvenis, é preciso assimilar que as maneiras de ser jovem são inúmeras e dependem de gênero, raça, cor, etnia, classe social, território, religião, geração, entre outros; do mesmo modo, há diferentes maneiras de ser estudante de acordo com as mesmas variáveis.

Diante desse contexto, cabe à escola proporcionar aos jovens a possibilidade de experimentar diferentes modos de vivenciar a juventude considerando, para tanto, as chamadas **culturas juvenis**. Entendemos como culturas juvenis as articulações que os jovens estabelecem com base na produção cultural de massa, no estilo de vida e nas práticas sociais em grupo ou em rede e que se expandem pelo espaço urbano.

Quando a escola dá oportunidade aos jovens de dizerem o que pensam e sentem e os envolve em atividades nas quais se sintam valorizados, é aberto um canal que proporciona novos modos de aprendizagem, sem cobranças prévias de qualificações, capacitismo ou juízos de valor.

Um exemplo é a exploração de atividades culturais envolvendo *rap*, grafite ou o próprio *funk*, que muitas vezes são subvalorizadas por fazerem parte da cultura dos jovens das camadas populares que já são marginalizados por sua origem socioeconômica. Ao permitir que os jovens se expressem por meio dessas manifestações artísticas, se assim desejarem, a escola oportuniza a expressão de sentimentos, que sejam reconhecidos, ganhem visibilidade e se autoafirmem. Oportunidades como essas e outras são abordadas no decorrer desta coleção e mobilizam também a **CG03**, ao explorar o repertório cultural e destacar o protagonismo dos produtores de diferentes artes.

Outro aspecto a ser considerado no trabalho com as culturas juvenis é o uso de tecnologias da informação, comunicação e entretenimento.

> O grande desafio de educadores, pesquisadores, é compreender de que forma as tecnologias da informação e comunicação podem funcionar como meio de auxílio para o desenvolvimento do ensino.
>
> Sabendo que os jovens são produtores de informação e não simplesmente passivos consumidores, é preciso criar estratégias de uso das redes sociais que servem como interatividade e aprendizagem de grupos, pois os relacionamentos e as trocas de experiência acontecem através destas redes.
>
> [...]
>
> O processo de aprendizado com a utilização das tecnologias da informação e comunicação é de colaboração, onde é possível o que temos de conhecimento contribuir com o aprendizado do outro.
>
> Aprender colaborativamente significa desenvolver habilidades como: analisar, refletir, selecionar, atribuir significado, devolver a informação de acordo com a sua interpretação e contribuir numa discussão para o aprendizado do outro.
>
> Essa característica de sociabilidade deve ser aproveitada para a estimulação dos novos conhecimentos. Diante das tecnologias da informação e comunicação é possível descortinar-se um mundo ainda mais ávido em busca da construção de conhecimentos que não somente serão escolares, mas também, outros tipos de conhecimento.
>
> Os meios de comunicação e informação são imprescindíveis para ocorrer à interação e se articulam para contribuir cada vez mais com as possibilidades de acesso, convergência de meios tecnológicos e de mídias, que permitem o acesso ao conhecimento de qualquer lugar e parte do mundo modificando substancialmente as várias formas de pensar, comunicar e educar. (MILANI, 2014, p. 123-124)

A escola não pode ignorar o espaço que a comunicação e as tecnologias ocupam na vida dos jovens na atualidade. No entanto, é preciso orientá-los no uso desses novos conteúdos e oferecer diferentes tipos de letramento para que eles possam elaborar com a escola e além da escola. Utilizamos aqui o conceito de letramento como prática social e leitura do mundo, mais do que como alfabetização, conforme proposto por Angela Kleiman (1995)[2].

Na coleção, oportunizamos aos estudantes o uso das tecnologias como meio de disseminação e produção de conhecimento, auxiliando-os a desenvolver boas práticas e consciência crítica em relação a elas, mobilizando com mais ênfase a **CG05**.

A Matemática na BNCC

A área de Matemática na BNCC para Ensino Fundamental abrange cinco Unidades temáticas: *Números*, *Álgebra*, *Geometria*, *Grandezas e medidas* e *Probabilidade e Estatística*.

Em cada Unidade temática há **objetos de conhecimento** (conteúdos, conceitos e processos) e **habilidades** (aprendizagens essenciais que devem ser asseguradas aos estudantes) relacionados. Ao explorar os objetos de conhecimento e as habilidades, propicia-se o desenvolvimento das competências específicas da área.

2 KLEIMAN, A. Modelos de letramento e as práticas de alfabetização na escola. *In*: KLEIMAN, A. (org.). *Os significados do letramento*: uma nova perspectiva sobre a prática social da escrita. Campinas: Mercado de Letras, 1995.

As competências específicas de Matemática da BNCC para o Ensino Fundamental

A aprendizagem de Matemática na Educação Básica vai além da quantificação de fenômenos determinísticos ou aleatórios e das técnicas de cálculos com fenômenos e grandezas. Nessa perspectiva, em articulação com as dez competências gerais, o ensino da Matemática deve garantir aos estudantes o desenvolvimento das competências específicas para o Ensino Fundamental apresentadas a seguir.

Competências específicas de Matemática para o Ensino Fundamental

1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.
2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.
5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.
6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).
7. Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.
8. Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles. (BRASIL, 2017, p. 267)

As competências específicas de Matemática da BNCC nesta coleção

Esta coleção privilegia o desenvolvimento da autonomia dos estudantes ao propor que façam observações empíricas do mundo real e as representem de diversas maneiras, seja por meio de tabelas, figuras, esquemas, entre outras, e as associem a uma atividade matemática, fazendo induções e conjecturas, mobilizando assim as oito competências específicas da Matemática.

Utilizaremos a sigla **CEMAT** para nos referir às competências específicas de Matemática da BNCC para o Ensino Fundamental. Desse modo, a primeira competência está nomeada como **CEMAT01**, a segunda como **CEMAT02**, e assim sucessivamente.

A **CEMAT01** aponta que os estudantes reconheçam que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho. Assim, essa competência é explorada na coleção de modo que os estudantes são levados a compreender a construção dos conceitos matemáticos do início aos dias atuais.

Os estudantes devem, como parte da vida em sociedade, ser incentivados no ambiente escolar a desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo, o que está relacionado ao que propõe a **CEMAT02**. No trabalho com tal competência, ao manipular objetos, eles desenvolvem conceitos abstratos para relacionar os objetos a conhecimentos matemáticos.

Já de acordo com a **CEMAT03**, embora a área de Matemática esteja dividida em 5 Unidades temáticas, não significa que devam ser exploradas isoladamente, mas articuladas sempre que houver a possibilidade. Nesta coleção, essa competência é explorada nas relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática e de outras áreas do conhecimento. Espera-se que os estudantes desenvolvam segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos e desenvolvam autoestima e perspectiva na busca de soluções.

O contexto social em que cada estudante está inserido contribui para que ele entenda o próprio papel na sociedade e saiba se comunicar matematicamente em situações do cotidiano, com uma postura crítica. A **CEMAT04** propõe aos estudantes a elaboração de observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo que venham a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.

As tecnologias digitais são fortes aliadas no ensino da Matemática no mundo contemporâneo, uma vez que contribuem para o desenvolvimento de habilidades como comparação, verificação, seleção e criação de concepções. Esta coleção propõe explorar a **CEMAT05** na utilização de processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas do conhecimento, validando estratégias e resultados.

A **CEMAT06** indica que os estudantes devem enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo imaginários, não diretamente relacionados com o aspecto prático-utilitário; devem ainda expressar suas respostas e sintetizar conclusões utilizando diferentes registros e linguagens: gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito. Mobilizando essa competência no decorrer das Unidades desta coleção, é importante que esse trabalho seja bem orientado para que de fato haja um elo entre os componentes curriculares envolvidos e se apresente aos estudantes a função de cada texto utilizado nas aulas de Matemática.

A **CEMAT07** traz a importância de desenvolver projetos que permitam aos estudantes relacionar saberes matemáticos com outras áreas de conhecimento, além de lhes proporcionar aprendizado por meio de pesquisas de outras culturas, valorizando a diversidade de opiniões. Nesta coleção, propomos o trabalho com situações e atividades que abordam questões de urgência social, voltadas ao desenvolvimento da democracia e atreladas à valorização da diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.

A interação entre os estudantes é abordada em diversas oportunidades nesta coleção, mobilizando com maior ênfase a **CEMAT08**, que tem o objetivo de proporcionar a interação entre pares de maneira cooperativa. Enfatizamos que, ao explorar a competência, seja incentivado o respeito ao modo de pensar dos colegas.

Ao longo deste Manual, você compreenderá como explorar as competências gerais e as competências específicas de Matemática da BNCC. No tópico a seguir, apresentamos alguns exemplos de trabalho com as competências em boxes e seções do Livro do Estudante. Outras situações também são esclarecidas, sobretudo nas *Orientações didáticas*, em relação ao trabalho com cada página do Livro do Estudante dos volumes da coleção.

Habilidades de Matemática da BNCC para os Anos Finais do Ensino Fundamental

As habilidades são as aptidões a serem desenvolvidas ao longo de cada etapa de ensino e que contribuem para o desenvolvimento das competências gerais e das competências específicas da BNCC. Esse documento indica que, para o desenvolvimento das habilidades de Matemática previstas para os Anos Finais do Ensino Fundamental, é necessário considerar as experiências prévias dos estudantes, propiciar situações de vivências do cotidiano e de contextos significativos, utilizar diferentes recursos didáticos, favorecer o desenvolvimento do raciocínio e da argumentação matemática, entre outros.

Destacamos a seguir alguns trechos da BNCC que indicam como desenvolver as habilidades de Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental.

> É imprescindível levar em conta as experiências e os conhecimentos matemáticos já vivenciados pelos alunos, criando situações nas quais possam fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo inter-relações entre eles e desenvolvendo ideias mais complexas. Essas situações precisam articular múltiplos aspectos dos diferentes conteúdos, visando ao desenvolvimento das ideias fundamentais da Matemática, como equivalência, ordem, proporcionalidade, variação e interdependência.
>
> [...] Nessa fase, precisa ser destacada a importância da comunicação em linguagem matemática com o uso da linguagem simbólica, da representação e da argumentação.
>
> [...]
>
> Cumpre também considerar que, para a aprendizagem de certo conceito ou procedimento, é fundamental haver um contexto significativo para os alunos, não necessariamente do cotidiano, mas também de outras áreas do conhecimento e da própria história da Matemática.
>
> [...]
>
> Além disso, nessa fase final do Ensino Fundamental, é importante iniciar os alunos, gradativamente, na compreensão, análise e avaliação da argumentação matemática. Isso envolve a leitura de textos matemáticos e o desenvolvimento do senso crítico em relação à argumentação neles utilizada. (BRASIL, 2017, p. 298-299)

As habilidades de Matemática da BNCC na coleção

Os quadros a seguir indicam cada Unidade temática e os respectivos objetos de conhecimento e habilidades previstos para cada volume dos Anos Finais do Ensino Fundamental, de acordo com a BNCC (BRASIL, 2017, p. 301-319).

Nesta coleção, as cinco unidades temáticas da BNCC são apresentadas de modo correlacionado, favorecendo o desenvolvimento das habilidades a serem exploradas ao longo dos Anos Finais do Ensino Fundamental.

Em cada volume, uma mesma habilidade pode ser trabalhada em diversos capítulos para que seja desenvolvida em sua totalidade. No boxe *Na BNCC*, junto às *Orientações didáticas* neste Manual, indicamos as habilidades trabalhadas com maior ênfase nos capítulos, tópicos e seções do Livro do Estudante, entendendo também que outras habilidades podem ser favorecidas simultaneamente de modo transversal.

6º ano do Ensino Fundamental

Unidade temática *Números*	
Objetos de conhecimento	**Habilidades**
Sistema de numeração decimal: características, leitura, escrita e comparação de números naturais e de números racionais representados na forma decimal	**(EF06MA01)** Comparar, ordenar, ler e escrever números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, fazendo uso da reta numérica. **(EF06MA02)** Reconhecer o sistema de numeração decimal, como o que prevaleceu no mundo ocidental, e destacar semelhanças e diferenças com outros sistemas, de modo a sistematizar suas principais características (base, valor posicional e função do zero), utilizando, inclusive, a composição e decomposição de números naturais e números racionais em sua representação decimal.
Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números naturais Divisão euclidiana	**(EF06MA03)** Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.
Fluxograma para determinar a paridade de um número natural Múltiplos e divisores de um número natural Números primos e compostos	**(EF06MA04)** Construir algoritmo em linguagem natural e representá-lo por fluxograma que indique a resolução de um problema simples (por exemplo, se um número natural qualquer é par). **(EF06MA05)** Classificar números naturais em primos e compostos, estabelecer relações entre números, expressas pelos termos "é múltiplo de", "é divisor de", "é fator de", e estabelecer, por meio de investigações, critérios de divisibilidade por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 100 e 1000. **(EF06MA06)** Resolver e elaborar problemas que envolvam as ideias de múltiplo e de divisor.
Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações	**(EF06MA07)** Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes. **(EF06MA08)** Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica. **(EF06MA09)** Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora. **(EF06MA10)** Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.
Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números racionais	**(EF06MA11)** Resolver e elaborar problemas com números racionais positivos na representação decimal, envolvendo as quatro operações fundamentais e a potenciação, por meio de estratégias diversas, utilizando estimativas e arredondamentos para verificar a razoabilidade de respostas, com e sem uso de calculadora.
Aproximação de números para múltiplos de potências de 10	**(EF06MA12)** Fazer estimativas de quantidades e aproximar números para múltiplos da potência de 10 mais próxima.
Cálculo de porcentagens por meio de estratégias diversas, sem fazer uso da "regra de três"	**(EF06MA13)** Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da "regra de três", utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.

Unidade temática *Álgebra*	
Objetos de conhecimento	**Habilidades**
Propriedades da igualdade	**(EF06MA14)** Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas.
Problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais, envolvendo razões entre as partes e entre uma das partes e o todo	**(EF06MA15)** Resolver e elaborar problemas que envolvam a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, envolvendo relações aditivas e multiplicativas, bem como a razão entre as partes e entre uma das partes e o todo.

Unidade temática *Geometria*	
Objetos de conhecimento	**Habilidades**
Plano cartesiano: associação dos vértices de um polígono a pares ordenados	**(EF06MA16)** Associar pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano do 1º quadrante, em situações como a localização dos vértices de um polígono.
Prismas e pirâmides: planificações e relações entre seus elementos (vértices, faces e arestas)	**(EF06MA17)** Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial.
Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados	**(EF06MA18)** Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros. **(EF06MA19)** Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos. **(EF06MA20)** Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles.
Construção de figuras semelhantes: ampliação e redução de figuras planas em malhas quadriculadas	**(EF06MA21)** Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais.
Construção de retas paralelas e perpendiculares, fazendo uso de réguas, esquadros e *softwares*	**(EF06MA22)** Utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou *softwares* para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros. **(EF06MA23)** Construir algoritmo para resolver situações passo a passo (como na construção de dobraduras ou na indicação de deslocamento de um objeto no plano segundo pontos de referência e distâncias fornecidas etc.).

Unidade temática *Grandezas e medidas*	
Objetos de conhecimento	**Habilidades**
Problemas sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área, capacidade e volume	**(EF06MA24)** Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.
Ângulos: noção, usos e medida	**(EF06MA25)** Reconhecer a abertura do ângulo como grandeza associada às figuras geométricas. **(EF06MA26)** Resolver problemas que envolvam a noção de ângulo em diferentes contextos e em situações reais, como ângulo de visão. **(EF06MA27)** Determinar medidas da abertura de ângulos por meio de transferidor e/ou tecnologias digitais.
Plantas baixas e vistas aéreas	**(EF06MA28)** Interpretar, descrever e desenhar plantas baixas simples de residências e vistas aéreas.
Perímetro de um quadrado como grandeza proporcional à medida do lado	**(EF06MA29)** Analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados, para compreender que o perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a área.

Unidade temática *Probabilidade e Estatística*	
Objetos de conhecimento	**Habilidades**
Cálculo de probabilidade como a razão entre o número de resultados favoráveis e o total de resultados possíveis em um espaço amostral equiprovável Cálculo de probabilidade por meio de muitas repetições de um experimento (frequências de ocorrências e probabilidade frequentista)	**(EF06MA30)** Calcular a probabilidade de um evento aleatório, expressando-a por número racional (forma fracionária, decimal e percentual) e comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos.
Leitura e interpretação de tabelas e gráficos (de colunas ou barras simples ou múltiplas) referentes a variáveis categóricas e variáveis numéricas	**(EF06MA31)** Identificar as variáveis e suas frequências e os elementos constitutivos (título, eixos, legendas, fontes e datas) em diferentes tipos de gráfico. **(EF06MA32)** Interpretar e resolver situações que envolvam dados de pesquisas sobre contextos ambientais, sustentabilidade, trânsito, consumo responsável, entre outros, apresentadas pela mídia em tabelas e em diferentes tipos de gráficos e redigir textos escritos com o objetivo de sintetizar conclusões.
Coleta de dados, organização e registro Construção de diferentes tipos de gráficos para representá-los e interpretação das informações	**(EF06MA33)** Planejar e coletar dados de pesquisa referente a práticas sociais escolhidas pelos alunos e fazer uso de planilhas eletrônicas para registro, representação e interpretação das informações, em tabelas, vários tipos de gráficos e texto.
Diferentes tipos de representação de informações: gráficos e fluxogramas	**(EF06MA34)** Interpretar e desenvolver fluxogramas simples, identificando as relações entre os objetos representados (por exemplo, posição de cidades considerando as estradas que as unem, hierarquia dos funcionários de uma empresa etc.).

7º ano do Ensino Fundamental

Unidade temática *Números*	
Objetos de conhecimento	**Habilidades**
Múltiplos e divisores de um número natural	**(EF07MA01)** Resolver e elaborar problemas com números naturais, envolvendo as noções de divisor e de múltiplo, podendo incluir máximo divisor comum ou mínimo múltiplo comum, por meio de estratégias diversas, sem a aplicação de algoritmos.
Cálculo de porcentagens e de acréscimos e decréscimos simples	**(EF07MA02)** Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, no contexto de educação financeira, entre outros.
Números inteiros: usos, história, ordenação, associação com pontos da reta numérica e operações	**(EF07MA03)** Comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos, incluindo o histórico, associá-los a pontos da reta numérica e utilizá-los em situações que envolvam adição e subtração. **(EF07MA04)** Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros.
Fração e seus significados: como parte de inteiros, resultado da divisão, razão e operador	**(EF07MA05)** Resolver um mesmo problema utilizando diferentes algoritmos. **(EF07MA06)** Reconhecer que as resoluções de um grupo de problemas que têm a mesma estrutura podem ser obtidas utilizando os mesmos procedimentos. **(EF07MA07)** Representar por meio de um fluxograma os passos utilizados para resolver um grupo de problemas. **(EF07MA08)** Comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros, resultado da divisão, razão e operador. **(EF07MA09)** Utilizar, na resolução de problemas, a associação entre razão e fração, como a fração 2/3 para expressar a razão de duas partes de uma grandeza para três partes da mesma ou três partes de outra grandeza.
Números racionais na representação fracionária e na decimal: usos, ordenação e associação com pontos da reta numérica e operações	**(EF07MA10)** Comparar e ordenar números racionais em diferentes contextos e associá-los a pontos da reta numérica. **(EF07MA11)** Compreender e utilizar a multiplicação e a divisão de números racionais, a relação entre elas e suas propriedades operatórias. **(EF07MA12)** Resolver e elaborar problemas que envolvam as operações com números racionais.

Unidade temática *Álgebra*	
Objetos de conhecimento	**Habilidades**
Linguagem algébrica: variável e incógnita	**(EF07MA13)** Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita. **(EF07MA14)** Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura. **(EF07MA15)** Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.
Equivalência de expressões algébricas: identificação da regularidade de uma sequência numérica	**(EF07MA16)** Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes.
Problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais	**(EF07MA17)** Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.
Equações polinomiais do 1º grau	**(EF07MA18)** Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.

Unidade temática *Geometria*	
Objetos de conhecimento	**Habilidades**
Transformações geométricas de polígonos no plano cartesiano: multiplicação das coordenadas por um número inteiro e obtenção de simétricos em relação aos eixos e à origem	**(EF07MA19)** Realizar transformações de polígonos representados no plano cartesiano, decorrentes da multiplicação das coordenadas de seus vértices por um número inteiro. **(EF07MA20)** Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem.
Simetrias de translação, rotação e reflexão	**(EF07MA21)** Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou *softwares* de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros.
A circunferência como lugar geométrico	**(EF07MA22)** Construir circunferências utilizando compasso, reconhecê-las como lugar geométrico e utilizá-las para fazer composições artísticas e resolver problemas que envolvam objetos equidistantes.
Relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal	**(EF07MA23)** Verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, com e sem uso de *softwares* de geometria dinâmica.
Triângulos: construção, condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos	**(EF07MA24)** Construir triângulos usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°. **(EF07MA25)** Reconhecer a rigidez geométrica dos triângulos e suas aplicações, como na construção de estruturas arquitetônicas (telhados, estruturas metálicas e outras) ou nas artes plásticas. **(EF07MA26)** Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um triângulo qualquer, conhecidas as medidas dos três lados.
Polígonos regulares: quadrado e triângulo equilátero	**(EF07MA27)** Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, preferencialmente vinculadas à construção de mosaicos e de ladrilhamentos. **(EF07MA28)** Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular (como quadrado e triângulo equilátero), conhecida a medida de seu lado.

Unidade temática *Grandezas e medidas*	
Objetos de conhecimento	**Habilidades**
Problemas envolvendo medições	**(EF07MA29)** Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de grandezas inseridos em contextos oriundos de situações cotidianas ou de outras áreas do conhecimento, reconhecendo que toda medida empírica é aproximada.
Cálculo de volume de blocos retangulares, utilizando unidades de medida convencionais mais usuais	**(EF07MA30)** Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida do volume de blocos retangulares, envolvendo as unidades usuais (metro cúbico, decímetro cúbico e centímetro cúbico).
Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros	**(EF07MA31)** Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros. **(EF07MA32)** Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.
Medida do comprimento da circunferência	**(EF07MA33)** Estabelecer o número π como a razão entre a medida de uma circunferência e seu diâmetro, para compreender e resolver problemas, inclusive os de natureza histórica.

Unidade temática *Probabilidade e Estatística*	
Objetos de conhecimento	**Habilidades**
Experimentos aleatórios: espaço amostral e estimativa de probabilidade por meio de frequência de ocorrências	**(EF07MA34)** Planejar e realizar experimentos aleatórios ou simulações que envolvem cálculo de probabilidades ou estimativas por meio de frequência de ocorrências.
Estatística: média e amplitude de um conjunto de dados	**(EF07MA35)** Compreender, em contextos significativos, o significado de média estatística como indicador da tendência de uma pesquisa, calcular seu valor e relacioná-lo, intuitivamente, com a amplitude do conjunto de dados.
Pesquisa amostral e pesquisa censitária Planejamento de pesquisa, coleta e organização dos dados, construção de tabelas e gráficos e interpretação das informações	**(EF07MA36)** Planejar e realizar pesquisa envolvendo tema da realidade social, identificando a necessidade de ser censitária ou de usar amostra, e interpretar os dados para comunicá-los por meio de relatório escrito, tabelas e gráficos, com o apoio de planilhas eletrônicas.
Gráficos de setores: interpretação, pertinência e construção para representar conjunto de dados	**(EF07MA37)** Interpretar e analisar dados apresentados em gráfico de setores divulgados pela mídia e compreender quando é possível ou conveniente sua utilização.

8º ano do Ensino Fundamental

Unidade temática *Números*	
Objetos de conhecimento	**Habilidades**
Notação científica	**(EF08MA01)** Efetuar cálculos com potências de expoentes inteiros e aplicar esse conhecimento na representação de números em notação científica.
Potenciação e radiciação	**(EF08MA02)** Resolver e elaborar problemas usando a relação entre potenciação e radiciação para representar uma raiz como potência de expoente fracionário.
O princípio multiplicativo da contagem	**(EF08MA03)** Resolver e elaborar problemas de contagem cuja resolução envolva a aplicação do princípio multiplicativo.
Porcentagens	**(EF08MA04)** Resolver e elaborar problemas envolvendo cálculo de porcentagens, incluindo o uso de tecnologias digitais.
Dízimas periódicas: fração geratriz	**(EF08MA05)** Reconhecer e utilizar procedimentos para a obtenção de uma fração geratriz para uma dízima periódica.

Unidade temática *Álgebra*	
Objetos de conhecimento	**Habilidades**
Valor numérico de expressões algébricas	**(EF08MA06)** Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações.
Associação de uma equação linear de 1º grau a uma reta no plano cartesiano	**(EF08MA07)** Associar uma equação linear de 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano.

Unidade temática ***Álgebra***	
Objetos de conhecimento	**Habilidades**
Sistema de equações polinomiais de 1º grau: resolução algébrica e representação no plano cartesiano	**(EF08MA08)** Resolver e elaborar problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso.
Equação polinomial de 2º grau do tipo $ax^2 = b$	**(EF08MA09)** Resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo $ax^2 = b$.
Sequências recursivas e não recursivas	**(EF08MA10)** Identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figural não recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números ou as figuras seguintes. **(EF08MA11)** Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes.
Variação de grandezas: diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais	**(EF08MA12)** Identificar a natureza da variação de duas grandezas diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano. **(EF08MA13)** Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas.

Unidade temática ***Geometria***	
Objetos de conhecimento	**Habilidades**
Congruência de triângulos e demonstrações de propriedades de quadriláteros	**(EF08MA14)** Demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos.
Construções geométricas: ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares	**(EF08MA15)** Construir, utilizando instrumentos de desenho ou *softwares* de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares. **(EF08MA16)** Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um hexágono regular de qualquer área, a partir da medida do ângulo central e da utilização de esquadros e compasso.
Mediatriz e bissetriz como lugares geométricos: construção e problemas	**(EF08MA17)** Aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas.
Transformações geométricas: simetrias de translação, reflexão e rotação	**(EF08MA18)** Reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação), com o uso de instrumentos de desenho ou de *softwares* de geometria dinâmica.

Unidade temática ***Grandezas e medidas***	
Objetos de conhecimento	**Habilidades**
Área de figuras planas Área do círculo e comprimento de sua circunferência	**(EF08MA19)** Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos.
Volume de bloco retangular Medidas de capacidade	**(EF08MA20)** Reconhecer a relação entre um litro e um decímetro cúbico e a relação entre litro e metro cúbico, para resolver problemas de cálculo de capacidade de recipientes. **(EF08MA21)** Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo do volume de recipiente cujo formato é o de um bloco retangular.

Unidade temática ***Probabilidade e Estatística***	
Objetos de conhecimento	**Habilidades**
Princípio multiplicativo da contagem Soma das probabilidades de todos os elementos de um espaço amostral	**(EF08MA22)** Calcular a probabilidade de eventos, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo, e reconhecer que a soma das probabilidades de todos os elementos do espaço amostral é igual a 1.

Unidade temática *Probabilidade e Estatística*	
Objetos de conhecimento	**Habilidades**
Gráficos de barras, colunas, linhas ou setores e seus elementos constitutivos e adequação para determinado conjunto de dados	**(EF08MA23)** Avaliar a adequação de diferentes tipos de gráficos para representar um conjunto de dados de uma pesquisa.
Organização dos dados de uma variável contínua em classes	**(EF08MA24)** Classificar as frequências de uma variável contínua de uma pesquisa em classes, de modo que resumam os dados de maneira adequada para a tomada de decisões.
Medidas de tendência central e de dispersão	**(EF08MA25)** Obter os valores de medidas de tendência central de uma pesquisa estatística (média, moda e mediana) com a compreensão de seus significados e relacioná-los com a dispersão de dados, indicada pela amplitude.
Pesquisas censitária ou amostral Planejamento e execução de pesquisa amostral	**(EF08MA26)** Selecionar razões, de diferentes naturezas (física, ética ou econômica), que justificam a realização de pesquisas amostrais e não censitárias, e reconhecer que a seleção da amostra pode ser feita de diferentes maneiras (amostra casual simples, sistemática e estratificada). **(EF08MA27)** Planejar e executar pesquisa amostral, selecionando uma técnica de amostragem adequada, e escrever relatório que contenha os gráficos apropriados para representar os conjuntos de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central, a amplitude e as conclusões.

9º ano do Ensino Fundamental

Unidade temática *Números*	
Objetos de conhecimento	**Habilidades**
Necessidade dos números reais para medir qualquer segmento de reta Números irracionais: reconhecimento e localização de alguns na reta numérica	**(EF09MA01)** Reconhecer que, uma vez fixada uma unidade de comprimento, existem segmentos de reta cujo comprimento não é expresso por número racional (como as medidas de diagonais de um polígono e alturas de um triângulo, quando se toma a medida de cada lado como unidade). **(EF09MA02)** Reconhecer um número irracional como um número real cuja representação decimal é infinita e não periódica, e estimar a localização de alguns deles na reta numérica.
Potências com expoentes negativos e fracionários	**(EF09MA03)** Efetuar cálculos com números reais, inclusive potências com expoentes fracionários.
Números reais: notação científica e problemas	**(EF09MA04)** Resolver e elaborar problemas com números reais, inclusive em notação científica, envolvendo diferentes operações.
Porcentagens: problemas que envolvem cálculo de percentuais sucessivos	**(EF09MA05)** Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com a ideia de aplicação de percentuais sucessivos e a determinação das taxas percentuais, preferencialmente com o uso de tecnologias digitais, no contexto da educação financeira.

Unidade temática *Álgebra*	
Objetos de conhecimento	**Habilidades**
Funções: representações numérica, algébrica e gráfica	**(EF09MA06)** Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.
Razão entre grandezas de espécies diferentes	**(EF09MA07)** Resolver problemas que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes, como velocidade e densidade demográfica.
Grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais	**(EF09MA08)** Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas.
Expressões algébricas: fatoração e produtos notáveis Resolução de equações polinomiais do 2º grau por meio de fatorações	**(EF09MA09)** Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau.

Unidade temática *Geometria*	
Objetos de conhecimento	**Habilidades**
Demonstrações de relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal	**(EF09MA10)** Demonstrar relações simples entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal.
Relações entre arcos e ângulos na circunferência de um círculo	**(EF09MA11)** Resolver problemas por meio do estabelecimento de relações entre arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos na circunferência, fazendo uso, inclusive, de *softwares* de geometria dinâmica.
Semelhança de triângulos	**(EF09MA12)** Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes.
Relações métricas no triângulo retângulo Teorema de Pitágoras: verificações experimentais e demonstração Retas paralelas cortadas por transversais: teoremas de proporcionalidade e verificações experimentais	**(EF09MA13)** Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos. **(EF09MA14)** Resolver e elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes.
Polígonos regulares	**(EF09MA15)** Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular cuja medida do lado é conhecida, utilizando régua e compasso, como também *softwares*.
Distância entre pontos no plano cartesiano	**(EF09MA16)** Determinar o ponto médio de um segmento de reta e a distância entre dois pontos quaisquer, dadas as coordenadas desses pontos no plano cartesiano, sem o uso de fórmulas, e utilizar esse conhecimento para calcular, por exemplo, medidas de perímetros e áreas de figuras planas construídas no plano.
Vistas ortogonais de figuras espaciais	**(EF09MA17)** Reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectiva.

Unidade temática *Grandezas* e *medidas*	
Objetos de conhecimento	**Habilidades**
Unidades de medida para medir distâncias muito grandes e muito pequenas Unidades de medida utilizadas na informática	**(EF09MA18)** Reconhecer e empregar unidades usadas para expressar medidas muito grandes ou muito pequenas, tais como distância entre planetas e sistemas solares, tamanho de vírus ou de células, capacidade de armazenamento de computadores, entre outros.
Volume de prismas e cilindros	**(EF09MA19)** Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de volumes de prismas e de cilindros retos, inclusive com uso de expressões de cálculo, em situações cotidianas.

Unidade temática *Probabilidade* e *Estatística*	
Objetos de conhecimento	**Habilidades**
Análise de probabilidade de eventos aleatórios: eventos dependentes e independentes	**(EF09MA20)** Reconhecer, em experimentos aleatórios, eventos independentes e dependentes e calcular a probabilidade de sua ocorrência, nos dois casos.
Análise de gráficos divulgados pela mídia: elementos que podem induzir a erros de leitura ou de interpretação	**(EF09MA21)** Analisar e identificar, em gráficos divulgados pela mídia, os elementos que podem induzir, às vezes propositadamente, erros de leitura, como escalas inapropriadas, legendas não explicitadas corretamente, omissão de informações importantes (fontes e datas), entre outros.
Leitura, interpretação e representação de dados de pesquisa expressos em tabelas de dupla entrada, gráficos de colunas simples e agrupadas, gráficos de barras e de setores e gráficos pictóricos	**(EF09MA22)** Escolher e construir o gráfico mais adequado (colunas, setores, linhas), com ou sem uso de planilhas eletrônicas, para apresentar um determinado conjunto de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central.
Planejamento e execução de pesquisa amostral e apresentação de relatório	**(EF09MA23)** Planejar e executar pesquisa amostral envolvendo tema da realidade social e comunicar os resultados por meio de relatório contendo avaliação de medidas de tendência central e da amplitude, tabelas e gráficos adequados, construídos com o apoio de planilhas eletrônicas.

A estrutura do Livro do Estudante

A coleção é composta de quatro volumes para os Anos Finais do Ensino Fundamental, organizados em Unidades e capítulos. Os conteúdos são introduzidos tomando como base situações-problema ou textos contextualizados, seguidos pela formalização dos conceitos e boxes e/ou seções que complementam a teoria apresentada e têm como objetivos:

- contribuir para a inserção dos estudantes na sociedade em que vivem, proporcionando a eles conhecimentos básicos de teoria e prática de matemática;
- incentivar a curiosidade, o interesse e a criatividade dos estudantes para que explorem novas ideias e descubram caminhos para a aplicação dos conceitos adquiridos, auxiliando-os na resolução de problemas;
- desenvolver o senso crítico por meio da leitura e da interpretação matemática de fatos e dados publicados;
- desenvolver hábitos de estudo, rigor, precisão, ordem, clareza, concisão, iniciativa, raciocínio, perseverança, responsabilidade, cooperação, crítica, discussão e uso correto da linguagem;
- desenvolver a capacidade de classificar, seriar, relacionar, reunir, representar, analisar, sintetizar, conceituar, deduzir, provar e julgar;
- possibilitar o reconhecimento da inter-relação entre os vários campos da Matemática e desta com outras áreas do conhecimento;
- desenvolver o uso do pensamento e a capacidade de elaborar hipóteses, descobrir soluções, estabelecer relações e tirar conclusões;
- proporcionar atividades lúdicas e desafiadoras, incentivando o gosto pela Matemática e o desenvolvimento do raciocínio.

Cada Unidade do Livro do Estudante apresenta-se subdividida em capítulos distribuídos visando facilitar a aprendizagem. Se considerar oportuno, você pode inverter a ordem dos conteúdos, desde que a reorganização tenha sequência lógica e considere o nível de complexidade de cada um deles. Você pode, por exemplo, solicitar aos estudantes que façam uma atividade proposta em um boxe ou uma seção para avaliação de conhecimentos prévios ou como incentivo para estudos posteriores.

O texto da obra foi elaborado em linguagem acessível, que "conversa" com o leitor, em interação contínua, para possibilitar aos estudantes que compreendam as definições e as propriedades centrais da Matemática em nível elementar. Os conceitos são explorados com base em exemplos concretos, eventualmente por meio do boxe *Participe*, que os encoraja a pensar, investigar, explorar, conjecturar e aprender. Procuramos deduzir as propriedades em linguagem coloquial e enunciá-las posteriormente, levando os estudantes, gradativamente, à compreensão e ao uso do formalismo matemático.

As atividades e os problemas propostos visam conduzi-los à compreensão de conceitos e propriedades, sem, contudo, negligenciar o desenvolvimento das técnicas de cálculo. Estas, à medida que são abordadas, são aplicadas na resolução de problemas.

Diversos estudos na área da Educação Matemática sugerem que um caminho para a aprendizagem é propor diferentes atividades que estimulem os estudantes a buscar estratégias pessoais de resolução. Pensando nisso, esta coleção apresenta diferentes situações-problema com o objetivo de incentivar os estudantes a resolvê-las usando estratégias pessoais.

Esta coleção também pode ser utilizada para incentivar o gosto pela leitura. Para isso, os estudantes devem explorar as informações das seções *Na História* e *Na Mídia*, que promovem a leitura individual (silenciosa) ou coletiva (em voz alta) na sala de aula. A competência leitora deve ser desenvolvida em todos os componentes curriculares e particularmente na Matemática, pois é suporte essencial para a compreensão de textos e enunciados de problemas, além de propiciar a ampliação do repertório oral para comunicação e argumentação.

Indicamos, a seguir, como as Unidades do Livro do Estudante estão organizadas e detalhamos as funções das seções e dos boxes que compõem os volumes desta coleção.

Abertura de Unidade

A abertura da Unidade ocupa uma dupla de páginas com uma ou mais imagens e textos relacionados aos conteúdos que serão abordados e, na maioria das vezes, remete aos TCTs e aos temas interdisciplinares que despertam a curiosidade dos estudantes, são assuntos para debates e têm atividades que contribuem para a formação integral deles por promover o desenvolvimento das habilidades de interpretação e argumentação. O tema da abertura e os conteúdos matemáticos da Unidade são relacionados por atividades contextualizadas na própria abertura e em outros momentos ao longo dos capítulos correspondentes.

Apresentamos também, na abertura, os objetivos pedagógicos de cada Unidade. São descrições concisas que mostram o que os estudantes devem saber e compreender ao longo do trabalho com os conteúdos dos capítulos.

Nas *Orientações didáticas* deste Manual há indicações de como conduzir o trabalho com as aberturas; no entanto, os temas propostos possibilitam diversas abordagens envolvendo professores de outros componentes curriculares, a família e a comunidade escolar. Explore as aberturas de acordo com as características da turma.

Na abertura reproduzida a seguir, por exemplo, é possível mobilizar com mais ênfase a **CG01**, a **CG07** e a **CEMAT07** propondo aos estudantes que analisem imagens e um texto que promove positivamente a imagem da mulher. Possibilita ainda o desenvolvimento do TCT *Educação em Direitos*

Humanos ao incentivar uma discussão acerca da necessidade de participação plena e efetiva das mulheres e igualdade de oportunidades em todos os níveis, bem como o TCT *Saúde*, ao explorar a importância da prática de atividades físicas. O contexto da abertura da Unidade facilita o trabalho interdisciplinar com os componentes curriculares **Educação Física**, **Ciências** e **História**.

UNIDADE 3

Ângulos e retas

NESTA UNIDADE VOCÊ VAI:
- determinar a medida de ângulos;
- conhecer o conceito de bissetriz;
- classificar ângulos;
- conhecer as relações entre ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal.

CAPÍTULOS
8. Ângulo
9. Retas e ângulos

Rebeca Andrade disputando prova nas barras assimétricas nos Jogos Olímpicos de Tóquio 2021.

Rayssa Leal disputando prova com *skate* nos Jogos Olímpicos de Tóquio 2021.

92

Mulheres nos Jogos Olímpicos

Os Jogos Olímpicos, um dos principais eventos esportivos do mundo, reúnem atletas de vários países para disputar diferentes modalidades esportivas. Na Era Moderna, a competição surgiu em 1896 e, desde então, a participação das mulheres mudou completamente. Pela primeira vez na história da competição, na edição de Tóquio 2021, o número total de atletas foi praticamente igual entre homens e mulheres. Nessa mesma edição, as atletas brasileiras tiveram o melhor desempenho em relação a todas as edições de que participaram.

[...]

Em Tóquio, elas ultrapassaram barreiras que pareciam intransponíveis. A baiana Ana Marcela Cunha se tornou a primeira nadadora do país a conquistar uma medalha de ouro, feito obtido após dramática disputa na maratona aquática. Na ginástica, a paulista Rebeca Andrade passou a ser a primeira brasileira a ganhar duas medalhas – ouro e prata – em uma mesma edição olímpica. Na vela, a fluminense Martine Grael e a paulista Kahena Kunze entraram no seletíssimo time de bicampeões olímpicos do país. Beatriz Ferreira, no boxe, Mayra Aguiar, no judô, Rayssa Leal, no *skate*, Luisa Stefani e Laura Pigossi, no tênis, também cravaram, com medalhas inéditas, seus nomes na história esportiva brasileira.

GIANNINI, Alessandro; SEGALLA, Amauri. A extraordinária participação feminina nos Jogos de Tóquio. *Placar*, [s. l.], 23 set. 2021. Disponível em: https://placar.abril.com.br/esporte/nos-resultados-e-causas-a-extraordinaria-participacao-feminina-em-toquio/. Acesso em: 5 maio 2022.

Entre as várias modalidades de esporte que compõem os Jogos Olímpicos, nem todas são praticadas da mesma maneira por homens e mulheres. Um exemplo ocorre na ginástica artística: a prova das barras assimétricas – duas barras paralelas posicionadas em diferentes alturas – faz parte apenas da competição feminina. Já a prova das barras paralelas – duas barras posicionadas paralelamente e na mesma altura – faz parte apenas da competição masculina.

Prática de pesquisa

Você já assistiu a alguma disputa nos Jogos Olímpicos? Se sim, de qual modalidade? Faça uma pesquisa para conhecer um pouco da história dos Jogos Olímpicos e as modalidades que participam desse evento, inclusive as praticadas exclusivamente por homens ou mulheres. Anote no caderno as informações encontradas para apresentá-las aos colegas.

93

Reprodução da abertura da Unidade 3, páginas 92 e 93, volume 7 do Livro do Estudante.

Capítulos

Cada capítulo contém a fundamentação teórica necessária para a compreensão de conceitos e propriedades e foi organizado de modo a facilitar a identificação das informações apresentadas. Os capítulos são introduzidos por situações-problema e textos que visam motivar o interesse dos estudantes pelo conteúdo que será exposto. Dois ou mais capítulos estão reunidos em uma mesma Unidade, divididos em assuntos seguidos por blocos de atividades.

Por apresentarem contextos distintos, os capítulos exploram diversas competências e habilidades da BNCC e, muitas vezes, ampliam o trabalho ao envolver propostas interdisciplinares e TCTs, conforme exemplificamos a seguir. Próximo ao título de cada capítulo constam as principais habilidades mobilizadas e que se relacionam aos objetivos pedagógicos listados na abertura da respectiva Unidade.

CAPÍTULO 2

Adição e subtração

NA BNCC
EF06MA03
EF06MA12

Adição

Juntando, quantas páginas dão?

A professora de Língua Portuguesa indicou aos estudantes do 6º ano os livros que eles devem ler no primeiro bimestre do ano letivo.

SSÓ, Ernani. Ilustrações: ROSA, Rodrigo. *Espertos, espertinhos, espertalhões*. Rio Grande do Sul: Edelbra Gráfica, 2018.

FITZGERALD, Sarah Moore. Trad.: FARO, Joana. *A esperança é uma torta de maçã*. São Paulo: Record, 2018.

O livro *Espertos, espertinhos, espertalhões* tem 80 páginas, e *A esperança é uma torta de maçã*, 176 páginas.

Juntando as páginas desses livros, quantas páginas, ao todo, os estudantes vão ler?

Para responder, devemos contar as 80 páginas de um livro **mais** as 176 páginas do outro. Isto é, devemos fazer a operação 80 + 176.

- **Algoritmo da decomposição**

1º passo

80 → 80 + 0
+ 176 → 100 + 70 + 6

Primeiro decompomos cada número nas ordens.

2º passo

80 → 80 + 0
+ 176 → +100 + 70 + 6
100 + 150 + 6 = 256

Agora, adicionamos os termos correspondentes de cada decomposição.

As imagens não estão representadas em proporção.

- **Algoritmo usual**

1º passo:

80 + 176 = 6

Organizamos os números de modo que unidades fiquem embaixo de unidades, dezenas sob dezenas, etc. Em seguida, adicionamos as unidades.

2º passo:

80 + 176 = 256

Depois, adicionamos as dezenas. Como obtivemos 15 dezenas, trocamos 10 dezenas por 1 centena e registramos 5 dezenas. Então, adicionamos as centenas.

Logo, os estudantes vão ler 256 páginas.

Adicionar significa somar, juntar, ajuntar, acrescentar.

Capítulo 2 | Adição e subtração 21

Reprodução da página 21 do capítulo 2, volume 6 do Livro do Estudante.

O trabalho nesse capítulo favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06MA03** ao propor a resolução e elaboração de problemas envolvendo a adição em diferentes contextos e também a habilidade **EF06MA12** ao proporcionar oportunidades para o cálculo de estimativas e aproximações. A **CG09** e a **CG10** são mobilizadas com maior ênfase com a proposta de leitura de livros paradidáticos que abordam temas complexos, como ética nas relações sociais, *bullying*, respeito ao outro e valorização da diversidade de indivíduos. Ao explorar esses temas também é possível desenvolver os TCTs *Saúde* e *Vida Familiar e Social*.

O contexto do problema apresentado no início desse capítulo convida à interdisciplinaridade com o componente curricular **Língua Portuguesa** e possibilita a abordagem de questões relacionadas a ética nas relações sociais, resolução de conflitos, saúde emocional dos estudantes, respeito ao outro, acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos.

Atividades

As atividades são variadas e apresentadas sequencialmente em cada capítulo, em gradação de dificuldade, para que os estudantes apliquem os conteúdos estudados. Ao longo das seções também são propostas atividades mais desafiadoras, bem como para resolução e elaboração de problemas.

Muitas atividades são contextualizadas e exploram situações do cotidiano dos estudantes. Elas os incentivam a utilizar diferentes estratégias de resolução, registro e materiais como instrumentos de medição, instrumentos de construção geométrica, calculadora e outros materiais manipulativos que os auxiliam a compreender conceitos e adquirir novos conhecimentos. Acompanhe um exemplo a seguir.

Atividades Faça as atividades no caderno.

28. Calculando mentalmente, responda às questões sobre um grupo de 80 pessoas.
a) 100% dessas pessoas são brasileiras. Quantas pessoas são brasileiras?
b) 50% são homens. Quantas pessoas são homens?
c) 25% são solteiras. Quantas pessoas são solteiras?
d) 10% usam óculos. Quantas pessoas usam óculos?

29. Faça os cálculos mentalmente.
a) Quanto é 25% de 1200?
b) Quanto é 100% de 425?
c) 50 corresponde a 10% de qual número?
d) 2600 corresponde a quanto por cento de 5200?
e) 100000 corresponde a quanto por cento de 1 milhão?

30. Resolva mentalmente: Paulo ganhou um valor em dinheiro em um sorteio e entregou-o à esposa e aos 2 filhos deles: metade ficou para a esposa e o restante foi dividido igualmente entre os filhos.
a) Que porcentagem do valor ficará com a esposa?
b) Que porcentagem do valor ficará com cada filho?

Nas atividades **31** a **34** vamos trabalhar com aumentos e descontos dados em porcentagens.

31. Contando os estudantes de todos os anos, em 2021 o Colégio Céu Azul tinha 1350 estudantes. Hoje, tem 10% a menos do que em 2021.
a) Quanto é 10% de 1350?
b) Quantos estudantes o Colégio Céu Azul tem hoje?

32. Ao comprar um televisor, Antônio optou por pagar à vista, obtendo um desconto de 5%. O preço do televisor, sem o desconto, era R$ 1.900,00.

Homem analisando um televisor em uma loja.

a) Quanto é 5% de R$ 1.900,00?
b) Quanto Antônio pagou à vista pelo televisor?

33. No ano passado, o pai de Marcos pagava uma mensalidade escolar de R$ 850,00. Para este ano, houve um acréscimo de 6% na mensalidade.
a) Quanto é 6% de R$ 850,00?
b) Quanto é a mensalidade deste ano?

34. Uma loja vendeu 480 celulares em novembro. Em dezembro, as vendas aumentaram 30% em relação ao mês anterior.
a) Quanto é 30% de 480?
b) Quantos celulares foram vendidos em dezembro?

35. Dois pedreiros, Alberta e Jair, vão receber um total de R$ 1.400,00 por um serviço prestado. O número de horas trabalhadas por Alberta foi 75% do número de horas trabalhadas por Jair. O valor a receber por hora é o mesmo para cada um. Quanto cada um deve receber? Explique como você pensou para resolver esse problema.

36. Na abertura desta Unidade, conhecemos como as mulheres da comunidade quilombola de Barra do Aroeira exercem protagonismo sendo as principais responsáveis pelas atividades econômicas nos quilombos do estado de Tocantins. Pesquise com os comerciantes do entorno escolar qual porcentagem deles é administrada por mulheres e responda: Você acha que as mulheres em seu entorno exercem protagonismo nas atividades econômicas? Prática de pesquisa

37. Segundo dados do Censo 2010, o Brasil tinha cerca de 900000 pessoas que se declaram como indígenas. Dessas pessoas, aproximadamente 58% vivem em terras indígenas, dentre as quais cerca de 29% não falam a língua portuguesa. De acordo com os dados apresentados, determine aproximadamente a quantidade de pessoas declaradas indígenas que vivem em terras indígenas e falam a língua portuguesa.

Fonte dos dados: IBGE EDUCA. *Jovens*. Disponível em: https://educa.ibge.gov.br/jovens/conheca-o-brasil/populacao/20506-indigenas.html. Acesso em: 29 nov. 2021.

202 Unidade 6 | Números decimais

Reprodução da seção *Atividades*, página 202, volume 6 do Livro do Estudante.

Nesse exemplo da seção, os estudantes podem resolver problemas usando porcentagens e cálculo mental. Sugerimos que formem duplas para que debatam as situações apresentadas mobilizando com maior ênfase a **CG09** e a **CEMAT08**, além de explorar questões relacionadas ao consumo responsável, que favorece o desenvolvimento da habilidade de argumentação. Há ainda uma atividade que visa exercitar a metodologia de prática de pesquisa (cuja função será explicada oportunamente neste Manual).

Sugerimos encaminhar algumas atividades como tarefa de casa para que os estudantes possam revisar os conteúdos trabalhados em sala de aula e se habituem com uma rotina sistemática de estudos. Ao estudarem sozinhos, eles têm a oportunidade de praticar leitura e interpretação de textos, além de desenvolver habilidades de uso de estratégias pessoais nas resoluções.

As respostas de todas as atividades estão no final do Livro do Estudante, neste exemplar do professor. Elas também aparecem próximas aos exercícios, em outra cor. Além disso, ressaltamos que na seção *Resoluções* deste Manual são encontradas as resoluções completas e comentadas das atividades propostas.

Participe

Esse boxe traz propostas de atividades que incentivam os estudantes a agir de modo reflexivo privilegiando exploração, levantamento de hipóteses, identificação de padrões, elaboração de conjecturas, resoluções por meio de estratégias pessoais e compartilhamento de ideias. Podem ainda fazer uma breve retomada de conceitos apresentados em anos anteriores ou, ainda, reforçar conceitos que estão sendo aprendidos e estabelecer conexões com o conteúdo que está por vir.

Encoraje os estudantes a encontrar soluções para as questões apresentadas criando estratégias próprias de resolução, peça que justifiquem suas escolhas, discutam com os colegas as estratégias adotadas e validem as respostas desenvolvendo, assim, autonomia no processo de aprendizagem dos conteúdos matemáticos que serão formalizados na sequência.

Participe

Faça as atividades no caderno.

I. De acordo com a imagem, a balança está em equilíbrio.

a) Quantas ● são necessárias para equilibrar um ■?

b) Qual número o ■ representa na igualdade: 3 × ■ = 12?

c) Na igualdade 3 × ■ = 12, qual é o primeiro membro? E o segundo?

d) Dividindo por 3 ambos os membros da igualdade 3 × ■ = 12, qual igualdade obtemos?

e) O que acontece com a balança se dobramos a quantidade de objetos em ambos os pratos?

II. Agora, analise a balança representada a seguir, que também está em equilíbrio.

a) Quantas ● são necessárias para equilibrar um ▲?

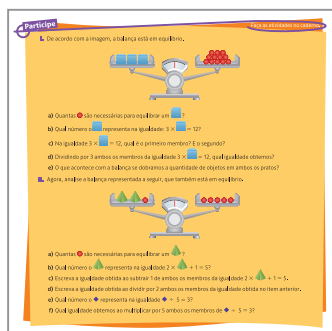
b) Qual número o ▲ representa na igualdade 2 × ▲ + 1 = 5?

c) Escreva a igualdade obtida ao subtrair 1 de ambos os membros da igualdade 2 × ▲ + 1 = 5.

d) Escreva a igualdade obtida ao dividir por 2 ambos os membros da igualdade obtida no item anterior.

e) Qual número o ◆ representa na igualdade ◆ ÷ 5 = 3?

f) Qual igualdade obtemos ao multiplicar por 5 ambos os membros de ◆ ÷ 5 = 3?

Reprodução de boxe *Participe*, página 110, volume 6 do Livro do Estudante.

Na História

Esta seção explora as descobertas científicas e históricas dos conteúdos matemáticos ligados a assuntos tratados na Unidade. É útil especialmente para levar os estudantes a perceber que o conhecimento vem sendo construído ao longo dos séculos, por diferentes pessoas, contínua e colaborativamente, portanto, não é algo acabado, pode ser reformulado de acordo com as novas descobertas, o que exige das pessoas envolvidas nos estudos muita dedicação e empenho. É uma boa oportunidade para perceberem que a Matemática é uma descoberta humana fruto de diferentes pessoas, épocas e civilizações, mobilizando, sobretudo, a **CEMAT01**.

Nesse exemplo da seção, mobilizam-se com mais ênfase a **CG01** e a **CEMAT01** ao mostrar a Matemática como fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos.

Na História

A primeira crise no desenvolvimento da Matemática

Há cerca de 4 mil anos, os escribas da Mesopotâmia (região hoje ocupada por Iraque, Kuwait e parte da Síria) construíram tabelas de raízes quadradas. Usualmente, quando a resolução de um problema de Geometria ou Álgebra dependia da extração de uma raiz quadrada, os dados eram ajeitados de modo que essa raiz fosse dada por uma aproximação que estivesse em uma dessas tabelas. Isso significava tomar como resposta uma representação finita no sistema de numeração de base 60, que eles adotavam. Por exemplo, na base 60, a fração decimal que indicamos por 1,5 seria expressa por 1;30 (usando nossos algarismos e o ponto e vírgula como separatriz), porque 30 é a metade de 60, assim como 5 é a metade de 10. Por exemplo, o número $\sqrt{2}$ (notação moderna) era frequentemente aproximado pela fração sexagesimal 1;25 $\left(\text{que corresponde a } 1 + \frac{25}{60} \simeq 1{,}417\right)$, mas há um escrito babilônico em que aparece uma aproximação melhor: 1;24,51,10 $\left(1 + \frac{24}{60} + \frac{51}{60^2} + \frac{10}{60^3} \simeq 1{,}41421219\right)$.

Os babilônios, que só cultivavam a Matemática prática, possivelmente acreditavam que a representação sexagesimal de $\sqrt{2}$ era finita, bastando, para concluí-la, levar os cálculos um pouco mais à frente, mas não viam necessidade disso. Ou seja, acreditavam, talvez, que toda raiz quadrada de um inteiro positivo era um número racional.

Já com os gregos, que priorizavam sobretudo a teoria alicerçada no rigor lógico, a história foi outra. A Escola Pitagórica (corrente da filosofia grega fundada por Pitágoras) desenvolveu a Matemática por muito tempo considerando a seguinte premissa: os números inteiros positivos, e as razões entre eles, bastavam para quantificar tudo. No fundo, o universo numérico dos gregos se limitava, modernamente falando, ao conjunto dos números racionais positivos.

Acontece que, um dia, um membro da própria Escola Pitagórica descobriu, essencialmente, o seguinte (adaptando sua descoberta à linguagem matemática moderna): não há nenhum número racional cujo quadrado seja igual a 2. Geometricamente, esse resultado equivale ao seguinte: na figura a seguir, em que os lados do quadrado correspondem à unidade de medida e, portanto, o ponto *I* representa o número 1, não há nenhum número racional representado pelo ponto *P*, com $\overline{OP} \cong \overline{OK}$, contrariamente ao que suas teorias sustentavam. Ou seja, havia pelo menos uma lacuna no campo dos números racionais, entre 1,4 e 1,5: o número que hoje simbolizamos por $\sqrt{2}$. A descoberta de que haviam desenvolvido parte de sua matemática sobre um pressuposto equivocado abalou a viga mestra da filosofia pitagórica: "Tudo tem um número" (inteiro positivo).

Como os gregos não conseguiam conceber os números irracionais, substituíram os números reais (racionais e irracionais), em sua álgebra, por segmentos de reta – na figura anterior, $\overline{OP}$ representa $\sqrt{2}$, e $\overline{OI}$ representa 1. Na obra *Os Elementos*, de Euclides, por exemplo, as equações derivam de problemas geométricos, e suas raízes são segmentos de reta.

Após a invenção das frações decimais (difundidas no Ocidente a partir do século XVI), ficou mais fácil reconhecer os números irracionais: eles se caracterizam por ter uma representação decimal infinita **não periódica**.

22 Unidade 1 | Números e operações com raízes

Reprodução de seção *Na História*, página 22, volume 9 do Livro do Estudante.

Educação financeira

Se a principal função da escola é preparar para a vida, é essencial ensinar alguns princípios do planejamento financeiro, e a Matemática é a ciência por excelência para esse propósito. Nesta seção, procuramos apresentar situações próximas da realidade dos estudantes. Embora trabalhemos alguns conceitos de macroeconomia, a Educação financeira aqui não foi pensada como uma seção teórica, e sim um espaço para que cada estudante reflita sobre a realidade e utilize a Matemática como instrumento para melhorar a qualidade de vida – sua e da família. As atividades sobre consumo, por exemplo, têm o objetivo de ajudar os estudantes a analisar esse assunto com viés mais crítico. No fechamento da seção, é proposto um trabalho em grupo para auxiliá-los a compartilhar informações e estratégias, desenvolver senso crítico e espírito comunitário. Além de respeitar os pré-requisitos necessários para as atividades propostas nesta seção, a distribuição dos temas ao longo dos volumes da coleção considerou a maturidade dos estudantes.

Na seção mostrada como exemplo, além do trabalho com a temática, a proposta envolve o desenvolvimento de práticas de pesquisa, uso da internet e produção de um *podcast* com dicas de como poupar, favorecendo o desenvolvimento do TCT *Educação Financeira*, da comunicação e o uso de tecnologias variadas.

Educação financeira

Prática de pesquisa

Faça as atividades no caderno.

Cuidado com dinheiro fácil

As *fake news* são notícias e informações falsas que são compartilhadas como se fossem reais e verdadeiras. As pessoas propagam informações falsas para aplicar golpes, muitas vezes com intuito de ganhar algum dinheiro. No mercado financeiro não é diferente, por isso desconfie de notícias apelativas, com senso de urgência ou bombásticas. Cuidado com promessas impossíveis, que garantem altos retornos com investimentos de baixos valores, em um curto tempo.

Poupar e investir são coisas parecidas, mas diferentes. Para auxiliar no entendimento do significado e das maneiras de poupar, precisamos pesquisar sobre esse tema. O tipo de pesquisa que faremos é a **pesquisa bibliográfica**, que é uma maneira de pesquisar na qual buscamos informações sobre o tema a ser investigado em textos, livros, artigos, *sites*, etc., que chamamos de **fontes de informação.** Essas devem ser confiáveis, ou seja, buscadas em instituições de estudo reconhecidas, como centros de pesquisa e universidades, podendo assim ser comparadas, observando a data de publicação, para se ter informações atuais sobre o assunto e não sermos enganados por *fake news*.

Para realizar a pesquisa bibliográfica, você deve seguir uma metodologia de pesquisa composta das etapas a seguir.

Introdução: texto curto com a definição do tema, a questão de pesquisa e o objetivo.

Desenvolvimento: busca das informações que se relacionam com o tema da pesquisa em fontes confiáveis (é importante anotar essas fontes consultadas), seguida da leitura e interpretação dos textos encontrados, destacando as ideias principais neles contidas e registrando, com as próprias palavras, as informações obtidas.

Conclusão: elaboração de uma conclusão argumentada e justificada e apresentação dos resultados da pesquisa por meio de texto, cartaz, infográfico, vídeo, história em quadrinhos, *podcast*, etc.

Referências bibliográficas: lista das fontes consultadas e utilizadas na pesquisa no seguinte padrão:

Para livro: [SOBRENOME DO AUTOR], [Nome do autor]. [*Título do livro*]. [edição, se houver]. [Cidade]: [Editora], [ano da publicação]. ([Nome da coleção, se houver]).

Para artigo de revista: [SOBRENOME DO AUTOR], [nome do autor]. [Título do artigo]. [*Nome da revista*], [Cidade]: [Editora], [ano da publicação]. [volume], [número da publicação], [número da(s) página(s)].

Para artigo de jornal: [SOBRENOME DO AUTOR], [Nome do autor]. [Título do artigo]. [*Nome do jornal*], [número da(s) página(s)], [dia mês e ano da publicação].

Para texto da internet (em geral): [SOBRENOME DO AUTOR], [Nome do autor]. [Título do artigo]. [*Nome do* site], [dia, mês e ano da publicação, se houver]. Disponível em: [URL]. Acesso em: [dia, mês e ano].

Não são raras propagandas que envolvem valores em dinheiro. Mas a promessa de grandes ganhos com pouco risco ou esforço pode ser, muitas vezes, *fake news*.

Para poupar, não tem idade! Algumas crianças ainda utilizam cofrinhos como meio de poupar mesada ou valores que ganham em alguma data especial.

As imagens não estão representadas em proporção.

84 Unidade 3 | Equações

Agora, inicie seu projeto de pesquisa bibliográfica.

Tema da pesquisa: Modos de poupar.

Como este tema é amplo, propomos que você busque informações sobre as seguintes **questões específicas** para orientar a construção de uma pesquisa completa.

I. O que é poupar e quais as vantagens de se fazer isso?

II. Como funciona a poupança? Qual é o rendimento e o risco desse tipo de investimento?

III. Quais são os principais títulos públicos oferecidos (conhecidos também como Tesouro Direto), quais suas rentabilidades e qual é o risco desse tipo de aplicação financeira?

IV. Como podemos investir em imóveis por meio de fundos de imobiliários? Qual é a rentabilidade e o risco desses fundos?

V. O que significa uma ação de uma empresa? Como investir em ações? Qual é a rentabilidade e o risco desse tipo de investimento?

Lembre-se de que realizar um trabalho de pesquisa bibliográfica não significa "copiar e colar" textos da internet. Você deve compreender as ideias principais, interpretar e reescrever o texto e/ou responder às questões, utilizando as próprias palavras, sem perder o sentido original do texto.

Apresentação dos resultados

Agora que você já conhece alguns modos de poupar, reúna-se com 3 colegas para fazer o que se pede nas seguintes questões:

1. Debatam as respostas obtidas no item **I**.
2. Façam um comparativo de todos os tipos de investimento que vocês pesquisaram, com especial atenção às rentabilidades.
3. Já estudamos que o aumento percentual é dado pela expressão:

$$\text{aumento percentual} = \left(\frac{(\text{valor novo}) - (\text{valor antigo})}{(\text{valor antigo})} \times 100\right)\%$$

Calculem o aumento percentual das duas frases que apareceram no início desta seção e comparem com as rentabilidades da resposta da questão anterior.

4. Agora, avaliando os retornos prometidos pelos anúncios do início da seção, como vocês argumentariam que eles podem ser enganosos a uma pessoa que tem intenção de fazer esses "investimentos"?

Agora que você realizou a pesquisa e discutiu alguns conceitos sobre o tema com os colegas, ainda em grupo, apresentem os resultados da pesquisa por meio de um *podcast*.

De maneira aprofundada, o *podcast* deverá conter a orientação sobre o que é e como poupar. Por isso, vocês devem utilizar todas as informações que obtiveram com as questões específicas e, também, com as questões que foram discutidas no grupo. Ao final do *podcast*, não deixem de citar as fontes de informação consultadas, que são as referências bibliográficas.

Acompanhe algumas dicas para criar o *podcast*.

- Defina os participantes que irão falar na gravação.
- Escreva um roteiro para o *podcast*.
- Faça ensaios.
- Faça a gravação em um ambiente sem ruídos.
- Edite o *podcast*. Depois da edição, ele estará pronto para ser publicado.
- Alguns *softwares* gratuitos permitem a gravação e edição de *podcasts* (Audacity e Spreaker, por exemplo).

Capítulo 6 | Equações do 2º grau 85

Reprodução de seção *Educação financeira*, páginas 84 e 85, volume 9 do Livro do Estudante.

Prática de pesquisa

O ícone *Prática de pesquisa* indica momentos de trabalho com pesquisas relacionadas às atividades, a fatos históricos (como na seção *Na História*) e a situações da vida real (como na seção *Educação financeira*), por meio de atividades individuais ou coletivas elaboradas com esse fim. A questão da pesquisa estruturada é enfatizada na BNCC, sobretudo nos Anos Finais do Ensino Fundamental. Por meio das práticas de pesquisa, procuramos oportunizar situações em que os estudantes vivenciem as etapas de investigação e coleta, organização e tratamento de dados, até chegar a um resultado que deva ser representado e comunicado ao público de interesse. Neste Manual, dedicamos um tópico exclusivo para falar sobre práticas de pesquisa na seção *Abordagens teórico-metodológicas em Matemática*.

Na mídia

Por meio de textos de notícias e artigos publicados em jornais, revistas ou *sites*, nesta seção os estudantes são convidados a analisar criticamente a realidade comparando os dados e as situações apresentadas. Ela leva à ampliação dos conhecimentos gerais e possibilita a discussão sobre os TCTs de diversas áreas (educação, saúde, meio ambiente, entre outros). Portanto, constitui boa oportunidade para promover a construção da cidadania e o olhar crítico sobre a sociedade.

Na mídia

Faça as atividades no caderno.

Menino de 12 anos descobre regra de divisibilidade por 7

O jovem nigeriano Chika Ofili, de 12 anos, descobriu [em 2019] uma fórmula matemática que facilita o estudo da divisão. A descoberta permite mostrar rapidamente se um número [...] é divisível por sete. Para isso, basta pegar o último dígito de qualquer número, multiplicar por 5 e adicionar à parte restante, assim terá um novo número obtido. Se esse novo número é divisível por 7, o número original é divisível por 7.

[...]

A professora Miss Mary Ellis, também chefe do departamento de matemática da *Westminster Under School*, escola de Londres, em que Chika estuda, disse em um artigo no jornal educacional que o aluno descobriu a fórmula após um trabalho passado para as férias.

No trabalho, Chika teve que estudar o livro *First steps for problem solvers*, em tradução livre, Primeiros passos para resolvedores de problemas, publicado pela United Kingdom Mathematics Trust (UKMT). No livro, são apresentados testes de divisibilidade usados para solucionar rapidamente números divisíveis por 2, 3, 4, 5, 6, 8 e 9, mas o algarismo 7 não havia teste simples, assim Chika desenvolveu sua ideia.

[...]

Graças à descoberta, Chika Ofili ganhou o prêmio *TruLittle Hero Awards*, na cerimônia organizada pela Cause4Children Limited, que tem o objetivo de reconhecer, comemorar e recompensar realizações notáveis de crianças e jovens notáveis com menos de 17 anos no Reino Unido.

[...]

PESTANA, Lucas. Menino de 12 anos descobre fórmula matemática que ajuda o estudo da divisão. *Correio Braziliense*, 19 nov. 2019. Disponível em: https://www.correiobraziliense.com.br/app/noticia/mundo/2019/11/19/interna_mundo,807535/menino-de-12-anos-descobre-formula-matematica-que-ajuda-o-estudo-da-di.shtm. Acesso em: 2 dez. 2021.

Westminster Under School, Londres/Arquivo da escola

Estudante Chika Ofili em 2019.

Capítulo 9 | Divisibilidade 127

Reprodução de seção *Na mídia*, página 127, volume 6 do Livro do Estudante.

No exemplo apresentado, além de desenvolver habilidades específicas do 6º ano, a seção mobiliza com maior ênfase a **CG02** e a **CEMAT06** ao propor a resolução de situações-problema utilizando algoritmos e fluxogramas, além de contribuir para o desenvolvimento das habilidades de argumentação matemática e do pensamento computacional.

Matemática e tecnologias

As tecnologias fazem parte da vida de todos nós, e os jovens lidam com esses recursos na maior parte do tempo utilizando diversos aplicativos para comunicação, entretenimento, armazenagem de documentos, entre outros. A ambientação com as tecnologias deve adentrar as salas de aula e fazer parte do ensino e da aprendizagem em Matemática. Diante desse cenário, essa seção sugere a você e aos estudantes a exploração do uso de *softwares* e aplicativos para resolver e modelar problemas de Matemática e simular variações de parâmetros, tornando a aprendizagem mais dinâmica e interativa.

Matemática e tecnologias

Faça as atividades no caderno.

Construindo gráfico com apoio de planilha eletrônica

Utilizando um *software* de planilha eletrônica, o Calc, é possível construirmos gráficos partindo de uma tabela.

No exemplo a seguir, apresentamos em uma tabela o preço médio da gasolina comum em algumas cidades do estado de São Paulo no período de 27/03/2022 a 02/04/2022.

Média do preço da gasolina comum em algumas cidades do estado de São Paulo

Cidade	Preço médio da gasolina comum (em R$)
Araçatuba	6,81
Barueri	7,32
Rio Claro	6,63
Tupã	7,24

Fonte dos dados: BRASIL. *Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis*. Disponível em: https://preco.anp.gov.br/include/Resumo_Por_Estado_Index.asp. Acesso em: 5 abr. 2022.

Para construirmos um gráfico, primeiro devemos reproduzir a tabela em uma planilha eletrônica, como foi feito na seção *Matemática e tecnologias* no capítulo 12 desta Unidade.

Captura de tela do LibreOffice Calc indicando os dados da tabela.

Para construir o gráfico, siga estes passos:

1º) Selecione todas as células preenchidas nas colunas A e B. Clique com o botão esquerdo do *mouse* na primeira célula da coluna A e arraste até a última célula da coluna B.

Captura de tela do LibreOffice Calc indicando a seleção dos dados preenchidos na tabela. (1º passo)

Capítulo 13 | Pesquisa estatística e representações gráficas 171

Faça as atividades no caderno.

2º) Clique na função "Inserir", na barra superior, e depois em "Gráfico...".

3º) Selecione o gráfico "Coluna" e clique em "Finalizar".

Captura de tela do LibreOffice Calc indicando a seleção da função "Gráfico". (2º passo)

Captura de tela do LibreOffice Calc indicando a seleção do tipo de gráfico. (3º passo)

Ao final desse processo, você vai obter:

Captura de tela do LibreOffice Calc indicando a construção do gráfico.

- Agora, faça os mesmos procedimentos anteriores para construir um gráfico com as informações que você obteve na pesquisa feita na seção *Educação financeira* deste capítulo, utilizando apenas a descrição da despesa e o valor de cada uma delas. Resposta pessoal.

172 Unidade 5 | Estatística e Probabilidade

Reprodução da seção *Matemática e tecnologias*, páginas 171 e 172, volume 7 do Livro do Estudante.

Na seção exemplificada, explora-se a utilização de *software* específico para a construção de tabelas e gráficos, mobilizando com maior ênfase a **CG05** e a **CEMAT05**.

Na olimpíada

Neste boxe são reproduzidas questões da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (Obmep). Apesar do nome da prova, estudantes de instituições de Ensino Fundamental e Ensino Médio particulares também participam. O evento já é tradicional em nosso país e ocorre desde 2005. A abordagem das questões de avaliação pode propiciar aos estudantes a vivência de situações novas e desafiadoras que os levem a pensar e desenvolver estratégias pessoais de resolução.

Na olimpíada

Outro planeta. Oba!

(Obmep) No planeta Pemob as semanas têm 5 dias: Aba, Eba, Iba, Oba e Uba, nessa ordem. Os anos são divididos em 6 meses com 27 dias cada um. Se o primeiro dia de um certo ano foi Eba, qual foi o último dia desse ano?

a) Aba
b) Eba
c) Iba
d) Oba
e) Uba

Reprodução/Obmep, 2019.

Reprodução do boxe *Na olímpiada*, página 135, volume 6 do Livro do Estudante.

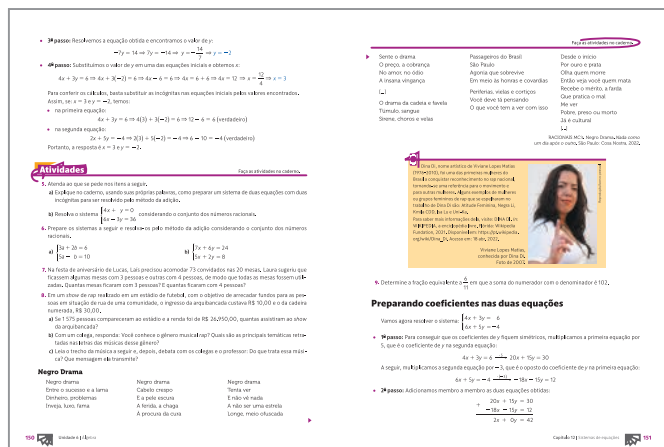
Boxes de sugestão

Os boxes de sugestão trazem dicas de *sites*, visitações, livros paradidáticos, vídeos, *podcasts*, entre outros que podem enriquecer o trabalho em sala de aula e mobilizar competências gerais e competências específicas da BNCC, além de variados TCTs.

O livro *74 dias para o fim*, de Angélica Lopes (Belo Horizonte: Lê, 2015), narra, em primeira pessoa, a violência psicológica e física sofrida por Valdir, um estudante de 16 anos do último ano do Ensino Médio. Trata-se de um trabalho que apresenta aos jovens as temáticas da cultura digital nos conflitos da adolescência, de modo a sensibilizar o leitor para os fatos vividos pelo personagem. A narrativa aborda questões diversas relacionadas, sobretudo, ao *bullying* no contexto escolar e nas redes sociais. Valdir rememora esses acontecimentos anos mais tarde, ao tentar compreender o que motivou um grupo de colegas de sala de aula a elegê-lo objeto de injúria, além das inúmeras agressões físicas sofridas por ele. O texto aborda de maneira sensível os conflitos e sentimentos vivenciados por Valdir nos últimos 74 dias que faltam para sua formatura no Ensino Médio. Esse relato coloca em evidência as relações sociais, afetivas e emocionais no espaço escolar e o modo como a escola lida com o *bullying* entre os estudantes. Os atos de *bullying*, muitas vezes vistos como mera brincadeira, ofendem a honra, a dignidade e a identidade daquele que os sofre, colocando-o diante de situações diversas de conflitos que podem ocorrer tanto no espaço físico escolar quanto no ciberespaço. Os colegas de Valdir se valem de tecnologias, como as redes sociais, *e-mails*, blogues e mensagens via celular, para praticar o *cyberbullying*.

Reprodução do boxe de sugestão, página 68, volume 9 do Livro do Estudante.

No exemplo apresentado, sugerimos a leitura de um livro paradidático que mobiliza com maior ênfase a **CG09** e os TCTs *Vida Familiar e Social* e *Saúde*, pela abordagem de um tema tão sensível como *bullying*.

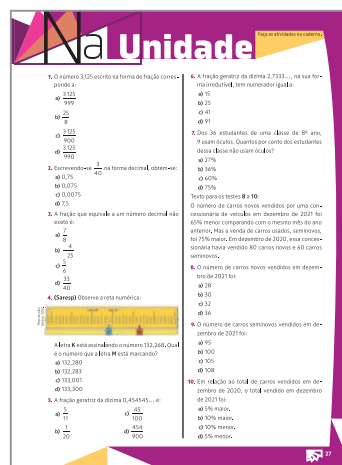
Nesse outro exemplo, apresentamos uma proposta de trabalho envolvendo o *rap*, que permite aos estudantes vivenciar e debater a letra de uma canção desse gênero abordando temas importantes como a pobreza e o preconceito racial. Mobiliza, ainda, a **CG03** ao explorar o repertório cultural e destaca o protagonismo de Dina Di como precursora do movimento *rapper* feminino.

Reprodução das páginas 150 e 151, volume 8 do Livro do Estudante.

Na Unidade

A seção de encerramento, *Na Unidade*, traz atividades sobre os principais conteúdos abordados e que se relacionam com os objetivos pedagógicos apresentados na abertura da Unidade. Essas atividades podem ser utilizadas como ferramentas de avaliação.

Nesta seção também podem ser encontradas atividades de outras avaliações oficiais, como o Saresp e mesmo questões de vestibulares adequadas à faixa etária dos estudantes. A intenção aqui não é trazer questões de mais complexidade, e sim oportunizar situações de verificação de aprendizagem em relação aos objetivos propostos em cada Unidade.

Sugerimos que as atividades sejam realizadas individualmente e que você acompanhe os estudantes durante a execução. É interessante também que seja feito o registro dos avanços e das dificuldades para, ao final, propor novas atividades para remediação coletiva ou individual de defasagens, conforme cada caso.

No exemplo apresentado, as atividades **1** a **4** exploram e permitem avaliar o objetivo pedagógico "retomar e aprofundar o estudo dos números naturais, números inteiros e números racionais"; as atividades **5** e **6** abordam o objetivo "utilizar métodos para obter uma fração geratriz para uma dízima periódica"; enquanto as atividades **7** a **10** trabalham o objetivo "resolver e elaborar problemas utilizando cálculo de porcentagens".

Reprodução de seção *Na Unidade*, página 27, volume 8 do Livro do Estudante.

Os conteúdos nos volumes do Livro do Estudante

Os quadros a seguir indicam os conteúdos explorados em cada capítulo nos quatro volumes do Livro do Estudante e as habilidades da BNCC favorecidas com mais ênfase.

O livro do 6º ano

Unidades	Capítulos	Conteúdos	Na BNCC (habilidades)
Unidade 1: Sistemas de numeração e operações com números naturais	Capítulo 1: Números e sistemas de numeração	A origem dos números Os números naturais	EF06MA01 EF06MA02
	Capítulo 2: Adição e subtração	Adição Subtração	EF06MA03 EF06MA12
Unidade 2: Noções iniciais de Geometria	Capítulo 3: Noções fundamentais de Geometria	Um pouco de história Objetos reais e figuras geométricas Ponto, reta e plano: as formas geométricas mais simples	EF06MA16 EF06MA17 EF06MA23
	Capítulo 4: Semirreta, segmento de reta e ângulo	Semirreta Segmento de reta Ângulo Medida de abertura de um ângulo Construção de ângulos Classificação de ângulos Ângulos formados por retas	EF06MA22 EF06MA23 EF06MA25 EF06MA26 EF06MA27
Unidade 3: Mais operações com números naturais	Capítulo 5: Multiplicação	Multiplicação Expressões aritméticas	EF06MA03 EF06MA12
	Capítulo 6: Divisão	Divisão Expressões numéricas com as 4 operações Divisão com resto	EF06MA03 EF06MA32
	Capítulo 7: Potenciação	Potência Potências e sistemas de numeração	EF06MA02 EF06MA03 EF06MA12
	Capítulo 8: Introdução à Álgebra	Calcular o número desconhecido em uma igualdade Problemas sobre partições	EF06MA03 EF06MA14 EF06MA15
Unidade 4: Múltiplos e divisores	Capítulo 9: Divisibilidade	Noção de divisibilidade Critérios de divisibilidade	EF06MA03 EF06MA04 EF06MA05 EF06MA34
	Capítulo 10: Números primos e fatoração	O que é número primo? Decomposição de um número em produto Fatoração de um número	EF06MA05
	Capítulo 11: Múltiplos e divisores de um número natural	Os múltiplos de um número Os divisores de um número	EF06MA05 EF06MA06
Unidade 5: Frações	Capítulo 12: O que é fração?	Fração da unidade Frações de um conjunto Frações de uma quantidade Leitura de fração Tipos de fração	EF06MA01 EF06MA07 EF06MA08 EF06MA09 EF06MA15
	Capítulo 13: Frações equivalentes e comparação de frações	Conceito de frações equivalentes Simplificação de fração Comparação de frações	EF06MA04 EF06MA07 EF06MA34
	Capítulo 14: Operações com frações	Adição e subtração de frações Multiplicação Divisão	EF06MA01 EF06MA07 EF06MA09 EF06MA10

Unidades	Capítulos	Conteúdos	Na BNCC (habilidades)
Unidade 6: Números decimais	Capítulo 15: Fração decimal e número decimal	Fração decimal Número decimal Taxa percentual Propriedades dos números decimais Comparando números decimais	EF06MA01 EF06MA02 EF06MA07 EF06MA08 EF06MA13
	Capítulo 16: Operações com números decimais	Adição e subtração com números decimais Multiplicação com números decimais Potenciação com número decimal na base Divisão envolvendo números decimais	EF06MA01 EF06MA08 EF06MA11 EF06MA13
Unidade 7: Comprimento, perímetro e área	Capítulo 17: Comprimento	Medindo comprimentos Unidades de medida padronizadas de comprimento	EF06MA11 EF06MA24
	Capítulo 18: Curvas, poligonais, polígonos e perímetro	Curvas Poligonais Polígonos Triângulos Quadriláteros Medindo perímetros Polígonos regulares	EF06MA18 EF06MA19 EF06MA20 EF06MA22 EF06MA24 EF06MA28
	Capítulo 19: Área, ampliação e redução	Medindo áreas Unidades de medida padronizada de área Medida de área de alguns polígonos Ampliação e redução de figuras planas	EF06MA21 EF06MA24 EF06MA29
Unidade 8: Massa, volume, capacidade, tempo e temperatura	Capítulo 20: Massa	Medindo massas Unidades de medida padronizadas de massa	EF06MA11 EF06MA13 EF06MA24
	Capítulo 21: Volume e capacidade	Medindo volumes Unidades de medida padronizadas de volume Medida de volume do bloco retangular Medida de volume do cubo Medindo capacidades	EF06MA11 EF06MA13 EF06MA24
	Capítulo 22: Tempo e temperatura	Medidas de tempo Operações com medidas de tempo Medidas de temperatura	EF06MA03 EF06MA11 EF06MA24
Unidade 9: Noções e Estatística e Probabilidade	Capítulo 23: Noções de Estatística	Revendo porcentagens Etapas de uma pesquisa estatística	EF06MA13 EF06MA31 EF06MA32 EF06MA33
	Capítulo 24: Possibilidades e Probabilidade	Problemas de contagem Cálculo de probabilidade	EF06MA13 EF06MA30 EF06MA34

O livro do 7º ano

Unidades	Capítulos	Conteúdos	Na BNCC (habilidades)
Unidade 1: mmc, mdc, frações e porcentagem	Capítulo 1: Múltiplos e divisores de um número natural	Números naturais Sequência numérica A sequência dos múltiplos de um número natural Os divisores de um número natural Como descobrir o mínimo múltiplo comum Como descobrir o máximo divisor comum	EF07MA01 EF07MA07
	Capítulo 2: Operações com frações e decimais	Recordando frações Transformação de número decimal em fração e de fração em número decimal Adição e subtração de frações decimais Multiplicação e divisão de frações e decimais Fração como quociente	EF07MA05 EF07MA06 EF07MA07 EF07MA08 EF07MA11 EF07MA12
	Capítulo 3: Cálculo de porcentagens	Porcentagem Fração como operador Recordando o cálculo mental Uma porcentagem especial: aumentos e reduções	EF07MA02 EF07MA06
Unidade 2: Números inteiros e operações	Capítulo 4: Números positivos e números negativos	Medida de temperatura Números negativos e números positivos Mais sobre números negativos	EF07MA03
	Capítulo 5: Números inteiros	O que é um número inteiro? Valor absoluto Números opostos ou simétricos	EF07MA03
	Capítulo 6: Adição e subtração de números inteiros	Adição de números inteiros Propriedades da adição Subtração de números inteiros	EF07MA03 EF07MA04
	Capítulo 7: Multiplicação, divisão e potenciação de números inteiros	Multiplicação de números inteiros positivos Multiplicação de números inteiros de sinais contrários Multiplicação de números inteiros negativos Propriedades da multiplicação Divisão de números inteiros Potenciação de números inteiros	EF07MA03 EF07MA04
Unidade 3: Ângulos e retas	Capítulo 8: Ângulo	O que é um ângulo? Ângulos congruentes Medida de um ângulo Adição de medidas dos ângulos Subtração de medidas dos ângulos Multiplicação de medidas dos ângulos por um número natural Divisão de medidas dos ângulos por um número natural Ângulos adjacentes Bissetriz de um ângulo Classificação de ângulos Ângulos complementares Ângulos suplementares	–[3]
	Capítulo 9: Retas e ângulos	Posições relativas de duas retas Ângulos de duas retas concorrentes Ângulos de duas retas com uma transversal	EF07MA23

3 Apesar de não ser explorada, neste capítulo, nenhuma habilidade específica do 7º ano do Ensino Fundamental, entendemos que o conteúdo proposto é um importante pré-requisito para a continuidade dos estudos em *Geometria*, sobretudo para o capítulo **9**.

Unidades	Capítulos	Conteúdos	Na BNCC (habilidades)
Unidade 4: Números racionais	Capítulo 10: Os números racionais	Razão Vamos conhecer os números racionais Os números racionais e a reta numérica Comparação de números racionais	EF07MA02 EF07MA08 EF07MA09 EF07MA10
	Capítulo 11: Operações com racionais	Adição Subtração Adição algébrica Multiplicação Divisão Potenciação Potências de base 10 Quadrados perfeitos Raiz quadrada	EF07MA09 EF07MA11 EF07MA12
Unidade 5: Estatística e Probabilidade	Capítulo 12: Média e amplitude de um conjunto de dados	Média aritmética Amplitude	EF07MA12 EF07MA35
	Capítulo 13: Pesquisa estatística e representações gráficas	Pesquisa estatística Construção de gráfico Comparando dois tipos de gráfico	EF07MA02 EF07MA12 EF07MA36 EF07MA37
	Capítulo 14: Frequência relativa e Probabilidade	Experimento aleatório Frequência Probabilidade	EF07MA34
Unidade 6: Noções de Álgebra	Capítulo 15: Noções iniciais de Álgebra	Expressões contendo letras Sucessões numéricas e expressões algébricas O que são monômios? O que são polinômios? Expressões algébricas equivalentes Sequências	EF07MA13 EF07MA14 EF07MA15 EF07MA16
	Capítulo 16: Equações	O que são equações? Raiz de uma equação	EF07MA11 EF07MA13 EF07MA18
	Capítulo 17: Resolução de problemas	Empregando equações	EF07MA18
Unidade 7: Distâncias, circunferências e polígonos	Capítulo 18: Distância e circunferências	Distância entre dois pontos Distância entre um ponto e uma reta O traçado da paralela Distância entre duas retas paralelas Circunferência Construção de uma circunferência O número π	EF07MA12 EF07MA22 EF07MA29 EF07MA33
	Capítulo 19: Polígonos	Recordando triângulos Desigualdade triangular Propriedade da soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo Rigidez geométrica do triângulo Propriedade do ângulo externo de um triângulo Polígonos Construindo polígonos regulares	EF07MA07 EF07MA24 EF07MA25 EF07MA26 EF07MA27 EF07MA28
Unidade 8: Área, volume e transformações no plano	Capítulo 20: Área e volume	Recordando áreas Calculando a medida de área de polígonos Volume do paralelepípedo	EF07MA30 EF07MA31 EF07MA32
	Capítulo 21: Transformações geométricas no plano	Sistema de coordenadas Simetrias Reflexões Translações Rotações	EF07MA19 EF07MA20 EF07MA21

Unidades	Capítulos	Conteúdos	Na BNCC (habilidades)
Unidade 9: Aritmética aplicada	Capítulo 22: Razões e proporções	Razões Comparando sequências de números Números diretamente proporcionais Proporção Números inversamente proporcionais Divisão proporcional	EF07MA09 EF07MA15 EF07MA17
	Capítulo 23: Grandezas proporcionais	Correspondências entre grandezas Grandezas diretamente proporcionais Grandezas inversamente proporcionais Regra de três simples Escrevendo sentenças algébricas Porcentagem e regra de três	EF07MA13 EF07MA17 EF07MA29

O livro do 8º ano

Unidades	Capítulos	Conteúdos	Na BNCC (habilidades)
Unidade 1: Números	Capítulo 1: Números naturais, inteiros e racionais	Números Números naturais Números inteiros Números racionais	EF08MA05
	Capítulo 2: Porcentagens	Taxa percentual Fração e porcentagem	EF08MA04
Unidade 2: Potenciação e radiciação	Capítulo 3: Potenciação	Potências Potências de 10 e notação científica Propriedades das potências	EF08MA01 EF08MA03 EF08MA04
	Capítulo 4: Radiciação	Raiz quadrada Raiz quadrada como potência Equações quadráticas simples	EF08MA02 EF08MA09
Unidade 3: Triângulos	Capítulo 5: Congruência de triângulos	A ideia de congruência de triângulos Conceito matemático de congruência de triângulos Casos de congruência	EF08MA14
	Capítulo 6: Pontos notáveis do triângulo e propriedades	Ponto médio de um segmento de reta Bissetriz de um ângulo Bissetrizes e incentro Propriedades dos triângulos isósceles Propriedades dos triângulos equiláteros	EF08MA15 EF08MA17
Unidade 4: Cálculo algébrico	Capítulo 7: Expressões algébricas	Expressões matemáticas que contêm letras Sequências numéricas Valor numérico Diagonal de um polígono Polinômios	EF08MA06 EF08MA10 EF08MA11
	Capítulo 8: Operações com polinômios	Adição de polinômios Subtração de polinômios Multiplicação de polinômios Divisão de polinômios	—[4]
Unidade 5: Quadriláteros	Capítulo 9: Quadriláteros: noções gerais	Reconhecendo quadriláteros Perímetro Quadrilátero convexo e quadrilátero côncavo Soma das medidas dos ângulos de um quadrilátero Quadriláteros notáveis	EF08MA14

4 Ainda que neste capítulo não seja explorada nenhuma habilidade específica do 8º ano, consideramos que o conteúdo proposto é importante para a continuidade dos estudos no campo da *Álgebra*.

Unidades	Capítulos	Conteúdos	Na BNCC (habilidades)
Unidade 5: Quadriláteros	Capítulo 10: Propriedades dos quadriláteros notáveis	Quadriláteros Paralelogramos Retângulos Losangos Quadrados Trapézios isósceles Base média do triângulo Base média nos trapézios	EF08MA14
Unidade 6: Álgebra	Capítulo 11: Equações	Um pouco de história Resolução de problemas Equações impossíveis e equações indeterminadas Equações do 1º grau	EF08MA06
	Capítulo 12: Sistema de equações	Problemas com 2 incógnitas Método da adição Método da substituição Método da comparação Interpretação geométrica Sistemas impossíveis e sistemas indeterminados	EF08MA07 EF08MA08
Unidade 7: Circunferência e transformações geométricas	Capítulo 13: Circunferência e círculo	Distância entre dois pontos Circunferência e círculo Posições relativas entre ponto e circunferência Distância de um ponto a uma reta Posições relativas entre reta e circunferência Posições relativas de duas circunferências Arcos de circunferência Semicircunferência Ângulo central Arcos congruentes Medida angular de um arco Construção de polígonos regulares	EF08MA15 EF08MA16 EF08MA17
	Capítulo 14: Transformações geométricas	Recordando transformações Construção geométrica da reflexão Construção geométrica da translação Construção geométrica da rotação	EF08MA18
Unidade 8: Área, volume e variação de grandezas	Capítulo 15: Área e volume	Área Medida de área do retângulo Medida de área do paralelogramo Medida de área do triângulo Medida de área do losango Medida de área do trapézio Medida de área de um polígono regular Medida de área do círculo Volume e capacidade	EF08MA19 EF08MA20 EF08MA21
	Capítulo 16: Proporcionalidade	Variação de grandezas Grandezas diretamente proporcionais Grandezas inversamente proporcionais Grandezas não proporcionais	EF08MA12 EF08MA13
Unidade 9: Estatística e Probabilidade	Capítulo 17:Medidas estatísticas	Média aritmética Média ponderada Média geométrica Cálculo da média em uma tabela de frequências Medidas de tendência central Medidas de dispersão	EF08MA04 EF08MA25
	Capítulo 18: Pesquisas e gráficos	Pesquisa estatística Classificação de variáveis quantitativas Distribuição de frequências por classes	EF08MA23 EF08MA24 EF08MA26 EF08MA27
	Capítulo 19: Contagem e Probabilidade	Princípio fundamental da contagem Probabilidade: de quanto é a chance?	EF08MA03 EF08MA22

O livro do 9º ano

Unidades	Capítulos	Conteúdos	Na BNCC (habilidades)
Unidade 1: Números e operações com raízes	Capítulo 1: Números reais	Os números reais Reta numérica Números irracionais Representação dos conjuntos numéricos Arredondamentos	EF09MA01 EF09MA02 EF09MA03
	Capítulo 2: Potências e raízes	Potência de expoente inteiro Raiz quadrada Raiz cúbica Quarta potência e raiz quarta Raiz *n*-ésima Equação binomial $x^n = a$, com *n* inteiro positivo Potência de expoente racional Transformando raízes em potências Adição e subtração com raízes Multiplicação e divisão com raízes Potenciação e radiciação	EF09MA01 EF09MA02 EF09MA03 EF09MA04 EF09MA18
Unidade 2: Cálculo algébrico	Capítulo 3: Produtos notáveis	Quadrado da soma de dois termos Quadrado da diferença de dois termos Produto da soma pela diferença de dois termos Identidades Racionalização de denominadores	EF09MA03 EF09MA04
	Capítulo 4: Fatoração de polinômios	Fração algébrica e simplificação Fatoração Quadrados perfeitos Trinômio quadrado perfeito	EF09MA09
Unidade 3: Equações	Capítulo 5: Resolução de equações por meio de fatoração	Produto igual a zero Fatoração e resolução de equações Trinômio do 2º grau	EF09MA03 EF09MA04 EF09MA09
	Capítulo 6: Equações do 2º grau	O que são equações do 2º grau? Completando quadrados A fórmula de Bhaskara Soma e produto das raízes	EF09MA03 EF09MA04 EF09MA09
Unidade 4: Proporcionalidade e Matemática financeira	Capítulo 7: Relações entre grandezas	Razão e proporção Divisão proporcional Grandezas diretamente proporcionais Grandezas inversamente proporcionais Grandezas não proporcionais Comparando mais de 2 grandezas Regra de três composta	EF09MA07 EF09MA08
	Capítulo 8: Porcentuais sucessivos	Taxa de juro e montante Cálculo com porcentuais sucessivos	EF09MA05

Unidades	Capítulos	Conteúdos	Na BNCC (habilidades)
Unidade 5: Semelhança e aplicações	Capítulo 9: Teorema de Tales	Comparação de grandezas Razão de segmento de reta Feixe de retas paralelas Teorema de Tales Ângulos formados por duas retas paralelas e uma transversal	EF09MA10 EF09MA14
	Capítulo 10: Semelhança de triângulos	Semelhança Semelhança de triângulos Teorema de semelhança de triângulos I Teorema de semelhança de triângulos II Casos de semelhança	EF09MA12
	Capítulo 11: Relações métricas no triângulo retângulo	O triângulo retângulo Aplicações notáveis do teorema de Pitágoras	EF09MA13 EF09MA14
Unidade 6: Estatística e Probabilidade	Capítulo 12: Noções de Estatística	Estatística Variáveis discretas Variáveis contínuas Histograma Classificação das variáveis Amostra Gráfico de linha Outros tipos de gráfico Média, mediana e moda Dispersão de dados: amplitude	EF09MA05 EF09MA21 EF09MA22 EF09MA23
	Capítulo 13: Contagem e Probabilidade	Princípios da contagem Probabilidade Noções de probabilidade condicional e de independência	EF09MA20
Unidade 7: Áreas e polígonos	Capítulo 14:Diagonais e áreas	Equivalência de figuras Segmento de retas notáveis e cálculos de medidas de área	EF09MA13
	Capítulo 15: Polígonos regulares	Polígonos simples e polígonos não simples Polígonos convexos e polígonos côncavos Polígono regular Lado e apótema de polígonos regulares Construção de polígonos regulares	EF09MA15
Unidade 8: Círculo, cilindro e vistas	Capítulo 16: Círculo e cilindro	A circunferência Comprimento de um arco Ângulo inscrito na circunferência Volume de um prisma e de um cilindro	EF09MA11 EF09MA19
	Capítulo 17: Projeções ortogonais, vistas e perspectivas	Projeção ortogonal Vistas ortogonais e perspectivas	EF09MA17
Unidade 9: Funções	Capítulo 18: Sistema cartesiano ortogonal	Sistema cartesiano	EF09MA16
	Capítulo 19: Funções e suas representações	Noção de função Gráfico de uma função Função afim Função crescente e função decrescente Proporcionalidade Proporcionalidade inversa	EF09MA06

Abordagens teórico-metodológicas em Matemática

A BNCC preconiza que o ensino de Matemática deve se pautar no contexto do qual os estudantes fazem parte e, sobretudo, no protagonismo de cada um deles no processo de ensino e aprendizagem. Para que isso realmente ocorra em sala de aula, é essencial que as práticas pedagógicas possibilitem a participação e a ação dos estudantes. Conforme Lorenzato (2008), na Matemática é necessário que o discente manipule, experimente e compreenda o motivo das relações incluídas na abordagem de um conteúdo.

Com base nesse contexto, é importante ressaltar que a aula tradicional não deve ser descartada, pois também possibilita um tipo de aprendizagem que contempla especificidades de determinados conteúdos e para certos públicos. Entretanto, outras práticas pedagógicas podem e devem ser utilizadas trazendo diferentes tipos de significações para os estudantes.

A BNCC sugere que sejam exploradas a resolução de problemas, o raciocínio logico-matemático, a modelagem matemática, o pensamento computacional e as investigações em sala de aula. Essas práticas, bem como todo o conteúdo que compõe a BNCC, são resultado de pesquisas em educação, Educação Matemática, letramento matemático, estudos sobre culturas, mercado de trabalho, desenvolvimento tecnológico, entre outros temas.

Discorreremos, neste Manual, sobre abordagens teórico-metodológicas e práticas pedagógicas a respeito de argumentação, História da Matemática e Etnomatemática, metodologias ativas, pensamento computacional, resolução e elaboração de problemas, modelagem matemática, raciocínio lógico-matemático, práticas de pesquisa, bem como uso dos recursos apoiados nas Tecnologias da Informação e Comunicação.

A BNCC destaca que os processos matemáticos de resolução de problemas, investigação, desenvolvimento de projetos e modelagem podem ser citados como modos privilegiados da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia de aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental. Esses processos de aprendizagem são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais ao letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação) e do pensamento computacional.

Argumentação

A **argumentação** e a **comunicação de ideias** em Matemática, assim como a investigação científica, são práticas que perpassam todas as outras áreas do conhecimento.

A BNCC destaca na **CG07** a capacidade de argumentação como uma das dez competências gerais propostas para a Educação Básica.

A leitura e os tipos de argumentação como ferramentas para o desenvolvimento de raciocínio

O processo de **leitura inferencial** favorece a organização das relações de significado dentro do texto e determina os significados que o leitor é capaz de estabelecer considerando todas as possibilidades de interpretação que um texto pode oferecer. A produção de sentidos de um texto está conectada ao contexto e à interação entre o autor e o leitor.

O hábito de leitura pode interferir positivamente nas habilidades dos estudantes para entender e interpretar questões do dia a dia, principalmente na Matemática (ROCK; SABIÃO, 2018).

Kato (1990) considera que, ao oferecer aos estudantes atividades de leitura orientada, pelo estímulo compreensivo e motivador e com situações-problema, favorecemos o desenvolvimento de estratégias cognitivas e metacognitivas. No trabalho em sala de aula, é possível ver quão desafiador é o ensino-aprendizagem e a produção de textos argumentativos. Para que os estudantes construam o próprio conhecimento, cabe propor atividades contextualizadas e que favoreçam o desenvolvimento da criticidade e do protagonismo cidadão.

De acordo com Vinhal (2019), ao produzir um texto argumentativo, seja em Matemática ou em outra área de conhecimento, os estudantes podem utilizar alguns tipos de **raciocínio-lógico**: o **indutivo** (parte de fatos particulares para uma conclusão geral), o **dedutivo** (parte do enunciado geral para provar um fato particular), a **analogia** (provas de acordo com semelhanças entre os casos) e a **dedução** (parte de uma regra para obter a conclusão). Saraiva (2019) cita também a **abdução** (conclusões com base em premissas).

Em Matemática, ao incentivar e trabalhar com orientações e roteiros de estudo e pesquisa, mobilizamos as habilidades de leitura, escrita, oralidade e escuta reflexiva dos estudantes, ampliando as estruturas que compõem o letramento matemático nos sujeitos e permitindo, também, o desenvolvimento desses tipos de raciocínio-lógico.

Os estudantes, ao falarem e ouvirem os pares em sala de aula, aprendem e ressignificam saberes. Comunicar-se durante as aulas de Matemática é um processo complexo, pois o indivíduo precisa se apoiar em duas linguagens para tanto: a materna, para comunicação universal, e a linguagem matemática, com símbolos e características próprias.

Nesta coleção, incentivamos o processo de leitura inferencial e o desenvolvimento do raciocínio argumentativo em diversas oportunidades, sobretudo nas aberturas de Unidades – nas quais os estudantes devem ler um texto, interpretá-lo e tirar as próprias conclusões – com atividades envolvendo a elaboração e a resolução de problemas e ao solicitar que argumentem de que maneira chegaram às respostas encontradas.

A argumentação e as falácias

A velocidade com que as informações circulam na atualidade é impressionante. Todos nós, e principalmente os jovens, têm acesso às informações de maneira quase instantânea pela comunicação em rede, o que nos coloca diante de um grande desafio: Como distinguir a verdade de uma falácia no meio desse emaranhado de informações?

Falácia é um tipo de raciocínio equivocado que, apesar de simular a verdade, é logicamente incoerente. Os argumentos falaciosos são particularmente perigosos, uma vez que, geralmente, estão amparados no senso comum, fazendo com que se tornem bastante persuasivos.

A expressão *fake news* tem feito parte do vocabulário da população e passou a ser usada com mais frequência sobretudo durante a pandemia de covid-19, período no qual muitas informações circularam num contexto com poucas informações dos órgãos competentes sobre o assunto. O número de notícias falsas era tão grande que levou algumas instituições a criarem materiais específicos com dicas para verificar a veracidade das informações.

A escola exerce um papel importante no trabalho contra a circulação de desinformações. Para tanto, professores de todas as áreas de conhecimento devem assumir o papel de formadores de cidadãos com senso crítico e capazes de identificar uma notícia ou texto falso ou malicioso.

Nesta coleção, apresentamos algumas oportunidades de exploração desse tema, sempre com orientações para que os estudantes possam se certificar da autenticidade das informações.

Governo do Estado de São Paulo/Instituto Butantan

Reprodução de fôlder orientativo de combate às *fake news* elaborado pelo Instituto Butantan, São Paulo (SP), durante a pandemia de covid-19.

Investigação científica e raciocínio lógico

Saber pensar matematicamente é relacionar situações de contextos diferentes para descobrir novas estratégias e soluções e interpretá-las utilizando, para tanto, diversos tipos de raciocínios argumentativos como ferramenta.

A investigação em Matemática apresenta-se como uma metodologia que:

> tem por objetivo oferecer oportunidade para os alunos vivenciarem uma experiência semelhante ao do investigador matemático e, assim, motivá-los a estudarem Matemática, por meio do desafio de descobrir relações matemáticas apresentadas em situações matemáticas específicas. Desta forma, levar o aluno a ter uma visão do que é fazer Matemática, bem como sentir prazer no fazer Matemática. (MAGALHÃES, 2016)

Nesta coleção, apresentamos algumas possibilidades para você introduzir, na sala de aula, atividades que potencializem o desenvolvimento desses modos de raciocinar, sobretudo a dedução, a indução e a abdução.

Dedução

Dedução é o modo de inferência mais simples e se caracteriza pela inferência que mostra de que maneira, seguindo determinada regra geral, se estabelece um caso particular.

> No método dedutivo consideramos a forma mais certa para nós, ou seja, caminhos verdadeiros, concluintes e resultados. Exemplo: "Hoje está calor e o asfalto está quente". Esse método é comum para testar hipóteses já existentes, dada por axiomas, para comprovar teorias, nomeada de teoremas. (LASCANE, 2019, p. 122)

Indução

Na indução, ao contrário da dedução, parte-se da premissa menor e busca-se a generalização. A verificação da teoria é feita por experimentação. Enquanto processo lógico-analítico, a indução é passível de ser experimentada e, consequentemente, comprovada.

Por trás do raciocínio indutivo está um passo essencial: a "atitude indutiva" à qual é submetido o pesquisador. Ter uma atitude indutiva requer saber observar detalhes em sua experiência e formular hipóteses que podem ou não ser verdadeiras.

Abdução

Na abdução se dá o processo de formação de hipóteses explicativas que ajudam na compreensão de certos fenômenos. Consideramos ponto de partida do raciocínio indutivo.

> Na Matemática, como nas ciências em geral, a abdução é um processo de procura por princípios, explicações ou hipóteses. Ao contrário da dedução, que parte das hipóteses para verificar que as conclusões são verdadeiras, a abdução parte de uma suposta verdade para encontrar algumas hipóteses das quais ela possa ser deduzida. A criação de hipóteses favoráveis nos leva a investigar a situação e assim podemos descobrir coisas novas. (KOVALSKI, 2016, p. 21)

Prática de pesquisa

A prática de pesquisa pode ser incentivada e adotada na abordagem de todos os conteúdos matemáticos. O ato de investigar caminha com os jovens desde a infância. Todo jovem é curioso e tende a explorar e buscar mais informações sobre algo que lhe chama atenção. Nessa perspectiva, é importante que o ensino de Matemática também busque possibilidades para despertar o interesse dos indivíduos. A sala de aula pode proporcionar curiosidade, descoberta e surpresa, desde que as práticas pedagógicas contemplem a participação efetiva deles no processo de aprender.

A prática de pesquisa também serve de aporte interessante por envolver saberes prévios, questionamentos, levantamento e teste de hipóteses, verificações de resultados, elaboração de modelos matemáticos, entre outros.

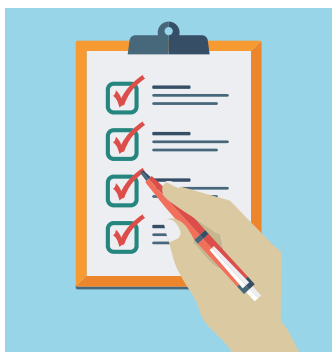
Pesquisar significa informar-se a respeito de algo, investigar, examinar minuciosamente determinado tema ou problema. É uma ação em busca de conhecimento. Isso quer dizer que não significa apenas a busca simples de algum tema na internet, como muitos estudantes podem pensar.

Andrew Krasovitckii/Shutterstock

É importante os estudantes compreenderem que a pesquisa é resultado de uma ação iniciada pela curiosidade ou inquietação de uma ou mais pessoas acerca de determinado assunto ou problema. Uma pesquisa é uma investigação.

Nesta coleção, o tipo de pesquisa proposto é o que chamamos de **pesquisa bibliográfica**, cujas propostas se tornam mais complexas à medida que os estudantes avançam nos Anos Finais do Ensino Fundamental. Esse tipo de pesquisa consiste na coleta de informações sobre o tema em textos, livros, artigos, *sites*, entre outros: **as fontes de informação**.

Sempre que explorar o trabalho com as fontes de informação, retome com os estudantes a necessidade de avaliar as fontes utilizadas. Consulte o tópico "A argumentação e as falácias" deste Manual para exemplificar e debater com os estudantes o que são falácias e como evitá-las.

Nas propostas desta coleção indicadas com o selo *Prática de pesquisa*, procuramos enfatizar as etapas de uma pesquisa bibliográfica: introdução, desenvolvimento, conclusão e referências. Ao compreender a função de cada etapa da pesquisa bibliográfica, os estudantes têm a oportunidade de vivenciar o método científico, que será ampliado no Ensino Médio.

ankudi/Shutterstock

No volume 7 da coleção, por exemplo, requer-se dos estudantes que respondam à seguinte questão de pesquisa: "Por que a volta completa de uma circunferência foi dividida em 360°?". Ao pesquisarem a informação, eles mobilizam a **CG01**, a **CG02**, a **CEMAT01** e a **CEMAT02**, exercitando a curiosidade intelectual e recorrendo à abordagem própria das ciências no trabalho de investigação.

Prática de pesquisa

Na História

Pesquisa e história do ângulo de 1 volta

Provavelmente, você já aprendeu que **pesquisar** significa investigar, examinar minuciosamente determinado tema ou encontrar respostas para um problema. Para fazer uma **pesquisa bibliográfica**, buscamos fontes de informação, como livros, artigos, *sites*, etc. Mas, como nem todas as fontes de informação que podemos consultar são confiáveis, precisamos estar atentos às escolhas. Anote algumas dicas de perguntas que você pode fazer a si mesmo durante uma pesquisa.

Uma fonte de informação confiável é aquela que traz conteúdos fundamentados em estudos aprofundados, com explicações que não são duvidosas.

Onde essa informação foi encontrada?
Informações encontradas na internet facilitam o trabalho de pesquisa, mas o conteúdo pode ser modificado a qualquer momento, o que não ocorre com livros e artigos de instituições de estudo reconhecidas, de centros de pesquisa e de universidades.

O autor ou a instituição tem conhecimento sobre o tema?
Verifique se o autor está apenas expressando a opinião dele sobre o assunto ou se está repetindo algo que outro autor escreveu. Se possível, busque a fonte original, do autor citado nas pesquisas feitas, que é o especialista da área.

Onde mais essa informação pode ser encontrada?
Não acredite na primeira fonte consultada, pois existem as chamadas *fake news* (notícias falsas). Busque outras fontes para comparar os textos que trazem a informação procurada. A data da publicação também é muito importante para a informação ser a mais atualizada possível.

Uma pesquisa bibliográfica comumente é apresentada como um texto e deve seguir uma metodologia de pesquisa, que é um passo a passo de como executá-la dentro das etapas: **introdução**, **desenvolvimento**, **conclusão** e **referências bibliográficas.** Acompanhe:

Definição do tema e do objetivo — É o tema da pesquisa ou a pergunta que precisa ser respondida (questão da pesquisa) e a justificativa do objetivo da pesquisa. Faz parte da etapa de **introdução**.

Busca das informações — É o levantamento inicial das informações que se relacionam com o tema de pesquisa, em fontes confiáveis. Faz parte da etapa de **desenvolvimento**.

Leitura e registro das informações — É a leitura e o registro por escrito das informações que são importantes para responder à pergunta da pesquisa. Você deve ler as informações pesquisadas, destacar as ideias principais do texto, compreender, interpretar e registrar da maneira como entendeu, com as próprias palavras; isso pode ser organizado em tópicos. Faz parte da etapa de **desenvolvimento**.

Apresentação das informações — É a exposição do trabalho de pesquisa, que pode ser feito de diversas maneiras: texto, cartaz, vídeo, *podcast*, infográfico, história em quadrinhos, etc. Você deve incluir na apresentação as referências bibliográficas, que são as fontes consultadas e utilizadas. Faz parte das etapas de **conclusão** e referências **bibliográficas**.

234 Unidade 7 | Distâncias, circunferências e polígonos

Faça as atividades no caderno.

Mas tem um jeito de citar as fontes, como anotei no papiro!

Para livro: [SOBRENOME DO AUTOR], [Nome do autor]. [*Título do livro*]. [edição, se houver]. [Cidade]: [Editora], [ano da publicação]. ([nome da coleção, se houver]).
Para artigo de revista: [SOBRENOME DO AUTOR], [nome do autor]. [Título do artigo]. [*Nome da revista*], [Cidade]: [Editora], [ano da publicação]. [volume], [número da publicação], [número da(s) página(s)].
Para artigo de jornal: [SOBRENOME DO AUTOR], [Nome do autor]. [Título do artigo]. [*Nome do jornal*], [número da(s) página(s)], [dia mês e ano da publicação].
Para texto da internet (em geral): [SOBRENOME DO AUTOR], [Nome do autor]. [Título do artigo]. [*nome do site*], [dia, mês e ano da publicação, se houver]. Disponível em: URL. Acesso em: [dia, mês e ano].

Agora que você conhece as etapas de uma pesquisa bibliográfica, que tal elaborar uma?

Definição do tema e do objetivo

Tema da pesquisa: História do ângulo de 1 volta.
Questão da pesquisa: Por que a volta completa de uma circunferência foi dividida em 360°?
Na **introdução**, escreva um texto curto informando o tema da pesquisa e o objetivo, que é conhecer o motivo de a circunferência ter sido dividida em 360°.

Busca das informações

O tema definido faz parte da História da Matemática, então, você pode localizar e selecionar as informações sobre a origem da circunferência em textos de livros, em artigos de revistas e na internet; nesta última, digite palavras-chave como "história ângulo uma volta" ou "história circunferência graus".
Confira novamente as dicas sobre a busca de informações em fontes confiáveis de consulta e anote as informações que você pesquisou.
As questões a seguir servem de guia para auxiliá-lo a escrever esse passo do **desenvolvimento** da pesquisa, mas elas não devem aparecer no texto.

- Quando surgiu a ideia de circunferência?
- Quem ou qual civilização apresentou essas ideias?
- Qual era o contexto vivido por esse povo?
- Por que a circunferência foi dividida em graus?
- Por que 360?

Seguem algumas referências bibliográficas que podem contribuir com sua pesquisa:

- GUELLI, Oscar. *Contando a história da matemática*: dando corda na trigonometria. São Paulo: Ática, 2008.
- SILVA, Circe M. S.; ARAÚJO, Cláudia A. C. Conhecendo e usando a história da matemática. *Educação e Matemática*, Vitória: Ufes, jan./fev., 2001. n. 61. Disponível em: https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/964/1013. Acesso em: 4 maio 2022.
- VIANA, Giovana K. A. M.; TOFFOLI, Sônia F. L.; SODRÉ, Ulysses. Geometria. *Matemática Essencial*. Londrina: UEL, 29 jul. 2020. Disponível em: http://www.uel.br/projetos/matessencial/basico/fundamental/angulos.html. Acesso em 20 abr. 2022.

Leitura e registro das informações

Leia os textos selecionados e defina os trechos mais significativos. Destaque (com caneta marca-texto ou anotando partes desses trechos como tópicos) as informações relacionadas com o tema da pesquisa e reescreva com as próprias palavras explicando o que entendeu.

Apresentação dos resultados

Na **conclusão**, você pode responder à questão de pesquisa, copiando e completando a frase:
A circunferência foi dividida em 360 graus porque ______.
Por fim, escolha como a conclusão da sua pesquisa será apresentada e convide os colegas a conhecer seu trabalho!

Capítulo 18 | Distâncias e circunferências 235

Reprodução da seção *Na História* do Livro do Estudante, páginas 234 e 235, volume 7, com destaque para o ícone *Prática de pesquisa*.

Proposta para o professor

O texto sugerido a seguir, em linguagem bastante acessível, mostra que os *podcasts* são ferramentas importantes no processo de ensino-aprendizagem. São um rico recurso que pode ser utilizado na divulgação dos resultados de projetos de pesquisa.

KARLA, Ana. Como transformar o *podcast* em recurso pedagógico na sala de aula? *Instituto Singularidades*, São Paulo, 2019. Disponível em: https://blog.institutosingularidades.edu.br/como-transformar-o-podcast-em-recurso-pedagogico-na-sala-de-aula/. Acesso em: 19 jun. 2022.

Metodologias ativas

Uma das tendências pedagógicas em voga atualmente é conhecida como "metodologias ativas". Nesse tipo de metodologia, o conhecimento não se origina exclusivamente da escola, do professor. Ele é proveniente também do que o estudante sabe sobre determinado assunto. Segundo o professor José Moran (2015), da Universidade de São Paulo (USP), as metodologias ativas podem ser um ponto de partida de avanço para processos mais profundos de reflexão, integração cognitiva, generalização e reelaboração de novas práticas. Ele afirma que estudantes se tornam mais proativos quando se envolvem em atividades que mobilizam ações desafiadoras e quando podem argumentar, testar hipóteses e experimentar novas situações.

No artigo "Mudando a educação com metodologias ativas", Moran traz apontamentos importantes que ajudam a compreender o que são as metodologias ativas e quais são o impacto do uso delas na aprendizagem dos estudantes. Sintetizamos a seguir os principais itens abordados no artigo.

1º) As relações de ensino e aprendizagem são processos interligados que constituem relação simbiótica, profunda, constante entre o que chamamos mundo físico e mundo digital. Não são dois mundos ou espaços, mas um espaço estendido, uma sala de aula ampliada, que se mescla. Nesse sentido, a educação formal é cada vez mais *blended*, misturada, híbrida, porque não acontece só no espaço físico da sala de aula, mas nos múltiplos espaços do cotidiano, que inclui os digitais.

2º) O professor deve compreender que as tecnologias também são modos de comunicação com os estudantes, sujeitos nascidos em uma era de pleno desenvolvimento tecnológico. A interligação entre sala de aula e ambientes virtuais é fundamental para abrir a escola para o mundo e trazer o mundo para dentro da escola.

3º) Desafios são importantes, por isso, junto com outras atividades, quando bem planejados, acompanhados e mediados podem mobilizar as competências desejadas, sejam intelectuais, emocionais, pessoais ou comunicacionais. Exigem pesquisas, avaliação de situações, observação de pontos de vista diferentes, assumir alguns riscos, aprender pela descoberta e caminhar do simples para o complexo. Nas etapas de formação na Educação Básica, os estudantes precisam de acompanhamento de profissionais mais experientes para ajudá-los a conscientizar-se de alguns processos, estabelecer conexões não percebidas, superar etapas mais rapidamente e confrontá-los com novas possibilidades.

4º) Uma proposta interessante é a prática de jogos colaborativos, visto que a geração atual é acostumada a jogar e a se comunicar, muitas vezes, na linguagem própria dos *games*. Assim, ao utilizá-los é possível gerar além de um ambiente de competição, um ambiente colaborativo, de estratégia, com etapas e habilidades bem definidas.

5º) O professor tem papel importante no trabalho com as metodologias ativas, pois é o articulador de etapas, processos, resultados, lacunas e necessidades, seguindo percursos dos estudantes individualmente ou em grupos, pois é ele quem conduz o desenvolvimento da aula ou de um projeto.

6º) O trabalho com projetos é uma boa oportunidade de inserir metodologias ativas de aprendizagem na escola, sempre atentando-se que o aprendizado ocorre com base em problemas e situações reais. Nesse sentido, trabalhar com projetos de vida pode ser um bom início para conquistar e aproximar os estudantes, além de fazê-los sentir-se responsáveis pela própria aprendizagem. Os projetos das escolas Summit da Califórnia (Summit Schools) são inspiradores e é interessante pensarmos em sua implantação nas unidades escolares brasileiras.

Proposta para o professor

A Summit Public Schools da Califórnia é uma rede de escolas que mescla educação baseada em projetos, ensino híbrido (tecnologias, currículo e personalização) e o projeto de vida de cada estudante. No vídeo sugerido aqui (em inglês com legenda em português), a diretora da rede de escolas Diane Tavenner explica como funciona na prática.

PROJETO de vida como articulador da escola (Summit School): transformar 2013. [São Paulo]: Fundação Lemann, 2014. 1 vídeo (21 min 40 s). Publicado pelo canal Fundação Lemann. Disponível em: https://youtu.be/FIF7jNZwFcw. Acesso em: 19 jun. 2022.

Caso tenha interesse por esse tema, acesse o artigo que foi sintetizado neste Manual: MORAN, José. Mudando a educação com metodologias ativas. *In*: SOUZA, Carlos Alberto; MORALES, Ofelia Elisa Torres (org.). *Convergências midiáticas, educação e Cidadania*: aproximações jovens. v. II. Ponta Grossa: Foca Foto-PROEX/UEPG, 2015. (Coleção Mídias Contemporâneas). Disponível em: http://www2.eca.usp.br/moran/wp-content/uploads/2013/12/mudando_moran.pdf. Acesso em: 3 jun. 2022.

Um exemplo de aplicação: sala de aula invertida

Ainda segundo José Moran, ao trabalhar com a sala de aula invertida, geralmente é possível destacar três momentos pedagógicos.

1º momento: Após a definição do tema ou conteúdo a ser trabalhado, é preciso oferecer aos estudantes material para pesquisa, como apostilas e indicações de *sites* e de outros materiais disponíveis na internet, para que estudem antes da aula presencial.

Pode-se ainda apresentar-lhes um roteiro de estudos ou questionário para auxiliar na investigação e verificar seus saberes prévios sobre o tema. Por fim, é necessário sanar dúvidas e reforçar com a turma os pontos que achar necessário.

2º momento: Nessa etapa, os estudantes, preferencialmente em grupos, desenvolvem projetos e atividades enquanto seguem sua organização e orientação. Esse momento é rico e deve ser explorado pelo docente, pois quando reunidos em pares e apoiando-se em linguagem própria juvenil para acessar os saberes prévios, argumentar e comunicar ideias, os conteúdos são apreendidos e ressignificados.

3º momento: Já na terceira e última parte, você deve auxiliar os estudantes motivando-os e fazendo com que se sintam agentes do processo de formação. Incentive todos a compartilharem ideias, apoiando-se, mais uma vez, na comunicação e na argumentação matemática para formalizarem resultados e discussões teóricas.

Proposta para o professor

O professor José Moran tem vasta produção que versa sobre inovação em sala de aula. Este texto pode ser um bom início para estudo.

MORAN, José. Novos modelos de sala de aula. *Revista Educatrix*, São Paulo: Moderna, n. 7, 2014. Disponível em: https://pt.calameo.com/read/0028993271fb4d724b1cb. Acesso em: 3 jun. 2022.

Um exemplo interessante de uso da metodologia de sala de aula invertida (e que pode ser aplicado em diversos momentos desta coleção, em particular nos capítulos de Geometria espacial) é uma aula prática com conteúdos visuais e manuais para a construção de modelos de sólidos geométricos e exploração dos principais conceitos, podendo apoiar-se no roteiro a seguir.

1º momento: Apresentação de materiais, vídeos e *sites* que tratem do tema. Elabore um roteiro de pesquisa e investigação sobre sólidos geométricos e apresente-o à turma.

2º momento: Organização da turma em trios e distribuição de tarefas para a construção de modelos dos sólidos geométricos (pode ser um tipo de sólido por grupo), seguido da exploração dos modelos de sólidos geométricos e investigação de suas propriedades e características. Fomente a discussão e o registro dela em um relatório ou painel para ser comunicado à turma em formato de minisseminário.

3º momento: Apresentação dos produtos finais (modelos dos sólidos geométricos montados e painéis/relatórios) à turma e defesa das ideias.

Perceba que, nesse exemplo de aula prática de construção de modelos de sólidos geométricos, são mobilizadas habilidades que envolvem argumentação e comunicação de ideias, assim como as práticas de investigação, sempre com sua mediação.

Pensamento computacional

Podemos compreender o pensamento computacional como uma competência associada à resolução de problemas, apoiando-se, para tanto, na computação.

Utilizar recursos do pensamento computacional em sala de aula não significa necessariamente fazer programas de computador ou outro tipo de *software*. Esse conceito significa o desenvolvimento de uma representação de raciocínio lógico e por etapas, compreendendo a presença de padrões, a elaboração de passos, testes e validações de resultados, além da generalização pela abstração. Portanto, o uso dos algoritmos, de fluxogramas, de esquemas ou mesmo de roteiros com etapas passo a passo a serem cumpridas pode ser compreendido como pensamento computacional. E esses são importantes recursos que podem auxiliar os estudantes a identificar relações entre os objetos representados, como na organização das etapas de uma tarefa, representação de árvore de possibilidades, entre outras situações.

Ao propor com frequência o uso desses recursos, é possível incentivar o raciocínio analítico dos estudantes, chamando a atenção para a aprendizagem de programação e de robótica.

Reprodução de passo a passo de fluxograma para cálculo do termo de uma sequência numérica, página 92, volume 8 do Livro do Estudante.

É importante destacar que as pesquisas, os estudos e as aplicações envolvendo o pensamento computacional na educação já existem há quase 20 anos e, de acordo com a BNCC, esse tipo de raciocínio pode ser mobilizado em todas as etapas da Educação Básica.

A estadunidense Jeannette M. Wing é engenheira, pesquisadora e cientista computacional, além de professora de Ciência da Computação na Universidade de Columbia (EUA). Ela é a principal defensora do pensamento computacional aplicado em várias áreas do conhecimento. O ensaio "Pensamento computacional" foi publicado há mais de 15 anos e considera-se que ajudou a estabelecer a centralidade da Ciência da Computação na resolução de problemas em todas as áreas do conhecimento. (Fonte dos dados: COLUMBIA UNIVERSITY Data Science Institute. *Jeannette M. Wing*. Nova York: DSI, [20--]. Disponível em: https://datascience.columbia.edu/people/jeannette-m-wing/. Acesso em: 3 jun. 2022.)

Reprodução/Nadja Meister/TU Wien Informatics

Jeannette M. Wing. Foto de 2009.

Ao longo desta coleção, você encontra indicações de atividades que exploram o uso do pensamento computacional, como no excerto a seguir. Para concluir esta atividade, o estudante deve cumprir etapas e regras. O pensamento computacional é mobilizado na organização da sequência lógica e na validação dos resultados obtidos ao longo do processo.

21. O algoritmo apresentado a seguir pode ser utilizado para saber se um número natural é divisível por 3. Leia-o e depois faça o que se pede.
1ª) Adicionar os algarismos do número.
2ª) Decidir se a soma calculada é ou não é divisível por 3.
3ª) Concluir se o número é divisível por 3.
Represente esse algoritmo no caderno por meio de um fluxograma.

Reprodução de atividade que envolve pensamento computacional, página 124, volume 6 do Livro do Estudante.

Recursos apoiados nas tecnologias

Em um mundo globalizado e em constante desenvolvimento científico e tecnológico, é importante que a escola se integre a práticas que propiciem aos estudantes vivenciar essa realidade com aplicação ao ensino. Para tanto, é preciso que você tenha acesso a equipamentos e informações e realize atividades com eles tendo como suporte recursos tecnológicos para auxiliá-lo na sala de aula.

Nesta coleção, sugerimos explorar com os estudantes recursos tecnológicos em diversas oportunidades, como ao propor a utilização do GeoGebra e de planilhas eletrônicas na seção *Matemática e tecnologias*, presente em todos os volumes.

Matemática e tecnologias

Construindo gráficos com auxílio de uma ferramenta digital

Reprodução de seção *Matemática e tecnologias*, páginas 254 e 255, volume 8 do Livro do Estudante.

O GeoGebra é um *software* gratuito e multiplataforma de Geometria dinâmica para todos os níveis de ensino, que combina Geometria, Álgebra, tabelas, gráficos, Estatística e cálculo em uma única aplicação. Para acessá-lo *on-line*, visite: https://www.geogebra.org/ (acesso em: 3 jun. 2022). Ele também pode ser baixado em *smartphones*, na loja oficial de aplicativos do sistema operacional, ou em computadores.

Com o GeoGebra, é possível fazer, por exemplo:

- construções geométricas de ângulos medindo 90°, 60°, 45° e 30° e de polígonos regulares;
- transformações geométricas (simetrias de translação, reflexão e rotação);
- cálculos da medida de área de figuras planas.

Há diversos aplicativos de planilhas eletrônicas para computador e *smartphone* ou *on-line*. O uso e as funcionalidades dessas planilhas são similares e muitas estão disponíveis em português.

Com as planilhas eletrônicas, sugerimos propor aos estudantes:

- cálculos usando as fórmulas disponíveis;
- construção de tabelas e gráficos, a partir de exemplos;
- simulações de orçamentos.

A calculadora é um recurso bastante utilizado em situações cotidianas por boa parte das pessoas; no entanto, muitas não sabem se beneficiar de todos os recursos que ela disponibiliza. Além disso, a calculadora é uma ferramenta eficiente para correção de erros, averiguação de respostas e teste de hipóteses, e é possível utilizá-la como instrumento de autoavaliação ou investigação.

Nesta coleção oportunizamos situações de uso da calculadora, seja para verificação de cálculos ou de natureza investigativa. Acompanhe a seguir um exemplo em que apresentamos a calculadora e propomos sua utilização em uma situação do cotidiano.

Matemática e tecnologias

Faça as atividades no caderno.

Vamos usar a calculadora

Um instrumento que facilita, e muito, o trabalho de operar com números naturais é a calculadora. Vamos conhecer algumas teclas de uma calculadora comum.

Calculadora comum.

Agora que já sabemos quais são as principais teclas de uma calculadora, vamos começar a utilizá-la para efetuar uma adição. Acompanhe como calcular 15 + 37.

Primeiro, ligue a calculadora utilizando a tecla ON/C; em seguida, digite os algarismos 1 e 5 (nessa ordem). Vai aparecer o número 15 na tela: 15

Agora, pressione a tecla + e, em seguida, os algarismos 3 e 7. Você pode observar que o número 15 foi substituído na tela pelo número 37: 37

Finalmente, pressione a tecla =. Vai aparecer o resultado 52 na tela: 52

Ao seguirmos esses passos, efetuamos a operação 15 + 37 = 52.

Agora é a sua vez! Efetue a adição 45 + 138 e anote no caderno o resultado para comparar com o dos colegas.

Mudando a operação, efetue a subtração 1365 − 1267, utilizando a tecla −. Não se esqueça de anotar o resultado no caderno.

Uma das aplicações possíveis da calculadora no cotidiano é a utilização durante as compras em um supermercado, pois temos de adquirir diversos produtos com valores diferentes e em muitas quantidades. Acompanhe e resolva as atividades.

1. Se o litro de leite custa R$ 4,00, quanto custam 6 litros de leite?
   Para resolver esse problema, podemos fazer adições sucessivas do valor de 1 litro (R$ 4,00), ou seja, digitar: 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 =. Anote no caderno o resultado obtido.
2. Se você usar 1 nota de R$ 200,00 para pagar uma conta de R$ 174,00, quanto vai receber de troco?
   Para responder a essa pergunta, devemos calcular 200 − 174. Efetue essa operação na calculadora e anote o resultado no caderno.
3. Você deseja comprar alguns produtos para o preparo de um almoço em família.
   a) Utilizando uma calculadora, indique no caderno qual será o valor gasto para comprar 2 pacotes de macarrão, 3 latas de molho de tomate, 1 vidro de palmito, 1 vidro de azeitona e 1 garrafa de azeite, de acordo com os preços apresentados no supermercado *A*.

Capítulo 2 | Adição e subtração 35

Faça as atividades no caderno.

Para ajudá-lo na organização das informações, copie a tabela a seguir no caderno e complete-a com os valores que estão faltando.

Gastos no Supermercado *A*

Produto	Quantidade	Valor unitário (em reais)	Valor total (em reais)
Macarrão			
Molho de tomate			
Palmito			
Azeitona			
Azeite			
Total da compra			

Dados elaborados para fins didáticos.

b) Você acha que é possível economizar com essa compra, de alguma maneira, sem deixar de comprar nenhum item?

c) De acordo com o Procon da Paraíba, antes de comprar qualquer produto, uma boa atitude é fazer uma pesquisa de preços.
Então, junte-se com 2 colegas e pesquisem os valores desses produtos em panfletos, *sites* ou supermercados da região (com a supervisão de um adulto), em pelo menos 3 estabelecimentos. Em seguida, respondam no caderno: Se vocês comprarem todos os produtos no mesmo local, gastarão o mesmo valor final? Há uma maneira de economizar considerando os preços desses 3 estabelecimentos?

Procon é a sigla do órgão de Proteção e Defesa do Consumidor que defende os consumidores e fiscaliza as práticas no mercado de consumo, verificando as possíveis irregularidades e promovendo ações de educação para o consumo.
No *site* do Procon da Paraíba há uma série de dicas de economia doméstica. Visite: GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA. *Procon-PB oferece dicas para a economia doméstica do consumidor paraibano*. Disponível em: https://procon.pb.gov.br/noticias/procon-pb-oferece-dicas-para-a-economia-domestica-do-consumidor-paraibano. Acesso em: 18 fev. 2022.

36 Unidade 1 | Sistemas de numeração e operações com números naturais

Reprodução de seção *Matemática e tecnologias*, páginas 35 e 36, volume 6 do Livro do Estudante.

Há ainda a possibilidade de aproveitamento de outras tecnologias em sala de aula, como o computador para aquisição de dados usando *softwares* apropriados, simuladores, recursos multimídia e interativos (textos, vídeos, imagens, etc.) e pesquisas na internet. Damos algumas sugestões na coleção, no entanto você pode recorrer a outras ferramentas, de acordo com a realidade escolar.

Proposta para o professor

Além das tecnologias citadas, é possível usar, ainda, aplicativos de localização espacial como suporte para as aulas. O artigo indicado a seguir explora o trabalho com esse tipo de aplicativo.

BAIRRAL, Marcelo A.; MAIA, Rafael C. O. O uso do Google Earth em aulas de Matemática. *Linhas Críticas*, Brasília, DF: Universidade de Brasília, v. 19, n. 39, p. 373-390, maio-agosto 2013. Disponível em: https://periodicos.unb.br/index.php/linhascriticas/article/view/4145/3800. Acesso em: 3 jun. 2022.

Resolução e elaboração de problemas

Na área de Matemática, a BNCC ressalta que os professores devem incentivar os estudantes apresentando problemas da vida real que sejam usados como ponto de partida para situações didáticas em que se desenvolvam a criatividade, o pensamento crítico e a colaboração. Sua responsabilidade não é apenas ensinar a calcular, mas levá-los a compreender que, além das operações, existem outras relações numéricas.

Por meio da elaboração e resolução de problemas nas aulas de Matemática, os jovens aprendem a justificar, explicar como e por que chegaram a uma resposta, mostrar seu raciocínio aos colegas e professores. Elaborar e resolver problemas exige um ambiente de comunicação e escuta, além de cooperação e argumentação. É importante destacar que os estudantes devem perceber que resolver problemas não está relacionado somente às aulas de Matemática, mas é uma habilidade mobilizada ao longo de toda a vida, em diversas situações do cotidiano.

O precursor das ideias acerca da resolução de problemas foi o matemático e professor húngaro George Polya (1887-1985), que estabeleceu passos a serem seguidos na resolução de um problema, descritos a seguir, sinteticamente, de acordo com Polya (1978).

- **Compreender o problema**: o que se pede; quais são os dados.
- **Elaborar um plano**: estratégias para resolver o problema; como organizar os dados.
- **Executar o plano**: executar as estratégias; fazer os cálculos.
- **Fazer a verificação ou o retrospecto**: verificar se a solução está correta; se há outras maneiras de resolver o problema.

De acordo com Dante (1989), podemos alcançar os objetivos a seguir ao trabalhar com a resolução de problemas.

- Pensar produtivamente sobre uma atividade.
- Desenvolver o raciocínio do estudante.
- Contribuir para que o estudante se envolva com aplicações da Matemática.
- Tornar as aulas de Matemática mais desafiadoras e interessantes.

Além dos objetivos citados, a resolução e a elaboração de problemas contribuem para investigação, levantamento e teste de hipóteses, elaboração de argumentos e de ideias matemáticas e para o compartilhamento de diferentes saberes.

Ao longo desta coleção há diversas e variadas possibilidades de se trabalhar com resolução de problemas e temas da realidade ou em contextos didáticos. Aproveite a oportunidade e crie um ambiente de investigação e construção de saberes com os estudantes.

Participe — Faça as atividades no caderno.

I. Leonardo é dono de um sítio e cercou uma região retangular cujas dimensões medem 25 m por 20 m para plantar hortaliças.

a) Que operação você deve fazer para calcular a medida de área dessa região?

b) Qual é a medida de área dessa região?

II. Joaquim, amigo de Leonardo, também cercou uma região do terreno para plantar hortaliças. Verifique a imagem a seguir, da vista de cima da plantação.

a) O que diferencia uma região da outra?

b) Você acha possível calcular a medida de área da região cercada por Joaquim usando o mesmo procedimento utilizado para calcular a medida de área da região cercada por Leonardo? Justifique sua resposta.

Reprodução do boxe *Participe*, página 258, volume 7 do Livro do Estudante.

Modelagem matemática

A modelagem matemática é mais uma tendência pedagógica que pode envolver e despertar o interesse dos estudantes pela Matemática. Assim como a resolução de problemas, essa proposta possibilita a você criar um ambiente de investigação, levantamento e testes de hipótese, argumentação e comunicação em sala de aula.

Usando a modelagem matemática é possível propiciar oportunidades de identificação e análise de situações-problema reais, fazendo os estudantes se interessarem mais pelo conteúdo explorado. Isso é mais bem compreendido com a explanação de estudos como o dos pesquisadores brasileiros Nelson Hein e Maria Salett Biembengut, publicado na obra *Modelagem matemática no ensino* (2000). Segundo esses pesquisadores:

1º) A modelagem é um processo que envolve a obtenção de um modelo e, para isso, além de conhecer o conteúdo matemático, é preciso também ter criatividade para interpretar o contexto.

2º) A elaboração de um modelo matemático depende do conhecimento sobre o conteúdo em questão.

3º) A modelagem pode ser considerada até uma arte, ao formular, resolver e elaborar expressões que servem não apenas para solução em particular, mas que possam ser generalizadas.

É importante saber que a modelagem matemática possibilita várias situações de interdisciplinaridade e transversalidade. Apresentamos a seguir um exemplo da coleção, no volume 7, em que os estudantes têm a oportunidade de determinar o valor aproximado de π experimentalmente.

Participe — Faça as atividades no caderno.

Vamos determinar experimentalmente o valor aproximado de π. Para isso, vamos precisar de objetos redondos, como moedas, anéis, rodas, fundo de copos, jarras ou garrafas, transferidor circular e outros que conseguir. Também serão necessárias linha de costura ou barbante, tesoura com pontas arredondadas, régua ou fita métrica.

Procedimento:

1ª) Posicione cada objeto redondo sobre uma folha de papel e contorne a base de cada um deles, de modo a obter circunferências.

2ª) Meça o diâmetro, em centímetros, de cada circunferência obtida.

3ª) Registre, no caderno, as medidas de cada diâmetro em um quadro como o apresentado a seguir.

4ª) Coloque a linha ou o barbante em torno dos objetos, formando circunferências.

5ª) Corte a linha ou o barbante do tamanho do contorno de cada objeto e meça o comprimento do fio com a régua ou fita métrica.

6ª) Na coluna correta do quadro, anote a medida desse comprimento, em centímetros, para cada objeto.

7ª) Para completar o quadro, com uma calculadora, divida a medida de comprimento do fio pela medida do diâmetro do respectivo objeto.

Objeto	Medida do diâmetro d (em cm)	Medida c da linha ou do barbante (em cm)	Razão $\frac{c}{d}$
Moeda			
Lata de milho			
⋮			

- Compare as razões obtidas. Qual é a conclusão que você pode tirar do experimento realizado?

Reprodução do boxe *Participe*, página 231, volume 7 do Livro do Estudante.

Outras possibilidades de trabalho interessantes são as abordagens de temas que exploram o TCT *Educação Financeira*, por exemplo, pela investigação de modelos usados para calcular a tarifa da conta de energia elétrica ou de telefonia celular.

Proposta para o professor

No artigo intitulado "Um estudo sobre o uso da modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem" você conhecerá uma experiência de modelagem matemática aplicada ao ensino e baseada na análise de como ocorre o crescimento de um formigueiro da saúva-limão. Essa experiência pode servir de inspiração para uma prática interdisciplinar com Ciências. Vale a pena a leitura desse artigo publicado na *Revista Boletim de Educação Matemática* (Bolema), da Unesp.

ALMEIDA, Lourdes M. W.; DIAS, Michele R. Um estudo sobre o uso da modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. *Bolema*, Rio Claro: Unesp, v. 17, n. 22, p. 19-35, 2004. Disponível em: https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10529. Acesso em: 3 jun. 2022.

História da Matemática e Etnomatemática

A BNCC ressalta a importância do trabalho com os diferentes saberes e culturas e com a produção do conhecimento produzido pela humanidade ao longo do tempo e do espaço. Para tanto, há duas tendências metodológicas, também destacadas nesse documento oficial, que podem servir de aporte para esse trabalho: a História da Matemática e a Etnomatemática.

Em relação à História da Matemática, a BNCC traz vários destaques. Reproduzimos a seguir um exemplo.

> A Geometria não pode ficar reduzida a mera aplicação de fórmulas de cálculo de área e de volume nem a aplicações numéricas imediatas de teoremas sobre relações de proporcionalidade em situações relativas a feixes de retas paralelas cortadas por retas secantes ou do teorema de Pitágoras. A equivalência de áreas, por exemplo, já praticada há milhares de anos pelos mesopotâmios e gregos antigos sem utilizar fórmulas, permite transformar qualquer região poligonal plana em um quadrado com mesma área (é o que os gregos chamavam "fazer a quadratura de uma figura"). Isso permite, inclusive, resolver geometricamente problemas que podem ser traduzidos por uma equação do 2º grau. (BRASIL, 2017, p. 272-273)

O livro *História nas aulas de Matemática: fundamentos e sugestões didáticas para professores*, escrito pelos professores brasileiros Iran Abreu Mendes (Universidade Federal da Paraíba) e Miguel Chaquiam (Universidade Federal do Rio Grande do Norte), traz um panorama explicitador e incentivador da abordagem de conteúdos a partir da História da Matemática. A seguir, alguns pontos essenciais abordados por eles (MENDES; CHAQUIAM, 2016).

1. Ao explorar a história da Matemática, é necessário compreender que, na verdade, trata-se de histórias no plural, pois estão conectadas, integradas ou mesmo tecidas em meio a outras histórias das mais diversas qualidades. São histórias sobre a produção de ideias matemáticas e as materializações em múltiplas linguagens representativas e, talvez, também seja dessa multiplicidade que surge a característica plural dessas histórias. Esquecer ou desprezar essa pluralidade é empobrecer qualquer abordagem dita ou concebida como transversal, integrada ou até mesmo contextualizada para a Matemática que se ensina.
2. As histórias consideradas importantes para o desenvolvimento da aprendizagem matemática dos estudantes em sala de aula são aquelas que têm a vocação de explicar a organização conceitual das matemáticas produzidas no tempo e no espaço.
3. Uma das justificativas mais comum sobre a indicação do uso didático ou pedagógico das informações históricas nas atividades de ensino de Matemática é que ela amplia a compreensão dos estudantes acerca das dimensões conceituais dessa área, representando uma contribuição didática para o trabalho do professor e fortalecendo as competências formativas para o exercício de ensino.
4. O uso da história nas aulas de Matemática amplia a visão sobre os aspectos formativos, informativos e utilitários, conduzindo os estudantes ao acervo cultural dessa ciência com a finalidade de desenvolver o interesse pelo assunto e estimular a preservação da memória intelectual humana.
5. É necessário que o professor redirecione o uso das histórias e promova um exercício de investigação mais ampliado, possibilitando que se crie um cenário no qual as histórias do desenvolvimento conceitual sejam agregadas às informações existentes. É preciso explicar que o conhecimento a ser aprendido contribuirá para a ampliação das estratégias de pensamento e, consequentemente, ajudará os estudantes na produção de conhecimento. Outro fator importante é a possibilidade de extrair das informações históricas aspectos epistemológicos que favoreçam a explicação de porquês matemáticos; por exemplo: como determinados teoremas foram provados, entre outros. É fundamental que o professor tente se colocar no lugar do criador desses conceitos para que incorpore, da melhor maneira possível, as justificativas e as argumentações, de modo que a solução seja compreendida e aceita pelos estudantes. Além disso, esse posicionamento dá a possibilidade de diálogos criativos que subsidiem novos elementos agregadores à reformulação das teorias matemáticas que foram complementadas ao longo do desenvolvimento histórico da Matemática.
6. Podem ser desenvolvidos alguns projetos de investigação sobre as histórias dos seguintes tópicos matemáticos: números de Fibonacci; problema das quatro cores; fractais; razão áurea; retângulo de ouro; números imaginários; números complexos; números irracionais;

fórmula de Euler; Matemática e arquitetura; Matemática e arte islâmica; Matemática e música; barras de Napier; triângulo de Pascal; Trigonometria e polígonos regulares; sólidos de Platão; simetria em diversas culturas; transformações geométricas no plano; desenvolvimento das ideias sobre funções; entre outros.

Ao se apoiar nas concepções do uso da história da Matemática em sala de aula, você deve adotar uma postura de escuta reflexiva e conduzir as discussões a partir dos questionamentos que os estudantes farão sobre as informações e histórias às quais terão acesso. É importante fomentar discussões sobre os diferentes contextos nos quais os conceitos surgirem e levantar os possíveis saberes que os estudantes trazem sobre eles. O uso de literatura pode ser um caminho bastante interessante para isso.

No exemplo apresentado, é dado um breve histórico de como foram inseridas, na sociedade brasileira, as relações do sistema métrico de medidas e toda dificuldade da época. As questões de interpretação do texto culminam com o apontamento das diferentes maneiras de expressar medidas em outras culturas, como Estados Unidos, por exemplo (unidades jarda, pé e milha), e em quais contextos culturais os estudantes já se depararam com tais unidades. A jarda, por exemplo, é comum no contexto dos jogos da *National Football League* (NFL, a liga de futebol americano), algo em voga com os jovens. Outras unidades comentadas são perceptíveis em jogos eletrônicos.

Na História

O sistema métrico decimal

Palavras como **arrátel** e **côvado**, que soam estranhas para nós hoje em dia, foram tão familiares a nossos antepassados como, guardadas as proporções, as palavras "quilograma" e "centímetro" atualmente. Arrátel e côvado designavam, respectivamente, uma unidade de medida de massa e uma unidade de medida de comprimento do sistema de pesos e medidas brasileiro que vigorava antes da adoção do **sistema métrico decimal**. Esse sistema antigo tinha diversos problemas e não era consistente por vários motivos, entre os quais o fato de não adotar a escala decimal.

No mundo daquela época – antes do século XVIII – havia uma diversidade muito grande de unidades de medida, o que dificultava o comércio entre as nações. Porém já se pensava na possibilidade de um sistema único, universal, decimal. Não foi fácil conseguir essa uniformização, mas, no século XVIII, a Academia de Ciências da França nomeou uma comissão de grandes cientistas – como os matemáticos francês Laplace (1749-1827), italiano Joseph Louis Lagrange (1736-1813) e francês Gaspard Monge (1746-1818) – para fazer um projeto com essa finalidade.

Dos trabalhos dessa comissão, encerrados em 1799, nasceu o sistema métrico decimal, atualmente praticamente universalizado. O metro – a unidade-padrão de medida de comprimento – foi definido como a décima milionésima parte da distância do equador ao polo norte. (Hoje é possível definir o metro de uma maneira mais precisa.)

O sistema métrico decimal só começou a se tornar realidade em 1837, quando seu uso passou a ser obrigatório na França.

Reprodução/Museu Carnavalet, Paris, França.

Gravura francesa do século XVIII, de J. P. Delion, representando o uso de unidades de medida. Encontra-se no Museu Carnavalet, em Paris, França.

No Brasil, ele foi introduzido por uma lei em 26 de junho de 1862. Essa lei era bastante prudente, pois estabelecia um prazo de 10 anos para que cessasse por completo o uso das antigas unidades de medida. Nesse meio-tempo, a mudança foi gradualmente organizada, com a vinda dos novos padrões da França e a inclusão do ensino do sistema métrico decimal nas escolas. A partir de 1º de julho de 1873, o uso do sistema antigo implicaria multas e até prisão.

Capítulo 22 | Tempo e temperatura 287

Faça as atividades no caderno.

Ocorreu então, no Brasil, um fato que entrou para a história. Talvez porque a vigência do novo sistema de medidas tivesse coincidido com um aumento de impostos, algumas províncias do Nordeste tentaram resistir à adoção e desencadearam uma insurreição, que ficou conhecida como Revolta do Quebra-Quilos.

Acervo Images/Alamy/Fotoarena

Cartaz da Revolta do Quebra-Quilos.

Atualmente pode nos parecer absurdo que uma mudança como essa, tão importante para o comércio internacional, pudesse ter acarretado tantas discussões e desentendimentos. Mas, mesmo que não houvesse outros motivos, a tradição enraizada é uma barreira difícil de transpor. Por exemplo, nos Estados Unidos, a maior economia do mundo, o sistema métrico decimal ainda não substituiu o sistema inglês de pesos e medidas, tradicional do país. Esse sistema inclui unidades como o pé e a milha (unidades de medida de comprimento) e a libra (de massa), e ainda está em pleno uso.

Fonte dos dados: MAGALHÃES JÚNIOR, Raimundo. *O império em chinelos*. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1957; SMITH, David E. *History of Mathematics*. New York: Dover, 1953. v. 2.

1. No caderno, escreva com algarismos "um décimo milionésimo", valor de referência na constituição da unidade de medida metro no século XVIII.
2. O texto fala em "províncias" do Nordeste. Como passaram a se chamar as províncias no Brasil, com o regime republicano?
3. Responda às perguntas.
   a) Qual era o regime político do Brasil em 1873?
   b) Quem era o mandatário supremo?
   c) Qual era o papel do chefe do Gabinete nesse regime?
4. Temos que 1 libra equivale a 453,6 g. Qual é a medida de massa aproximada, em libras, de uma pessoa com 72 kg?
5. Em inglês, como são chamadas as unidades de medida pé e libra? Pesquise para descobrir.

As imagens não estão representadas em proporção.

35 M.P.H.
FOR 3 MI.

Placas que indicam medida de velocidade máxima (35 milhas por hora, ou 35 M.P.H., correspondem a aproximadamente 56 quilômetros por hora) e medida de distância (3 milhas, ou 3 MI., correspondem a aproximadamente 4,8 quilômetros).

288 Unidade 8 | Massa, volume, capacidade, tempo e temperatura

Reprodução de seção *Na História*, páginas 287 e 288, volume 6 do Livro do Estudante.

O trabalho com essa seção mobiliza com mais ênfase a **CG01** e a **CEMAT01** ao promover a valorização e utilização dos conhecimentos historicamente construídos para compreender a realidade, assim como o reconhecimento da Matemática como uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos.

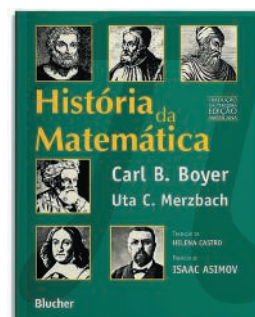
Proposta para o professor

O livro indicado a seguir é o primeiro escrito por uma mulher brasileira sobre a História da Matemática. A linguagem é acessível e apresenta diversas reflexões sobre conceitos já arraigados que podem e devem ser questionados. É interessante destacar alguns trechos ou histórias para promover um debate com os estudantes.

ROQUE, Tatiana. *História da Matemática*: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. 1. ed. São Paulo: Zahar, 2012.

Reprodução/Zahar

Indicamos a seguir outra sugestão a respeito da História da Matemática que serve de referência para estudos e consultas. A obra traz a história dos conceitos, biografias de diferentes matemáticos e contribuições das principais civilizações para a criação da Matemática como concebida atualmente.

BOYER, Carl B.; MERZBACH, Uta C. *História da Matemática*. São Paulo: Edgard Blücher, 2012.

Reprodução/Blucher

Sugerimos, ainda, o livro do pesquisador grego Georges Ifrah, que faz um "passeio" pela História da Matemática, acompanhando a evolução do raciocínio de nossos ancestrais desde a Pré-História, passando por civilizações como a dos egípcios, babilônios, fenícios, gregos, romanos, hebreus, maias, chineses, hindus e árabes.

IFRAH, Georges. *Os números*: a história de uma grande invenção. Rio de Janeiro: Globo, 1992.

Há mais de duas décadas, o termo Etnomatemática saiu dos meios acadêmicos e adentrou os documentos oficiais, currículos, programas de ensino e materiais didáticos das escolas. O célebre professor Ubiratan D'Ambrosio (1932-2021) foi o precursor e principal cientista brasileiro a se dedicar ao tema. Em razão de suas ideias e produções acadêmicas, que contemplam todos os níveis de ensino da Matemática, ele tornou-se um profissional reconhecido, respeitado e referenciado mundialmente.

Ubiratan D'Ambrosio. Foto de 2007.

Na obra *Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade*, o professor Ubiratan esclarece como nasceu a palavra Etnomatemática:

> Para compor a palavra Etnomatemática utilizei as raízes *tica*, *matema* e *etno* para significar que há várias maneiras, técnicas, habilidades (*ticas*) de explicar, de entender, de lidar e de conviver com (*matema*) distintos contextos naturais e socioeconômicos da realidade (*etnos*). (D'AMBROSIO, 2011, p. 70)

Nessa mesma obra, ele define o conceito: Etnomatemática é a Matemática praticada por grupos culturais, como comunidades urbanas e comunidades rurais, grupos de trabalhadores, classes profissionais, crianças de uma faixa etária específica, sociedades indígenas e tantos outros grupos que se identificam por objetivos e tradições comuns.

A Etnomatemática tem o objetivo de preservar e estudar as particularidades de cada indivíduo e as culturas e os conhecimentos matemáticos adquiridos, pois compreende que o ser humano se desenvolve continuamente e, por isso, ressignifica as técnicas e adota novas, compondo a própria maneira de explicar a realidade. Tais conhecimentos são transmitidos pela interação e a comunicação em ambientes distintos, nos quais os sujeitos circulam, incluindo a escola, o trabalho, a comunidade ou o bairro em que residem, entre outros.

É importante lembrar que, assim como a História da Matemática, a Etnomatemática se apoia nos contextos culturais, mas não apenas neles: também envolve a localização temporal e o espaço no qual o indivíduo circula.

Apoiar-se nos pressupostos da Etnomatemática é um caminho promissor para trabalhar com o contexto dos estudantes, pois considera e valoriza os saberes que trazem, constituídos pelas vivências deles. Há várias possibilidades de mobilizar tais saberes ao longo das aulas de Matemática, por exemplo: ao discutir o orçamento doméstico de uma família, é possível identificar práticas culturais para lidar com o consumo e com o alimento.

No exemplo a seguir, do volume 9 da coleção, os estudantes são levados a entender o conceito de inflação e de que maneira ela pode afetar as relações de consumo. Além disso, são convidados a compartilhar, em grupos, informações de como driblar a alta dos preços usando um material de divulgação – o que potencializa o processo de aprendizagem e o espírito de cooperação entre pares.

Educação financeira

Faça as atividades no caderno.

Inflação

Inflação: Veja cinco dicas de educação financeira para jovens driblarem a alta dos preços no orçamento

Investigação das despesas e revisão dos hábitos de consumo ajudam na organização das finanças

Os jovens entre 20 e 30 anos experimentam pela primeira vez o cenário de inflação alta, prolongada e dispersa entre os preços de vários produtos e serviços do cotidiano, dos transportes aos alimentos. [...]

Veja a seguir as principais dicas dos economistas para quem está começando a vida adulta em meio à inflação elevada:

1. Investigue despesas e elimine os gargalos

O primeiro passo recomendado por especialistas é identificar para onde vai o dinheiro. Vale usar a tecnologia e registrar gastos num *app* de finanças para acompanhar a evolução dos gastos. "É preciso saber quanto se gasta com cada coisa para identificar os gargalos e eliminá-los rapidamente. Às vezes a pessoa paga muita coisa no cartão de crédito ou no débito automático e não presta atenção na fatura. [...]"

2. Estabeleça suas prioridades

Depois de investigar seu orçamento, reveja seus hábitos de consumo e estabeleça prioridades para a alocação do seu dinheiro. "Coloque em ordem aquilo que é importante: alimentação, moradia, transporte e lazer. Para quem tem filhos, inclua a educação deles logo depois de alimentação e moradia." [...]

3. Pesquise em diferentes estabelecimentos

Pesquisar preços é a chave para o consumidor, principalmente em tempos de remarcações. "Não fica pensando que cinco reais a mais no preço do arroz é pouco porque é o somatório desse pouco que impacta no fim do mês. E se precisar comprar um remédio ou outro item que não estava previsto, nunca compre no primeiro lugar que encontrou." [...]

4. Invista em qualificação

Mesmo com o poder de compra reduzido, economistas reforçam que o investimento em educação é fundamental para o jovem aumentar a sua produtividade, conseguir melhores posições no mercado e aumentar sua renda. "É bom ficar de olho nas oportunidades de emprego que estão despontando no mercado e ver que tipo de curso é preciso fazer para se colocar melhor. A qualificação deve ser uma prioridade mesmo com a renda mais curta, porque é uma forma de o jovem crescer mais rapidamente." [...]

5. Planeje o seu futuro

É preciso deixar de lado a mentalidade imediatista e pensar no longo prazo. Economistas explicam que é importante que os jovens invistam parte do que ganham de olho no futuro, inclusive para complementar a aposentadoria. "Não deixe seu dinheiro parado, mesmo que seja pouco. [...]"

NALIN, Carolina. Inflação: Veja cinco dicas de educação financeira para jovens driblarem a alta dos preços no orçamento. *O Globo* [s. l.], 17 abr. 2022. Disponível em: https://oglobo.globo.com/economia/macroeconomia/inflacao-veja-cinco-dicas-de-educacao-financeira-para-jovens-driblarem-alta-dos-precos-no-orcamento-25477776. Acesso em: 18 abr. 2022.

Kondor83/Shutterstock

A alta dos preços dos alimentos contribui para o aumento da inflação.

1. Após a leitura do texto, junte-se a um colega e responda no caderno.
   a) Você se lembra o que pesquisou sobre inflação e como medi-la? Explique com suas palavras.
   b) Quais são as consequências da inflação?
2. Você já ouviu falar sobre deflação? Pesquise o significado do termo e, depois, com os colegas e o professor, respondam: A deflação pode ser um problema para a economia? Por quê?
3. Com base nos dados do texto, elabore, em grupo com mais 4 estudantes, um material de divulgação que possa ser disponibilizado em sua comunidade escolar com as dicas para driblar a alta dos preços; para tanto podem ser elaborados cartazes, *posts* em redes sociais, vídeos em *softwares* gratuitos, entre outros.

100 Unidade 4 | Cálculo algébrico

Reprodução da seção *Educação financeira*, página 100, volume 8 do Livro do Estudante.

Outra proposta interessante é, ao trabalhar em comunidades rurais, suscitar discussões sobre como se faz a medição de terras e das respectivas áreas. Mobilizar saberes matemáticos não escolares dos estudantes é uma ótima solução para o aprofundamento de temas, pois incentiva e instiga o interesse deles pela Matemática.

Proposta para o professor

No *site* Mentalidades Matemáticas é possível saber mais sobre a Etnomatemática na visão de D'Ambrosio:

AS LIÇÕES DE UBIRATAN D'AMBROSIO. *Mentalidades Matemáticas*. Cotia, 17 maio 2021. Disponível em: https://mentalidadesmatematicas.org.br/as-eternas-licoes-de-ubiratan-dambrosio/.

Sugerimos também o vídeo no qual o professor descreve como as bases da Etnomatemática foram sendo estruturadas:

UBIRATAN D'AMBROSIO: ETNOMATEMÁTICA. São Paulo, 1 jun. 2020. 1 vídeo (12 min 10 s). Publicado pelo canal History of Science. Disponível em: https://youtu.be/kUCNDK7DeKs. Acesso em: 3 jun. 2022.

Avaliações em Matemática

Conceituamos avaliação não como uma etapa isolada, mas como parte do processo educativo, no qual você, professor, os estudantes, outros profissionais da escola e os pais ou responsáveis legais dos estudantes participem ativamente.

Uma das possibilidades que podem contemplar esse conglomerado de sujeitos no processo avaliativo é adotar práticas que realmente incluam a todos na dinâmica, ofertando, por exemplo, autoavaliações, avaliações realizadas pelos estudantes sobre a instituição de ensino, organização da turma em grupos de conversa com responsáveis sobre questões relacionadas à aprendizagem direta e indireta, entre outras. Nesse tipo de processo avaliativo, os estudantes podem assumir um compromisso maior com a própria aprendizagem – como preza a educação integral – e compreender que não basta apenas a obtenção de notas, conceitos ou média para aprovação. Com sua mediação, eles devem entender que são partes ativas do processo e devem refletir sobre os avanços individuais ou a necessidade de aprofundamento nos estudos. Com essa perspectiva, as avaliações podem constituir instrumentos de diagnóstico e de acompanhamento contínuo do processo educativo.

Os vários tipos de avaliações fornecem dados sobre o desempenho dos estudantes. Cada um deles tem características e objetivos pedagógicos distintos, por isso é importante conhecer e aplicar o tipo adequado de avaliação em cada momento do processo educacional. Citaremos aqui alguns exemplos para que você os utilize em momento oportuno: **avaliação diagnóstica**, **avaliação de processo** ou **avaliação formativa**, **avaliação comparativa** e **avaliação somativa**.

Cabe destacar também que as avaliações devem servir de diagnóstico e acompanhamento contínuo do processo de ensino e aprendizagem, para o levantamento de pontos de orientação que deem continuidade ao trabalho escolar e incentivem o aprimoramento dos conhecimentos.

É preciso considerar que a pandemia de covid-19 obrigou os professores a buscar novos caminhos para promover a avaliação dos conteúdos que foram ensinados durante o ensino remoto, cujos reflexos continuam reverberando mesmo em um contexto pós-pandêmico. As maneiras de ensinar e demonstrar a aquisição de conhecimento mudaram, portanto, os meios de avaliar também sofreram adaptações condizentes com essa nova realidade.

Nesse contexto, o processo avaliativo deve ser considerado fonte de informações e de reflexão para o professor e o estudante, que devem juntos trilhar caminhos para a reorganização da prática e de posturas frente ao processo de ensino e aprendizagem. As avaliações devem ser conhecidas pelo estudante que foi avaliado, assim como os resultados do que alcançou, contribuindo para que sejam um instrumento de medição da evolução no processo de aquisição de conhecimentos.

É importante compreendermos que o processo de avaliação não é um ato persecutório aos educadores, mas indicador e balizador de atitudes para possíveis mudanças e ressignificações de práticas de aprendizagem na escola e, mais especificamente, na sala de aula de Matemática. Quando implantamos um ambiente de reflexão, conseguimos atingir um planejamento colaborativo, desenvolver a capacidade de aceitar críticas e reordenar o processo, quando for o caso, e, com base nas avaliações, tomar decisões mais acertadas juntos e em prol da comunidade escolar.

Independentemente do tipo de avaliação escolhido, ele deve servir como instrumento de redimensionamento do trabalho desenvolvido. Registre suas observações nos trabalhos, nas provas e atividades dos estudantes para auxiliá-los a perceber por que ainda não alcançaram os objetivos de aprendizagem para o tema tratado e, se já o atingiram, faça um comentário como incentivo.

De acordo com os resultados das avaliações e após as reflexões acerca das metodologias usadas em sala de aula, é possível construir e planejar os caminhos para a recuperação de conteúdos com eficácia real. É também necessário identificar o que precisa ser mudado dali em diante, para favorecer o cumprimento dos objetivos previstos e assumidos pelo coletivo da escola.

Nesta coleção, como citamos, a seção *Na Unidade* traz atividades sobre os principais conteúdos abordados na Unidade e podem ser utilizadas como ferramentas de avaliação. Sugerimos que os estudantes resolvam as atividades individualmente e você os acompanhe durante a execução registrando avanços e dificuldades para, ao final, propor novas atividades de remediação coletiva ou individual de defasagens, conforme cada caso. Nas *Orientações didáticas* deste Manual, apresentamos direcionamentos para o trabalho com as atividades da seção, com algumas sugestões de remediação. No entanto, podem surgir outras dificuldades diferentes das listadas nessas orientações, por isso é importante o monitoramento individual e contínuo dos estudantes.

Na Unidade

Faça as atividades no caderno.

1. Um jogo de futebol teve uma arrecadação de R$ 2.376.541,00. Nesse número, o algarismo da ordem das dezenas de milhar é:
a) 3. b) 4. c) 6. d) 7.

2. (Enem) O medidor de energia elétrica de uma residência, conhecido por "relógio de luz", é constituído de quatro pequenos relógios, cujos sentidos de rotação estão indicados conforme a figura:

MILHAR CENTENA DEZENA UNIDADE

Reprodução/Enem, 2011

Disponível em: http://www.enersul.com.br. Acesso em: 26 abr. 2010.

A medida é expressa em kWh. O número obtido na leitura é composto por 4 algarismos. Cada posição do número é formada pelo último algarismo ultrapassado pelo ponteiro.

O número obtido pela leitura em kWh, na imagem, é:
a) 2 614. c) 2 715.
b) 3 624. d) 3 725.

3. Sílvia, Raul e Setsuko terminaram um trabalho escrito, redigido em muitas páginas. As páginas foram numeradas de I a XXIV, todas com símbolos romanos. Quantas vezes eles empregaram o símbolo **V** nas paginações?
a) 5 vezes. c) 9 vezes.
b) 7 vezes. d) 11 vezes.

4. (Enem) O quadro apresenta a ordem de colocação dos seis primeiros países em um dia de disputa nas Olimpíadas. A ordenação é feita de acordo com as quantidades de medalhas de ouro, prata e bronze, respectivamente.

País	Ouro	Prata	Bronze	Total
1º China	9	5	3	17
2º EUA	5	7	4	16
3º França	3	1	3	7
4º Argentina	3	2	2	7
5º Itália	2	6	2	10
6º Brasil	2	5	3	10

Se as medalhas obtidas por Brasil e Argentina fossem reunidas para formar um único país hipotético, qual a posição ocupada por esse país?
a) 1º c) 3º e) 5º
b) 2º d) 4º

5. (Obmep) Joãozinho subtraiu o menor número de três algarismos diferentes do maior número de três algarismos diferentes. Que resultado ele obteve?
a) 882 c) 885 e) 888
b) 883 d) 886

6. Um produtor colocou no caminhão certa quantidade de caixas de frutas para distribuir nos mercados da cidade. Ele entregou 24 caixas de frutas no mercado *A* e 24 caixas no mercado *B*, ficando com 121 caixas de frutas para distribuir entre outros estabelecimentos.
a) Qual era a quantidade inicial de caixas de frutas que havia no caminhão?
b) Nos dias seguintes, o produtor entregou 25 e 31 caixas no mercado *A*, e 20 e 38 caixas no mercado *B*. Qual mercado recebeu mais caixas ao longo dos 3 dias? Quantas a mais?

7. Das alternativas dadas, qual é a melhor aproximação do resultado da adição 99 + 999?
a) 100 c) 1 100
b) 110 d) 10 100

8. Um número diminuído de 24 unidades resulta em 121. Se for acrescido de 24 unidades resultará em:
a) 97. c) 145.
b) 101. d) 169.

9. (Obmep) Em uma mesa há nove cartões numerados de 1 a 9. Ana e Beto pegaram três cartões cada um. A soma dos números dos cartões de Ana é 7 e a soma dos números dos cartões de Beto é 23.
Qual é a diferença entre o maior e o menor dos números dos três cartões deixados sobre a mesa?
a) 3 c) 5 e) 7
b) 4 d) 6

10. (PUCC-SP) A soma dos algarismos que compõem a idade de Pedro é 8. Invertendo-se a posição de tais algarismos, obtém-se a idade de seu filho João, que é 36 anos mais novo que ele. A soma das idades de Pedro e João, em anos, é:
a) 82. b) 88. c) 94. d) 96.

37

Reprodução de seção *Na Unidade*, página 37, volume 6 do Livro do Estudante.

Avaliação diagnóstica

Na avaliação diagnóstica, busca-se identificar os conhecimentos prévios dos estudantes e verificar as habilidades ou dificuldades de aprendizagem.

Sugerimos que esse tipo de avaliação seja realizado no início do ano letivo e ao iniciar o trabalho com determinado conteúdo. O objetivo é conhecer melhor os estudantes para identificar e compreender suas necessidades e adaptar as aulas de acordo com a realidade da turma.

Os boxes *Participe* desta coleção podem, de modo geral, ser utilizados como instrumento de avaliação diagnóstica. Além disso, você pode propor aos estudantes que façam testes escritos ou orais, simulados, elaborem pequenos trabalhos ou respondam a um questionário.

Avaliação de processo ou formativa

Na avaliação de processo, o objetivo é averiguar o progresso e as dificuldades de aprendizagem dos estudantes em determinado período. Nesse tipo de avaliação, visa-se aferir o desempenho escolar ao longo do processo de ensino-aprendizagem em um prazo definido, de maneira contínua e sistemática.

Esse modelo pretende acompanhar a evolução da aquisição de conhecimento dos estudantes e dispensa a atribuição de notas. Ele permite que você avalie o desempenho individual dos estudantes e adéque sua prática docente às necessidade de cada educando.

O foco desse tipo de avaliação é a formação; pretende-se verificar se os estudantes alcançaram os objetivos pedagógicos, desenvolveram as competências e habilidades pretendidas. Sugerimos o uso de recursos como produções diversas, atividades em sala de aula, autoavaliação, elaborações audiovisuais, estudos de caso, entre outras.

Avaliação comparativa

Na avaliação comparativa, objetiva-se qualificar o ensino e constituir uma oportunidade de reflexão acerca do que foi aprendido e do que precisa ser ensinado. Sugerimos usar trabalhos simples durante ou ao término das aulas, elaboração de resumos, observação de desempenho, atividades para casa, autoavaliação e avaliação entre pares.

Aqui destaca-se o papel da autoavaliação, que deve ser feita por ambos os envolvidos na aprendizagem em sala de aula: o professor e o estudante. Por meio dela, você é levado a refletir sobre sua prática, reformulá-la e buscar formação específica para melhorá-la visando cada realidade escolar coletiva e particular.

Avaliação somativa

A avaliação somativa, em geral, é aplicada no final de um processo educacional – definido como ano, semestre, trimestre, bimestre ou ciclo. A principal característica no processo de aprendizagem é a assimilação dos conteúdos pelos estudantes pela associação com notas ou conceitos, e tem caráter classificatório. Nesse tipo de avaliação, em geral, utilizam-se exames avaliativos, de múltipla escolha ou dissertativos.

Enfatizamos que as avaliações escolares devem acontecer de maneira contínua e fazer parte de um ciclo avaliativo. Os resultados são essenciais para fundamentar decisões e possibilitar a atuação estratégica dos educadores. O objetivo principal de um ciclo avaliativo não deve ser a classificação, mas a possibilidade de replanejamento e a proposição de uso de novos recursos para transmitir o conteúdo aos estudantes com base em outras abordagens metodológicas de transmissão de conhecimentos.

Avaliações externas

As **avaliações externas de desempenho**, também conhecidas como **avaliações em larga escala**, visam aferir a qualidade do ensino e servem como instrumento de monitoramento e para elaboração de políticas públicas.

No Ensino Fundamental temos o Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb), que é um conjunto de avaliações externas em larga escala com o qual o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep) elabora um diagnóstico da Educação Básica brasileira e de fatores que podem interferir no desempenho do estudante.

> Por meio de testes e questionários, aplicados a cada dois anos na rede pública e em uma amostra da rede privada, o Saeb reflete os níveis de aprendizagem demonstrados pelos estudantes avaliados, explicando esses resultados a partir de uma série de informações contextuais.
>
> O Saeb permite que as escolas e as redes municipais e estaduais de ensino avaliem a qualidade da educação oferecida aos estudantes. O resultado da avaliação é um indicativo da qualidade do ensino brasileiro e oferece subsídios para a elaboração, o monitoramento e o aprimoramento de políticas educacionais com base em evidências.
>
> As médias de desempenho dos estudantes, apuradas no Saeb, juntamente com as taxas de aprovação, reprovação e abandono, apuradas no Censo Escolar, compõem o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb).
>
> Realizado desde 1990, o Saeb passou por uma série de aprimoramentos teórico-metodológicos ao longo das edições. A edição de 2019 marca o início de um período de transição entre as matrizes de referência utilizadas desde 2001 e as novas matrizes elaboradas em conformidade com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

BRASIL. Ministério da Educação. *Sistema de Avaliação da Educação Básica* (Saeb). Brasília, DF: Inep, [20--]. Disponível em: https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/saeb. Acesso em: 13 jun. 2022.

O Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa) tradução de *Programme for International Student Assessment*, é um estudo comparativo internacional realizado a cada três anos pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE). O Pisa para Escolas é específico para estudantes de 15 anos e 3 meses a 16 anos e 2 meses, independentemente do ano escolar em que estejam, desde que matriculados a partir do 7º ano do Ensino Fundamental. Nos países mais desenvolvidos, em que não há repetência ou ela é apenas residual, os estudantes elegíveis para o Pisa para Escolas devem estar cursando o equivalente no Brasil ao início do Ensino Médio.

> Os resultados do Pisa permitem que cada país avalie os conhecimentos e as habilidades de seus estudantes em comparação com os de outros países, aprenda com as políticas e práticas aplicadas em outros lugares e formule suas políticas e programas educacionais visando à melhora da qualidade e da equidade dos resultados de aprendizagem.
>
> O Inep é o órgão responsável pelo planejamento e a operacionalização da avaliação no país, o que envolve representar o Brasil perante a OCDE, coordenar a tradução dos instrumentos de avaliação, coordenar a aplicação desses instrumentos nas escolas amostradas e a coleta das respostas dos participantes, coordenar a codificação dessas respostas, analisar os resultados e elaborar o relatório nacional.
>
> O Pisa avalia três domínios – leitura, matemática e ciências – em todas as edições ou ciclos. A cada edição é avaliado um domínio principal, o que significa que os estudantes respondem a um maior número de itens no teste dessa área do conhecimento e que os questionários se concentram na coleta de informações relacionadas à aprendizagem nesse domínio. A pesquisa também avalia domínios chamados inovadores, como resolução de problemas, letramento financeiro e competência global.
>
> Desde sua primeira edição, em 2000, o número de países e economias participantes tem aumentado a cada ciclo. Em 2018, 79 países participaram do Pisa, sendo 37 deles membros da OCDE e 42 países/economias parceiras. O Brasil participa do Pisa desde o início da pesquisa.
>
> BRASIL. Ministério da Educação. *Programa Internacional de Avaliação de Estudantes* (Pisa). Disponível em: https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/pisa. Acesso em: 13 jun. 2022.

Formação continuada

O professor de Matemática precisa estar sempre em busca de aprimorar o que sabe sobre essa ciência e área do conhecimento, além de obter informações sobre os mecanismos de aprendizagem. Para coordenar um curso de Matemática é preciso conhecer não apenas o programa curricular, mas de informações sobre a história das descobertas matemáticas, curiosidades, leituras recomendadas, brincadeiras e jogos lógico-matemáticos, bons livros paradidáticos para incentivar o interesse, etc. Pensando nisso, tomamos a liberdade de sugerir livros, revistas e *sites* que podem contribuir para o aprimoramento da formação dos colegas que trabalham como professores de Matemática no Ensino Fundamental. (Todos os *sites* foram acessados em 3 jun. 2022.).

Aprofundamento em Matemática

1. *Coleção Matemática: aprendendo e ensinando*, de vários autores (São Paulo: Atual/Mir, 1995).

Essa coleção é composta de traduções de uma coleção russa publicada pela editora Mir e complementada por obras de autores nacionais. Cada volume aborda um tema de Matemática, em linguagem acessível. Os volumes a seguir podem ser úteis para a formação voltada ao Ensino Fundamental: *Sistemas de numeração*; *A demonstração em Geometria*; *Curvas notáveis*; *Figuras equivalentes e equicompostas*; *Método de indução matemática*; *Erros nas demonstrações geométricas*; *Equações algébricas de grau qualquer*; *Atividades em Geometria*; *Construindo gráficos*.

2. *A Matemática do Ensino Médio*, v. 1, de Elon Lages Lima e outros (Rio de Janeiro: SBM, 2016).

Essa obra apresenta noções de conjuntos, um estudo das diferentes categorias numéricas e a ideia geral das funções.

3. *Estatística básica*, de Wilton de O. Bussab e Pedro A. Morettin (São Paulo: Saraiva, 2017).

A obra aborda a análise de dados unidimensionais e bidimensionais, com atenção especial para métodos gráficos, conceitos básicos de Probabilidade e variáveis aleatórias, tópicos principais da interferência estatística, além de alguns temas especiais, como regressão linear simples.

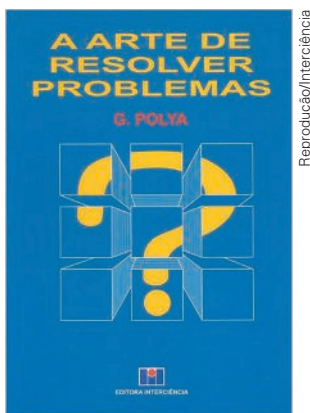
4. *Probabilidade e Estatística*, v. 1, de William Mendenhall (Rio de Janeiro: Campus, 1985).

No capítulo 1, o autor procura identificar a natureza da Estatística, os objetivos e o modo que exerce importante função nas ciências, na indústria e particularmente em nossa vida diária. Os exercícios são classificados por assunto: meio ambiente, engenharia/tecnologia, economia/negócios, política, agricultura, educação, etc.

Ensino-aprendizagem em Matemática

1. *A arte de resolver problemas*, de George Polya (Rio de Janeiro: Interciência, 1978).

Analisa métodos criativos de resolução de problemas, revela as quatro etapas básicas para solução de qualquer problema e sugere modos de trabalhar os problemas em sala de aula.

Reprodução/Interciência

2. *Didática da resolução de problemas de Matemática*, de Luiz Roberto Dante (São Paulo: Ática, 1999).

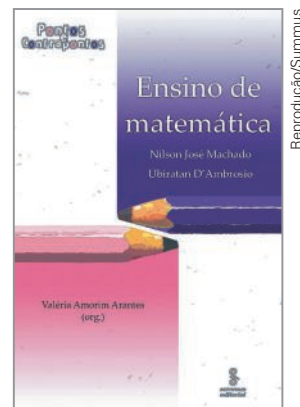
A obra mostra os objetivos da resolução de problemas, os vários tipos de problemas, as etapas da resolução e o encaminhamento da solução de um problema em sala de aula. Sugere, ainda, maneiras de propor enunciados e como conduzir os problemas em sala de aula. Os exemplos têm em vista especialmente o Ensino Fundamental.

3. *Anuários do Conselho Nacional de Professores de Matemática dos EUA*, NCTM (São Paulo: Atual, 1995).

A coleção é formada por traduções de livros-anuários do Conselho Nacional de Professores de Matemática (a sigla em inglês é NCTM) dos Estados Unidos. Cada livro aborda um tema sob a ótica do ensino-aprendizagem da Matemática, à luz da experiência de professores estadunidenses. Sugerimos os seguintes volumes para o aprofundamento dos estudos dedicados à prática no Ensino Fundamental: *Aprendendo e ensinando Geometria*; *Aplicações da Matemática escolar*; *As ideias da Álgebra*; *A resolução de problemas na Matemática escolar*.

4. *Ensino de Matemática: pontos e contrapontos*, de Nílson José Machado, Ubiratan D'Ambrosio e Valéria Amorim Arantes (org.) (São Paulo: Summus, 2014).

Nesse livro, os autores tratam de diferentes aspectos do ensino da Matemática e analisam questões históricas, epistemológicas, sociais e políticas.

Reprodução/Summus

5. *O raciocínio na criança*, de Jean Piaget (São Paulo: Record, 1967).

Piaget – importante pensador do século XX e defensor da abordagem interdisciplinar para a investigação epistemológica – discorre sobre o desenvolvimento do raciocínio na criança a partir da lógica. Mostra também como o raciocínio da criança, a princípio egocêntrico, à medida que a socialização se instaura, vai, de etapa em etapa, adquirindo a lógica do pensamento adulto.

6. *As seis etapas do processo de aprendizagem em Matemática*, de Zoltán Pál Dienes (São Paulo: EPU, 1986).

Nessa obra, o autor descreve estudos detalhados sobre as etapas de aprendizagem das crianças ao longo do desenvolvimento cognitivo. É uma obra interessante para o professor que deseja compreender o que o célebre cientista conceitua sobre a aquisição da aprendizagem.

7. *Da realidade à ação*: reflexões sobre educação e Matemática, de Ubiratan D'Ambrosio (São Paulo: Summus, 1986).

Nesse importante livro da Educação Matemática, Ubiratan D'Ambrosio chama a atenção dos leitores para a importância da educação e da Matemática como modos de emancipação e de crítica social.

8. *Matemática e língua materna*, de Nilson José Machado (São Paulo: Cortez, 2011).

O professor Nilson conduz o leitor por um importante caminho: o de interligar as relações da língua materna com a aprendizagem da Matemática. Discorre sobre a importância da leitura e da literatura nas aulas de Matemática como método para ampliação dos conceitos pelos estudantes que estão em processo de formação da competência leitora.

9. *Etnomatemática* – Elo entre as tradições e a modernidade, de Ubiratan D'Ambrosio (Belo Horizonte: Autêntica, 2016), Coleção Tendências em Educação Matemática.

Livro clássico da Educação Matemática, no qual o professor Ubiratan apresenta as ideias centrais da Etnomatemática.

Reprodução/Autêntica

10. *Na vida dez*, *na escola zero*, de David Carraher e outros (São Paulo: Cortez, 2011).

Livro que é referencial teórico com diversos estudos e pesquisas que abordam o uso de práticas não escolares para a formação e a compreensão de conteúdos matemáticos.

11. *O que a Matemática tem a ver com isso? Como professores e pais podem transformar a aprendizagem da Matemática e inspirar sucesso*, de Jô Boaler (Porto Alegre: Penso, 2019).

Apresenta reflexões atuais e incentiva a escola e os pais a oferecerem práticas desafiadoras e atividades realmente interessantes aos jovens para que aprendam Matemática de maneira curiosa e real.

12. *Por que e para que aprender Matemática?* de Veleida Anahí da Silva (São Paulo, Cortez, 2009).

Essa obra contribui para estudos sobre o olhar atribuído socialmente à Matemática e como esse fato está relacionado ao sucesso ou fracasso na aprendizagem dessa ciência.

13. *Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula*, de John A. Van de Walle (Porto Alegre: Artmed, 2009).

Manual descritivo e detalhado com diversas atividades para serem aplicadas no Ensino Fundamental. Traz reflexões e discussões de conceitos para o professor de Matemática.

Revistas e *sites*

Revistas

1. *Revista do Professor de Matemática* (São Paulo: SBM).

Revista quadrimestral com artigos variados e interessantes para o professor de Matemática. São abordados temas controversos, problemas desafiadores, comentários sobre livros, questões de olimpíadas, experiências pedagógicas inovadoras, etc. Para mais informações sobre a publicação, acesse: http://rpm.org.br.

2. *Nova Escola* (São Paulo: Associação Nova Escola).

A revista é destinada a professores e gestores e aborda temas como gestão da sala de aula, mudanças de políticas educacionais e muitos outros. Encontra-se disponível nas formas impressa e digital. Para mais informações, acesse: https://novaescola.org.br.

3. *Educação Matemática em Revista* (São Paulo: Sbem).

Periódico semestral que apresenta temas de interesse dos professores de Matemática. Informações sobre a revista podem ser encontradas em: www.sbembrasil.org.br.

Sites

1. www.bussolaescolar.com.br

Com *links* para todas as disciplinas escolares, traz uma seção de jogos variados. Clicando em "Matemática", há temas classificados em Ensino Fundamental, Ensino Médio, Geometria e História da Matemática.

2. www.cabri.com (em inglês)

Cabri-geometre é um *software* educacional desenvolvido especialmente para o ensino de Geometria. No *site* é possível encontrar versões demo para baixar e testar, além dos manuais para utilização.

3. www.geogebra.org (em inglês)

Disponibiliza o *software* GeoGebra, especialmente desenvolvido para o ensino de Álgebra e Geometria.

4. www.gregosetroianos.mat.br

Apresenta informações matemáticas diversificadas em linguagem acessível com gráficos animados, artigos, exercícios resolvidos e uma seção sobre erros mais comuns em Matemática.

5. www.matematica.br

Desenvolvido por professores do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo (IME-USP), o *site* traz informações classificadas por temas matemáticos, informações históricas e indicações de programas e cursos.

6. www.obm.org.br

Traz todas as provas realizadas nas edições da Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM), com os exercícios resolvidos.

7. www.obmep.org.br

Você encontra todas as provas das edições da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (Obmep), com as questões resolvidas. Além disso, publica bancos de atividades com questões aplicadas em olimpíadas nacionais e internacionais.

8. www.somatematica.com.br

Portal com dicas, curiosidades e material de apoio, incluindo jogos, indicações de livros, DVDs e outros materiais. Conta com uma comunidade virtual, um fórum e um espaço para contato entre professores e estudantes.

9. www2.mat.ufrgs.br/edumatec

Além de artigos e orientações sobre o uso de tecnologias, o *site* disponibiliza *softwares* especialmente desenvolvidos para o ensino de Matemática.

10. https://mentalidadesmatematicas.org.br/

O Mentalidades Matemáticas é uma cocriação do Instituto Sidarta e do Centro de Pesquisas YouCubed, da Universidade de Stanford, cujo objetivo é discorrer sobre os desafios atuais de equidade e letramento matemático.

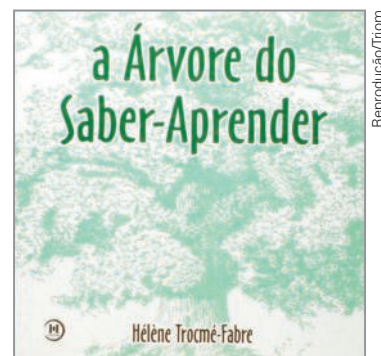
Uso de tecnologias no ensino

Livros

1. *Escritos sobre tecnologia educacional e educação profissional*, de Jarbas Novelino Barato (São Paulo: Senac, 2002).

O autor analisa questões que considera fundamentais da educação atual, como o uso do computador nos espaços educacionais, a sociedade do conhecimento, os novos meios de comunicação, a natureza do saber técnico, o ensino de técnicas e competências no âmbito da educação profissional e a avaliação do "saber fazer" dos trabalhadores.

2. *A árvore do saber-aprender*, de Hélène Trocmé-Fabre (São Paulo: Triom, 2004).

Essa obra pode conduzir a uma reflexão filosófica sobre a modernidade por abordar questões vitais transdisciplinares. Apresenta uma história e uma modelização para a criação do conhecimento e de saberes.

Reprodução/Triom

3. *Integração das tecnologias na educação*, organizado por Maria Elizabeth Bianconcini Almeida e José Manuel Moran (Brasília, DF: Ministério da Educação/Seed, 2005; disponível em: http://portal.mec.gov.br/seed/arquivos/pdf/iniciaissf.pdf; acesso em: 21 jun. 2022).

Esse material, de acesso livre, é um fascículo com artigos sobre o uso das tecnologias na Educação Básica. Traz ainda discussões sobre o trabalho com projetos e o uso de mídias na escola.

4. *Novas tecnologias e mediação pedagógica*, de José Manuel Moran, Marcos Tarciso Masetto e Marilda Aparecida Behrens (São Paulo: Papirus, 2017).

Os autores apresentam discussões importantes sobre o papel do professor no uso de tecnologias na educação, com a perspectiva de construir novas propostas.

Reprodução/Papirus

5. *A educação que desejamos: novos desafios e como chegar lá*, de José Manuel Moran (São Paulo: Papirus, 2011).

A obra trata das mudanças que as tecnologias trazem para a educação presencial e à distância, em todos os níveis de ensino, abordando o papel de professores e gestores ao desempenhar ações nesse cenário de inovação.

6. *Redes de aprendizagem: um guia para ensino e aprendizagem on-line*, de Linda Harasim, Murray Turoff, Lucio Teles e Starr Roxanne Hiltz (São Paulo: Senac, 2005).

   O livro discorre sobre o uso das tecnologias de informação e comunicação mediadas por computador – correio eletrônico, *bulletin boards system*, sistemas de conferência por computador e a própria internet – e como podem ser utilizadas no Ensino Fundamental, no Ensino Médio, na universidade e na educação de adultos.

Sites

1. http://portaldoprofessor.mec.gov.br

   Disponibiliza recursos como vídeos, imagens e animações para auxiliar o professor em sala de aula.

2. http://tecedu.pro.br/

   Revista eletrônica semestral com artigos e relatos de professores sobre o uso de tecnologias na aula.

3. http://webeduc.mec.gov.br/codigo_aberto

   Oferece *softwares* para uso gratuito em diversas disciplinas como ferramenta de apoio ao processo de ensino e aprendizagem.

4. http://www2.eca.usp.br/moran/

   Disponibiliza textos sobre educação e tecnologias aplicadas ao contexto educacional.

5. https://aedmoodle.ufpa.br/pluginfile.php/292702/mod_resource/content/1/Manual%20de%20Ferramentas%20Web%2020%20p%C2%AA%20Profs.pdf

   Esse manual, disponível no *site* do Ministério da Educação de Portugal, apresenta explicações sobre ferramentas disponíveis na web 2.0 e orientações de como utilizá-las no contexto educacional.

6. https://www.youcubed.org/pt-br/

   A plataforma YouCubed disponibiliza atividades, jogos, aplicativos e videoaulas que podem ser acessados *on-line* e gratuitamente. Foi criada pelo grupo de pesquisa da pesquisadora Jô Boaler, da Universidade de Stanford.

7. TV Escola. Oficina de produção de vídeos. *TV Escola*. Disponível em: https://midiasstoragesec.blob.core.windows.net/001/2017/02/dicas_producao_videos.pdf.

   O material, em formato de oficina, tem o objetivo de motivar estudantes e professores a produzir vídeos.

Referências bibliográficas comentadas

ALMEIDA, Lourdes M. W.; DIAS, Michele R. Um estudo sobre o uso da modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. *Bolema*, Rio Claro, v. 17, n. 22, p. 19-35, 2004. Disponível em: https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10529. Acesso em: 3 jun. 2022.

> O trabalho aborda a modelagem matemática – conceito explanado neste Manual e desenvolvido na coleção – como alternativa pedagógica em cursos regulares. Descreve, em particular, uma atividade de modelagem matemática cujo problema investigado é o crescimento de uma colônia de formigas.

BAGNO, Marcos. *Pesquisa na escola*: o que é, como se faz. São Paulo: Edições Loyola, 2007.

> Por meio de uma abordagem reflexiva que inspirou o trabalho com o tema nesta coleção, o autor apresenta sugestões para prática de pesquisa em sala de aula como fonte de aquisição de conhecimento.

BIEMBENGUT, Maria S.; HEIN, Nelson. *Modelagem matemática no ensino*. São Paulo: Contexto, 2000.

> Nesse livro, a modelagem matemática é levada para o dia a dia da sala de aula, com apresentação de várias possibilidades de trabalho que podem ser aplicadas com apoio dos volumes desta coleção.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*: versão final. Brasília, DF: MEC, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 3 jun. 2022.

> Documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os estudantes devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica. As concepções desta coleção, dissertadas neste Manual, estão fundamentadas nas premissas desse documento, assim como as propostas de distribuição de competências, habilidades e objetos de conhecimento ao longo dos volumes.

BRASIL. Ministério da Educação. *Temas Contemporâneos Transversais na BNCC*: contexto histórico e pressupostos pedagógicos. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2019. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/contextualizacao_temas_contemporaneos.pdf. Acesso em: 3 jun. 2022.

> Documento que explica o contexto histórico e os pressupostos pedagógicos utilizados na construção dos Temas Contemporâneos Transversais. Mostra que a proposição de trabalho com eles visa ao desenvolvimento de uma educação voltada para a cidadania, como explanado neste Manual e praticado nas propostas apresentadas nos volumes da coleção.

BRASIL. Ministério da Educação. *Temas Contemporâneos Transversais na BNCC*: Proposta de Práticas de Implementação. Brasília, DF: MEC, 2019. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/guia_pratico_temas_contemporaneos.pdf. Acesso em: 3 jun. 2022.

> Documento que traz os TCTs e explicita a ligação deles com os diferentes componentes curriculares, conforme preconizado pela BNCC e presente nas propostas desta coleção.

D'AMBROSIO, Ubiratan. *Etnomatemática*: elo entre as tradições e a modernidade. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

> O livro analisa o papel da Matemática na cultura ocidental e a noção de que Matemática é apenas uma maneira da Etno-Matemática. O autor faz um apanhado de diversos trabalhos dessa área, já desenvolvidos no país e no exterior, que usamos como referência para a elaboração de propostas desta coleção.

DANTE, Luiz R. *Didática da resolução de problemas de Matemática*. São Paulo: Ática, 1989.

> O autor explora a elaboração e a resolução de problemas em sala de aula e apresenta objetivos a serem alcançados nesse trabalho, conforme referenciado neste Manual.

DEMO, Pedro. *Educar pela pesquisa*. 4. ed. Campinas: Autores Associados, 2000.

> O artigo traz reflexões acerca das características necessárias para os professores no mundo contemporâneo e que foram consideradas na elaboração deste Manual.

DISTRITO FEDERAL. Secretaria de Estado de Educação. *Convivência escolar e Cultura de Paz*. Brasília, DF, 2020. Disponível em: https://www.educacao.df.gov.br/wp-conteudo/uploads/2018/02/Caderno-Conviv%C3%AAncia-Escolar-e-Cultura-de-Paz.pdf. Acesso em: 3 jun. 2022.

> Caderno orientador elaborado pela Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal cujo objetivo é mostrar ações para a materialização da Cultura de Paz e conscientização, prevenção e combate a todos os tipos de violência no ambiente escolar. Esse documento foi referencial para concepções explanadas neste Manual a respeito desse importante e urgente tema.

KATO, Mary A. *O aprendizado da leitura*. São Paulo: Martins Fontes, 1990.

> A obra faz um apanhado de como ocorrem os mecanismos para o aprendizado da leitura. As reflexões, que foram referência para concepções desta coleção, revelam as preocupações centrais da autora sobre a leitura, seus processos e sua aquisição.

KLEIMAN, Angela B. Modelos de letramento e as práticas de alfabetização na escola. *In*: KLEIMAN, Angela B. (org.). *Os significados do letramento*: uma nova perspectiva sobre a prática social da escrita. Campinas: Mercado de Letras, 1995.

> O objetivo dessa obra é informar fatos e mitos sobre o letramento. Os trabalhos apresentados, resultado de pesquisas realizadas no Brasil, percorrem diversas concepções do fenômeno do letramento e serviram de referência para a elaboração desta coleção.

KOVALSKI, Larissa. *O pensamento analógico na Matemática e suas implicações na modelagem matemática para o ensino*. 2016. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2016. Disponível em: https://acervodigital.ufpr.br/bitstream/handle/1884/56193/R%20-%20D%20-%20LARISSA%20KOVALSKI.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 3 jun. 2022.

> Esse trabalho insere-se na área de modelagem da Educação Matemática, voltado para a formação conceitual dos professores da disciplina. É uma pesquisa teórica de caráter qualitativo que foi referência para concepções pedagógicas desta coleção. Entendemos ser necessário, para a formação de um professor de Matemática, não apenas o desenvolvimento da parte lógica do pensamento matemático, ligada principalmente a demonstrações e utilização de técnicas dedutivas, mas o estudo dos modos de pensar e conceber a Matemática relacionados a outros tipos de raciocínio argumentativo, como indução, abdução e analogia.

KRULIK, Stephen; REYS, Robert E. (org.) *A resolução de problemas na Matemática escolar*. Trad. de Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1998.

> Coletânea de 22 artigos do National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) elaborados por especialistas em Educação Matemática. Com foco na resolução de problemas, há diversas orientações para ajudar professores tanto na sala de aula quanto na preparação de atividades adequadas aos estudantes do Ensino Fundamental. Foi uma fonte de consulta usada na elaboração de problemas desta coleção.

LASCANE, Mariana M.; HOMSY, Nathalia P. B.; MONTEIRO, Ana Fátima B. Construção do raciocínio lógico matemático. *Unisanta Humanitas*, Santos, v. 8, n. 2, p. 117-127, 2019. Disponível em: https://periodicos.unisanta.br/index.php/hum/article/view/2243. Acesso em: 3 jun. 2022.

> A proposta desse trabalho é abordar a construção do raciocínio lógico e as maneiras de trabalhá-lo em sala de aula, e ele serviu de referencial para conceitos e propostas deste Manual.

LORENZATO, Sergio. *Para aprender Matemática*. Campinas: Autores Associados, 2008.

> O livro é voltado tanto aos professores de Matemática como aos cursos de formação de professores para o Ensino Fundamental e o Ensino Médio de outras disciplinas. Aborda 25 princípios educacionais cuja aplicação favorece o ensino de qualidade. Apresenta diversos exemplos de situações reais, atividades já testadas em sala de aula e materiais didáticos facilmente reproduzíveis por estudantes e docentes.

MAGALHÃES, Ana Paula de A. S. *et al. A investigação matemática como estratégia de ensino e aprendizagem da Matemática. In*: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2016, São Paulo. *Anais* [...]. São Paulo: SBEM, 2016. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/4873_3348_ID.pdf. Acesso em: 3 jun. 2022.

> O artigo mostra a investigação matemática como estratégia de ensino para o desenvolvimento do pensamento matemático criativo, concepção presente nesta coleção. Propõe sugestões de atividades investigativas e como elas podem ser exploradas em sala de aula na Educação Básica.

MARCONI, Marina de A.; LAKATOS, Eva M. *Fundamentos de metodologia científica*. 9. ed. São Paulo: Atlas, 2021.

> A obra traz conteúdos objetivos para auxiliar o desenvolvimento de trabalhos científicos, apresentando procedimentos e variados exemplos que foram consultados na elaboração das propostas desta coleção.

MATTOS, Pablo. *Empatia e cooperação*: competência geral 9 da BNCC. 2020. [Rio de Janeiro]: Futura, 2020. (Curso *on-line*). Disponível em: https://www.futura.org.br/cursos/empatia-e-cooperacao-competencia-geral-9-da-bncc. Acesso em: 3 jun. 2022.

> Curso *on-line*, gratuito, para conhecer mais profundamente a competência geral 9 da BNCC e como tal competência deve cumprir seu papel de indução curricular. Traz ainda elementos que podem ser usados no desenvolvimento, planejamento e implementação de práticas pedagógicas úteis ao desenvolvimento da competência geral 9.

MENDES, Iran A.; Chaquiam, Miguel. *História nas aulas de Matemática*: fundamentos e sugestões didáticas para professores. Belém: SBHMat, 2016.

> O livro propõe uma maneira de abordar a Matemática da Educação Básica pelo desenvolvimento histórico das ideias matemáticas em sala de aula, o que vai ao encontro da linha pedagógica de algumas seções desta coleção.

MILANI, Débora R. da C. Culturas juvenis, tecnologias da informação e comunicação e contemporaneidade. *Revista Labor*, v. 1, n. 11, p. 123-124, 2014. Disponível em: https://repositorio.ufc.br/bitstream/riufc/23452/1/2014_art_drcmilani.pdf. Acesso em: 3 jun. 2022.

> O artigo analisa a contemporaneidade e possíveis impasses diante das culturas juvenis e considera, sobretudo, o uso das Tecnologias da Informação e Comunicação.

MORAN, José. Mudando a educação com metodologias ativas. *In*: SOUZA, Carlos Alberto; MORALES, Ofelia Elisa Torres (org.). *Convergências midiáticas, educação e cidadania*: aproximações jovens. v. II. (Coleção Mídias Contemporâneas). Ponta Grossa: Foca Foto-PROEX/UEPG, 2015. Disponível em: http://www2.eca.usp.br/moran/wp-content/uploads/2013/12/mudando_moran.pdf. Acesso em: 3 jun. 2022.

> Nesse texto, o autor explora o trabalho com metodologias ativas em diversos contextos, além de apresentar alguns modelos escolares inovadores.

NOVAES, Regina. Os jovens de hoje: contextos, diferenças e trajetórias. *In*: ALMEIDA, Maria Isabel M.; EUGENIO, Fernanda (org.). *Culturas jovens*: novos mapas do afeto. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 2006.

> Na obra, retrata-se a multiplicidade dos jovens sem nenhum viés preconceituoso, o que também é um preceito defendido por esta coleção. O livro reúne artigos de cientistas sociais que se dedicam a entender os problemas enfrentados atualmente pelas juventudes urbanas no Brasil.

PAVANELO, Elisangela; LIMA, Renan. Sala de aula invertida: a análise de uma experiência na disciplina de Cálculo I. *Bolema*, Rio Claro, v. 31, n. 58, p. 739-759, 2017. Disponível em: https://www.scielo.br/j/bolema/a/czkXrB369jBLfrHYGLV4sbb/abstract/?lang=pt. Acesso em: 3 jun. 2022.

> O artigo apresenta os resultados de uma experiência utilizando o conceito de sala de aula invertida em uma disciplina do Ensino Superior. Aponta as potencialidades, alguns problemas enfrentados e a opinião dos estudantes em relação à metodologia. Apesar de ser uma experiência com estudantes de Ensino Superior, traz importantes reflexões sobre os aspectos metodológicos que foram considerados na elaboração deste Manual e são úteis aos professores da Educação Básica.

POLYA, George. *A arte de resolver problemas*: um novo aspecto do método matemático. Trad. Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

> O autor apresenta passos para resolução de problemas, além de outras reflexões sobre esse tema que serviram de referência para concepções desta coleção.

ROCK, Gislaine G. T.; SABIÃO, Roseline M. A importância da leitura e interpretação na Matemática. *Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento*, São Paulo, ano 3, v. 1, p. 63-84, 2018. Disponível em: https://www.nucleodoconhecimento.com.br/educacao/interpretacao-na-matematica. Acesso em: 3 jun. 2022.

> O artigo apresenta a importância da leitura e da interpretação na Matemática, tendo como ponto primordial a leitura.

SALA DE AULA INVERTIDA. [*S. l.*], [*s. n.*], 2018. 1 vídeo (2 min 10 s). Publicado pelo canal José Moran. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=fp2eItLz-8M. Acesso em: 3 jun. 2022.

> No vídeo, Moran apresenta uma proposta de trabalho com sala de aula invertida, tipo de metodologia ativa sugerido neste Manual.

SARAIVA, José A. B. Padrão tensivo dos argumentos indutivo, dedutivo e abdutivo. *Revista Estudos Semióticos*, São Paulo, v. 15, 2019. Disponível em: https://www.revistas.usp.br/esse/article/view/153769/172404. Acesso em: 3 jun. 2022.

> O artigo apresenta e descreve três tipos básicos de argumentação (dedutivo, indutivo e abdutivo) que estão incluídos nas propostas didáticas desta coleção.

VINHAL, Maria de Lourdes. *O gênero tira e a argumentação*: uma relação produtiva. 2019. Dissertação (Mestrado profissional) – Universidade Federal de Uberlândia: Programa de Pós-graduação em Letras (PROFLETRAS), Uberlândia, 2019. Disponível em: https://repositorio.ufu.br/bitstream/123456789/25355/3/G%C3%AAneroTiraArgumenta%C3%A7%C3%A3o.pdf. Acesso em: 3 jun. 2022.

> Esse trabalho desenvolve e aplica uma proposta didática em que os estudantes são levados a usar a capacidade argumentativa, o que favorece o desenvolvimento da criticidade e da percepção consciente e participativa do contexto social, econômico e político em que vivem.

WING, Jeannette M. Pensamento computacional: um conjunto de atitudes e habilidades que todos, não só cientistas da computação, ficaram ansiosos para aprender e usar. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, Curitiba, v. 9, n. 2, p. 1-10, maio/ago. 2016. Disponível em: https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/4711/pdf. Acesso em: 3 jun. 2022.

> Trata-se da tradução do trabalho intitulado “Computational Thinking”, da autora estadunidense Jeannette Wing, que foi referência para as concepções de pensamento computacional desta coleção.

Orientações específicas

Sugestões de cronogramas para o volume

Este volume é composto de 23 capítulos, organizados em 9 Unidades, abordando todas as habilidades da BNCC previstas para o 7º ano do Ensino Fundamental.

Para colaborar com o planejamento de seu trabalho ao utilizar este volume, apresentamos sugestões de distribuição dos conteúdos em cronogramas bimestral, trimestral e semestral. No entanto, você pode organizar os capítulos e as Unidades seguindo critérios de seleção dos temas de acordo com as necessidades da turma e levando em consideração a carga horária, a grade curricular e o projeto pedagógico da escola.

Para elaboração dessas sugestões de cronograma, foram consideradas 40 semanas letivas, conforme previsto pela Lei Federal nº 13.415 de 2017.

Sugestões de organização				Unidades	Capítulos
1º semestre	1º trimestre	1º bimestre	Semana 1	Unidade 1: mmc, mdc, frações e porcentagem	Capítulo 1: Múltiplos e divisores de um número natural
			Semanas 2 e 3		Capítulo 2: Operações com frações e decimais
			Semana 4		Capítulo 3: Cálculo de porcentagens
			Semana 5	Unidade 2: Números inteiros e operações	Capítulo 4: Números positivos e números negativos
			Semana 6		Capítulo 5: Números inteiros
			Semanas 7 e 8		Capítulo 6: Adição e subtração de números inteiros
			Semanas 9 e 10		Capítulo 7: Multiplicação, divisão e potenciação de números inteiros
		2º bimestre	Semana 11	Unidade 3: Ângulos e retas	Capítulo 8: Ângulo
			Semana 12		Capítulo 9: Retas e ângulos
	2º trimestre		Semanas 13 e 14	Unidade 4: Números racionais	Capítulo 10: Os números racionais
			Semanas 15 e 16		Capítulo 11: Operações com racionais
			Semana 17	Unidade 5: Estatística e Probabilidade	Capítulo 12: Média e amplitude de um conjunto de dados
			Semanas 18, 19 e 20		Capítulo 13: Pesquisa estatística e representações gráficas
2º semestre		3º bimestre	Semana 21		Capítulo 14: Frequência relativa e Probabilidade
			Semanas 22, 23 e 24	Unidade 6: Noções de Álgebra	Capítulo 15: Noções iniciais de Álgebra
			Semanas 25 e 26		Capítulo 16: Equações
			Semana 27		Capítulo 17: Resolução de problemas
	3º trimestre		Semana 28, 29 e 30	Unidade 7: Distâncias, circunferências e polígonos	Capítulo 18: Distâncias e circunferências
		4º bimestre	Semanas 31 e 32		Capítulo 19: Polígonos
			Semanas 33 e 34	Unidade 8: Área, volume e transformações no plano	Capítulo 20: Área e volume
			Semanas 35 e 36		Capítulo 21: Transformações geométricas no plano
			Semanas 37 e 38	Unidade 9: Aritmética aplicada	Capítulo 22: Razões e proporções
			Semanas 39 e 40		Capítulo 23: Grandezas proporcionais

Unidade 1

mmc, mdc, frações e porcentagem

Objetivos pedagógicos desta Unidade

- Resolver e elaborar problemas que envolvem múltiplos e divisores.
- Calcular máximo divisor comum e mínimo múltiplo comum de números naturais.
- Comparar e ordenar frações.
- Resolver e elaborar problemas que envolvem porcentagens.

Justificativas

Os objetivos desta Unidade possibilitam aos estudantes o desenvolvimento de habilidades relacionadas à Unidade temática *Números* por meio de conteúdos associados a múltiplos e divisores de um número natural; frações e seus significados; frações e números decimais; e cálculo de porcentagens. Para auxiliar os estudantes na construção dos conceitos, as atividades propostas e as discussões sobre os temas são baseadas em situações contextualizadas e próximas ao cotidiano deles.

Considerando que, no Ensino Fundamental, o componente curricular Matemática deve ter o compromisso com o letramento matemático, o trabalho proposto nesta Unidade envolve a resolução de problemas que auxilia os estudantes na compreensão do mundo e na atuação nele e os preparam para situações reais que envolvem, entre outros, os TCTs *Educação para o Consumo* e *Educação Financeira*.

Além disso, nesta Unidade, é dada continuidade ao trabalho de estudo dos números, ampliando o que foi abordado nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e preparando os estudantes para desenvolver outras habilidades relacionadas à Unidade temática *Números*, abordada nos Anos Finais do Ensino Fundamental.

Competências gerais trabalhadas nesta Unidade

- CG02
- CG05
- CG06
- CG09
- CG10

Competências específicas de Matemática trabalhadas nesta Unidade

- CEMAT01
- CEMAT02
- CEMAT05
- CEMAT06

Habilidades de Matemática trabalhadas nesta Unidade

Capítulo 1

- EF07MA01
- EF07MA07

Capítulo 2

- EF07MA05
- EF07MA06
- EF07MA07
- EF07MA08
- EF07MA11
- EF07MA12

Capítulo 3

- EF07MA02
- EF07MA06

Temas Contemporâneos Transversais trabalhados nesta Unidade

- *Ciência e Tecnologia*
- *Direitos da Criança e do Adolescente*
- *Diversidade Cultural*
- *Educação Ambiental*
- *Educação em Direitos Humanos*
- *Educação Financeira*
- *Educação Fiscal*
- *Educação para o Consumo*
- *Educação para o Trânsito*
- *Educação para valorização do multiculturalismo nas matrizes históricas e culturais Brasileiras*
- *Saúde*
- *Trabalho*

Nesta Unidade

Nesta Unidade, são abordados os conceitos de múltiplo, divisor, fração e porcentagem. Também são discutidas estratégias para determinação do mínimo múltiplo comum (mmc), do máximo divisor comum (mdc) e de taxas de aumento e de redução.

No capítulo **1**, são propostas atividades que oportunizam a aplicação dos conceitos em diferentes situações relacionadas ao cotidiano. Além disso, pelo fato de os critérios para a determinação dos múltiplos e divisores de um número natural estarem relacionados com condições, é possível, à medida que se explora a condicional "se", presente em diferentes linguagens de programação, propor uma abordagem que contribua para o desenvolvimento do pensamento computacional.

O capítulo **2** possibilita a identificação dos conhecimentos prévios dos estudantes acerca das operações com frações e decimais, já abordadas em outros momentos da escolaridade, contribuindo, assim, para a superação de alguma possível lacuna formativa. Recomenda-se a utilização de diferentes estratégias, sobretudo as que envolvem o uso de materiais manipuláveis e jogos, de modo a possibilitar maior compreensão por parte dos estudantes e, gradativamente, desenvolver o processo de abstração dos conceitos. As atividades possibilitam ao professor a proposição de algumas metodologias ativas, tais como a sala de aula invertida, a gamificação e o uso de plataformas adaptativas.

O capítulo **3** contribui para a percepção da presença da porcentagem em situações apresentadas em diferentes meios de comunicação. Perceba a ênfase que é dada quando falamos "70% dos estudantes não sabem o que é fração" em comparação à ideia "a maioria dos estudantes não sabe o que é fração". O uso do percentual aumenta a sensação de confiabilidade na informação, o que pode ser utilizado com vista ao convencimento de que uma notícia ou pesquisa é confiável. Dessa forma, compreender o significado da porcentagem e ser capaz de verificar se os dados apresentados são reais dá aos estudantes autonomia e capacidade de argumentação em relação, por exemplo, à divulgação de *fake news*. Neste capítulo, são propostas atividades que remetem às estratégias de cálculo mental e uso da calculadora. Além disso, diferentes atividades possibilitam a construção de argumentação e tomada de decisão. Recomenda-se que o professor explore a socialização dessas argumentações e das diferentes estratégias de resolução assumidas pelos estudantes.

Ao explorar a seção *Na Unidade*, registre as respostas, os acertos e os erros dos estudantes para construir um histórico avaliativo que permita acompanhar o desenvolvimento individual e coletivo, bem como o estudo das demais Unidades deste volume. De acordo com esse histórico, é possível mapear os obstáculos e remediá-los de maneira mais assertiva.

Unidade 2

Números inteiros e operações

Objetivos pedagógicos desta Unidade

- Identificar números positivos e números negativos.
- Identificar e comparar números inteiros.
- Associar números inteiros a pontos da reta numérica.
- Resolver e elaborar problemas que envolvem adição e subtração de números inteiros em diferentes situações.
- Resolver e elaborar problemas que envolvem multiplicação, divisão e potenciação com números inteiros em diferentes situações.

Justificativas

Os objetivos desta Unidade estão relacionados à introdução dos números inteiros de maneira a ampliar o trabalho realizado na Unidade temática *Números*, nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Lembrando que, na etapa da escolaridade anterior, o foco eram os números naturais e os números racionais positivos cuja representação decimal é finita.

Para auxiliar na identificação de números positivos e números negativos, buscamos situações que possam contextualizar a necessidade de ampliação do conjunto dos números naturais. Como exemplo, foram utilizadas nesta Unidade medições de temperatura, medidas de altitude e unidades monetárias.

No trabalho com os números inteiros, neste primeiro momento, utilizamos a representação deles na reta numérica, de maneira que os estudantes possam identificar e associar os números inteiros a esse tipo de representação. Além disso, também representamos, quando possível, operações de adição e subtração, sendo que as operações com números inteiros possibilitam o estudo de conceitos básicos de economia e finanças, visando à Educação financeira dos estudantes, conforme indicado na BNCC.

Consideramos que a utilização da resolução de problemas, como uma metodologia de ensino, possibilita o desenvolvimento da capacidade de identificação de oportunidades de utilização da Matemática em outros contextos, aplicando conceitos e procedimentos para a obtenção de soluções e a interpretação dos resultados.

Além da resolução de problemas, entendemos que uma habilidade, sugerida pela BNCC, é a formulação de problemas por parte dos estudantes. Essa habilidade pode auxiliá-los no entendimento da linguagem dos enunciados de problemas matemáticos, que aparecem nos livros didáticos e em avaliações; e, ao mesmo tempo, estabelece uma relação com o conteúdo matemático considerado, na qual o estudante pode indicar situações em que aquele conceito matemático pode ser utilizado.

Competências gerais trabalhadas nesta Unidade

- CG01
- CG02
- CG04
- CG08
- CG10

Competências específicas de Matemática trabalhadas nesta Unidade

- CEMAT01
- CEMAT02
- CEMAT04
- CEMAT06
- CEMAT07
- CEMAT08

Habilidades de Matemática trabalhadas nesta Unidade

Capítulo 4

- EF07MA03

Capítulo 5

- EF07MA03
- EF07MA04

Capítulo 6

- EF07MA03
- EF07MA04

Capítulo 7

- EF07MA03
- EF07MA04

Temas Contemporâneos Transversais trabalhados nesta Unidade

- *Diversidade Cultural*
- *Educação Alimentar e Nutricional*
- *Educação em Direitos Humanos*
- *Educação Financeira*
- *Educação Fiscal*
- *Saúde*
- *Vida Familiar e Social*

Nesta Unidade

Nesta Unidade, é realizado o estudo dos números inteiros e as operações com esses números. O texto de abertura, sobre as profundezas dos oceanos, é propício para iniciar uma conversa com a turma, instigando a curiosidade dos estudantes e permitindo uma oportunidade para realizar um trabalho interdisciplinar com os componentes curriculares: **Geografia**, em relação à localização das fossas oceânicas e à indicação das coordenadas geográficas delas; e **Língua Portuguesa**, na leitura e compreensão do texto e na busca pelas palavras que podem ser pesquisadas durante a leitura.

Também são apresentados outros exemplos de utilização dos números inteiros, como nas medidas de temperatura, em saldo de gols e pontuações em campeonatos esportivos, assuntos que podem estar presentes em situações do cotidiano dos estudantes. O fato de eles terem familiaridade com esses temas é um possível facilitador da utilização de metodologias ativas que priorizam a participação do estudante no processo de ensino e aprendizagem.

Esta Unidade aborda os TCTs indicados na BNCC. Destacamos, por exemplo, a *Educação Financeira*, que pode ser abordada quando são apresentados exemplos de saldo bancário e cheque especial, que podem auxiliar os estudantes em tomadas de decisão sobre o uso do dinheiro, por exemplo. No caso das temperaturas baixas, que têm reflexos sobre pessoas em condições de vulnerabilidade, pode ser uma oportunidade para trabalhar a *Educação em Direitos Humanos*, o qual permite o surgimento de atitudes individuais e coletivas para que todos tenham o direito à vida. Conhecendo aspectos da alimentação saudável (TCT *Educação Alimentar e Nutricional*), é possível fazer escolhas de modo autônomo que contribuam para a própria saúde (TCT *Saúde*).

No decorrer da Unidade, os estudantes são convidados a realizar atividades que possibilitam compreender o estudo dos sinais nas operações de adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação, assim como nas expressões numéricas. As atividades que propõe resolução de problemas possibilitam aplicar os conhecimentos sobre números inteiros desenvolvidos no estudo desta Unidade.

No capítulo **4**, são abordados os seguintes temas: medida de temperatura; números negativos e números positivos. No capítulo **5**, são apresentados os conceitos de: número inteiro; valor absoluto; número oposto ou simétrico. No capítulo **6**, é destacada a operação de adição entre números inteiros; propriedades da adição; subtração de números inteiros. No capítulo **7**, a Unidade é finalizada com a operação de multiplicação, considerando os casos: números inteiros positivos; números inteiros de sinais contrários; números inteiros negativos; propriedades da multiplicação; divisão e potenciação de números inteiros.

Ao explorar a seção *Na Unidade*, registre as respostas, os acertos e os erros dos estudantes para construir um histórico avaliativo que permita acompanhar o desenvolvimento individual e coletivo, bem como o estudo das demais Unidades deste volume. De acordo com esse histórico, é possível mapear os obstáculos e remediá-los de maneira mais assertiva.

Objetivos pedagógicos desta Unidade

- Determinar medida de ângulos.
- Conhecer o conceito de bissetriz.
- Classificar ângulos.
- Conhecer as relações entre ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal.

Justificativas

Esta Unidade tem como objetivos desenvolver com os estudantes o pensamento geométrico, necessário para interpretar propriedades e analisar e produzir argumentos geométricos.

Nela, dá-se continuidade ao trabalho da Unidade temática *Geometria*, ampliando o que foi abordado nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e preparando os estudantes para desenvolver outras habilidades relacionadas a essa Unidade temática, que serão trabalhadas nos Anos Finais do Ensino Fundamental. Os estudantes são apresentados a algumas noções intuitivas relacionadas à Geometria, como classificação de retas.

Outros conceitos são apresentados de maneira formal, de modo a permitir que eles os utilizem na resolução de problemas evolvendo, por exemplo, medidas e classificação de ângulos.

Entendemos a importância da utilização de processos e ferramentas matemáticas para modelar e compreender o mundo, motivo pelo qual, nesta Unidade, os estudantes são incentivados a fazer construções geométricas utilizando instrumentos como régua, esquadro, transferidor e *softwares* de Geometria dinâmica.

Competências gerais trabalhadas nesta Unidade

- CG01
- CG02
- CG03
- CG07

Competências específicas de Matemática trabalhadas nesta Unidade

- CEMAT02
- CEMAT03
- CEMAT05
- CEMAT06
- CEMAT07
- CEMAT08

Habilidade de Matemática trabalhada nesta Unidade

Capítulo 9

- EF07MA23

Temas Contemporâneos Transversais trabalhados nesta Unidade

- *Ciência e Tecnologia*
- *Educação em Direitos Humanos*
- *Educação para valorização do multiculturalismo nas matrizes históricas e culturais Brasileiras*
- *Saúde*

Nesta Unidade

A Unidade trata de temas relacionados à Unidade temática *Geometria*, articulados aos objetos de conhecimento e habilidades da BNCC. Desenvolve as ideias de construção, representação e interdependência. Além disso, trabalha conteúdos que contribuem para a formação do raciocínio hipotético-dedutivo.

O estudo proposto nesta Unidade visa auxiliar no desenvolvimento das habilidades que dizem respeito a reconhecer, classificar e resolver problemas que envolvam ângulos, bem como resolver questões que envolvam operações e transformações de medidas em grau, minuto e segundo.

A partir de situações comuns aos estudantes, desenvolveu-se o conteúdo, no capítulo **8**, que se refere a ângulos, sua construção, classificação e transformações de unidades de medida. Apesar de não ser explorada, neste capítulo, nenhuma habilidade específica do 7º ano do Ensino Fundamental, entendemos que o conteúdo proposto é um importante pré-requisito para a continuidade dos estudos em *Geometria*, sobretudo para o capítulo seguinte.

No capítulo **9**, são explorados os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma reta transversal.

Na abertura da Unidade, antes de apresentar os objetivos pedagógicos, utilize o contexto descrito no material e converse

com os estudantes a respeito dos Jogos Olímpicos, da história, da cultura e das modalidades esportivas, de modo que haja uma interação entre eles e seja preparado um ambiente atrativo para a aprendizagem. Como proposto no texto, evidencie a importância da luta por igualdade entre homens e mulheres não somente nos esportes, mas explore a conquista realizada ao longo do tempo para que, nos últimos Jogos Olímpicos, o número de atletas femininas praticamente fosse igual ao número de atletas masculinos. Em seguida, inicie o trabalho com a abertura dessa Unidade explorando as imagens das atletas em suas modalidades para evidenciar as situações em que verificamos movimentos de aberturas que formam ângulos. Aproveite a oportunidade para incentivá-los a identificar no cotidiano situações em que também se pode verificar ângulos.

Os estudantes são incentivados a utilizar algumas ferramentas matemáticas, como régua, esquadros, transferidor e *softwares*, nas representações de retas paralelas cortadas por uma transversal e outros elementos geométricos. Providencie, previamente, os materiais necessários para o desenvolvimento das atividades. Caso não haja materiais suficientes para toda a turma, oportunize situações de trabalho em grupo ou faça o revezamento dos materiais.

Ao explorar a seção *Na Unidade*, registre as respostas, os acertos e os erros dos estudantes para construir um histórico avaliativo que permita acompanhar o desenvolvimento individual e coletivo, bem como o estudo das demais Unidades deste volume. De acordo com esse histórico, é possível mapear os obstáculos e remediá-los de maneira mais assertiva.

Unidade 4
Números racionais

Objetivos pedagógicos desta Unidade

- Retomar a ideia de fração como razão entre dois números.
- Comparar e ordenar números racionais.
- Associar números racionais a pontos da reta numérica.
- Resolver e elaborar problemas que envolvem adição e subtração de números racionais em diferentes situações.
- Resolver e elaborar problemas que envolvem multiplicação e divisão de números racionais em diferentes situações.
- Resolver e elaborar problemas que envolvem potenciação e radiciação de números racionais em diferentes situações.

Justificativas

Nesta Unidade, é aprofundado o conceito de número racional, ampliando o que já foi visto em anos anteriores, mas, agora, com a inclusão dos números racionais negativos. Dessa maneira, nos capítulos que a compõem, são considerados temas da Unidade temática *Números*, que se articulam com os objetivos pedagógicos a serem alcançados e norteiam as habilidades a serem desenvolvidas.

Os temas abordados estão relacionados aos números racionais: o conceito de número racional em suas distintas representações – fracionária, decimal e porcentual –; a relação entre essas maneiras de representar um número racional; comparação e ordenação; operações envolvendo números racionais representados nas formas fracionária e decimal – adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação –; e, por fim, são apresentados problemas com números racionais representados nas formas estudadas.

Retomamos e ampliamos o trabalho com resolução de problemas envolvendo números racionais, desenvolvidos no 6º ano, que embasam a continuidade do estudo dos campos numéricos nos anos posteriores do Ensino Fundamental. Consideramos que o uso da resolução de problemas como uma metodologia de ensino possibilita a utilização da Matemática em outros contextos, aplicando procedimentos e resultados para a obtenção de soluções.

Outra habilidade sugerida pela BNCC é a formulação de problemas por parte dos estudantes. Essa habilidade pode auxiliá-los no entendimento da linguagem dos enunciados de problemas matemáticos, que aparecem nos livros didáticos e em avaliações, e, ao mesmo tempo, estabelece uma relação com o conteúdo matemático considerado, por meio da qual o estudante pode indicar situações em que aquele conceito matemático pode ser utilizado.

Competências gerais trabalhadas nesta Unidade

- CG02
- CG06

Competências específicas de Matemática trabalhadas nesta Unidade

- CEMAT02
- CEMAT05
- CEMAT06
- CEMAT07

Habilidades de Matemática trabalhadas nesta Unidade

Capítulo 10

- EF07MA02
- EF07MA08

- EF07MA09
- EF07MA10

Capítulo 11

- EF07MA09
- EF07MA11
- EF07MA12

Temas Contemporâneos Transversais trabalhados nesta Unidade

- *Diversidade Cultural*
- *Educação Alimentar e Nutricional*
- *Educação Ambiental*
- *Educação Financeira*
- *Educação para a valorização do multiculturalismo nas matrizes históricas e culturais Brasileiras*
- *Saúde*

Nesta Unidade

Nesta Unidade é ampliado o estudo dos números racionais e suas operações.

No capítulo **10**, é considerada a ampliação do conjunto numérico para os números racionais. Iniciamos com o conceito de razão para destacar o conceito de número racional, ampliando as relações entre as formas de representação dos números racionais e a relação entre elas, expandindo o trabalho feito com números racionais até o 6º ano e embasando assuntos que serão tratados no 8º ano. Os temas desenvolvidos são: razão e fração; conceito de número racional e suas representações nas formas de fração, decimal e porcentual; localização desses números na reta numérica; conceitos de números racionais opostos e de módulo de um número racional; e comparação de números racionais.

No capítulo **11**, retomamos o trabalho com operações envolvendo números racionais, estendendo-se para números negativos. Apresentamos também o cálculo da raiz quadrada exata, aprofundando o trabalho feito no 6º ano, que serve para embasar a ampliação desse conceito em demais anos do Ensino Fundamental. Os temas desenvolvidos são: adição, subtração, adição algébrica, multiplicação, divisão, potenciação e raiz quadrada com números racionais expressos nas representações fracionária e decimal; resolução e elaboração de problemas envolvendo as operações estudadas com números racionais.

Ao explorar a seção *Na Unidade*, registre as respostas, os acertos e os erros dos estudantes para construir um histórico avaliativo que permita acompanhar o desenvolvimento individual e coletivo, bem como o estudo das demais Unidades deste volume. De acordo com esse histórico, é possível mapear os obstáculos e remediá-los de maneira mais assertiva.

Unidade 5
Estatística e Probabilidade

Objetivos pedagógicos desta Unidade

- Compreender o significado de média estatística e relacioná-la com a amplitude de um conjunto de dados.
- Planejar e realizar pesquisa estatística.
- Construir gráficos.
- Realizar experimentos aleatórios que envolvem cálculo de probabilidade por meio de frequência de ocorrências.

Justificativas

Nesta Unidade, são retomados e ampliados conceitos de Probabilidade e Estatística apresentados no 6º ano do Ensino Fundamental.

Com relação aos conceitos da Unidade temática *Probabilidade e Estatística*, entendemos que seja necessário promover um tratamento que auxilie no desenvolvimento de habilidades para interpretar, avaliar e comunicar informações estatísticas. Por isso, nesta Unidade, são trabalhadas as etapas do desenvolvimento de uma pesquisa, que incluem a coleta de dados e a comunicação, por meio de gráficos e outros tipos de representação dos resultados obtidos, além de atividades nas quais os estudantes devem ler e interpretar tabelas e gráficos, sejam aqueles desenvolvidos para fins didáticos ou os que envolvem dados de pesquisas reais obtidos por instituições especializadas, como o IBGE.

São apresentados ainda diversos tipos de gráfico: de barras, de colunas, de setores e de linha. Para auxiliar na habilidade de interpretação de dados, retomamos o conceito de Probabilidade, comumente utilizado para apresentar resultados de uma pesquisa ou dados estatísticos. Além disso, como a comunicação dos resultados de uma pesquisa é parte importante de seu impacto, apresentamos uma introdução à prática de construir gráficos utilizando um editor de planilha eletrônica.

Com relação à Probabilidade, ampliamos os estudos dos anos anteriores propondo aos estudantes que calculem a probabilidade da ocorrência de eventos.

Competências gerais trabalhadas nesta Unidade

- CG01
- CG02
- CG04
- CG07
- CG09

Competências específicas de Matemática trabalhadas nesta Unidade

- CEMAT02
- CEMAT04
- CEMAT05
- CEMAT06
- CEMAT07
- CEMAT08

Habilidades de Matemática trabalhadas nesta Unidade

Capítulo 12

- EF07MA12
- EF07MA35

Capítulo 13

- EF07MA02
- EF07MA12
- EF07MA36
- EF07MA37

Capítulo 14

- EF07MA34

Temas Contemporâneos Transversais trabalhados nesta Unidade

- *Ciência e Tecnologia*
- *Diversidade Cultural*
- *Educação Ambiental*
- *Educação em Direitos Humanos*
- *Educação Financeira*
- *Educação para o Consumo*
- *Processo de envelhecimento e valorização do Idoso*
- *Saúde*

Nesta Unidade

Na Unidade **1**, foi explorado o conceito de número fracionário. Esse tema terá um papel fundamental para os estudantes na compreensão dos conceitos que englobam o estudo de Estatística e Probabilidade.

Em relação às estratégias, a proposta apresentada nesta Unidade contempla diferentes metodologias. Ao abordar, por exemplo, os experimentos aleatórios, você pode recorrer tanto a materiais manipuláveis quanto a simuladores digitais, que possibilitam uma aprendizagem pela experimentação, prática ressaltada nas metodologias ativas de ensino-aprendizagem.

Além disso, desde o capítulo **12**, a proposta convida a uma reflexão sobre a utilização de tecnologias digitais nas escolas, em especial nas aulas de Matemática. Assim, várias das atividades propostas podem ser realizadas utilizando, por exemplo, planilhas eletrônicas.

Por falar em tecnologia, ao longo desta Unidade, são apresentados alguns fluxogramas que têm uma lógica computacional como pilar. Desse modo, ao analisá-los e refletir sobre eles com os estudantes, o professor pode contribuir com o desenvolvimento do pensamento computacional.

Pelo fato de a Estatística e a Probabilidade estarem presentes em diferentes áreas do conhecimento, promover uma prática interdisciplinar acabará sendo algo natural. Algumas atividades envolvendo a pesquisa estatística sugerem que os estudantes escolham uma temática de investigação. Assim, além de possibilitar uma aproximação com outras áreas do saber, a depender da temática escolhida, você poderá promover um debate profundo, contemplando até alguns dos Temas Contemporâneos Transversais sugeridos na BNCC.

Ao explorar a seção *Na Unidade*, registre as respostas, os acertos e os erros dos estudantes para construir um histórico avaliativo que permita acompanhar o desenvolvimento individual e coletivo, bem como o estudo das demais Unidades deste volume. De acordo com esse histórico, é possível mapear os obstáculos e remediá-los de maneira mais assertiva.

Unidade 6
Noções de Álgebra

Objetivos pedagógicos desta Unidade

- Compreender a ideia de variável.
- Conhecer sequências recursivas e sequências não recursivas.
- Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades em sequências.
- Reconhecer quando duas expressões algébricas são equivalentes ou não.
- Resolver e elaborar problemas que podem ser expressos por equações.
- Reconhecer quando duas expressões algébricas são equivalentes ou não.

Justificativas

Os objetivos desta Unidade estão relacionados à Unidade temática *Álgebra*. Com a intenção de promover a integração e a continuidade dos processos de aprendizagem, retomamos e ampliamos objetos de conhecimento do 6º ano do Ensino Fundamental, no que diz respeito ao reconhecimento de que

a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os 2 membros por um mesmo número não nulo e, dessa maneira, determinar valores desconhecidos na resolução de problemas.

Nesta Unidade, é possível desenvolver o pensamento algébrico, de modo a possibilitar a compreensão de modelos matemáticos e representações quantitativas de grandezas, bem como situações e estruturas matemáticas utilizando letras e outros símbolos.

Exploramos expressões algébricas em variados contextos, incluindo na Geometria. Depois, trabalhamos com sucessões numéricas, monômios e polinômios, sequências representadas por fórmula recursiva e por fórmula não recursiva e sequências sem fórmulas algébricas, buscando contribuir com o desenvolvimento do letramento matemático relacionado com a capacidade de argumentar e justificar de cada estudante.

Os conteúdos apresentados nesta Unidade podem auxiliar na apropriação de conhecimentos que serão abordados no 8º ano do Ensino Fundamental e estão intrinsicamente relacionados à resolução e à elaboração de problemas que envolvem o cálculo do valor numérico de expressões algébricas usando as propriedades das operações e a associação de uma equação linear do 1º grau com 2 incógnitas a uma reta no plano cartesiano.

Competências gerais trabalhadas nesta Unidade

- CG01
- CG02
- CG04
- CG06
- CG09
- CG10

Competências específicas de Matemática trabalhadas nesta Unidade

- CEMAT01
- CEMAT02
- CEMAT03
- CEMAT05
- CEMAT08

Habilidades de Matemática trabalhadas nesta Unidade

Capítulo 15

- EF07MA13
- EF07MA14
- EF07MA15
- EF07MA16

Capítulo 16

- EF07MA11
- EF07MA13
- EF07MA18

Capítulo 17

- EF07MA18

Temas Contemporâneos Transversais trabalhados nesta Unidade

- *Ciência e Tecnologia*
- *Diversidade Cultural*
- *Educação Financeira*
- *Saúde*

Nesta Unidade

Nesta Unidade, são ampliados os estudos relacionados à Unidade temática *Álgebra*, como foco de trabalho no desenvolvimento do pensamento algébrico e de elementos da resolução de problemas.

No capítulo **15**, são considerados os seguintes tópicos: expressões contendo letras; sucessões numéricas e expressões algébricas; monômios; polinômios; expressões algébricas equivalentes; e sequências.

No capítulo **16**, é dada ênfase à resolução de equações polinomiais do 1º grau para determinar a raiz de uma equação.

O capítulo **17** finaliza esta Unidade apresentado as etapas da resolução de problemas e como, em alguns casos, podem ser modelados e resolvidos por equações polinomiais do 1º grau.

Ao explorar a seção *Na Unidade*, registre as respostas, os acertos e os erros dos estudantes para construir um histórico avaliativo que permita acompanhar o desenvolvimento individual e coletivo, bem como o estudo das demais Unidades deste volume. De acordo com esse histórico, é possível mapear os obstáculos e remediá-los de maneira mais assertiva.

Unidade 7

Distâncias, circunferências e polígonos

Objetivos pedagógicos desta Unidade

- Determinar a distância entre dois pontos, entre um ponto e uma reta e entre duas retas paralelas.

- Identificar os principais elementos de uma circunferência.
- Construir triângulos e circunferências usando régua e compasso.
- Reconhecer a condição de existência de um triângulo e classificá-lo quanto às medidas dos lados e quanto às medidas dos ângulos internos.
- Determinar a soma das medidas dos ângulos internos e dos ângulos externos de um polígono regular.

Justificativas

Esta Unidade trata de conteúdos de Geometria a fim de trabalhar com os estudantes construções usando régua e compasso. Ao possibilitar que eles utilizem os instrumentos concretos na construção, amplia-se a capacidade de compreensão das figuras geométricas estudadas, como lugares geométricos, por exemplo. Também está incluída a opção didática de manipulação de *softwares* interativos, como o GeoGebra.

As definições de distâncias entre os entes geométricos são fundamentais. Toda a Geometria plana euclidiana se baseia no postulado das retas paralelas. Essa é uma primeira oportunidade para o estudante tomar contato com as consequências desse postulado, como a conclusão de que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°.

O estudo da classificação dos triângulos é fundamental. Esse é o polígono com o menor número de lados, que apresenta rigidez geométrica, e cujos resultados da adição das medidas dos ângulos internos e dos ângulos externos podem ser ampliados para os demais polígonos convexos.

Uma metodologia ativa particularmente útil para esse conteúdo é a instrução por pares. O estudante é incentivado a criar os próprios problemas para que o colega os resolva e avalie a qualidade do enunciado e das informações disponibilizadas enquanto ele também resolve e avalia os problemas elaborados pelo colega.

Competências gerais trabalhadas nesta Unidade

- CG01
- CG02
- CG03
- CG04

Competências específicas de Matemática trabalhadas nesta Unidade

- CEMAT01
- CEMAT02
- CEMAT03
- CEMAT06
- CEMAT08

Habilidades de Matemática trabalhadas nesta Unidade

Capítulo 18

- EF07MA12
- EF07MA22
- EF07MA29
- EF07MA33

Capítulo 19

- EF07MA07
- EF07MA24
- EF07MA25
- EF07MA26
- EF07MA27
- EF07MA28

Tema Contemporâneo Transversal trabalhado nesta Unidade

- *Ciência e Tecnologia*

Nesta Unidade

Nesta Unidade, serão abordados diferentes conceitos e definições envolvendo circunferências e polígonos, bem como o cálculo de diferentes distâncias. Ao longo da Unidade, serão propostas atividades com materiais concretos que contribuem tanto para a visualização quanto para a compreensão dos conceitos estudados. Nesse sentido, é importante que você verifique e inclua em seu planejamento materiais como: lápis de cor; régua; transferidor; esquadros; folhas de papel avulsas e tesoura com pontas arredondadas.

Além de propor atividades com materiais manipuláveis, a Unidade sugere outras metodologias que caminham para a construção ativa do conhecimento. Dentre elas, destacamos a utilização de *softwares*, como o GeoGebra, e o trabalho com simulações.

No capítulo **18**, são estudadas distâncias entre entes geométricos, como 2 pontos, reta paralelas, e ponto e reta. Na sequência, é apresentada a circunferência, seus elementos, a construção e a constante π.

O capítulo **19** inicia com a retomada do conceito de triângulo, seus elementos e a classificação. Amplia-se o estudo com a construção de triângulos e as propriedades dos ângulos internos e externos. A análise de triângulos em projetos arquitetônicos e de engenharia favorece a visualização de uma possível aplicação dos conceitos vistos pelos estudantes. Estende-se o exercício de construção de polígonos regulares para o quadrado e o hexágono.

Ao explorar a seção *Na Unidade*, registre as respostas, os acertos e os erros dos estudantes para construir um histórico avaliativo que permita acompanhar o desenvolvimento individual e coletivo, bem como o estudo das demais Unidades deste volume. De acordo com esse histórico, é possível mapear os obstáculos e remediá-los de maneira mais assertiva.

Unidade 8

Área, volume e transformações no plano

Objetivos pedagógicos desta Unidade

- Resolver e elaborar problemas que envolvam a medida de área de figuras geométricas planas.
- Resolver e elaborar problemas que envolvam a medida de volume de paralelepípedos.
- Reconhecer e representar figuras planas obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão.

Justificativas

Nesta Unidade, dá-se continuidade ao trabalho da Unidade temática *Geometria*, ampliando o que foi abordado nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e preparando os estudantes para desenvolver outras habilidades relacionadas a essa Unidade temática, que serão desenvolvidas nos Anos Finais do Ensino Fundamental. Eles são apresentados a algumas noções intuitivas relacionadas à Geometria, como medida de área de alguns polígonos e medida de volume do paralelepípedo.

Outros conceitos serão apresentados de maneira formal, de modo a permitir que os estudantes os utilizem na resolução de problemas envolvendo, por exemplo, as transformações geométricas no plano.

O trabalho com algoritmos passo a passo também é valorizado visando ao desenvolvimento do raciocínio lógico e do pensamento computacional dos estudantes.

Entendemos a importância da utilização de processos e ferramentas matemáticos para modelar e compreender o mundo, motivo pelo qual, nesta Unidade, os estudantes são incentivados a fazer construções geométricas utilizando instrumentos como régua e compasso e *softwares* de Geometria dinâmica.

Competências gerais trabalhadas nesta Unidade

- CG02
- CG03

Competências específicas de Matemática trabalhadas nesta Unidade

- CEMAT02
- CEMAT03
- CEMAT05
- CEMAT06

Habilidades de Matemática trabalhadas nesta Unidade

Capítulo 20
- EF07MA30
- EF07MA31
- EF07MA32

Capítulo 21
- EF07MA19
- EF07MA20
- EF07MA21

Temas Contemporâneos Transversais trabalhados nesta Unidade

- *Ciência e Tecnologia*
- *Educação Ambiental*
- *Educação para o Consumo*

Nesta Unidade

Nesta Unidade, serão abordadas diferentes figuras geométricas, agora para o cálculo de área e de volume necessário em diversas situações do cotidiano. Além disso, os capítulos que compõem esta Unidade sugerem a conexão da Geometria com a Arte, apresentando, por exemplo, obras do artista holandês Maurits Cornelis Escher (1898-1972).

O sistema de coordenadas é uma noção importante para o desenvolvimento das atividades propostas. Para auxiliar os estudantes na compreensão das representações no plano, pode-se utilizar algumas estratégias lúdicas, como construir o sistema de coordenadas no pátio da escola e indicar que os estudantes representem determinado ponto. Uma simulação como essa contribui para uma aprendizagem ativa, pois possibilita que os estudantes se tornem protagonistas do processo.

Outro conceito que será amplamente estudado é o de simetria, explorando sua relação a um ponto e a uma reta. De igual forma, as noções de reflexão, translação e rotação serão apresentadas e ilustradas.

Muitas atividades são de sondagem para que o estudante estabeleça vínculo mais prático com o conteúdo, ampliando seu protagonismo no aprendizado. Também favorecem o desenvolvimento da inferência e da argumentação.

No tocante às conexões dos conceitos estudados com diferentes Temas Contemporâneos Transversais, ao longo dos capítulos, são apresentadas situações que favorecem um debate em prol dos cuidados com o meio ambiente e os impactos econômicos da produção de resíduos da construção civil, por exemplo. Por fim, a Unidade abordará, na seção *Matemática e tecnologias*, algumas possibilidades de utilização do *software* GeoGebra. Essa pode ser uma oportunidade para refletir com os estudantes sobre o papel da Ciência e da tecnologia nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática.

Ao explorar a seção *Na Unidade*, registre as respostas, os acertos e os erros dos estudantes para construir um histórico avaliativo que permita acompanhar o desenvolvimento individual e coletivo, bem como o estudo das demais Unidades deste volume. De acordo com esse histórico, é possível mapear os obstáculos e remediá-los de maneira mais assertiva.

Objetivos pedagógicos desta Unidade

- Expressar a razão entre dois números por meio de uma fração.
- Determinar a escala de um mapa.
- Reconhecer grandezas diretamente proporcionais.
- Reconhecer grandezas inversamente proporcionais.
- Resolver e elaborar problemas com grandezas direta e com grandezas inversamente proporcionais.
- Resolver problemas usando a regra de três.

Justificativas

Nesta Unidade, tratamos de temas relacionados às Unidades temáticas *Números*, *Álgebra* e *Grandezas e medidas*, os quais são articulados aos objetos de conhecimento e habilidades da BNCC que visam atingir os objetivos pedagógicos indicados.

É desenvolvido o estudo da proporcionalidade relacionando-a a conceitos das Unidades temáticas *Álgebra* e *Grandezas e medidas*, com vista a auxiliar na compreensão de modelos matemáticos e representações quantitativas de grandezas do mundo físico, bem como de situações e estruturas próprias da Matemática. Esses objetivos são alcançados por meio do estudo da razão entre 2 números e por meio de números racionais representados na forma de fração ou decimal e em diferentes contextos, como o cálculo da medida de velocidade ou da escala de um mapa. Além disso, em diversos problemas, são explorados o reconhecimento de grandezas diretamente proporcionais, de grandezas inversamente proporcionais e da regra de três.

Os conceitos de razão e proporção também auxiliam na apropriação de conhecimentos que serão necessários para o desenvolvimento de habilidades no 8º ano do Ensino Fundamental, como aqueles que estão intrinsecamente relacionados com a resolução e elaboração de problemas que envolvem o cálculo do valor numérico de expressões algébricas usando as propriedades das operações; a associação de uma equação do 1º grau com 2 incógnitas em uma reta no plano cartesiano; a identificação da natureza da variação de 2 grandezas em determinada situação – diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais –, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representando-a no plano cartesiano; e a resolução e elaboração de problemas que envolvam grandezas direta ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas.

Competências gerais trabalhadas nesta Unidade

- CG02
- CG08
- CG09
- CG10

Competências específicas de Matemática trabalhadas nesta Unidade

- CEMAT02
- CEMAT03
- CEMAT05
- CEMAT06

Habilidades de Matemática trabalhadas nesta Unidade

Capítulo 22

- EF07MA09
- EF07MA15
- EF07MA17

Capítulo 23

- EF07MA13
- EF07MA17
- EF07MA29

Temas Contemporâneos Transversais trabalhados nesta Unidade

- *Educação Ambiental*
- *Educação Financeira*
- *Educação para Consumo*
- *Saúde*
- *Trabalho*

Nesta Unidade

Nesta Unidade, são ampliados os estudos relacionados à Unidade temática *Números*, com foco nos conceitos de razão e proporção, tanto na identificação de grandezas diretamente e inversamente proporcionais quanto na utilização deles para a resolução de problemas.

No capítulo **22**, são considerados os seguintes assuntos: razão; sequências numéricas; números diretamente e inversamente proporcionais; proporção; e divisão proporcional.

No capítulo **23**, é dada ênfase à identificação dos tipos de grandezas, aquelas que são diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou nenhuma dessas. Os assuntos explorados são: correspondência entre grandezas; grandezas diretamente e inversamente proporcionais; regra de três simples; sentenças algébricas; e porcentagem.

Ao explorar a seção *Na Unidade*, registre as respostas, os acertos e os erros dos estudantes para construir um histórico avaliativo que permita acompanhar o desenvolvimento individual e coletivo, bem como o estudo das demais Unidades deste volume. De acordo com esse histórico, é possível mapear os obstáculos e remediá-los de maneira mais assertiva.

Resoluções

Unidade 1

Abertura (p. 9)

Respostas pessoais.

Capítulo 1

Participe (p. 11)

I. Resposta pessoal.

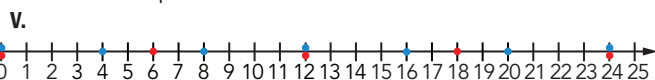
II. Multiplicando o 2 pelos primeiros números naturais temos: 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, …
Multiplicando o 3 pelos primeiros números naturais temos: 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, …
Observando quais resultados são comuns temos: 0, 6, 12, 18, 24, …

III. Ele joga basquete nos dias: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28 e 30. Pratica natação nos dias: 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27 e 30. Então, pratica os dois esportes nos dias 6, 12, 18, 24 e 30; portanto, em 5 dias.

IV. Múltiplos de 2, excluindo o 0 são: 2, 4, 6, 8, 10, …
Múltiplos de 3, excluindo o 0 são: 3, 6, 9, 12, …
O menor múltiplo em comum é o 6.

V.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25

Banco de imagens/Arquivo da editora

a) Múltiplos de 4: 0, 4, 8, 12, 16, 20 e 24.
Múltiplos de 6: 0, 6, 12, 18 e 24.

b) 0, 12 e 24. **c)** 12 **d)** 12

Atividades

1. a) Seguindo os passos do fluxograma, dividimos os números do quadro por 12 e notamos que as divisões exatas são pelos números 24, 36, 84, 120, 180, 240 e 264. Logo, esses são os múltiplos de 12.

b) Os múltiplos de 12 menores ou iguais a 264 são: 0, 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120, 132, 144, 156, 168, 180, 192, 204, 216, 228, 240, 252 e 264.
Considerando esses números, os menores do que 100 que não estão representados no quadro são: 0, 12, 48, 60, 72 e 96.

2. Como uma grosa corresponde a 12 dúzias, uma grosa representa $12 \cdot 12 = 144$. O número de pregos que pode ser comprado deve ser um múltiplo positivo de 144, portanto, podem ser: $1 \cdot 144 = 144$, $2 \cdot 144 = 288$, $3 \cdot 144 = 432$, $4 \cdot 144 = 576$, $5 \cdot 144 = 720$, … . Para que a quantidade de pregos seja um número entre 400 e 600, devem ser compradas 3 ou 4 caixas.

3. a) Sabemos que $10 \cdot 9 = 90$, $11 \cdot 9 = 99$ e $12 \cdot 9 = 108$. Logo, 108 é o menor número natural múltiplo de 9 com três algarismos.

b) Como $1\,000 : 25 = 40$, o menor número natural com 4 algarismos e múltiplo de 25 é o 1 000.

c) Como dividindo 1 000 por 133 obtemos quociente 7 e resto 69, basta considerar $8 \cdot 133 = 1\,064$, que é o menor número natural com 4 algarismos e múltiplo de 133.

4. Os livros são montados com blocos compostos por múltiplos de 16, que é o número de páginas por bloco. Dividindo 200 por 16, encontramos como quociente 12 e resto 8. Portanto, $13 \cdot 16 = 208$ é o menor múltiplo de 16 maior do que 200. Portanto, adicionando sempre blocos de 16 páginas, as possibilidades de números de página são 208, 224, 240, 256, 272 ou 288 páginas.

5. Exemplo de resposta: Segundo um *site* de astronomia, Pamela descobriu que o último eclipse ocorreu há 843 dias. Como podemos exprimir essa quantidade de dias em dias, meses e anos? Resposta: O último eclipse ocorreu há 2 anos, 3 meses e 23 dias.

6. Antônio vai à praça em dias múltiplos de 4. Natasha vai à praça em dias múltiplos de 2 e Samantha faz caminhadas em dias múltiplos de 7.

a) Antônio e Natasha se encontram nos múltiplos comuns de 4 e 2, logo, 4, 8, 12, etc. Portanto, se encontram na praça de 4 em 4 dias.

b) Antônio e Samantha se encontram nos múltiplos comuns de 4 e 7, logo, 28, 56, 84, etc. Portanto, se encontram na praça de 28 em 28 dias.

c) Samantha e Natasha se encontram nos múltiplos comuns de 7 e 2 logo, 14, 28, 42, etc. Portanto, se encontram na praça de 14 em 14 dias.

d) Antônio, Natasha e Samantha se encontram nos múltiplos comuns de 4, 2 e 7 logo, 28, 56, 84, etc. Portanto, se encontram na praça de 28 em 28 dias.
Sendo assim, o mínimo múltiplo comum de 4 e 2, 4 e 7, 7 e 2 e 2, 4 e 7 são 4; 28; 14; 28, respectivamente.

7. a) Sim, termina em 00 e é múltiplo de 400, pois $2\,000 : 400 = 5$.

b) Não, pois ele termina em 00 mas não é múltiplo de 400, pois $2\,100 : 400 = 5{,}25$ que não é inteiro.

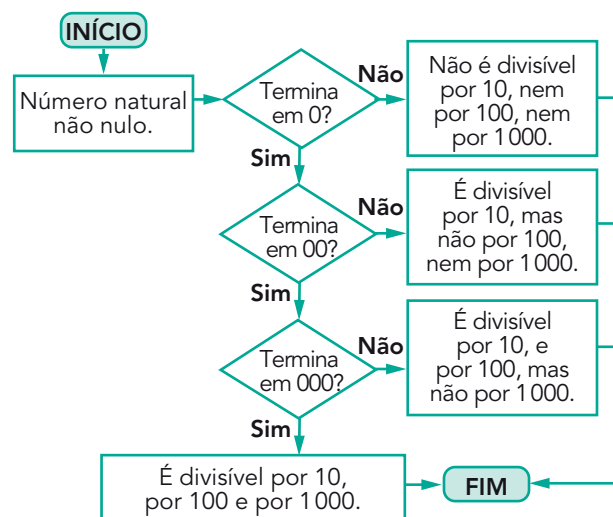
c) O século atual iniciou em 2000, adicionando 4 anos, sucessivamente, temos 2004, 2008, 2012, 2016, 2020, 2024.

d) Resposta pessoal.

e) Resposta pessoal.

8. Exemplo de resposta: Quantos dias múltiplos de 10 existem em um ano? Resposta: 35 dias, pois em cada mês há os dias 10, 20 e 30 ($12 \cdot 3 = 36$) exceto o mês de fevereiro, que não tem dia 30 ($36 - 1 = 35$).

9. O número 0 é divisível por 10, por 100 e por 1 000. Para números naturais não nulos, o critério é dado pelo fluxograma a seguir.

Banco de imagens/Arquivo da editora

10. a) Os múltiplos de 8, não nulos, são: 8, 16, 24, 32, …
Os múltiplos de 6, não nulos, são: 6, 12, 18, 24, …
A sequência pedida é: 8, 16, 24.

b) O mínimo múltiplo comum de 6 e 8 é 24.

c) Os múltiplos de 12, não nulos, são: 12, 24, 36, 48, 60, …
Os múltiplos de 20, não nulos, são: 20, 40, 60, …
O menor múltiplo comum não nulo de 12 e 20 é 60.

11. a) Sim, 5 é divisor de 50 porque 50 é divisível por 5.

b) Não, 15 não é divisor de 50 porque 50 não é divisível por 15.

12. a) Verdadeira, pois 60 é divisível por 30.
b) Verdadeira, pois 96 é múltiplo de 4.
c) Falsa, pois 250 não é divisor de 1 350.
d) Falsa, pois 4 não é divisível por 8.

13. a) 4 é divisor de 20.
b) 36 é múltiplo de 6.
c) 12 é divisor de 132.
d) 132 é múltiplo de 12.
e) 18 é divisor de 18 ou 18 é múltiplo de 18. Ambas são corretas.

14. O professor pode calcular os divisores de 28 excluindo o resultado onde só tem 1 estudante, portanto, 1 fila com 28 estudantes; ou 2 com 14 estudantes; ou 4 com 7 estudantes; ou 7 com 4 estudantes; ou 14 com 2 estudantes.

15. Como o produto dos pontos dele foi 24, pode ser $8 \cdot 3$ ou $6 \cdot 4$, portanto, ela pode ter acertado 5 ou 2 testes a mais do que Edu.

16. Exemplo de resposta: Karen, de 40 anos, tem duas filhas cujas idades são divisores da idade dela. Se as idades das filhas somam 18 anos, quantos anos a primogênita tem? Resposta: Utilizando os dados dos divisores de 40 vemos que a soma de $8 + 10 = 18$, portanto, a primogênita tem 10 anos.

17. a) Divisores de 16: 1, 2, 4, 8 e 16.
Divisores de 20: 1, 2, 4, 5, 10 e 20.
O máximo divisor comum de 16 e 20 é 4.
b) O máximo divisor comum de 16 e 20 é 4.
c) Divisores de 18: 1, 2, 3, 6, 9 e 18.
Divisores de 30: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 e 30.
O máximo divisor comum de 18 e 30 é 6.

18. a) Divisores de 14: 1, 2, 7 e 14; divisores de 20: 1, 2, 4, 5, 10 e 20. Como há 2 divisores comuns (1 e 2), não são números primos entre si.
b) Divisores de 8: 1, 2, 4 e 8; divisores de 15: 1, 3, 5 e 15. Como só 1 é divisor comum deles, são números primos entre si.

19. a) $\frac{30^{\div 3}}{45_{\div 3}} = \frac{10^{\div 5}}{15_{\div 5}} = \frac{2}{3}$
b) $\frac{36^{\div 2}}{84_{\div 2}} = \frac{18^{\div 2}}{42_{\div 2}} = \frac{9^{\div 3}}{21_{\div 3}} = \frac{3}{7}$

20. a) Dividindo sucessivamente pelos números naturais até o 36 obtemos 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 e 36.
b) Dividindo sucessivamente pelos números naturais até o 90 obtemos 1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45 e 90.
O mdc de 36 e 90 é 18.

21. 23 (só é divisível por 1 e 23), 29 (só é divisível por 1 e 29) e 31 (só é divisível por 1 e 31). Os demais não são primos porque 25 é divisível por 5, e 27 é divisível por 3.

22. Precisamos calcular o mmc de 20 e 25.

20, 25	2
10, 25	2
5, 25	5
1, 5	5
1, 1	

$2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 = 100$, portanto, 100 dias.

23. Precisamos calcular o mmc de 50 e 60.

50, 60	2
25, 30	2
25, 15	3
25, 5	5
5, 1	5
1, 1	

$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = 300$, portanto, 300 centímetros (3 metros).

24. O problema é resolvido determinando o mmc de 210 e 280.
Múltiplos de 210: $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$.
Múltiplos de 280: $2^3 \cdot 5 \cdot 7$.
$\text{mmc}(210, 280) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 840$; 840 segundos (14 minutos).
O carro e a moto passarão juntos novamente pelo ponto inicial depois de 840 segundos ou 14 minutos $(840 : 60 = 14)$.

25. a)

225	3
75	3
25	5
5	5
1	

87	3
29	29
1	

$225 = 3^2 \cdot 5^2$
$87 = 3 \cdot 29$

$\text{mmc}(87, 225) = 3^2 \cdot 5^2 \cdot 29 = 6\,525$
Mercúrio e Vênus estarão na mesma posição, simultaneamente, depois de aproximadamente 6 525 dias.

b) Vamos supor que todos os anos tenham 365 dias.

6 525 | 365
2 875 — 17 anos
320 dias

Vamos supor que todos os meses tenham 30 dias.

320 | 30
20 dias — 10 meses

Então, 6 525 dias correspondem a 17 anos, 10 meses e 20 dias, ou seja, aproximadamente 18 anos.

c)

28, 18	2
14, 9	2
7, 9	3
7, 3	3
7, 1	7
1, 1	

$\text{mmc}(28, 18) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7 = 252$

A posição dos três planetas se repetirá depois de aproximadamente 252 anos.

26. a) Exemplo de resposta: Duas cidades realizam festas de folclore no mês de agosto, uma delas a cada 2 anos e a outra a cada 3 anos. Se em um determinado ano as festas coincidiram, depois de quantos anos voltarão a coincidir? Resposta: Calculando o mmc de 2 e 3, que são primos entre si, obtemos 6 anos.
b) Exemplo de resposta: Duas torres próximas de um aeroporto emitem sinais de luz, uma a cada 10 segundos e a outra de 8 em 8 segundos. Os sinais são emitidos simultaneamente em determinados instantes. Quantas vezes por dia ocorrem as coincidências? Você pode usar calculadora para fazer as contas. Resposta: Um dia tem $24 \cdot 60 \cdot 60$ s $= 86\,400$ s. Dividindo 86 400 por 10 e por 8 temos que o sinal de 10 segundos ocorre 8 640 vezes e o sinal de 8 segundos ocorre 10 800 vezes. Então, $10\,800 - 8\,640 = 2\,160$; ou seja, 2 160 vezes eles coincidem.

27. Exemplo de resposta: Em 22 de julho de 2009 parte da Ásia vê o maior eclipse solar deste século. O fenômeno alcançou a duração máxima de 6 minutos e 39 segundos. Um eclipse total do sol tão longo só poderá ser visto outra vez em junho de 2132. Qual é o próximo século que não terá um eclipse tão longo como esse? Resposta: $2\,132 - 2\,009 = 123$, como o eclipse ocorre em intervalos de tempo iguais $2\,132 + 123 = 2\,255$ (século XXIII), $2\,255 + 123 = 2\,378$ (século XXIV), $2\,378 + 123 = 2\,501$ (século XXVI). Portanto, o próximo século que não ocorrerá o eclipse será o século XXV.

28. a) $\frac{1}{4} + \frac{3}{5} = \frac{5 + 12}{20} = \frac{17}{20}$
b) $\frac{3}{4} - \frac{1}{6} = \frac{9 - 2}{12} = \frac{7}{12}$
c) $\frac{3}{2} + \frac{5}{8} - \frac{7}{6} = \frac{36 + 15 - 28}{24} = \frac{23}{24}$

d) $\frac{11}{12} - \frac{3}{16} = \frac{44 - 9}{48} = \frac{35}{48}$

e) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{30 + 20 + 15 + 12}{60} = \frac{77}{60}$

f) $\frac{81}{100} - \frac{27}{50} - \frac{3}{25} = \frac{81 - 54 - 12}{100} = \frac{3}{20}$

29.
$$\begin{array}{r|l} 840,\ 900 & 2 \\ 420,\ 450 & 2 \\ 210,\ 225 & 3 \\ 70,\ 75 & 5 \\ 14,\ 15 & \end{array}$$

$\text{mdc}(840, 900) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$
Claudete deve colocar 60 bombons em cada pacote.

30.
$$\begin{array}{r|l} 56 & 2 \\ 28 & 2 \\ 14 & 2 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$\text{mdc}(56, 72) = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$

$$\begin{array}{r|l} 51 & 3 \\ 17 & 17 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$\text{mdc}(51, 63, 75) = 3$

31. Exemplo de resposta: Ronaldo deve escolher o piso para a sala de aula de 4,16 m por 7,04 m optando por usar peças inteiras. Sabendo que as opções disponíveis na loja são peças quadradas com lados medindo no máximo 40 cm, quais as medidas das dimensões da peça escolhida? Resposta: Fazendo a decomposição em fatores primos das medidas 416 cm e 704 cm, para facilitar as contas, temos:

$$\begin{array}{r|l} 416 & 2 \\ 208 & 2 \\ 104 & 2 \\ 52 & 2 \\ 26 & 2 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 704 & 2 \\ 352 & 2 \\ 176 & 2 \\ 88 & 2 \\ 44 & 2 \\ 22 & 2 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

$\text{mdc}(416, 704) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 =$
$= 32$; 32 cm.
Portanto, as peças terão dimensões medindo 0,32 m por 0,32 m.

32. a)
$$\begin{array}{r|l} 84,\ 144,\ 60 & 2 \\ 42,\ 72,\ 30 & 2 \\ 21,\ 36,\ 15 & 3 \\ 7,\ 12,\ 5 & \end{array}$$

$\text{mdc}(84, 144, 60) = 2^2 \cdot 3 = 12$

Em cada saquinho, devem ser colocadas 12 balas.

b) Para obter o número de saquinhos, dividimos o número de balas pelo mdc.
Balas de coco: 84 saquinhos : 12 = 7 saquinhos.
Balas de chocolate: 144 saquinhos : 12 = 12 saquinhos.
Balas de leite: 60 saquinhos : 12 = 5 saquinhos.
Serão ao todo 24 saquinhos $(7 + 12 + 5 = 24)$.

33. a) Como mdc(280, 224, 168, 112) = 28, pode-se dividir o total de estudantes 784 : 28 = 28 estudantes.

b) 6º ano: 280 estudantes : 28 = 10 classes;
7º ano: 224 estudantes : 28 = 8 classes;
8º ano: 168 estudantes : 28 = 6 classes; e
9º ano: 112 estudantes : 28 = 4 classes.

34.
$$\begin{array}{r|l} 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 320 & 2 \\ 160 & 2 \\ 80 & 2 \\ 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 98 & 2 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 480 & 2 \\ 240 & 2 \\ 120 & 2 \\ 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$75 = 3 \cdot 5^2$ $\quad 320 = 2^6 \cdot 5$ $\quad 98 = 2 \cdot 7^2$ $\quad 480 = 2^5 \cdot 3 \cdot 5$

a) 75 e 98 não têm fator primo comum, logo são primos entre si.

b) $15 = 3 \cdot 5$ e 15 é o mdc de 75 e 480. Logo: 75 + 480 = 555.

c) $2 = \text{mdc}(98, 320) = \text{mdc}(98, 480)$
$\text{mmc}(98, 320) = 2^6 \cdot 5 \cdot 7^2 = 15\,680$
$\text{mmc}(98, 480) = 2^5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7^2 = 23\,520$

35. Exemplo de resposta: Alfredo recebeu duas peças de tecidos para ternos: uma de 78 metros e outra de 90 metros. Ele vai cortar essas peças em pedaços de mesmo comprimento, o maior possível. Qual deve ser o comprimento de cada parte? Resposta: Fazendo a decomposição dos fatores, temos:

$$\begin{array}{r|l} 78 & 2 \\ 39 & 3 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$\text{mdc}(78, 90) = 2 \cdot 3 = 6$; portanto, 6 metros.

36. Exemplo de resposta: Em uma escola, o 7º A tem 32 estudantes e o 7º B, 36 estudantes. A Professora Cleide propôs um trabalho em grupo para cada classe. Se todos os grupos, de ambas as classes, devem ter o mesmo número de estudantes, quantos grupos serão formados? Resposta: Fazendo a decomposição dos fatores, temos:

$$\begin{array}{r|l} 32 & 2 \\ 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$\text{mdc}(32, 36) = 2 \cdot 2 = 4$
Portanto, podem ser formados 34 grupos de 2 estudantes ou 17 grupos de 4 estudantes.

37. O número de arranjos deve ser o mdc de 300 e 220.

$$\begin{array}{r|l} 300 & 2 \\ 150 & 2 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 220 & 2 \\ 110 & 2 \\ 55 & 5 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

$\text{mdc}(300, 220) = 2 \cdot 2 \cdot 5 = 20$
Portanto, como 300 rosas : 20 = 15 rosas e 220 cravos : 20 = 11 cravos; serão 20 arranjos com 15 rosas e 11 cravos em cada arranjo.

Capítulo 2

Participe (p. 22)

a) Beatriz conquistou $\frac{5}{16}$ do tabuleiro, como o numerador é menor do que o denominador, a fração é própria.

b) Júlia conquistou $\frac{3}{16}$ do tabuleiro, como o numerador é menor do que o denominador, a fração é própria.

c) Marisa conquistou $\frac{2}{16}$ do tabuleiro, do tabuleiro, como o numerador é menor do que o denominador, a fração é própria.

d) A fração do tabuleiro que representa os territórios é $\frac{16}{16}$, como o numerador é igual e múltiplo do denominador, a fração é imprópria e aparente.

Atividades

1. a) $\frac{5}{25}$, pois 5 dos 25 quadradinhos são amarelos.

b) $\frac{8}{25}$, pois 8 dos 25 quadradinhos são vermelhos.

c) $\frac{6}{25}$, pois 6 dos 25 quadradinhos são verdes.

d) $\frac{2}{25}$, pois 2 dos 25 quadradinhos são roxos.

e) $\frac{4}{25}$, pois 4 dos 25 quadradinhos são azuis.

2. a) $\frac{5}{7}$: o numerador é menor do que o denominador, fração própria.

$\frac{9}{8}$: o numerador é maior do que o denominador, fração imprópria.

$\frac{5}{15}$: o numerador é menor do que o denominador, fração própria.

$\frac{16}{4}$: o numerador é maior do que o denominador, fração imprópria.

$\frac{25}{7}$: o numerador é maior do que o denominador, fração imprópria.

$\frac{6}{12}$: o numerador é menor do que o denominador, fração própria.

3. Sim, $\frac{16}{4}$, pois o numerador é múltiplo do denominador.

Participe (p. 23)

a) São divisores de 21: 1, 3, 7 e 21.
b) São divisores de 35: 1, 5, 7 e 35.
c) São divisores comuns de 21 e 35: 1 e 7.
d) $\text{mdc}(21, 35) = 7$
e) $21 : 7 = 3$ e $35 : 7 = 5$, logo $\frac{3}{5}$.
f) Irredutível e própria.

4.

5. a) $\frac{35}{50} \overset{\div 5}{=} \frac{7}{10}$

b) $\frac{72}{64} \overset{\div 2}{=} \frac{36}{32} \overset{\div 4}{=} \frac{9}{8}$

c) $\frac{11}{121} \overset{\div 11}{=} \frac{1}{11}$

d) $\frac{120}{400} \overset{\div 20}{=} \frac{6}{20} \overset{\div 2}{=} \frac{3}{10}$

6. a) As frações em que numerador e denominador não têm fator primo comum são: $\frac{5}{7}$, $\frac{9}{4}$ e $\frac{25}{7}$.

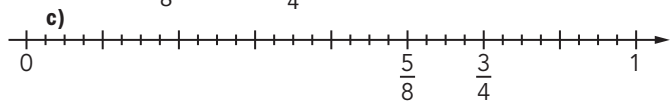
b) $\frac{5}{15} \overset{\div 5}{=} \frac{1}{3}$ $\frac{40}{16} \overset{\div 8}{=} \frac{5}{2}$ $\frac{6}{12} \overset{\div 6}{=} \frac{1}{2}$

7. a) No ponto *C*, $\frac{18}{8} = \frac{9}{4}$, no ponto *D*, $\frac{28}{8} = \frac{7}{2}$ e, no ponto *E*, $\frac{33}{8}$.

b) $\frac{7}{2}$; considerando a reta numérica representada, $\frac{9}{4}$ está mais próximo do 0 do que $\frac{7}{2}$.

8. a) Figura *B*.

b) Figura *A*, $\frac{5}{8}$; e figura *B*, $\frac{3}{4}$.

c)

d) $\frac{3}{4}$ é maior do que $\frac{5}{8}$.

9. a) $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{2}$ têm denominadores iguais, a menor delas é a que tem menor numerador.
$\frac{1}{2} < \frac{3}{2}$, logo, a maior é $\frac{3}{2}$.

b) As frações têm o mesmo numerador, a menor fração delas é a que tem maior denominador. $\frac{2}{3} > \frac{2}{4}$, logo, a maior é $\frac{2}{3}$.

c) $\frac{11}{2}$ e $\frac{5}{2}$ têm denominadores iguais, a menor delas é a que tem menor numerador.
$\frac{11}{2} > \frac{5}{2}$, logo, a maior é $\frac{11}{2}$.

d) Como os numeradores não são iguais, nem os denominadores, reduzimos ao mesmo denominador

$\frac{125}{150}$ e $\frac{180}{150}$ têm denominadores iguais, a menor delas é a que tem menor numerador.
$\frac{125}{150} < \frac{180}{150}$, portanto, $\frac{25}{30} < \frac{30}{25}$ logo, a maior é $\frac{30}{25}$.

10. Reduzindo as duas frações ao mesmo denominador temos Mariana com $\frac{33}{44}$ e Luiza com $\frac{36}{44}$, logo Luiza descansou mais perto do parque.

11. a) $\frac{2}{5} \cdot 800 = \frac{2}{5} \cdot \frac{800}{1} = \frac{2 \cdot 800}{5 \cdot 1} = \frac{1\,600}{5} = 320$

b) 320 metros quadrados.

12. O trajeto percorrido é equivalente a $\frac{3}{5}$ de 25 km, ou seja, 15 km. Dessa maneira, faltam 10 km a serem percorridos.

13. Sorveteria: $\frac{2}{5}$ de R$ 20,00 = R$ 8,00.

Banca de jornal: $\frac{1}{4}$ de R$ 20,00 = R$ 5,00.

Subtraindo R$ 8,00 e R$ 5,00, sobraram R$ 7,00.

14. Se $\frac{3}{5}$ da coleção de Camila correspondem a 45 livros, temos que $\frac{1}{5}$ corresponde a 45 livros : 3 = 15 livros. Logo, 1 inteiro ou $\frac{5}{5}$ corresponde a $5 \cdot 15$ livros = 75 livros.

15. Se R$ 600,00 reais correspondem a $\frac{3}{20}$ do valor da máquina, então $\frac{1}{20}$ corresponde a R$ 600,00 : 3 = R$ 200,00. Logo, o valor inteiro $\frac{20}{20}$ corresponde a $20 \cdot$ R$ 200,00 = R$ 4.000,00, que é o valor total da máquina.

16. Exemplo de resposta: Em ambos é conhecido o valor da fração de uma quantidade e pede-se para calcular essa quantidade. Exemplo de problema: A idade de Luiza é $\frac{2}{5}$ da idade da prima. Quantos anos tem a prima de Luiza, sabendo-se que ela tem 12 anos? Resposta: 30 anos.

17. **a)** Oito décimos; 0,8.
b) Vinte e quatro centésimos; 0,24.
c) Sete centésimos; 0,07.
d) Cento e cinquenta e seis milésimos; 0,156.
e) Doze milésimos; 0,012.
f) Três milésimos; 0,003.

18. **a)** Quatro inteiros e seis décimos.
b) Um inteiro e setenta e oito centésimos.
c) Dez inteiros e vinte e três centésimos.
d) Cinco inteiros e seiscentos e oitenta e nove milésimos.

19. **a)** $0{,}23 = \frac{23}{100}$ **c)** $12{,}25 = \frac{1\,225}{100}$
b) $1{,}89 = \frac{189}{100}$ **d)** $8{,}899 = \frac{8\,899}{1\,000}$

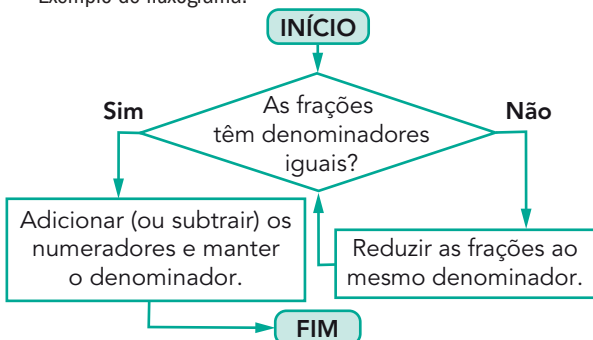
20. **a)** $\frac{7}{2} = \frac{35}{10} = 3{,}5$ **c)** $\frac{21}{50} = \frac{42}{100} = 0{,}42$
b) $\frac{2}{25} = \frac{8}{100} = 0{,}08$ **d)** $\frac{7}{4} = \frac{175}{100} = 1{,}75$

21. **a)** $2{,}5 = \frac{25}{10} \overset{\div 5}{=} \frac{5}{2}$ **c)** $0{,}25 = \frac{25}{100} \overset{\div 25}{=} \frac{1}{4}$
b) $1{,}8 = \frac{18}{10} \overset{\div 2}{=} \frac{9}{5}$ **d)** $1{,}28 = \frac{128}{100} \overset{\div 4}{=} \frac{32}{25}$

Participe (p. 28)

a) 24 é o mínimo múltiplo comum de 8 e 6.
b) $\frac{5^{\times 4}}{6_{\times 4}} = \frac{20}{24}$ **d)** $\frac{20}{24} + \frac{9}{24} = \frac{29}{24}$
c) $\frac{3^{\times 3}}{8_{\times 3}} = \frac{9}{24}$ **e)** $\frac{5}{6} + \frac{3}{8} = \frac{29}{24}$

22. **a)** $\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \frac{1+3}{2} = \frac{4}{2} = 2$
b) $\frac{3}{7} - \frac{2}{7} = \frac{3-2}{7} = \frac{1}{7}$
c) $\frac{3}{4} + \frac{1}{8} = \frac{6}{8} + \frac{1}{8} = \frac{6+1}{8} = \frac{7}{8}$
d) $\frac{2}{5} - \frac{4}{10} = \frac{4}{10} - \frac{4}{10} = \frac{4-4}{10} = 0$

Exemplo de fluxograma:

23. **a)** $\frac{2}{5} + \frac{1}{2} = \frac{9}{10}$ **b)** $\frac{10}{10} - \frac{9}{10} = \frac{1}{10}$

24. **a)** $\frac{5}{5} - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$ **b)** $\frac{4}{5} - \frac{1}{2} = \frac{3}{10}$

25. Exemplo de resposta: Da renda de uma casa, $\frac{1}{2}$ é destinado às despesas gerais, $\frac{3}{10}$ vão para aluguel e lazer, e o restante é guardado para emergências. Que fração da renda é guardada para emergências? Resposta: $\frac{1}{5}$.

26. $\frac{1}{4} + \frac{2}{7} = \frac{7}{28} + \frac{8}{28} = \frac{7+8}{28} = \frac{15}{28}$

$\frac{28}{28} - \frac{15}{28} = \frac{13}{28}$

A fração que corresponde à produção mensal destinada às crianças é de $\frac{13}{28}$.

27. Como $\frac{9}{100} - \frac{3}{40} = \frac{18}{200} - \frac{15}{200} = \frac{3}{200}$, podemos afirmar que 150 m de diferença entre os atletas corresponde a $\frac{3}{200}$ do percurso. Portanto, o percurso total é dado por $150 : \frac{3}{200} = 150 \cdot \frac{200}{3} = 10\,000$.

Logo, o percurso da corrida tem medida de 10 000 m.

Participe (p. 29)

I. **a)** $12{,}25 \cdot \frac{100}{100} = \frac{1\,225}{100}$
b) $8{,}66 \cdot \frac{100}{100} = \frac{866}{100}$
c) $\frac{1\,225}{100} + \frac{866}{100} = \frac{2\,091}{100}$
d) $\frac{2\,091}{100} = 20{,}91$
e) $12{,}25 + 8{,}66 = 20{,}91$

II.
$$\begin{array}{r} 12{,}25 \\ +\ 8{,}66 \\ \hline 20{,}91 \end{array}$$

28. **a)** $\begin{array}{r} 0{,}25 \\ +\ 0{,}37 \\ \hline 0{,}62 \end{array}$ **b)** $\begin{array}{r} 1{,}23 \\ +\ 2{,}50 \\ \hline 3{,}73 \end{array}$ **c)** $\begin{array}{r} 9{,}90 \\ -\ 4{,}56 \\ \hline 5{,}34 \end{array}$ **d)** $\begin{array}{r} 10{,}0 \\ -\ 2{,}8 \\ \hline 7{,}2 \end{array}$

29. A diferença entre as notas é dada por: $10 - 2{,}38 = 7{,}62$.

30. **a)** $\begin{array}{r} 2{,}4 \\ 3{,}8 \\ +\ 4{,}0 \\ \hline 10{,}2 \end{array}$

A medida de perímetro é 10,2 cm.

b) $\begin{array}{r} 5{,}00 \\ 2{,}85 \\ 3{,}45 \\ 2{,}00 \\ +\ 1{,}50 \\ \hline 14{,}80 \end{array}$

A medida de perímetro é 14,8 cm.

31. $\begin{array}{r} 5{,}0 \\ -\ 1{,}5 \\ \hline 3{,}5 \end{array}$

A diferença entre as medidas do maior e do menor lado é 3,5 cm.

32. $\begin{array}{r} 1{,}30 \\ +\ 2{,}45 \\ \hline 3{,}75 \end{array}$ Não conseguirá porque $3{,}75 \text{ m} < 3{,}80 \text{ m}$.

33. **a)** $1{,}75 + 3{,}25 = 5$
b) $8{,}25 - 3{,}25 = 5$
c) $21{,}85 + 3{,}15 = 25$
d) $30 - 19{,}48 = 10{,}52$

34. Exemplo de resposta: Segundo a notícia, a Petrobras teve um lucro de R$ 31,142 bilhões no terceiro trimestre de 2021 e no trimestre consecutivo teve um lucro de R$ 42,855 bilhões. Qual é o total de lucro que a empresa obteve na soma dos dois trimestres? Resposta: 31,142 + 42,855 = 73,997; R$ 73,997 bilhões.

35. **a)** $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 2} = \frac{3}{4}$
b) $\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 2}{5 \cdot 3} = \frac{8}{15}$
c) $\frac{4}{1} \cdot \frac{13}{25} = \frac{4 \cdot 13}{1 \cdot 25} = \frac{52}{25}$

36. **a)** $\left(\frac{4}{4}\right) : \left(\frac{3}{3}\right) = 1 : 1 = 1$
b) $\left(\frac{1}{6}\right) \cdot \left(\frac{7}{11}\right) = \frac{7}{66}$

37. **a)** $\frac{1}{2}$ de R$ 1.000,00 = R$ 500,00
b) $\frac{1}{4}$ de R$ 500,00 = R$ 125,00
c) O valor guardado em sua poupança será R$ 1.000,00 − R$ 500,00 − R$ 125,00 = R$ 375,00.

38. Primeiro calculamos quanto é $\frac{4}{5}$ de $\frac{5}{8}$, ou seja: $\frac{4}{5} \cdot \frac{5}{8} = \frac{1}{2}$. Agora, subtraímos $\frac{1}{2}$ de $\frac{5}{8}$, ou seja: $\frac{5}{8} - \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$.

39. Exemplo de resposta: Mauro precisa tomar $\frac{1}{2}$ comprimido de um certo medicamento a cada 6 horas. A caixa deste medicamento contém 24 comprimidos. Em quantos dias ele vai consumir a caixa toda? Resposta: 12 dias.

Na olimpíada (p. 31)

O problema da caneca

$$\frac{\frac{1}{2}\text{ L}}{\frac{2}{3}\text{ L}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{4}$$

Logo, alternativa **c**.

Participe (p. 31)

I. **a)** $2{,}2 \cdot \frac{100}{100} = \frac{22}{10}$
b) $1{,}5 \cdot \frac{100}{100} = \frac{15}{10}$
c) $0{,}6 \cdot \frac{100}{100} = \frac{6}{10}$
d) $\frac{22}{10} \cdot \frac{15}{10} \cdot \frac{6}{10} = \frac{1\,980}{1\,000}$
e) $1{,}980 = 1{,}98$

II. $10 \cdot 7{,}25 = 72{,}5$;
$100 \cdot 7{,}25 = 725$;
$1\,000 \cdot 7{,}25 = 7\,250$.

III. Para multiplicar um decimal por 10, por 100 ou por 1 000, basta deslocar a vírgula 1, 2 ou 3 casas decimais para a direita, respectivamente.

40. **a)** $10 \cdot 1{,}2 = 12$; devemos deslocar a vírgula em casa para a direita.
b) $1\,000 \cdot 0{,}25 = 250$; devemos deslocar a vírgula em 3 casas para a direita.
c) $1\,000\,000 \cdot 0{,}000089 = 89$; devemos deslocar a vírgula em 6 casas para a direita.

41. $42{,}4\text{ m} \cdot 8{,}25\text{ m} = 349{,}80\text{ m}^2$

42. Orégano: 0,1 · R$ 29,30 = R$ 2,93.
Canela em pó: 0,05 · R$ 22,20 = R$ 1,11.
Chá verde: 0,25 · R$ 36,00 = R$ 9,00.
Total gasto: R$ 2,93 + R$ 1,11 + R$ 9,00 = R$ 13,04.

43. Exemplo de resposta: A prefeitura de Balneário Camboriú, no litoral catarinense, vai entregar neste sábado, 4, a nova orla da Praia Central, após uma megaobra de alargamento da faixa de areia. A faixa de areia aumentou de 25 metros para 70 metros ao longo dos 5,8 quilômetros da orla. Em quanto aumentou a medida de área da faixa de areia, em quilômetros quadrados, sabendo que 1 quilômetro = 1 000 metros? Resposta: 0,261 quilômetro quadrado.

44. **a)** $0{,}36 : 10 = 0{,}036$
b) $0{,}08 : 100 = 0{,}0008$
c) $235{,}8 : 10 = 23{,}58$
d) $999{,}9 : 1\,000 = 0{,}9999$

45. 1 233 044,80 : 40 = 30 826,12. Cada um dos ganhadores recebeu R$ 30.826,12.

46. 180 : 0,375 = 480. Serão produzidas 480 garrafas.

47. A medida em metros do lado menor multiplicada por 2,5 dá 3,6. Então, essa medida é: 3,6 : 2,5 = 1,44. O lado menor mede 1,44 metro.

48. **a)** $21 : 5 = 4{,}2$
b) $81 : 20 = 4{,}05$.
Como $4{,}2 = 4{,}20 > 4{,}05$, a fração $\frac{21}{5}$ é maior do que $\frac{81}{20}$.

49. 1ª) $\frac{19}{8} = \frac{95}{40}$ e $\frac{12}{5} = \frac{96}{40}$. Como, $\frac{95}{40} < \frac{96}{40}$, temos $\frac{19}{8} < \frac{12}{5}$.
2ª) $19 : 8 = 2{,}375$ e $12 : 5 = 2{,}4$. Como $2{,}375 < 2{,}4$, temos $\frac{19}{8} < \frac{12}{5}$.
Resposta pessoal.

50. $\frac{35}{12} = \frac{175}{60}$ e $\frac{43}{15} = \frac{172}{60}$.
Como $\frac{175}{60} > \frac{172}{60}$, temos $\frac{35}{12} > \frac{43}{15}$.
$35 : 12 = 2{,}91666\ldots$ e $43 : 15 = 2{,}8666\ldots$
Como $2{,}91666\ldots > 2{,}8666\ldots$, temos $\frac{35}{12} > \frac{43}{15}$.
A escolha do melhor modo é pessoal.

51. Como são quantidades iguais de azulejos nos dois painéis, o que tem mais azulejos azuis é aquele em que a fração de azulejos azuis é maior. Como $\frac{5}{12}$ e $\frac{5}{9}$ têm numeradores iguais, a fração maior é que tem menor denominador, portanto, $\frac{5}{9}$.
Há mais azulejos azuis no painel retangular.

52. Em Santa Helena, há 36 moradores $\left(24 : \frac{2}{3} = 36\right)$ e em Boa Morada, 40 moradores $\left(24 : \frac{3}{5} = 40\right)$.

Capítulo 3

Participe (p. 34)

Fração rredutível	Fração centesimal	Taxa percentual
$\frac{1}{2}$	$\frac{50}{100}$	50%
$\frac{1}{4}$	$\frac{25}{100}$	25%
$\frac{1}{5}$	$\frac{20}{100}$	20%
$\frac{47}{50}$	$\frac{94}{100}$	94%
$\frac{11}{20}$	$\frac{55}{100}$	55%

a) Uma fração em que o mdc do numerador e do denominador é igual a 1.
b) Uma fração cujo denominador é 100.
c) Em uma fração centesimal, a taxa percentual será o próprio numerador.
d) Resposta com esquema desenhado no caderno utilizando a segunda linha do quadro.
e) Escrevendo a taxa percentual como fração centesimal e simplificando-a.
f) Respostas no quadro.

Atividades

1. **a)** $\frac{19}{100} = 19\%$

b) $\frac{30}{100} = 30\%$

c) $\frac{115}{100} = 115\%$

d) $\frac{201}{100} = 201\%$

2. **a)** $4{,}7\% = \frac{4{,}7}{100} = \frac{47}{1\,000}$

b) $62{,}3\% = \frac{62{,}3}{100} = \frac{623}{1\,000}$

c) $1{,}15\% = \frac{1{,}15}{100} = \frac{115}{10\,000}$

d) $23{,}74\% = \frac{23{,}74}{100} = \frac{2\,374}{10\,000}$

3.

Taxa percentual	Fração centesimal	Fração irredutível
75%	$\frac{75}{100}$	$\frac{3}{4}$
10%	$\frac{10}{100}$	$\frac{1}{10}$
80%	$\frac{80}{100}$	$\frac{4}{5}$
15%	$\frac{15}{100}$	$\frac{3}{20}$
213%	$\frac{213}{100}$	$\frac{213}{100}$
100%	$\frac{100}{100}$	1

4. Se o total de questões é 30, então 10% de 30 é 3, 80% será $8 \cdot 3$ questões = 24 questões.

5. Se 30% dos estudantes faltaram, então 70% fizeram a prova. Temos que: 70% de 3 100 000 $= \frac{70}{100} \cdot 3\,100\,000 = 2\,170\,000$; 2 170 000 estudantes.

6. **a)** $\frac{1}{2} = 0{,}50 = \frac{50}{100} = 50\%$

b) $\frac{1}{4} = 0{,}25 = \frac{25}{100} = 25\%$

c) $\frac{7}{8} = \left(\frac{7}{8} \cdot 100\right)\% = \frac{700}{8}\% = 87{,}5\%$

d) $\frac{3^{\times 25}}{4_{\times 25}} = \frac{75}{100} = 75\%$

7. A taxa percentual de estudantes canhotos na classe é $\frac{3}{40} =$
$= \left(\frac{3}{40} \cdot 100\right)\% = \frac{30}{4}\% = 7{,}5\%$.

8. **a)** O remédio passará a custar R$ 120,00 + R$ 6,00 = R$ 126,00.

b) O porcentual do aumento é $\frac{6}{120} \cdot 100 = 5\%$.

9. **a)** O valor do desconto foi R$ 150,00 − R$ 120,00 = R$ 30,00.

b) O porcentual do desconto foi $\frac{30}{150} = \frac{1}{5} = \frac{20}{100} = 20\%$.

10. Exemplo de resposta: Em uma classe de 30 estudantes, 12 fazem aniversário no segundo semestre. Quanto porcento dos estudantes fazem aniversário no primeiro semestre? Resposta: 60%.

11. **a)** $480 : 2 = 240$
b) $1\,600 : 4 = 400$
c) $225 : 10 = 22{,}5$
d) $5\,120 \cdot \frac{17}{100} = \frac{87\,040}{100} = 870{,}4$
e) $360 : 4 = 90$
f) 75% corresponde a $3 \cdot 90 = 270$.
g) 2,5% corresponde a $44 : 4 = 11$.
h) $1{,}55 \cdot 24{,}2 = 37{,}51$

12. As bolas vermelhas correspondem a 40% de 2 000 ou seja, $\frac{40}{100} \cdot 2\,000 = 800$. Se há 800 bolas vermelhas, então são $(2\,000 - 800)$ bolas de outras cores, portanto, 1 200 bolas.
Outro modo: 10% de 2 000 são 200; 40% são $4 \cdot 200 = 800$. Então: $2\,000 - 800 = 1\,200$.
Ou, ainda: Se 40% são vermelhas, então as demais são 60%: $6 \cdot 200 = 1\,200$.

13. **a)** $25\% = \frac{25}{100} = 25$ centésimos.
Se 25 centésimos do número são 50, então 1 centésimo do número é $50 : 25 = 2$. O número é $100 \cdot 2 = 200$.
Outro modo: 25% são um quarto do número. Então, o número é $4 \cdot 50 = 200$.
b) 10% são um décimo do número. Então, o número é $10 \cdot 175 = 1\,750$.
c) 50% são metade do número. O número é $2 \cdot 15 = 30$.
d) $20\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$
Então, se $\frac{1}{5}$ do número é 88, o número é $5 \cdot 88 = 440$.

14. **a)** Temos que 8% correspondem a R$ 128,00, então 1% corresponde a R$ 128,00 : 8 = R$ 16,00.
b) 1% corresponde a R$ 16,00, então o valor do aluguel (100%) era 100 · R$ 16,00 = R$ 1.600,00 e, depois do aumento, passou a ser R$ 1.600,00 + R$ 128,00 = R$ 1.728,00.

15. Se 20% do salário são R$ 360,00, então 1% do salário é R$ 360,00 : 20 = R$ 18,00. Como $100 \cdot 18 = 1\,800$, o salário de Rosângela era R$ 1.800,00.

16. Do total de 100% dos habitantes, 6% são analfabetos e os restantes 94% sabem ler.
$94\% = \frac{94}{100} = 94$ centésimos.
Se 94 centésimos do número são 517 000, então 1 centésimo do número é $517\,000 : 94 = 5\,500$. O número total de habitantes é $100 \cdot 5\,500 = 550\,000$.

17. Exemplo de resposta: Luiza e Sérgio compraram uma casa pagando 30% de entrada e o restante em 25 mensalidades iguais. Se a entrada foi de R$ 54.372,00, qual é o valor de cada mensalidade? Resposta: R$ 5.074,72.

18. Aumento porcentual da tarifa foi de: $\left(\frac{3{,}00 - 2{,}40}{2{,}40} \cdot 100\right)\% = 25\%$.

19. O aumento porcentual foi de: $\left(\frac{63 - 56}{56} \cdot 100\right)\% = 12{,}5\%$.

20. O aumento porcentual foi de: $\left(\frac{80{,}00 - 40{,}00}{40{,}00} \cdot 100\right)\% = 100\%$.

21. Resposta pessoal.

22. Exemplo de resposta: Hoje o litro da gasolina aumentou de R$ 6,75 para R$ 7,02. De quanto por cento foi o aumento? Resposta: Antes de calcular o porcentual, subtraímos $7{,}02 - 6{,}75 = 0{,}27$; logo R$ 0,27 representa o aumento. Assim, o aumento porcentual foi de: $\left(\frac{7{,}02 - 6{,}75}{6{,}75} \cdot 100\right)\% = 4\%$.

23. Exemplo de resposta: Em 19 de outubro de 2021 foram registrados no Brasil 13 233 novos casos de covid-19. No dia seguinte, foram 15 708 casos. De quantos por cento foi aproximadamente o aumento do número de novos casos nessa passagem de um dia para o outro? Resposta: Aproximadamente 18,70%.

Fonte dos dados: NÚMERO de casos confirmados de covid-19 no Brasil. UFV, [*s. l.*], [202-]. Disponível em: https://covid19br.wcota.me/#grafico. Acesso em: 23 mar. 2022.

24. Se o preço da televisão sofrerá um aumento de 25%, então o preço da televisão após o aumento é equivalente a:
$\frac{125}{100} \cdot 1\,500 = 1\,875$
O preço da televisão após o aumento será de R$ 1.875,00.

25. O aumento será $\frac{8}{100} \cdot 700 = 56$. O novo aluguel será R$ 700,00 + R$ 56,00 = R$ 756,00.

26. Resposta esperada: Descrição, com as próprias palavras, da estratégia valor novo = (valor antigo) + (aumento percentual) · (valor antigo).

27. Exemplo de resposta: Uma peça de teatro teve lotação total em uma sexta-feira e no sábado consecutivo. Os ingressos no sábado eram 15% mais caros do que na sexta. Se foram arrecadados R$ 72.258,00 na sexta, quanto foi arrecadado no sábado? Resposta: Utilizando a estratégia de cálculo, R$ 72.258,00 + $\frac{15}{100}$ · R$ 72.258,00 = = R$ 83.096,70.

28. A redução percentual foi de: $\left(\frac{3\,000 - 2\,190}{3\,000} \cdot 100\right)\% = 27\%$.

29. Na calculadora, fazemos $24\% \cdot 134{,}90 \simeq 32{,}4$ e $134{,}90 - 32{,}4 = 102{,}5$. Logo, o anúncio é honesto e o desconto é de 24,3884%, aproximadamente 24%.

30. O desconto é de 9% de R$ 1.500,00, ou seja: $\frac{9}{100} \cdot 1\,500 = 135$.
Portanto, José recebe mensalmente: R$ 1.500,00 − R$ 135,00 = = R$ 1.365,00.

31. Em parcelas, Maurício pagará 3 · R$ 500,00 = R$ 1.500,00.
À vista, há um desconto de 10% de R$ 1.500,00, ou seja,
$\frac{10}{100} \cdot 1\,500 = 150$.
Nesse caso, ele pagará R$ 1.500,00 − R$ 150,00 = R$ 1.350,00.

32. a) A taxa porcentual de desconto é: $\left(\frac{24{,}36}{812} \cdot 100\right)\% = 3\%$.

b) O desconto é $\frac{10}{100} \cdot 850 = 85$. Quem comprar o CD vai economizar R$ 85,00.

c) O desconto é $\frac{6}{100} \cdot 25 = 1{,}5$. Quem comprar a camiseta vai pagar R$ 25,00 − R$ 1,50 = R$ 23,50.

33. Exemplo de resposta:
a) Em 2020 uma escola tinha 800 estudantes e, em 2021, sofreu uma redução de 200 estudantes. Qual a taxa porcentual dessa redução? Resposta: 25%.
b) A renda média do trabalhador de um país era de R$ 40.000,00 por ano. Devido à pandemia de covid-19, essa renda teve queda de 20%. Em quanto ficou? Resposta: R$ 32.000,00 por ano.

Participe (p. 41)

a) $\left(\frac{230 - 200}{200} \cdot 100\right)\% = 15\%$

b) Aumento.

c) $\left(\frac{230 - 218{,}50}{230} \cdot 100\right)\% = 5\%$

d) $\left(\frac{218{,}50 - 200}{200} \cdot 100\right)\% = 9{,}25\%$

34. A variação percentual da medida de área plantada é:
$\left(\frac{65 - 52}{52} \cdot 100\right)\% = 25\%$; ou seja, 25% de aumento.

35. O desconto percentual oferecido é de:
$\left(\frac{\text{R\$ } 1.200{,}00 - \text{R\$ } 720{,}00}{\text{R\$ } 1.200{,}00} \cdot 100\right)\% = 40\%$.

36. Em janeiro, com o aumento de 20%, a ação passou a valer:
100,00 + $\frac{20}{100}$ · R$ 100,00 = R$ 120,00.
Em fevereiro, com a queda de 20% sobre o valor de R$ 120,00, o preço da ação foi de: R$ 120,00 − $\frac{20}{100}$ · R$ 120,00 = R$ 96,00.

37. a) 1º desconto: $\frac{25}{100} \cdot 40{,}00 = 10{,}00$.
O preço ficou R$ 40,00 − R$ 10,00 = R$ 30,00.
2º desconto: $\frac{10}{100} \cdot 30{,}00 = 3{,}00$.
O preço final dos CDs foi: R$ 30,00 − R$ 3,00 = R$ 27,00.

b) desconto: R$ 40,00 − R$ 27,00 = R$ 13,00.
Taxa porcentual do desconto: $\left(\frac{13}{40} \cdot 100\right)\% = 32{,}5\%$.

38. Exemplo de resposta: Um comerciante quer aproveitar as vendas do final de semana para liquidar o estoque de mochilas que custam R$ 250,00. Então, fez o seguinte: aumentou o preço em 10% e, depois, anunciou uma oferta com desconto de 5%. Qual ficou sendo o preço da mochila? O comerciante realmente fez uma liquidação? Justifique. Resposta: R$ 261,25; não foi uma liquidação, pois o preço após o aumento e o desconto passou a ser maior do que o preço inicial.

39. A variação percentual é: $\left(\frac{213{,}3 - 211{,}7}{211{,}7} \cdot 100\right)\% \simeq 0{,}76\%$.

Na mídia

I. 1. 500%
2. R$ 5,90
3. A variação percentual do lápis de cor foi 19,5%, enquanto do marcador de texto foi 12,9%. Portanto, o marcador de texto teve a menor variação percentual.
4. 61,86%
5. Caderno: variação percentual $= \frac{19{,}90 - 18{,}50}{19{,}90} \cdot 100\% = 7{,}03\%$, foi menor do que 10%.

II. Respostas pessoais.

Na Unidade

1. Se ela começou a tomar o remédio em uma segunda-feira, então:
Como ela deve tomar o remédio por apenas 3 dias (72 horas) de 8 em 8 horas, então: 72 doses : 8 = 9 doses que ela deve tomar ao todo.
1ª dose: 14 horas de segunda; 2ª dose: 22 horas de segunda; 3ª dose: 6 horas de terça; 4ª dose: 14 horas de terça; 5ª dose: 22 horas de terça; 6ª dose: 6 horas de quarta; 7ª dose: 14 horas de quarta; 8ª dose: 22 horas de quarta; 9ª dose: 6 horas de quinta. Logo, alternativa **b**.

2. Sabendo que um trem passa às 7 horas, vamos determinar a hora do último trem que passou antes das 8 horas. Para isso, temos que das 7 às 8 se passaram 60 minutos, tal que 60 : 7 tem quociente 8 e resto 4, portanto, o último trem antes das 8 horas passou às 7 horas e 56 minutos, e o primeiro trem depois das 8 horas vai passar as 8 horas e 3 minutos. Logo, alternativa **a**.

3. mmc(2, 3, 4, 5, 6) = 60. Logo, alternativa **c**.

4. mmc(18, 48) = 144. Logo, alternativa **d**.

5. mdc(80, 125) = 5
80 : 5 = 16 e 125 : 5 = 25
16 + 25 = 41; 41 pedaços.
Logo, alternativa **b**.

6. A parte pintada do losango corresponde a $\frac{1}{4}$ ou 25%. Logo, alternativa **b**.

7. Como 20% corresponde a $\frac{1}{5}$, a medida de área da região semiárida do Nordeste é $5 \cdot 181\,000\ \text{km}^2 = 905\,000\ \text{km}^2$. Logo, alternativa **e**.

8. 144 − 120 = 24, tal que a percentual de aumento é equivalente a: $\frac{100 \cdot 24}{120} = 20\%$. Logo, alternativa **e**.

9. 70% de 3,1 milhões é equivalente a: $3{,}1 \cdot \frac{70}{100} = 2{,}17$; 2,17 milhões de candidatos.
Sendo 2,3 milhões o total de candidatos participantes no primeiro dia de prova, temos que a diferença de participantes do primeiro para o segundo dia é: 2,3 − 2,17 = 0,13 milhões de participantes, tal que o percentual que 0,13 milhões representa é: $\frac{100 \cdot 0{,}13}{2{,}3} \simeq 6\%$. Logo, alternativa **c**.

Unidade 2

Abertura (p. 45)

Resposta pessoal.

Os estudantes podem citar alguns animais marinhos vertebrados e invertebrados e adaptações que esses seres apresentam para a vida nas profundezas onde reina a escuridão, o frio constante, a forte pressão da água e a escassez de alimentos. Algumas adaptações: bioluminescência, corpo pequeno e macio (com poucos ossos), cegueira, dentes grandes, etc.

Fonte dos dados: VIDA marinha nas regiões abissais. *Britannica Escola*, [*s. l.*], [2022]. Disponível em: https://escola.britannica.com.br/artigo/vida-marinha-nas-regi%C3%B5es-abissais/625727; LILLMANS, Giselly. Animais que vivem no fundo do mar. *Perito Animal*, [*s. l.*], 27 mar. 2019. Disponível em: https://www.peritoanimal.com.br/animais-que-vivem-no-fundo-do-mar-22907.html. Acesso em: 16 jun. 2022.

Capítulo 4

Participe (p. 46)

Resposta esperada: Essa escala termométrica recebe esse nome, pois teve origem a partir do modelo proposto pelo astrônomo sueco Anders Celsius (1701-1744) e que a escala é baseada nos pontos de fusão e de ebulição da água, em condição atmosférica padrão, aos quais são atribuídos os valores de 0 °C e 100 °C, respectivamente.

Participe (p. 46)

Respostas pessoais.

Atividades

1. a) 5 °C − 3 °C = 2 °C
b) 5 °C − 5 °C = 0 °C
c) 5 °C − 7 °C = −2 °C
d) A medida de temperatura deve diminuir 8 °C para o termômetro indicar −3 °C, pois de 5 °C até 0 °C são 5 °C e de 0 °C até −3 °C são mais 3 °C, dando no total, 8 °C.
e) A medida de temperatura deve diminuir 6 °C para o termômetro indicar −1 °C, pois de 5 °C até 0 °C são 5 °C e de 0 °C até −1 °C é mais 1 °C, dando no total, 6 °C.

2. a) 8 − 4 = 4
b) 8 − 6 = 2
c) 8 − 8 = 0
d) 8 − 10 = −2
e) 8 − 12 = −4
f) 8 − 14 = −6

3.

País	Gols pró	Gols contra	Saldo de gols
Argentina	13	6	13 − 6 = 7
Brasil	14	5	14 − 5 = 9
Colômbia	9	9	9 − 9 = 0
Paraguai	7	12	7 − 12 = −5
Uruguai	4	11	4 − 11 = −7

a) Brasil.
b) Uruguai.
c) Exemplo de resposta: Na etapa seguinte do campeonato, as seleções da Argentina e do Uruguai (Argentina × Uruguai) se enfrentaram. O resultado do jogo foi 0 a 3, com vitória do Uruguai. Qual é o novo saldo de gols dessas seleções? Resposta: Argentina: 4; Uruguai: −4.

4. a) Nos 100 primeiros metros (de 0 m a 100 m), diminui 2 °C.
b) Entre 100 m e 500 m, diminui 5 °C.
c) Entre 500 m e 1 000 m, diminui 2 °C.
d) Entre 1 000 m e 1 500 m, diminui 3 °C.
e) Entre 1 500 m e 2 000 m, diminui 3 °C.
Resposta esperada: A medida de temperatura diminui conforme a medida de altitude aumenta, tendo em vista que o ar se torna mais rarefeito nesses locais. Além disso, outro fator de suma importância é a pressão exercida nesses locais, quanto mais alto, maior a pressão.

5. a) Diminuímos 10 unidades para, tirando de 10, ficar com 0. Diminuímos, então, mais 5 unidades para ficar com −5. Portanto, para ir de +10 a −5, diminuímos 15 unidades.
b) Para ir de −2 a −8, diminuímos 6 unidades.

6. a) Se aumentamos 5 unidades, vamos de −5 a 0. Para ficar com +3, aumentamos mais 3 unidades. Portanto, para ir de −5 a +3, aumentamos 8 unidades.
b) Para ir de −7 a −4, aumentamos 3 unidades.

7. a)

Etapa	Medida de altitude	Medida de temperatura
1ª	0 m − 5 m = −5 m	15 °C − 3 °C = 12 °C
2ª	−5 m − 3 m = −8 m	12 °C − 2 °C = 10 °C
3ª	−8 m − 7 m = −15 m	10 °C − 5 °C = 5 °C

b) O tubarão encontra-se a −17 m.

8. Para calcular a diferença entre dois valores, ou seja, a variação, respeitando os sinais positivos e negativos das informações, podemos escrever −10 924 − (−10 816).
Os estudantes podem calcular o valor dessa expressão numérica: −10 924 − (−10 816) = −10 924 + 10 816 = −108; ou seja, a diferença entre as profundidades das depressões citadas é 108 metros.

9. a) Exemplo de resposta: Para ajudar pessoas em situação de rua, nos dias mais frios, é possível oferecer caldos e sopas, agasalhos e cobertores, além de procurar o serviço de atendimento social do município.
b) Exemplo de resposta: Promover campanhas de arrecadação de mantimentos e agasalhos na escola.
c) 10 − (−2) = 12. A diferença entre as medidas de temperatura é 12 °C.

10. a)

Data	Crédito (R$)	Débito (R$)	Saldo (R$)
31/3	200,00	–	120,00
2/4	–	150,00	−30,00
3/4	–	60,00	−90,00
5/4	50,00	–	−40,00
10/4	100,00	–	60,00

R$ 120,00
− R$ 150,00
− R$ 30,00

− R$ 30,00
− R$ 60,00
− R$ 90,00

− R$ 90,00
+ R$ 50,00
− R$ 40,00

− R$ 40,00
+ R$ 100,00
R$ 60,00

b) Como R$ 120,00 + R$ 80,00 = R$ 200,00, então, tirando R$ 80,00 de R$ 200,00, ficamos com R$ 120,00. Logo, o saldo anterior era de −R$ 80,00.

11. A menor medida de temperatura (−5 °C) foi registrada em Quaraí (RS). A maior (4,1 °C) foi registrada em Colombo (PR).

12. Bom Jardim da Serra (SC), Urupema (SC) e Urubici (SC).

13. a) Não.
b) As medidas de temperatura registradas, entre −5 °C e −10 °C, foram −7 °C, −6,5 °C e −5,8 °C. Portanto, em 3 municípios.
c) As medidas de temperatura registradas, entre −5 °C e −2 °C, foram −3,3 °C, −2,7 °C e −2,5 °C. Portanto, em 3 municípios.

14. a) −8, pois São Joaquim registra −8 °C.
b) +8, pois 18 − 10 = 8, um saldo positivo de gols.

c) -59, pois como é um débito, o valor é negativo de $-$R\$ 59,00.
d) $+1\,200$, pois a aeronave voava a uma medida de altitude positiva em relação ao nível do mar, de $+1\,200$ m.
e) -21, pois o tubarão estava a 21 metros abaixo do nível do mar, ou seja, -21 m.
f) $-33\,000\,000\,000$, pois o lucro ficou negativo em $-$R\$ 33.000.000.000,00.
g) $+25$, pois como é um crédito, o valor é positivo de $+$R\$ 25,00.

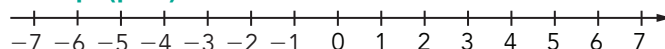
15. a)

Time	Pontos ganhos	Gols pró (GP)	Gols contra (GC)	Saldo de gols (GP − GC)
Rialto	$1+0+3=4$	$2+1+3=6$	$2+4+1=7$	$6-7=-1$
Oliveiras	$1+0+3=4$	$2+2+6=10$	$2+3+2=7$	$10-7=3$
Saturno	$0+3+0=3$	$3+4+2=9$	$4+1+6=11$	$9-11=-2$
Quebeque	$3+3+0=6$	$4+3+1=8$	$3+2+3=8$	$8-8=0$

b) Em 1º lugar, o time Quebeque, com 6 pontos ganhos. Em 2º lugar, empatariam os times Rialto e Oliveiras, com 4 pontos ganhos. Como o time Oliveiras tem maior saldo de gols (3) que o time Rialto (-1), o time Oliveiras fica em 2º lugar e o time Rialto em 3º. Em 4º lugar, o time Saturno, com 3 pontos ganhos.

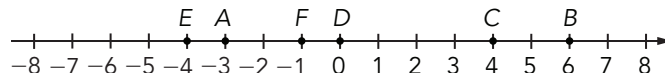
Capítulo 5

Participe (p. 54)

Banco de imagens/Arquivo da editora

a) 1 unidade; 1 unidade.
b) 5 unidades; 5 unidades.
c) 7 unidades; 7 unidades.
d) Exemplo de resposta: Os pontos que representam esses 2 números estão à mesma medida de distância do ponto que representa o 0.

Atividades

1.

Banco de imagens/Arquivo da editora

2. a) No lugar do $+6$, está Laís.
b) No lugar do $+4$, está Cris.
c) No lugar do -2, está Bia.
d) No lugar do -4, está Marcão.

3. a) No lugar do -8, três unidades à esquerda de Deco, está Nuno.
b) No lugar do -1, quatro unidades à direita de Deco, está Enzo.
c) No lugar do 0, cinco unidades à direita de Deco, está Gabi.
d) No lugar do $+3$, três unidades à direita de Gabi, está Ingo.

4. a) Vítor está 4 unidades à esquerda de Cris, ou seja, no $+2$.
b) Deco está 7 unidades à esquerda de Cris, ou seja, no -1.
c) Talita está 9 unidades à esquerda de Cris, ou seja, no -3.
d) Laís está 2 unidades à direita de Cris, ou seja, no $+8$.

5. A leste, no lado par, temos as casas de João (2L), Maria (4L), Renata (6L), Célia (8L) e Camila (10L). No lado ímpar, temos as casas de Marcelo (1L), Sérgio (3L), Ester (5L), Geraldo (7L) e Fernanda (9L). A oeste (W), no lado par, temos as casas de Paulo (2W) e Marcos (4W); no lado ímpar, as casas de Filipe (1W) e Mônica (3W).
Logo, vão receber cartas: João, Mônica, Ester e Célia.

6. a) São cinco: -1, -2, -3, -4 e -5.
b) São oito: -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2 e 3.

7. a) 7
b) 9

8. a) O maior valor absoluto é 119 (do número da caixa vermelha ou caixa C).
b) O menor valor absoluto é 1 (do número da caixa verde ou caixa D).
c) Os números que têm mesmo valor absoluto são $+10$ e -10 (das caixas azul e amarela ou das caixas B e E).

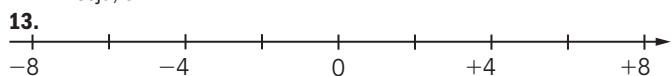
9. a) Certa.
b) Errada.
c) Certa.
d) Certa.

10. a) Sim, 15 e -15 são opostos.
b) Sim, -14 e 14 são opostos.
c) Sim, 9 e -9 são opostos.
d) Não, -4 e 2 não são opostos.

11. a) O simétrico de 10 é -10.
b) O oposto de 0 é 0.
c) O oposto de -6 é 6.
d) O simétrico de -15 é 15.

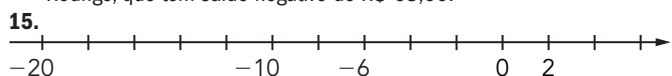
12. a) $-(-1)$ é o oposto de -1, ou seja, é $+1$.
b) $-(-4)$ é o oposto de -4, ou seja, é $+4$.
c) $-(+8)$ é o oposto de $+8$, ou seja, é -8.
d) O oposto de 5 é -5; o oposto do oposto de 5 é o oposto de -5, ou seja, 5.

13.

Banco de imagens/Arquivo da editora

a) A medida de temperatura maior é 4 °C.
b) A medida de temperatura de -4 °C corresponde a 4 °C abaixo de zero; a de -8 °C corresponde a 8 °C abaixo de zero. A de -4 °C é maior do que a de -8 °C.

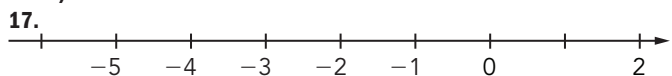
14. O maior saldo é o de Marcelo, que é de R\$ 25,00. O menor é o de Rodrigo, que tem saldo negativo de R\$ 68,00.

15.

Banco de imagens/Arquivo da editora

a) O maior é o -6.
b) O menor é o -20.
c) Considerando dois números negativos, o maior é aquele que tem valor absoluto menor.

16. a) $+20 < +30$
b) $-20 > -30$
c) $+20 > -30$
d) $-20 < +30$

17.

Banco de imagens/Arquivo da editora

a) $-4 < -1$
b) $-4 > -5$
c) $-2 < -1$
d) $-5 < 0$
e) $+2 > 0$
f) $0 > -3$

18. a) Na comparação de um número negativo com o zero, o maior é o zero.
b) Na comparação de um número positivo com o zero, o maior é o número positivo.
c) Na comparação de um número negativo com um positivo, o maior é o número positivo.

19. a) O maior é $+230$.
b) O maior é $+230$.
c) O maior é $+150$.
d) O maior é -150.

20. a) O menor é -247.
b) O menor é -247.
c) O menor é -470.
d) O menor é -470.

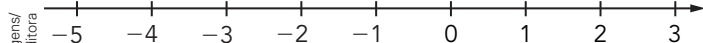
21. a) Sim; $+1$, pois é o primeiro número inteiro positivo que, na reta numérica, aparece à direita de 0.

b) Não, pois os números que estão à direita de 0 na reta numérica são infinitos.

c) Não, pois os números que estão à esquerda de 0 na reta numérica são infinitos.

d) Sim; -1; pois é o primeiro número inteiro negativo que, na reta numérica, aparece à esquerda de 0.

22.

Banco de imagens/ Arquivo da editora

a) São dois: -2 e -1.

b) São sete: $-4, -3, -2, -1, 0, 1$ e 2.

23. Em *A*, $-1\,005$. O oposto é $1\,005$.
Em *B*, -997. O oposto é 997.

24. Em *A*, -899. O valor absoluto é 899.
Em *B*, -911. O valor absoluto é 911.

25. a) Está 5 metros acima da superfície do mar, ou seja, $+5$ m.

b) Está 3 metros abaixo da superfície do mar, ou seja, -3 m.

c) A diferença entre essas altitudes é de 8 m.

Capítulo 6

Participe (p. 58)

a) Na conta já existe um valor positivo de $+$R\$ 250,00.

b) Adicionando os dois valores positivos $30 + 60 = 90$; será adicionado na conta $+$R\$ 90,00.

c) O novo saldo será a soma entre o já existente e o adicionado, $250 + 90 = 340$; saldo atual $+$R\$ 340,00.

d) Adicionando as duas retiradas $150 + 80 = 230$; será retirado da conta R\$ 230,00.

e) Subtraindo $340 - 230 = 110$; o novo saldo será positivo de $+$R\$ 110,00.

f) Subtraindo o saque do depósito $90 - 50 = 40$; vai aumentar a conta em R\$ 40,00.

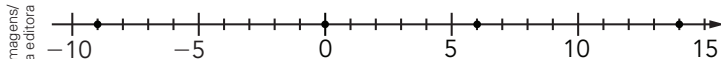
g) Adicionando o saldo anterior ao adicionado $110 + 40 = 150$; o novo saldo é $+$R\$ 150,00.

h) Subtraindo o depósito do saque $270 - 70 = 200$; o novo saldo da conta vai diminuir em R\$ 200,00.

i) Subtraindo o saldo anterior ao saque $200 - 150 = 50$; o saldo ficou negativo $-$R\$ 50,00.

Atividades

1.

Banco de imagens/ Arquivo da editora

a) $+14$

b) -9

c) $+6$

d) 0

2. a) R\$ 250,00 + R\$ 500,00 = R\$ 750,00

b) R\$ 536,00 − R\$ 588,00 = −R\$ 52,00

c) −R\$ 80,00 + R\$ 650,00 = R\$ 570,00

3. a) $(+52) + (-48) = +4$; $+4$ mil reais.

b) $(-48) + (-7) = -55$; -55 mil reais.

c) $(+52) + (-48) + (-7) = -3$; -3 mil reais.

4. Exemplo de resposta: Em uma noite de inverno, o termômetro de uma cidade marcava -2 °C. Quanto marcou o termômetro depois de a temperatura cair 5 °C? Resposta: Fazendo a operação $-2 - 5 = -7$; -7 °C.

5. −R\$ 520,00 + (+R\$ 810,00) + (−R\$ 440,00) + (−R\$ 180,00) =
= −R\$ 520,00 + R\$ 810,00 − R\$ 440,00 − R\$ 180,00 = −R\$ 330,00
O saldo será de −R\$ 330,00.

6.

+	(+71)	(−102)	(+93)	(−38)	(−207)
(−46)	+25	−148	+47	−84	−253
(−150)	−79	−252	−57	−188	−357
(+63)	+134	−39	+156	+25	−144
(+19)	+90	−83	+112	−19	−188

7. a) $45 - 35 - 25 - 15 = 10 - 25 - 15 = -15 - 15 = -30$

b) $-35 + 15 - 25 + 5 = -20 + 25 + 5 = -45 + 5 = -40$

c) $-5 + 25 - 35 + 15 = 20 - 35 + 15 = -15 + 15 = 0$

d) $5 - 35 + 15 - 45 = -30 + 15 - 45 = -15 - 45 = -60$

8.

Data	Crédito (em R\$)	Débito (em R\$)	Saldo (em R\$)
1º/10	---	---	−180,00
2/10	---	160,00	−340,00
3/10	---	45,00	−385,00
4/10	360,00	---	−25,00

−180,00 − 160,00 = −340,00
−340,00 − 45,00 = −385,00
−385,00 + 360,00 = −25,00

9. a) Calculamos o saldo de pontos de cada seleção.
Brasil: nas semifinais: $62 - 48 = 14$; na final: $79 - 73 = 6$; saldo de pontos total: $+14 + 6 = +20$.
Estados Unidos: nas semifinais: $62 - 59 = 3$; na final: $73 - 79 = -6$; saldo de pontos total: $+3 + (-6) = -3$.
Porto Rico: nas semifinais: $59 - 62 = -3$; na disputa do 3º lugar: $66 - 55 = +11$; saldo de pontos total: $-3 + (+11) = +8$.
Colômbia: nas semifinais: $48 - 62 = -14$; na disputa do 3º lugar: $55 - 66 = -11$; saldo de pontos total: $-14 + (-11) = -25$.

b) Soma dos quatro saldos: $+20 + (-3) + (+8) + (-25) = (+28) + (-28) = 0$.

10. Exemplo de resposta: Alexandre entrou no elevador do prédio em que mora no 5º andar. Como havia outras pessoas, o elevador subiu 6 andares, depois desceu 9 andares e, finalmente, desceu mais 4 andares e chegou ao andar que Alexandre queria. Em que andar ele saiu do elevador? Resposta: Adicionando as paradas de Alexandre, temos: $5 + (+6) + (-9) + (-4) = (+11) + (-13) = -2$.
Como o valor é negativo e sabemos que o nível da rua é o térreo (0), ele saiu no -2 ou 2º subsolo, andar que provavelmente é a garagem.

11. André: 1 laranja, 1 amarelo, 1 azul: $-3 + 2 + 10 = -1 + 10 = 9$; 9 pontos.
Cristina: 1 vermelho, 1 laranja, 1 verde: $-6 - 3 + 5 = -9 + 5 = -4$; -4 pontos.
Gabriel: 1 vermelho, 2 laranjas: $-6 - 3 - 3 = -9 - 3 = -12$; -12 pontos.
Fernando: 1 vermelho, 1 branco, 1 azul: $-6 + 0 + 10 = 4$; 4 pontos.
Eliana: 1 branco, 1 amarelo, 1 verde: $0 + 2 + 5 = 7$; 7 pontos.

12. Exemplo de resposta: Um vendedor de água teve, na sexta-feira, um prejuízo de 13 reais. No sábado, porém, teve um lucro de 30 reais. Qual expressão representa esta situação? Resposta: $(-13) + (+30)$.

13. a) Na 2ª estação, descem 12 e sobem 9; são adicionados $-12 + 9 = -3$; -3 passageiros.
Na 3ª estação, descem 25 e sobem 13; são adicionados $-25 + 13 = -12$; -12 passageiros.
Na 4ª estação, sobem 32, ou seja, são adicionados $+32$ passageiros.
Na 5ª estação, descem 5, ou seja, são adicionados -5 passageiros.
Na 6ª estação, sobem 27, ou seja, são adicionados $+27$ passageiros.

b) Ele parte da 3ª estação com $72 - 3 - 12 = 69 - 12 = 57$; 57 passageiros.

c) Ele sai da 1ª estação com 72 passageiros.
Ele sai da 2ª estação com $72 - 3 = 69$; 69 passageiros.
Ele sai da 3ª estação com $69 - 12 = 57$; 57 passageiros.
Ele sai da 4ª estação com $57 + 32 = 89$; 89 passageiros.
Ele sai da 5ª estação com $89 - 5 = 84$; 84 passageiros.
Ele sai da 6ª estação com $84 + 27 = 111$; 111 passageiros.
A estação da qual ele parte com mais passageiros é a 6ª com 111 passageiros.

14. a) $(+12) + (+10) + (+3) + (-18) + (-2) = (+25) + (-20) = +5 = 5$
b) $(+6) + (+3) + (+9) + (-10) + (-4) = (+18) + (-14) = +4 = 4$

15. Os inteiros entre -5 e $+3$ são: $-4, -3, -2, -1, 0, +1$ e $+2$. Então: $(-4) + (-3) + (-2) + (-1) + 0 + (+1) + (+2) = -10 + 3 = -7$

16. Conta com saldo positivo de $120{,}00 + 150{,}00 = 270{,}00$ positivo, saques de $180{,}00 + 150{,}00 = 330$ em valores negativos. Saldo geral da conta R$ 270,00 − R$ 330,00 = −R$ 60,00.

17. a) Expressão para o cálculo do saldo:
R$ 500,00 − R$ 12,00 − R$ 86,00 − R$ 32,00 + + R$ 75,00 − R$ 147,00.
b) Saldo: R$ 500,00 − R$ 12,00 − R$ 86,00 − R$ 32,00 + + R$ 75,00 − R$ 147,00 = +R$ 298,00.

18. Valores do primeiro cartão: $8 - 8 - 3 - 1 + 2 = -4 + 2 = -2$ e $4 - 4 + 7 - 7 - 10 - 1 = -11$.
Valores do segundo cartão:
$32 - 32 - 16 + 16 + 4 - 4 - 2 + 5 - 1 = -3 + 5 = +2$ e $372 - 372 + 104 - 104 - 28 - 28 = -56$.
Valores do terceiro cartão: $-1\,234 + 1\,234 - 735 + 735 + 498 - 498 = 0$ e $-231 + 231 - 587 + 587 + 64 + 644 = +708$.
a) Francisco apresentou dois resultados negativos, logo, seu cartão é o de cor azul.
b) Rodrigo encontrou um resultado zero, o outro resultado em cartão da mesma cor, encontrado por Rodrigo foi $+708$.
c) Valéria recebeu o outro cartão, cujos resultados foram 2 e -56, cuja soma é igual a -54.

19. Exemplo de resposta: De acordo com os dados da tabela, qual foi o saldo de gols da seleção brasileira? Resposta:
$(+24 - 24) + (+33 - 27) + (+23 - 27) + (+31 - 34) + (+22 - 29) = -8$; -8 gols.

20. a) 3, pois em $5 + 3 = 8$, temos $8 - 5 = 3$.
0, pois em $5 + 0 = 5$, temos $5 - 5 = 0$.
-2, pois em $5 + (-2) = 3$, temos $3 - 5 = -2$.
-5, pois em $5 + (-5) = 0$, temos $0 - 5 = -5$.
-9, pois em $5 + (-9) = -4$, temos $-4 - 5 = -9$.
-12, pois em $5 + (-12) = -7$, temos $-7 - 5 = -12$.
b) -6, pois em $-5 + (-6) = -11$, temos $-11 + 5 = -6$.
-5, pois em $-5 + (-5) = -10$, temos $-10 + 5 = -5$.
0, pois em $-5 + 0 = -5$, temos $-5 + 5 = 0$.
4, pois em $-5 + 4 = -1$, temos $-1 + 5 = 4$.
5, pois em $-5 + 5 = 0$, temos $0 + 5 = 5$.
8, pois em $-5 + 8 = 3$, temos $3 + 5 = 8$.

21. Em São José dos Ausentes às 20 h o termômetro marcava 1 °C, desceu mais 3 °C até a meia noite, logo marcou 1 °C − 3 °C = −2 °C. Às 6 h da manhã marcou −6 °C, então a medida de temperatura variou, da meia noite até às 6 h da manhã, de −2 °C a −6 °C, portanto, variou −6 °C − (−2 °C) = −4 °C, ou seja, diminuiu em 4 °C.

Participe (p. 68)

I. a) Observação direta do quadro, +6 °C, às 15 h.
b) Observação direta do quadro, −8 °C, às 3 h e às 4 h.

II. a) Aumentou 3 °C, e $0 - (-3) = +3$.
b) Aumentou 2 °C, e $(+2) - (0) = +2$.
c) Aumentou 5 °C, e $(+2) - (-3) = +5$.
d) Diminuiu 5 °C, e $(-3) - (+2) = -5$.

22. a) $\boxed{-9} - \boxed{+6} \rightarrow \boxed{-9} + \boxed{-6} = -15$
b) $\boxed{+7} - \boxed{-2} \rightarrow \boxed{+7} + \boxed{+2} = +9$
c) $\boxed{-3} - \boxed{+7} \rightarrow \boxed{-3} + \boxed{-7} = -10$
d) $\boxed{-2} - \boxed{-9} \rightarrow \boxed{-2} + \boxed{+9} = +7$

23. Miami: (+11 °C) − (+4 °C) = (+11 °C) + (−4 °C) = +7 °C.
Atlanta: (+6 °C) − (−2 °C) = (+6 °C) + (+2 °C) = +8 °C.
Nova York: 0 °C − (−6 °C) = 0 °C + (+6 °C) = +6 °C.
Boston: (−2 °C) − (−10 °C) = (−2 °C) + (+10 °C) = +8 °C.
Chicago: (−3 °C) − (−12 °C) = (−3 °C) + (+12 °C) = +9 °C.

24. $(-15) - (-4) = (-15) + (+4) = -11$; −11 °C. Portanto, a diferença das medidas de temperatura é +11 °C.

25. Para encontrar o saldo da outra conta, subtrai o saldo de uma delas do saldo total, assim:
−R$ 620,00 − (−R$ 280,00) = −R$ 620,00 + R$ 280,00 = = −R$ 340,00; o saldo da outra conta é −R$ 340,00.

26. Se o limite da conta é R$ 2.000,00 e ela já está usando R$ 1.750,00 desse limite, então ela só consegue sacar:
R$ 2.000,00 + (−R$ 1.750,00) = R$ 250,00.
a) Não. Porque o limite disponível é menor do que o valor a ser sacado.
b) Sim. Porque o limite disponível é maior do que o valor do cheque a ser pago.
c) O valor máximo que o cheque pode ter é R$ 250,00.

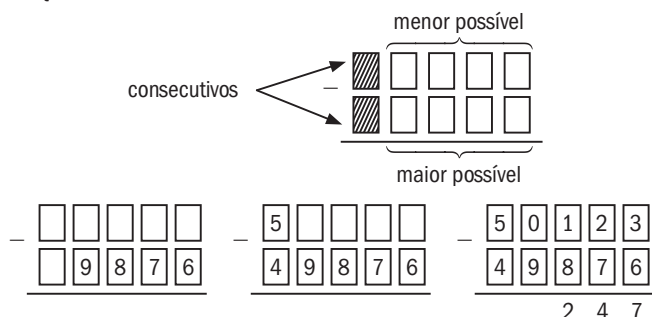
27. Pedro: $(+8) - (+5) = +8 - 5 = 3$.
João: $0 - (+5) = 0 - 5 = -5$.
Salete: $(+5) - (+5) = +5 - 5 = 0$.
Marcos: $(-1) - 0 = -1$.
Ariela: $(+3) - (+9) = +3 - 9 = -6$.
Vera: $0 - (-7) = 0 + 7 = 7$.
Raí: $(-2) - (-1) = -2 + 1 = -1$.
Lúcia: $(+2) - 0 = 2$.
Os resultados negativos foram encontrados nos cartões de João, Marcos, Ariela e Raí.
Vera e Salete erraram, pois levantaram a mão e o resultado de seus cartões era positivo.
João também errou, pois o resultado era negativo e ele não levantou a mão.

28. Exemplo de resposta: Em relação ao nível do mar, a medida de altitude de um avião é +2 500 metros e a medida de altitude de um submarino é −400 metros. De quanto é a diferença entre as medidas de altitude do avião e do submarino? Resposta:
$+2\,500 - (-400) = +2\,500 + (+400) = +2\,900$; +2 900 metros.

29. a) $(-8) + (-13) = -21$
b) $-9 - (+9) = -18$
c) $(-3) + (-2) - (+1) = -6$
d) $(-2) - (+2) + (-2) - (-4) = -2$ ou $(-2) + (+2) - (-2) + (-4) = -2$.
e) $(-1) + (-1) - (-1) = -1$ ou $(-1) - (-1) + (-1) = -1$.
f) $(-3) - (+2) = -5$

30. Exemplo de resposta: Em certo dia do mês de abril, a previsão era de que a medida de temperatura no pico do Everest iria variar de −31 °C a −22 °C. Se confirmada a previsão, quantos graus variou a medida de temperatura nesse dia? Resposta: A variação foi de $-22 - (-31) = -22 + 31 = +9$; 9 °C.

Na olimpíada (p. 73)

Qual conta fazer?

Logo, alternativa **c**.

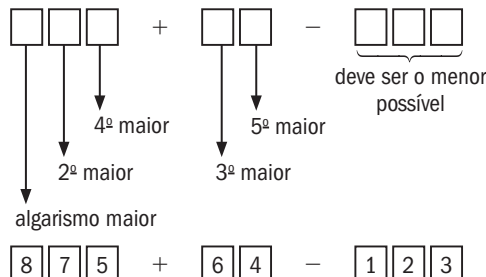
Os cartões do Caetano

Os números atrás das letras O, B e E somam 6. Dos números 1, 2, 3, 4 e 5, os três que somam 6 são 1, 2 e 3.

Os números atrás das letras O e P somam 8. Os dois números que somam 8 são 3 e 5.

Então, atrás da letra M está o número 4.

Logo, alternativa **d**.

Que conta ela fez?

8 7 5 + 6 4 − 1 2 3

Observação: o 6 e o 7 podem ter seus lugares trocados entre si, assim como o 4 e 5.

O resultado é: $(+875) + (+64) - (+123) = 816$

Logo, alternativa **d**.

Capítulo 7

Atividades

1. Exemplos de resposta: Érica comprou um forno de micro-ondas e vai pagá-lo em 12 parcelas de R$ 50,00. Quanto custou o forno de micro--ondas que Érica comprou? Se a cada parcela paga são adicionados −50 reais à conta de Érica, ao final do pagamento das 12 parcelas do forno de micro-ondas quanto será adicionado? Resposta: R$ 600,00; −600.

2. **a)** $(+3) \cdot (-5) = -(3 \cdot 5) = -15$
b) $(-4) \cdot (+8) = -(4 \cdot 8) = -32$
c) $(+4) \cdot (-25) = -(4 \cdot 25) = -100$
d) $(-10) \cdot (+33) = -(10 \cdot 33) = -330$
e) $(+20) \cdot (-36) = -(20 \cdot 36) = -720$
f) $(-45) \cdot (+6) = -(45 \cdot 6) = -270$
g) $(+111) \cdot (-2) = -(111 \cdot 2) = -222$
h) $(-300) \cdot (+50) = -(300 \cdot 50) = -15\,000$

3. **a)** $9 \cdot 11 = 99$
$(+9) \cdot (+11) = +99$
$(+9) \cdot (-11) = -(9 \cdot 11) = -99$
$(-9) \cdot (+11) = -(9 \cdot 11) = -99$

b) $75 \cdot 4 = 300$
$(+75) \cdot (+4) = +300$
$(+75) \cdot (-4) = -(75 \cdot 4) = -300$
$(-75) \cdot (+4) = -(75 \cdot 4) = -300$

c) $44 \cdot 1\,000 = 44\,000$
$(+44) \cdot (+1\,000) = +44\,000$
$(+44) \cdot (-1\,000) = -(44 \cdot 1\,000) = -44\,000$
$(-44) \cdot (+1\,000) = -(44 \cdot 1\,000) = -44\,000$

d) $27 \cdot 37 = 999$
$(+27) \cdot (+37) = +999$
$(+27) \cdot (-37) = -(27 \cdot 37) = -999$
$(-27) \cdot (+37) = -(27 \cdot 37) = -999$

4.

Número	Número × (−10)
+5	−50
+4	−40
+3	−30
+2	−20
+1	−10
0	0
−1	+10
−2	+20
−3	+30
−4	+40
−5	+50

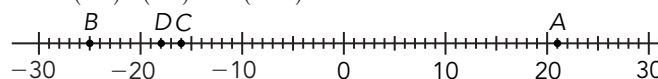
5. **a)** $(-2) \cdot (-4) = +(2 \cdot 4) = +8$
b) $(-5) \cdot (-6) = +(5 \cdot 6) = +30$
c) $(-8) \cdot (-1) = +(8 \cdot 1) = +8$
d) $(-9) \cdot (-10) = +(9 \cdot 10) = +90$

6.

×	−10	−5	0	+5	+10
+4	−40	−20	0	+20	+40
+2	−20	−10	0	+10	+20
0	0	0	0	0	0
−2	+20	+10	0	−10	−20
−4	+40	+20	0	−20	−40

7. A: $(-3) \cdot (-7) = +(3 \cdot 7) = +21$
B: $(+5) \cdot (-5) = -(5 \cdot 5) = -25$
C: $(-4) \cdot (+4) = -(4 \cdot 4) = -16$
D: $(-9) \cdot (+2) = -(9 \cdot 2) = -18$

B DC A
−30 −20 −10 0 10 20 30

Banco de imagens/Arquivo da editora

a) Diferença entre *A* e *B*: $(+21) - (-25) = (21) + (25) = +46$
b) Diferença entre *C* e *D*: $(-16) - (-18) = (-16) + (18) = +2$

8. $(+3) \cdot (-2) \cdot (-5) = (-6) \cdot (-5) = +30$
$(+6) \cdot (+3) \cdot (-2) = (+18) \cdot (-2) = -36$
$(-4) \cdot (+5) \cdot (-3) \cdot (-1) = (-20) \cdot (-3) \cdot (-1) =$
$= (+60) \cdot (-1) = -60$
$(-1) \cdot (-10) \cdot (+2) \cdot (-15) = (+10) \cdot (+2) \cdot (-15) =$
$= (+20) \cdot (-15) = -300$
$6 \cdot (-5) \cdot 27 = -30 \cdot 27 = -810$
$(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = (+1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) =$
$= (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = (+1) \cdot (-1) = -1$
$(-4) \cdot (+3) \cdot (-5) = (-12) \cdot (-5) = +60$
$(-2) \cdot (-1) \cdot (-5) \cdot (+10) = (+2) \cdot (-5) \cdot (+10) =$
$= (-10) \cdot (-10) = -100$

$(-6) \cdot (-6) \cdot (+5) = (+36) \cdot (+5) = +180$
$(+10) \cdot (-10) \cdot (+10) = (-100) \cdot (+10) = -1\,000$
$1 \cdot (-2) \cdot 3 \cdot (-4) \cdot 5 = -2 \cdot 3 \cdot (-4) \cdot 5 = -6 \cdot (-4) \cdot 5 =$
$= +24 \cdot 5 = +120$
$73 \cdot (-21) = -1\,533$
Colocando os resultados em ordem crescente: $-1\,533$: Acre; $-1\,000$: Alagoas; -810: Amazonas; -300: Sergipe; -100: Maranhão; -60: Rio Grande do Norte; -36: Santa Catarina; -1: Espírito Santo; 30: Paraná; 60: Rondônia; 120: Minas Gerais; 180: Goiás.
a) Rondônia: $+60$.
b) Maranhão.
c) Respostas pessoais.

9. a) Positivo ⊕, pois ⊕ · ⊕ · ⊕ = ⊕.
b) Negativo ⊖, pois ⊖ · ⊖ · ⊖ = ⊖.
c) Positivo ⊕, pois ⊖ · ⊖ · ⊖ · ⊖ = ⊕.

10. a) -2 e $+16$; $+2$ e -16; -4 e $+8$; $+4$ e -8, pois todos os produtos resultam em -32.
b) -2, $+4$ e $+5$; $+2$, -4 e $+5$; $+2$, $+4$ e -5; -2, -4 e -5; -2, $+2$ e $+10$, pois todos os produtos resultam em -40.
c) -7, -6 e -5, pois o produto é igual a -210.

11. Cláudia: $12 \cdot 5 + 3 \cdot (-2) + 5 \cdot 0 = 54$.
Wesley: $13 \cdot 5 + 7 \cdot (-2) = 51$.
Portanto, Cláudia conseguiu mais pontos, sendo 3 pontos a mais.

12. a) Ganhou: $1 \cdot (3) + 2 \cdot (2) + 3 \cdot (1) = 10$; 10 gols. Perdeu: $6 \cdot (1) + 2 \cdot (2) + 1 \cdot (3) + 1 \cdot (5) = 18$; 18 gols. O saldo de gols foi negativo de -8 gols.
b) Como foram 19 jogos e contamos 16 jogos com vitórias ou derrotas, o Bahia empatou 3 jogos.

13. Resposta pessoal. Sugestão de resposta: Um feirante levou para sua barraca 80 embalagens de frutas tendo pagado R$ 12,00 cada uma. Conseguiu vender 56 embalagens a R$ 20,00 cada; baixou o preço para R$ 15,00 e vendeu mais 15 embalagens. No final, liquidou as embalagens restantes por R$ 10,00 cada uma. Quanto ele lucrou com a venda das frutas? Resposta: Calculando o valor investido $80 \cdot 12 = 960$, para a venda, temos: $56 \cdot 20 = 1\,120$; $15 \cdot 15 = 225$; $80 - 56 - 15 = 9$ e $9 \cdot 10 = 90$; portanto, totaliza-se $1\,120 + 225 + 90 = 1\,435$. Para o lucro, temos $1\,435 - 960 = 475$; portanto, o lucro foi de R$ 475,00.

14. a) $[5 \cdot (-2)] \cdot 6 = (-10) \cdot 6 = -60$
$5 \cdot [(-2) \cdot 6] = 5 \cdot (-12) = -60$
Os resultados são iguais.
b) $[(-7) \cdot (-3)] \cdot 10 = 21 \cdot 10 = +210$
$(-7) \cdot [(-3) \cdot 10] = (-7) \cdot (-30) = +210$
Os resultados são iguais.

15. a)
O sinal é negativo ⊖.
b) $\underbrace{(+48) \cdot (-10)} \cdot \underbrace{(-15) \cdot (-6)} =$
$= (-480) \cdot (+90) = -43\,200$

16. O produto das três fichas é: $(-33) \cdot (-10) \cdot (-8) = (+330) \cdot (-8) = -2\,640$.
a) $(-2\,640) \cdot (+1) = -2\,640$
b) $(-2\,640) \cdot (-1) = +2\,640$
c) $(-2\,640) \cdot 0 = 0$

17.
a) $(+4) \cdot$ $(+5) = +20$; $(-1) = -4$; $0 = 0$
b) $(-8) \cdot$ $(-2) = +16$; $(+10) = -80$; $0 = 0$

18. a) $(-7) \cdot (-7) = +49$
b) $(-8) \cdot (-1) = +8$
c) $(+3) \cdot (-3) = -9$
d) $(+8) \cdot (+4) = +32$
e) $(+6) \cdot (-5) = -30$
f) $(-2) \cdot (+8) = -16$
g) $(-5) \cdot (-5) = +25$
h) $(-7) \cdot 0 = 0$
i) $(-1) \cdot (+3) = -3$

19. Após pagar as contas, Nelson ficou com saldo negativo de R$ 20,00, adicionando ao saldo anterior, temos $20{,}00 + 256{,}00 = 276{,}00$. Dividindo esse valor em 3 parcelas, temos $276{,}00 : 3 = 92{,}00$. O valor de cada saque foi de R$ 92,00.

20. Depósitos efetuados por Soraia: $4 \cdot 325{,}00 = 1\,300$. Ela gastou R$ 1.250,00 com a compra da TV e o saldo na conta ficou 0, então, existiam $-$R$ 50,00 na conta antes da compra.

21. Exemplo de resposta: Uma avaliação é composta de 20 testes. Para cada teste respondido corretamente, são acrescentados 5 pontos; para cada teste respondido incorretamente, são descontados 2 pontos; os testes não respondidos não acrescentam nem descontam pontos. Patrícia acertou 13 testes, errou 4 e deixou 3 testes sem resposta. Qual é a pontuação de Patrícia nessa avaliação? Resposta: 57 pontos.

Participe (p. 84)

I. a) $+3$, pois $(+3) \cdot 6 = +18 = 18$.
b) $18 : 6 = +3$
c) $+25$. Porque $(+4) \cdot (+25) = +100$.
d) Positivo, pois ⊕ : ⊕ = ⊕.

II. a) -3, pois $(-3) \cdot (+6) = -18$.
b) $(-18) : (+6) = -3$
c) -25. Porque $(+4) \cdot (-25) = -100$.
d) -3. Porque $(-3) \cdot (-6) = +18$.
e) -25. Porque $(-4) \cdot (-25) = +100$.
f) Negativo, pois ⊖ : ⊕ = ⊖.

III. a) $+3$, pois $(+3) \cdot (-6) = -18$.
b) $(-18) : (-6) = +3$
c) $+25$. Porque $(-4) \cdot (+25) = -100$.
d) Positivo, pois ⊖ : ⊖ = ⊕.

22. Justificativas pessoais.
a) $(+36) : (+9) = +(36 : 9) = +4$
b) $(+55) : (-5) = -(55 : 5) = -11$
c) $(-27) : (+3) = -(27 : 3) = -9$
d) $(-40) : (-4) = +(40 : 4) = +10$
e) $(+15) : (-1) = -(15 : 1) = -15$
f) $(-26) : (-26) = +(26 : 26) = +1$
g) $(+63) : (+21) = +(63 : 21) = +3$
h) $(+48) : (-8) = -(48 : 8) = -6$
i) $(-85) : 5 = -(85 : 5) = -17$

23. a) $10 : 5 - 4 = 2 - 4 = -2$
b) $-3 + 12 : 4 = -3 + 3 = 0$
c) $-2 + 3 \cdot 5 - 12 : 6 = -2 + 15 - 2 = 15 - 4 = +11$
d) $(-16) : 4 \cdot (-4) = (-4) \cdot (-4) = +16$
e) $4 \cdot 8 : (-2) = 32 : (-2) = -16$

24. a) $(-24) : (-3) = +8$
b) $(+120) : (-12) = -10$
c) $(+25) : (-25) = -1$
d) $(-352) : (+44) = -8$
e) $1\,836 : (-51) = -36$
f) $(-1\,050) : (-50) = +21$

25. a) $(-8) \cdot (+2) = -16$ e $(-16) \cdot (+2) = -32$. Os próximos termos são -16 e -32.

b) $(-8) : (+2) = -4$ e $(-4) : (+2) = -2$. Os próximos termos são -4 e -2.

c) $(-40) \cdot (-2) = +80$ e $(+80) \cdot (-2) = -160$. Os próximos termos são $+80$ e -160.

d) $100 : (-2) = -50$ e $(-50) : (-2) = +25$. Os próximos termos são -50 e 25.

26. O próximo termo é $1\,600 : (-32)$ e a soma dos 5 primeiros termos é igual a -50.

27. a) $10 - 20 : (-4) = 10 + (20 : 4) = 10 + 5 = +15$ (primeira ficha)

b) $100 - 80 : (-10) = 100 + (80 : 10) = 100 + 8 = +108$ (segunda ficha)

c) $40 : 8 - 6 : 2 = 5 - 3 = +2$ (terceira ficha)

28. a) A quinta parte de 120 é $120 : 5 = 24$, depositando na conta fica: $-120 + 24 = -96$. Portanto, o saldo ficará igual a $-$R$ 96,00.

b) O saldo de Rosana é $(-$R$ 120{,}00) : 2 = -R 60,00. Como ela depositou dinheiro e ficou com saldo de R$ 50,00, então, o valor que Rosana depositou é: R$ 60,00 + R$ 50,00 = R$ 110,00.

29. a) Valor total pago na promoção (5 caixas): $4 \cdot$ R$ 25,00 = R$ 100,00.
Valor de cada caixa na promoção: R$ 100,00 : 5 = R$ 20,00.

b) Como cada caixa tem um desconto de R$ 5,00, temos:
$4 \cdot$ R$ 5,00 = R$ 20,00, que representam dentro de R$ 100,00, um desconto de 20%.

30. Exemplo de resposta: Para uma festa de aniversário, Marta comprou 5 dúzias de refrigerantes pagando com débito de R$ 180,00 em sua conta. Quanto custou cada garrafa? Resposta: Se $5 \cdot 12 = 60$, então: $180 : 60 = 3$; portanto, cada garrafa custou R$ 3,00.

31. a) $(-6) \cdot (-6) \cdot (-6) = (-6)^3$

b) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^8$

c) $(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = (-1)^4$

d) $1\,001 \cdot 1\,001 = 1\,001^2$

32. a) $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = +16$

b) $(-2)^5 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -32$

c) $0^6 = 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0$

33. a) Nas potências em que o expoente é 2.

b) $(+3)^2 = +9$ e $(-3)^2 = +9$.

34. Exemplo de resposta: Pensei em dois números: o primeiro elevado a ele mesmo tem como resultado 4. O segundo número é negativo e elevado ao oposto dele, tem como resultado -27. Em que números eu pensei? Resposta: 2 e -3.

35. a) Nas potências em que o expoente é 3.

b) $(+2)^3 = +8$ e $(-2)^3 = -8$.

36. a) $(+10)^1 = +10$

b) $(+10)^0 = +1$

c) $(-10)^1 = -10$

d) $(-10)^0 = +1$

37. a) $(-6)^3 = (-6) \cdot (-6) \cdot (-6) = -216$

b) $(-10)^5 = (-10) \cdot (-10) \cdot (-10) \cdot (-10) \cdot (-10) = -100\,000$

38. a) $+1, -2, +4, -8, +16, -32, +64, -128$ e $+256$.

b) 0, 2, 4, 6, 8 (os pares).

c) 1, 3, 5, 7 (os ímpares).

39. O 5º termo é $(-10)^4 = +10\,000$ e o 6º termo é $(-10)^5 = -100\,000$.
Então, $(+10\,000) + (-100\,000) = -90\,000$.

40. Expoente 12, pois: 3 trilhões $= 3 \cdot 1\,000\,000\,000\,000 = 3 \cdot 10^{12}$.

41. A: $(-12)^2 - 4^3 = (-12) \cdot (-12) - 64 = 144 - 64 = +80$.
B: $4 \cdot (-2)^5 + 2 \cdot (-5)^2 - 75 \cdot (-1)^1 =$
$= 4 \cdot (-32) + 2 \cdot 25 - 75 \cdot (-1) = -128 + 50 + 75 =$
$= -128 + 125 = -3$.
Falso, pois $A : B = 80 : (-3)$, que não é número inteiro.

Na olimpíada (p. 87)

Só dá Alemanha?

Cada seleção jogou 5 vezes. Pela falta de pontuação e pelo número de vitórias dado, podemos concluir que a Alemanha empatou 1 vez, Bolívia 2 vezes, Camarões 1 vez, Dinamarca 3 vezes, Espanha 1 vez e França 4 vezes.

Como a Alemanha ganhou da França, a França empatou com as outras 4 seleções (Bolívia, Camarões, Dinamarca e Espanha). Camarões e Espanha só empataram 1 vez cada e foi com a França.

Dinamarca empatou 3 vezes, uma com a França e as outras duas só pode ser com a Bolívia e a Alemanha. Portanto, a Alemanha empatou com a Dinamarca. Logo, alternativa **a**.

Equilibre

A soma dos números na horizontal adicionada à soma vertical será:
$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 8 + 9 + 7 + 7 = 52$
Portanto, cada uma delas será: $52 : 2 = 26$. Logo, alternativa **e**.

Presente

13 bombons: 5 brancos e 8 escuros.

7 bombons recheados podem ser: 5 brancos e 2 escuros, 4 brancos e 3 escuros, 3 brancos e 4 escuros, 2 brancos e 5 escuros, 1 branco e 6 escuros ou 7 escuros.

A menor quantidade possível de bombons escuros recheados é 2. Logo, alternativa **b**.

Contas cruzadas

$\boxed{C}\boxed{D}\boxed{E} \div \boxed{F} = 88 \rightarrow \boxed{C}\boxed{D}\boxed{E} = 88 \times \boxed{F}$

Caso $C = 3, A = 6, B = 5$:

$88 \times \boxed{F} = 3\boxed{D}\boxed{E} \rightarrow F = 4, E = 2, D = 5$ (não pode porque $B = 5$)

Então: $C = 5, A = 3, B = 9$.

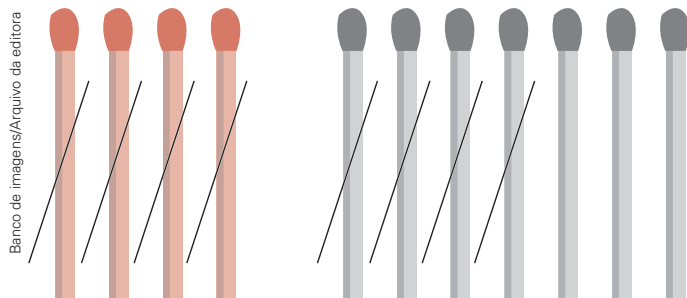
$88 \times \boxed{F} = 5\boxed{D}\boxed{E} \rightarrow F = 6, E = 8, D = 2$

Nesse caso, A, B, C, D, E, F são algarismos diferentes. Então, $F = 6$. Logo, alternativa **d**.

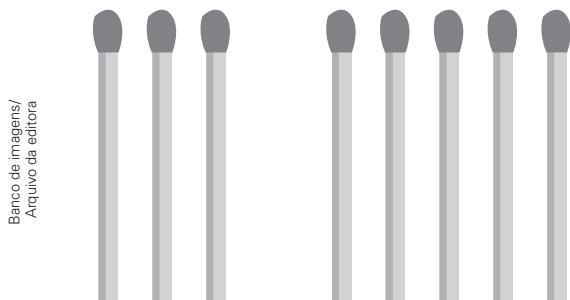
Na História

1. Vamos raciocinar da seguinte maneira: num tabuleiro, cada palito vermelho anula um preto e vice-versa.

a) Temos 4 palitos vermelhos e 7 pretos. Postos em um tabuleiro, os 4 vermelhos anulam 4 pretos, restando apenas 3 pretos, ou seja, $(+4) + (-7) = -3$.

Banco de imagens/Arquivo da editora

b) Pondo em um tabuleiro 3 palitos pretos mais 5 palitos pretos, teremos 8 palitos pretos.

Portanto, $(-3) + (-5) = -8$.

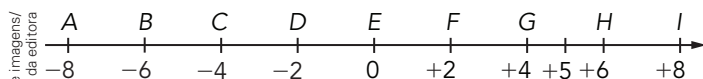
Banco de imagens/Arquivo da editora

2. Essa afirmação corresponde a tomar como "avanço" o sentido positivo, ou seja, da origem da reta numerada para a direita. E, naturalmente, "retrocesso" é o sentido negativo da reta numerada.

3. O uso dos numerais romanos e do ábaco nos cálculos comerciais era uma prática secular na Europa ocidental no século XIII — aliás, muito bem executada pelos peritos. Então, é compreensível, embora não justificável, a resistência ao novo sistema, vindo de fora, ainda mais por influência de um povo de outra cultura e outra religião, o que pesava muito naquela época. Mas se, com o ábaco, para conferir era preciso refazer os cálculos, com numerais indo-arábicos, no papel, os cálculos ficavam registrados para eventuais conferências. E nenhum decreto poderia resistir a essa vantagem dos numerais indo-arábicos, entre tantas outras, na época.

4. Quando o mais novo tinha 5 anos, o mais velho tinha 10. Faz dois anos que a idade do mais velho é o dobro da idade do mais novo.

Na Unidade

1.

Banco de imagens/Arquivo da editora

O inteiro $+5$ fica entre *G* e *H*. Logo, alternativa **c**.

2. Romênia: -32 °C, Bulgária: -22 °C, República Tcheca: -30 °C e Eslováquia: -23 °C.

Medidas de temperatura na ordem crescente: -32, -30, -23, -22. Assim, a medida de temperatura mais alta é a da Bulgária, -22 °C. Logo, alternativa **b**.

3. $+5 - 7 = -2$; $-2 + 12 = +10$; $+10 - 8 = +2$. Logo, alternativa **d**.

4. -8 °C $- (+12$ °C$) = -20$ °C. Logo, alternativa **a**.

5. $(-2) \cdot (-1) \cdot (-5) = -(2 \cdot 1 \cdot 5) = -10$. Logo, alternativa **d**.

6. A medida de temperatura mínima é -10 °C, que ocorre em janeiro. Logo, alternativa **a**.

7. As diferenças, mês a mês, são:

Mês	Diferença das medidas de temperatura
Janeiro	14 °C − (−10 °C) = 24 °C
Fevereiro	16 °C − (−9 °C) = 25 °C
Março	21 °C − (−8 °C) = 29 °C
Abril	26 °C − (−2 °C) = 28 °C
Maio	30 °C − (−1 °C) = 31 °C
Junho	33 °C − 5 °C = 28 °C
Julho	34 °C − 7 °C = 27 °C
Agosto	38 °C − 6 °C = 32 °C
Setembro	30 °C − 3 °C = 27 °C
Outubro	26 °C − (−4 °C) = 30 °C
Novembro	19 °C − (−5 °C) = 24 °C
Dezembro	15 °C − (−7 °C) = 22 °C

A maior variação é a de agosto, 32 °C. Logo, alternativa **c**.

8. São $6 \cdot 6$ pontos, sendo 1 vermelho e os demais $(6^2 - 1)$ pretos. Então, a figura representa:

$$\underbrace{(6^2 - 1)}_{\text{pretos}} + \underbrace{(-1)}_{\text{vermelho}} = 6^2 - 2$$

Logo, alternativa **b**.

Unidade 3

Abertura (p. 93)

Resposta pessoal.

Os estudantes podem relatar a origem e o objetivo dos Jogos Olímpicos, o significado dos símbolos olímpicos e as modalidades existentes atualmente. A modalidade exclusivamente masculina é a luta greco-romana e as modalidades praticadas exclusivamente por mulheres são: ginástica rítmica e nado sincronizado (ou natação artística).

Fonte dos dados: REDAÇÃO GALILEU. Olimpíadas: conheça a história, os símbolos e a importância dos jogos. *Revista Galileu*, [*s. l.*], 23 jul. 2021. Disponível em: https://revistagalileu.globo.com/Sociedade/Historia/noticia/2021/07/olimpiadas-conheca-historia-os-simbolos-e-importancia-dos-jogos.html; COSTA, Guilherme. Apesar do avanço, oito modalidades terão mais homens que mulheres em Tóquio 2020. *GE*, [*s. l.*], 8 mar. 2018. Disponível em: https://ge.globo.com/blogs/brasil-em-toquio/noticia/apesar-do-avanco-oito-das-49-modalidades-terao-mais-homens-que-mulheres-em-toquio-2020.ghtml. Acesso em: 20 jan. 2022.

Capítulo 8

Atividades

1. a) $30° + 27° 30' = 57° 30'$

b) $60° + 2° 30' = 62° 30'$

2. $\text{med}(A\hat{O}C) = \text{med}(A\hat{O}B) + \text{med}(B\hat{O}C) = 32° 30' + 77° 50' = 109° 80' = 110° 20'$

3. a) $\text{med}(B\hat{O}C) = 108° 10' - 52° 30' = 107° 70' - 52° 30' = 55° 40'$

b) $\text{med}(C\hat{O}D) = 180° - 108° 10' = 179° 60' - 108° 10' = 71° 50'$

4. $\text{med}(B\hat{O}S) = \text{med}(A\hat{O}S) - \text{med}(A\hat{O}B) = 32° 20' - 17° 35' = 31° 80' - 17° 35' = 14° 45'$

5. **a)** med$(A\hat{O}B) = 25 \cdot 6° = 150°$
   b) med$(A\hat{O}C) = 25 \cdot 0{,}5° = 12{,}5°$ (ou $12°\,30'$)
   c) med$(C\hat{O}B)$ = med$(A\hat{O}B)$ − med$(A\hat{O}C) = 150° - 12{,}5° = 137{,}5°$ (ou $137°\,30'$)

6. **a)** med$(A\hat{O}C) = 90° : 4 = 22{,}5° = 22°\,30'$
   b) med$(A\hat{O}E) = \dfrac{3}{4} \cdot 90° = 3 \cdot 22{,}5° = 66°\,90' = 66° + 1°\,30' =$
   $= 67°\,30'$
   c) $22°\,30' : 4 = 5{,}5°\,7{,}5' = 5° + 30' + 7' + 30'' = 5°\,37'\,30''$

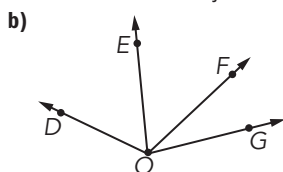
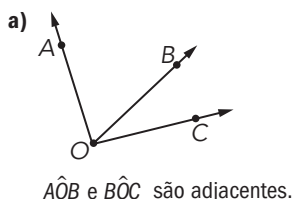
7. O ponteiro das horas descreve um ângulo que mede $30°$ no intervalo de tempo de 1 hora (60 minutos). A cada minuto ele percorre: $30° : 60 = 0{,}5°$.
   a) Em 35 min: $35 \cdot 0{,}5° = 17{,}5° = 17°\,30'$.
   b) Em 2 h 5 min: $2 \cdot 30° + 5 \cdot 0{,}5° = 60° + 2{,}5° =$
   $= 60° + 2° + 30' = 62°\,30'$.

8.
$$\begin{array}{r} 27°\,53'\,11'' \\ -\;\;2°\,45'\,31'' \\ \hline \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} 27°\,52'\,71'' \\ -\;\;2°\,45'\,31'' \\ \hline 25°\;\;7'\,40'' \end{array}$$

$$\begin{array}{rrr|l} 25° & 7' & 40'' & 4 \\ \hline 1° \to & 60' & 180'' & 6°\,16'\,55'' \\ & 67' & 220'' & \\ & 3' & 0'' & \end{array}$$

9. **a)** Sim, têm em comum o lado $\overrightarrow{VS}$.
   b) Não têm pontos internos em comum.
   c) Sim.

10. A medida de $S\hat{O}T$ é a diferença das medidas de $R\hat{O}T$ e $R\hat{O}S$.
$$\begin{array}{r} 134°\,51' \\ -\;\;40°\,30' \\ \hline 94°\,21' \end{array}$$
Logo, med$(S\hat{O}T) = 94°\,21'$.

11. Exemplos de resposta:
   a)

$A\hat{O}B$ e $B\hat{O}C$ são adjacentes.

   b)

$D\hat{O}E$ e $F\hat{O}G$ tem o vértice O comum, mas não são adjacentes nem compartilham um lado.

   c)

$H\hat{O}I$ e $H\hat{O}J$ tem o lado $\overline{OH}$ comum, mas não são adjacentes.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

12. O ângulo $A\hat{O}B$ é agudo nos itens **b** e **d**. O ângulo $A\hat{O}B$ é obtuso nos itens **a** e **c**.

13. **a)** Um ângulo obtuso é maior do que um ângulo reto.
   b) Um ângulo reto é maior do que um ângulo agudo.
   c) Um ângulo obtuso é maior do que um ângulo agudo.

14. **a)** Os ângulos não são adjacentes, pois não têm vértice e nem lado em comum.
   b) São complementares, pois a soma das medidas desses ângulos é $90°$, pois $50° + 40° = 90°$.

15. Como os ângulos são adjacentes e complementares, temos: $x + 15° =$ $= 90°$, então $x = 90° - 15° = 75°$.

16. **a)** O complemento de $20°$ é $70°$.
   b) O complemento de $70°$ é $20°$.
   c) O complemento de $50°$ é $40°$.

17. Se a metade do complemento mede $26°\,2'\,30''$, o complemento mede $2 \cdot 26°\,2'\,30'' = 52°\,5'$.
$$\begin{array}{r} 26°\,2'\,30'' \\ \times\qquad\quad 2 \\ \hline 52°\,4'\,60'' \end{array} \quad = 52° + 4' + 1' = 52°\,5'$$
Se o complemento de $A\hat{O}B$ mede $52°\,5'$, então $A\hat{O}B$ mede $90° - 52°\,5' = 37°\,55'$.
$$\begin{array}{r} 90°\,0' \\ -\;\;52°\,5' \\ \hline \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} 89°\,60' \\ -\;\;52°\;\;5' \\ \hline 37°\,55' \end{array}$$

18. **a)** Os ângulos não são adjacentes, pois não tem vértice nem lado em comum.
   b) Os ângulos são suplementares, pois a soma das medidas dos ângulos é $180°$, pois $135° + 45° = 180°$.

19. **a)** Como $x + 130° = 180°$, então $x = 180° - 130° = 50°$.
   b) Como $x + 135° = 180°$, então $x = 180° - 135° = 45°$.
   c) Como $x + 100° = 180°$, então $x = 180° - 100° = 80°$.

20. Se o dobro do suplemento é $163°\,11'\,52''$, o suplemento é $163°\,11'\,52'' : 2$, ou seja:
$$\begin{array}{rrr|l} 163° & 11' & 52'' & 2 \\ \hline 1° \to & 60' & 60'' & 81°\,35'\,56'' \\ & 71' & 112'' & \\ & 1' & 0'' & \end{array}$$
O ângulo $A\hat{O}B$ mede $180° - 81°\,35'\,56''$, ou seja:
$$\begin{array}{r} 180°\;\;0'\;\;0'' \\ -\;\;81°\,35'\,56'' \\ \hline \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} 179°\,60'\;\;0'' \\ -\;\;81°\,35'\,56'' \\ \hline \end{array}$$
$$\downarrow$$
$$\begin{array}{r} 179°\;\;59'\,60'' \\ -\;\;81°\;\;35'\,56'' \\ \hline 98°\;\;24'\;\;4'' \end{array}$$
Portanto, o ângulo $A\hat{O}B$ mede $98°\,24'\,4''$.

21. O complemento mede $150° : 2 = 75°$ e o ângulo mede $90° - 75° = 15°$.

Capítulo 9

Participe (p. 104)

a) Sim, nesse plano é possível traçar uma reta passando pelo ponto.
b) Sim, nesse plano é possível traçar mais uma reta passando pelo ponto.
c) Nesse plano é possível traçar infinitas retas passando pelo ponto.
d) Todas as retas passam pelo ponto P e estão contidas no mesmo plano (são coplanares).

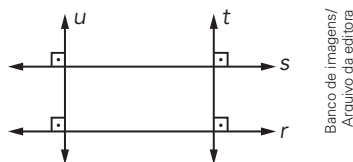
Participe (p. 105)

a) $A\hat{O}B$ e $B\hat{O}C$, $B\hat{O}C$ e $C\hat{O}D$, $C\hat{O}D$ e $D\hat{O}A$, $D\hat{O}A$ e $A\hat{O}B$.
b) Os ângulos medem 90°.

Atividades

1. a) O ponto *B*.
b) *r* e *t* são retas concorrentes.
c) *s* e *t* são retas concorrentes.

2. a) *r* e *s* são retas concorrentes.
b) *s* e *t* são retas concorrentes.
c) *r* e *t* são retas paralelas.
d) *s* e *u* são retas concorrentes.

3. Exemplos de respostas:

Banco de imagens/Arquivo da editora

a) *r* e *t*; *r* e *u*; *s* e *t*; *s* e *u*.
b) *r* e *s*; *t* e *u*.

4. Exemplos de resposta:
a) $\overleftrightarrow{EA}$ e $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{FG}$ e $\overleftrightarrow{CG}$, $\overleftrightarrow{DC}$ e $\overleftrightarrow{HD}$.
b) $\overleftrightarrow{EF}$ e $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{EH}$ e $\overleftrightarrow{FG}$, $\overleftrightarrow{HD}$ e $\overleftrightarrow{GC}$.

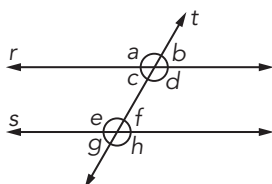
5. a) $180° - 56° = 124°$
b) $90° - 56° = 34°$

6. a) Na figura, os ângulos são opostos pelo vértice e $x = 42°$.
b) Na figura, os ângulos são opostos pelo vértice e $x = 120°$.

7. a) $180° - 30° = 150°$
b) $180° - 130° = 50°$

Participe (p. 109)

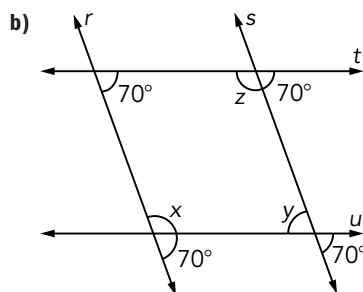
Resposta pessoal; as medidas dos ângulos dependem da inclinação da reta de intersecção. Exemplos de respostas:

a) $r \parallel s$

Banco de imagens/Arquivo da editora

b) $a = d = e = h = 120°$; $b = c = f = g = 60°$.
c) Os ângulos correspondentes têm medidas iguais.

8. a) $x = 30°$
$3y = 150°$
$y = 50°$
$2z = 30°$
$z = 15°$

b)

Banco de imagens/Arquivo da editora

$y = 70°$; $x = z = 180° - 70° = 110°$.

9. a) Sim. Duas paralelas formam com uma transversal ângulos correspondentes de mesma medida.
b) 8 ângulos retos.

Matemática e tecnologias

Resposta pessoal.

Na mídia

1. Resposta pessoal.

2. a) Os ângulos $\hat{x}$ e $\hat{y}$ são congruentes, pois são ângulos opostos pelo vértice.
b) São retas paralelas.

Na Unidade

1.

$$\begin{array}{r} 38°\ \ 0'\ 37'' \\ +\ 40°\ 19'\ 40'' \\ \hline 78°\ 19'\ 77'' \end{array}$$

$78°\,19'\,77'' = 78° + 19' + 60'' + 17'' = 78° + 19' + 1' + 17'' =$
$= 78°\,20'\,17''$

Logo, alternativa **b**.

2. A quinta parte de 44° é $44° : 5 = 8°\,48'$.

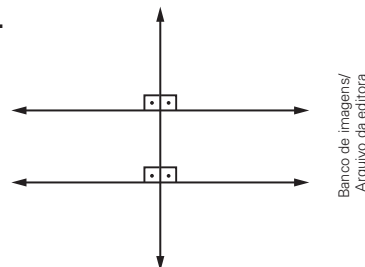
$$\begin{array}{l|l} 44° & 5 \\ \hline 4° \rightarrow 240' & 8°\,48' \\ \quad\quad 0' & \end{array}$$

Logo, alternativa **a**.

3. a) A soma da medida de um ângulo com a medida de seu suplemento é igual 180°, ou seja, é um ângulo raso.
b) A soma da medida de um ângulo com a medida de seu complemento é igual à 90°, ou seja, é um ângulo reto.
c) Se 2 ângulos são complementares, ambos são agudos ou um é nulo e o outro é reto.
d) Se 2 ângulos são suplementares e um deles é agudo, então o outro precisa ser obtuso para a soma das medidas ser 180°.

Logo, alternativa **d**.

4. A sentença **b** é falsa, pois dois ângulos podem ter medidas iguais e não serem opostos pelo vértice. Logo, alternativa **b**.

5.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Há 8 ângulos retos. Logo, alternativa **d**.

6. Após 3 h, o ponteiro das horas apontará para o 3 e o ponteiro dos minutos apontará para o 12; nesse momento, o ângulo entre os ponteiros mede 90°. Logo, alternativa **d**.

7. $180° - 45° = 135°$. Logo, alternativa **d**.

8. Os ângulos $\hat{a}$ e $\hat{e}$ são suplementares, então:

$\text{med}(\hat{a}) + \text{med}(\hat{e}) = 180°$

$36° + \text{med}(\hat{e}) = 180°$

$\text{med}(\hat{e}) = 180° - 36° = 144°$

9. Os ângulos $B\hat{C}A$ e $\hat{e}$ são suplementares, então:

$\text{med}(B\hat{C}A) + \text{med}(\hat{e}) = 180°$

$55° + \text{med}(\hat{e}) = 180°$

$\text{med}(\hat{e}) = 180° - 55° = 125°$

Unidade 4

Abertura (p. 115)

Resposta pessoal.

Capítulo 10

Participe (p. 117)

Usando aproximações das populações citadas, temos:

a) $\frac{12}{3} = 4$; ou seja, cerca de 4 vezes.

b) $\frac{22}{6} = \frac{11}{3} \simeq 3{,}7$; ou seja, $\frac{11}{3}$ ou aproximadamente 3,7.

c) $\frac{212}{21} \simeq 10{,}1$; ou seja, cerca de 10 vezes.

d) $\frac{22}{100}$; 0,22; $\frac{11}{50}$.

e) $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$; em porcentagem 50%.

f) $\frac{112}{212} = \frac{28}{53}$; aproximadamente 53%.

Atividades

1. a) $\frac{18}{24} = \frac{3}{4}$

b) $\frac{3}{4} = 0{,}75$. O número de meninos é 0,75 vez o de meninas.

2. a) $\frac{24}{18 + 24} = \frac{24}{42} = \frac{4}{7}$

b) $\frac{4}{7} \simeq 0{,}57 = 57\%$. Logo, aproximadamente 57%.

3. a) $\frac{12{,}3 \text{ milhões}}{1{,}5 \text{ milhões}} = \frac{24}{3} = 8{,}2$

b) A população de São Paulo era cerca de 8 vezes a de Porto Alegre.

4. a) $(-9) : (+4) = \frac{-9}{+4} = -\frac{9}{4}$

b) $(-22) : (+6) = \frac{+22}{+6} = \frac{11}{3}$

c) $(-12) : (-8) = \frac{-12}{-8} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$

d) $(+27) : (-21) = \frac{+27}{-21} = -\frac{27}{21} = -\frac{9}{7}$

e) $(-32) : (+20) = \frac{-32}{+20} = -\frac{32}{20} = -\frac{8}{5}$

f) $(-50) : (-35) = \frac{-50}{-35} = +\frac{50}{35} = \frac{10}{7}$

5. a) $+5$, pois $(+12) : (+5) = \frac{12}{5}$.

b) -7, pois $(-13) : (-7) = \frac{13}{7}$.

c) $+11$, pois $(+11) : (-2) = -\frac{11}{2}$.

d) -12, pois $\frac{6}{5} = \frac{-12}{-10}$.

e) $+4$, pois $\frac{+4}{14} = \frac{2}{7}$.

f) $+24$, pois $\frac{+24}{-33} = -\frac{8}{11}$.

g) -10, pois $\frac{15}{-10} = -\frac{3}{2}$.

h) -10, pois $(-10) : (+3) = -\frac{10}{3}$.

6. a) Verdadeira, pois o quociente da divisão entre dois números que têm o mesmo sinal é positivo e $(-15) : (-6) = \frac{15}{6} = \frac{5}{2}$.

b) Verdadeira, pois $\frac{3}{10}$ é um número representado por uma razão entre números inteiros.

c) Falsa, pois o quociente da divisão entre dois números que têm sinais contrários é negativo e $(-15) : (+3) = -5$.

d) Verdadeira, pois é um número que pode ser representado por uma razão entre números inteiros, por exemplo $\frac{1404}{2}$.

e) Falsa, pois $(+12) : (-18) = -\frac{12}{18} = -\frac{2}{3}$.

7. a) $0{,}31 = \frac{31}{100}$

b) $-0{,}125 = -\frac{125}{1000} = -\frac{1}{8}$

c) $-2{,}625 = -\frac{2625}{1000} = -\frac{21}{8}$

d) $-918{,}5 = -\frac{9185}{10} = -\frac{1837}{2}$

e) $31{,}47 = \frac{3147}{100}$

f) $0{,}05 = -\frac{55}{100} = \frac{1}{20}$

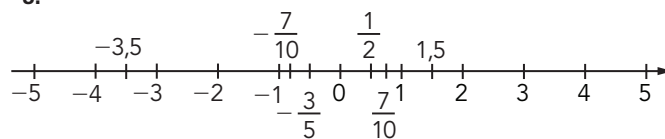
g) $-0{,}55 = -\frac{55}{100} = -\frac{11}{20}$

h) $1{,}020 = 1{,}02 = \frac{102}{100} = \frac{51}{50}$

8.

Reta numérica de −5 a 5 com os pontos: $-3{,}5$; $-\frac{7}{10}$; $\frac{1}{2}$; $1{,}5$; $-\frac{3}{5}$; $\frac{7}{10}$.

Marcas: −5, −4, −3, −2, −1, 0, 1, 2, 3, 4, 5

Banco de imagens/Arquivo da editora

9. a) O oposto de $\frac{2}{7}$ é $-\frac{2}{7}$.

b) O oposto de $-0{,}34$ é 0,34.

c) O oposto de $-\frac{5}{3}$ é $\frac{5}{3}$.

10. a) $\left|+\frac{7}{11}\right| = \frac{7}{11}$ **b)** $\left|-\frac{7}{11}\right| = \frac{7}{11}$ **c)** $\left|+\frac{5}{4}\right| = \frac{5}{4}$

11. a) $\left|\frac{21}{8}\right| = \frac{21}{8}$ **b)** $\left|-\frac{23}{7}\right| = \frac{23}{7}$ **c)** $\left|\frac{11}{23}\right| = \frac{11}{23}$

12. A unidade foi dividida em 4 partes iguais, então cada parte mede $\frac{1}{4}$ da unidade. Assim: *A*: -2; *B*: $2\frac{2}{4} = 2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$; *C*: $\frac{3}{4}$; *D*: $-\frac{3}{4}$; *E*: $-1\frac{1}{4} = -\frac{5}{4}$; *F*: $1\frac{2}{4} = \frac{6}{2} = \frac{3}{2}$.

Participe (p. 122)

a) Comparar dois números significa verificar qual é o maior e qual é o menor entre eles, ou se eles são iguais um ao outro.

b) Sim, é possível, da mesma maneira como comparamos anteriormente.

c) Podemos concluir que $-\frac{7}{3}$ é menor do que $\frac{3}{4}$, porque $-\frac{7}{3} < 0$ e $0 < \frac{3}{4}$. Também, porque $-\frac{7}{3}$ é representado à esquerda de $\frac{3}{4}$ na reta numérica.

d) Concluímos que -3 é menor do que $\frac{4}{5}$, o motivo é que como é um número negativo ele é representado à esquerda de $\frac{4}{5}$.

e) O número positivo.

13. a) Um número positivo é maior do que um número negativo. Portanto, a maior é $\frac{7}{11}$.

b) $\frac{12}{7} < \frac{141}{7}$. Portanto, a maior é $\frac{141}{7}$.

c) $-13 > -19$ e $-\frac{13}{9} > -\frac{19}{9}$. Portanto, a maior é $-\frac{13}{9}$.

14. Vamos comparar as frações $\frac{5}{8}$ e $\frac{8}{15}$.

$\frac{5^{\times 15}}{8_{\times 15}} = \frac{75}{120}$ e $\frac{8^{\times 8}}{15_{\times 8}} = \frac{64}{120}$

Como $75 > 64$, temos $\frac{5}{8} > \frac{8}{15}$. Então, Marco Antônio leu mais do que Pedro.

15. a) $\frac{3}{5}$ ou $\frac{2}{3}$

$\text{mmc}(5, 3) = 15$

$\frac{3}{5} = \frac{9}{15}$ e $\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$

Como $\frac{10}{15} > \frac{9}{15}$, temos $\frac{2}{3} > \frac{3}{5}$. A maior é $\frac{2}{3}$.

b) $\frac{4}{3}$ ou $\frac{13}{10}$

$\text{mmc}(3, 10) = 30$

$\frac{4}{3} = \frac{40}{30}$ e $\frac{13}{10} = \frac{39}{30}$

Como $\frac{40}{30} > \frac{39}{30}$, temos $\frac{4}{3} > \frac{13}{10}$. Portanto, a maior é $\frac{4}{3}$.

c) $\frac{13}{3}$ ou $\frac{13}{4}$

$\text{mmc}(3, 4, 5) = 60$

$\frac{13}{3} = \frac{260}{60}$; $\frac{13}{4} = \frac{195}{60}$; $\frac{21}{5} = \frac{252}{60}$

Como $\frac{260}{60} > \frac{252}{60} > \frac{195}{60}$, temos $\frac{13}{3} > \frac{21}{5} > \frac{13}{4}$.

Portanto, a maior é $\frac{13}{3}$.

d) $\frac{8}{5}$ ou $\frac{9}{5}$ ou $\frac{7}{4}$

$\text{mmc}(5, 4) = 20$

$\frac{8}{5} = \frac{32}{20}$; $\frac{9}{5} = \frac{36}{20}$; $\frac{7}{4} = \frac{35}{20}$

Como $\frac{36}{20} > \frac{35}{20} > \frac{32}{20}$, temos $\frac{9}{5} > \frac{7}{4} > \frac{8}{5}$. Portanto, a maior é $\frac{9}{5}$.

16. Para comparar os valores, podemos reduzir as duas frações ao mesmo denominador. Para Aline, temos $\frac{4}{5} = \frac{20}{30}$; para Danilo, temos $\frac{5}{6} = \frac{25}{30}$; portanto, Danilo acertou mais questões.

17. Vamos comparar as frações $\frac{7}{24}$, $\frac{3}{10}$ e $\frac{4}{15}$.

$\text{mmc}(24, 10, 15) = 120$

$\frac{7}{24} = \frac{35}{120}$; $\frac{3}{10} = \frac{36}{120}$; $\frac{4}{15} = \frac{32}{120}$.

$$\begin{array}{rrr|l} 24, & 10, & 15 & 2 \\ 12, & 5, & 15 & 2 \\ 6, & 5, & 15 & 2 \\ 3, & 5, & 15 & 3 \\ 1, & 5, & 5 & 5 \\ 1, & 1, & 1 & \end{array}$$

A menor fração é $\frac{4}{15}$. Quem pegou menos figurinhas foi Lara.

18. Para fazer a comparação, devemos reduzir as frações ao mesmo denominador. A equipe Alfa tem $\frac{2}{5} = \frac{18}{45}$ pontos, a equipe Beta tem $\frac{4}{9} = \frac{20}{45}$ pontos e a equipe Sigma tem $\frac{7}{5} = \frac{21}{45}$. Portanto, a equipe melhor classificada é a Sigma; a equipe pior classificada é a Alfa.

19. $\text{mmc}(2, 3, 4) = 12$

$\frac{7}{2} = \frac{42}{12}$; $\frac{7}{3} = \frac{28}{12}$; $-\frac{5}{3} = -\frac{20}{12}$

$-\frac{5}{2} = -\frac{30}{12}$; $\frac{7}{4} = \frac{21}{12}$; $-\frac{7}{2} = -\frac{42}{12}$

$-\frac{42}{12} < -\frac{30}{12} < -\frac{20}{12} < 0 < \frac{21}{12} < \frac{28}{12} < \frac{42}{12}$

Logo, $-\frac{7}{2} < -\frac{5}{2} < -\frac{5}{3} < 0 < \frac{7}{4} < \frac{7}{3} < \frac{7}{2}$.

20. a) $\text{mmc}(2, 4) = 4$

$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$

b) $\frac{3}{5} < \frac{7}{5}$

c) $+\frac{9}{7} > \frac{5}{7}$

d) $\frac{2}{5} > -\frac{4}{3}$

e) $-\frac{1}{10} > -\frac{7}{10}$

f) $-\frac{1}{3} < 0$

g) $\text{mmc}(3, 9) = 9$

$-\frac{1}{3} = -\frac{3}{9}$

h) Como os numeradores são iguais e $4 > 3$, temos $\frac{7}{4} < \frac{7}{3}$.

21. Exemplo de resposta: Artur abriu seu cofrinho e contou as moedas que tinha. Do total de moedas, $\frac{1}{3}$ eram de 1 real e $\frac{1}{4}$ eram de 50 centavos. Havia mais moedas de 1 real ou de 50 centavos? Resposta: Havia mais moedas de 1 real.

Capítulo 11

Atividades

1. a) $\left(+\frac{3}{5}\right) + \left(-\frac{7}{5}\right) = \frac{+3-7}{5} = \frac{-4}{5} = -\frac{4}{5}$

Sabemos que $+\frac{3}{5} = 0{,}6$ e $-\frac{7}{5} = -1{,}4$. Então:

$(+0{,}6) + (-1{,}4) = 0{,}6 - 1{,}4 = -0{,}8$

Temos que $-\frac{4}{5} = -0{,}8$. Os resultados são iguais.

b) $\left(-\frac{3}{2}\right) + \left(+\frac{5}{4}\right) = \left(-\frac{6}{4}\right) + \left(+\frac{5}{4}\right) = \frac{-6+5}{4} = \frac{-1}{4} = -\frac{1}{4}$

Sabemos que $-\frac{3}{2} = -1{,}5$ e $+\frac{5}{4} = 1{,}25$. Então:

$(-1{,}5) + (+1{,}25) = -0{,}25$

Temos que $-\frac{1}{4} = -0{,}25$. Os resultados são iguais.

2. a) $\left(+\frac{4}{7}\right) + \left(-\frac{11}{7}\right) + \left(-\frac{19}{7}\right) = \frac{+4-11-19}{7} = \frac{-26}{7} = -\frac{26}{7}$

b) $(-1{,}47) + (-2{,}5) + (-0{,}03) = -4$

c) $(+0{,}01) + (-0{,}11) + (+1{,}11) = 1{,}01$

3. Para o item **b**, temos:

$-\frac{147}{100} + \left(-\frac{25}{10}\right) + \left(-\frac{3}{100}\right) = -\frac{147}{100} - \frac{25}{10} - \frac{3}{100} =$

$= \frac{-147-250-3}{100} = -\frac{400}{100} = -4$

No item **c**, temos:

$+\frac{1}{100} + \left(-\frac{11}{100}\right) + \left(+\frac{111}{100}\right) = \frac{+1-11+111}{100} = +\frac{101}{100} = 1{,}01$

Para cada item, os resultados são iguais.

4. a) $\frac{10}{3} + \left(-\frac{3}{5}\right) = \frac{50}{15} + \left(\frac{-9}{15}\right) = \frac{50-9}{15} = \frac{41}{15}$

b) $\left(-\frac{3}{5}\right) + \frac{10}{3} = \frac{-9}{15} + \frac{50}{15} = \frac{-9+50}{15} = \frac{41}{15}$

Os resultados são iguais.

5. a) $\left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{5}{4}\right) = \left(\frac{3}{6} + \frac{4}{6}\right) + \left(-\frac{5}{4}\right) = \frac{7}{6} + \left(-\frac{5}{4}\right) =$

$= \frac{14}{12} + \frac{-15}{4} = \frac{14-15}{12} = -\frac{1}{12}$

b) $\frac{1}{2} + \left[\frac{2}{3} + \left(-\frac{5}{4}\right)\right] = \frac{1}{2} + \left(\frac{8}{12} + \frac{-15}{12}\right) = \frac{1}{2} + \frac{8-15}{15} =$

$= \frac{1}{2} + \frac{-7}{12} = \frac{6}{12} + \frac{-7}{12} = \frac{6-7}{12} = -\frac{1}{12}$

c) $\frac{1}{2} + \left(-\frac{5}{4}\right) + \frac{2}{3} = \frac{6}{12} + \left(-\frac{15}{12}\right) + \frac{8}{12} = \frac{6-15+8}{12} =$

$= \frac{-1}{12} = -\frac{1}{12}$

Os resultados são iguais.

6. a) $\left(-\frac{2}{5}\right) + 0 = -\frac{2}{5}$

b) $\frac{2}{5} + 0 = \frac{2}{5}$

c) $0 + \frac{2}{5} = \frac{2}{5}$

d) $0 + \left(-\frac{2}{5}\right) = -\frac{2}{5}$

7. a) O oposto de $\frac{3}{8}$ é $-\frac{3}{8}$.

$\frac{3}{8} + \left(-\frac{3}{8}\right) = \frac{3-3}{8} = \frac{0}{8} = 0$

b) O oposto de $-\frac{4}{7}$ é $\frac{4}{7}$.

$-\frac{4}{7} + \frac{4}{7} = \frac{-4+4}{7} = \frac{0}{7} = 0$

c) O oposto de $\frac{1}{5}$ é $-\frac{1}{5}$.

$\frac{1}{5} + \left(-\frac{1}{5}\right) = \frac{1-1}{5} = \frac{0}{5} = 0$

d) O oposto de $-\frac{7}{3}$ é $\frac{7}{3}$.

$-\frac{7}{3} + \frac{7}{3} = \frac{-7+7}{3} = \frac{0}{3} = 0$

e) O oposto de 0,75 é $-0{,}75$.

$0{,}75 + (-0{,}75) = 0$

f) O oposto de $-1{,}04$ é 1,04.

$-1{,}04 + 1{,}04 = 0$

O resultado de todas as adições é zero.

8. a) Adicionando as frações entre as regiões Nordeste, Centro-oeste, Sudeste e Sul, temos:

$\frac{17}{100} + \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{25} = \frac{17+10+5+4}{100} = \frac{36}{100} = \frac{9}{25}$.

b) A região Norte concentra mais localidades indígenas do que as demais regiões juntas.

9. $\frac{3}{4} - \frac{1}{8} = \frac{6}{8} - \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$. Sobrou $\frac{5}{8}$ de litro de água na jarra.

10. a) $\left(+\frac{4}{3}\right) - \left(+\frac{7}{4}\right) = \left(+\frac{4^{\times 4}}{3_{\times 4}}\right) + \left(-\frac{7^{\times 3}}{4_{\times 3}}\right) =$

$= \left(+\frac{16}{12}\right) + \left(-\frac{21}{12}\right) = -\frac{5}{12}$

b) $\left(+\frac{11}{3}\right) - \left(-\frac{5}{6}\right) = \left(+\frac{11^{\times 6}}{3_{\times 6}}\right) - \left(-\frac{5^{\times 3}}{6_{\times 3}}\right) =$

$= \frac{66}{18} + \frac{15}{18} = \frac{81^{\div 9}}{18_{\div 9}} = \frac{9}{2}$

c) $(-0{,}47) - (-0{,}85) = -0{,}47 + 0{,}85 = 0{,}38$

d) $\left(-\frac{7}{6}\right) - \left(+\frac{11}{9}\right) = \left(-\frac{7^{\times 3}}{6_{\times 3}}\right) + \left(-\frac{11^{\times 2}}{9_{\times 2}}\right) =$

$= \left(-\frac{21}{18}\right) + \left(-\frac{22}{18}\right) = \frac{-21-22}{18} = -\frac{43}{18}$

11. a) $\frac{1}{6} - \frac{5}{6} = \frac{1-5}{6} = -\frac{4}{6} = -\frac{2}{3}$

b) $-\frac{9}{8} + \frac{7}{8} = \frac{-9+7}{8} = -\frac{2}{8} = -\frac{1}{4}$

c) $-\frac{3}{10} - \frac{7}{10} = \frac{-3-7}{10} = -\frac{10}{10} = -1$

d) $-0,2 + 0,7 - 0,9 - 1,4 = -1,8$

12. Exemplo de resposta: Marcela foi ao mercado e comprou um xampu de R$ 16,29 e um sabão em pó de R$ 10,20. Ao passar as compras no caixa, ela pagou com uma cédula de R$ 50,00 e percebeu que houve um desconto de R$ 2,74. Qual foi o valor do troco recebido? Resposta: R$ 26,25.

13. a) $-0,48 - 0,52 + 3 = 2$; 1º lugar: China.

b) $\frac{2}{5} + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{3}\right) = \frac{2}{5} + \left(\frac{3}{21} - \frac{7}{21}\right) = \frac{2}{5} - \frac{4}{21} =$

$= \frac{42}{105} - \frac{20}{105} = \frac{22}{105}$; 2º lugar: Estados Unidos.

c) $-\frac{2}{5} + \frac{3}{7} - \frac{11}{4} = \left(\frac{-14}{35} + \frac{15}{35}\right) - \frac{11}{4} = \frac{1}{35} - \frac{11}{4} =$

$= \frac{4}{140} - \frac{385}{140} = -\frac{381}{140}$; 3º lugar: Rússia.

14. a) $\left(+\frac{4}{5}\right) \cdot \left(-\frac{10}{3}\right) = \left(+\frac{4}{1}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{8}{3}$

b) $\left(-\frac{6}{35}\right) \cdot \left(+\frac{25}{12}\right) = \left(-\frac{1}{7}\right) \cdot \left(+\frac{5}{2}\right) = -\frac{5}{14}$

c) $\left(-\frac{7}{2}\right) \cdot \left(-\frac{10}{21}\right) = \left(-\frac{1}{1}\right) \cdot \left(-\frac{5}{3}\right) = \frac{5}{3}$

d) $\left(+\frac{3}{5}\right) \cdot \left(+\frac{15}{6}\right) = \left(+\frac{1}{1}\right) \cdot \left(+\frac{3}{2}\right) = \frac{3}{2}$

15. $5 \cdot \frac{2}{15} = \frac{10}{15}$. A entrada foi $\frac{15}{15} - \frac{10}{15} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$; $\frac{1}{3}$ do custo total.

16. $\frac{8}{8} - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$; $\frac{3}{8}$ das meninas não praticam natação.

$\frac{3}{8} \cdot \frac{4}{7} = \frac{3}{14}$; $\frac{3}{14}$ da classe são meninas que não praticam natação.

17. Pãezinhos de queijo: $\frac{1}{2}$ dos salgadinhos. Outros salgadinhos: $\frac{1}{2}$ do total.

Esfirras: $\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{10}$. Coxinhas: $\frac{10}{10} - \frac{3}{10} - \frac{1}{2} = \frac{10}{10} - \frac{5}{10} =$

$= \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$. Logo, $\frac{1}{5}$ dos salgadinhos era coxinha.

Outro modo: Os pãezinhos de queijo eram metade, as esfirras eram $\frac{3}{5}$ da outra metade e as coxinhas eram $\frac{5}{5} - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$ dessa metade.

Então, as coxinhas eram: $\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{5}$ dos salgadinhos.

18. a) $\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{5}{7}\right) = -\frac{10}{21}$

b) $\left(-\frac{5}{7}\right) \cdot \frac{2}{3} = -\frac{10}{21}$

Os resultados são iguais.

19. a) $+\frac{5}{11}$ e $-\frac{22}{7}$, pois $\frac{5}{11} \cdot \left(-\frac{22}{7}\right) = \frac{5}{1} \cdot \left(-\frac{2}{7}\right) = -\frac{10}{7}$.

b) $-\frac{2}{9}$ e $-\frac{2}{5}$, pois $\left(-\frac{2}{9}\right) \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) = \frac{2 \cdot 2}{9 \cdot 5} = \frac{4}{45}$.

c) $+\frac{5}{11}$ e $-\frac{2}{9}$, pois $\frac{5}{11} \cdot \left(-\frac{2}{9}\right) = -\frac{10}{99}$.

d) $-\frac{22}{7}$ e $-\frac{2}{9}$, pois $\left(-\frac{22}{7}\right) \cdot \left(-\frac{2}{9}\right) = \frac{22 \cdot 2}{7 \cdot 9} = \frac{44}{63}$.

20. a) $\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{5}{4}\right) = \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{5}{4}\right) = -\frac{5}{12}$

b) $\frac{1}{2} \cdot \left[\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{5}{4}\right)\right] = \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{5}{6}\right) = -\frac{5}{12}$

c) $\left[\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{5}{4}\right)\right] \cdot \frac{2}{3} = -\frac{5}{6} \cdot \frac{2}{3} = -\frac{5}{12}$

d) $\left[\left(-\frac{5}{4}\right) \cdot \frac{2}{3}\right] \cdot \frac{1}{2} = \left[\left(-\frac{5}{2}\right) \cdot \frac{1}{3}\right] \cdot \frac{1}{2} = \left(-\frac{5}{6}\right) \cdot \frac{1}{2} = -\frac{5}{12}$

Os resultados são iguais.

21. a) $\left(-\frac{3}{7}\right) \cdot 1 = -\frac{3}{7}$

b) $\frac{3}{7} \cdot 1 = \frac{3}{7}$

c) $1 \cdot \frac{3}{7} = \frac{3}{7}$

d) $1 \cdot \left(-\frac{3}{7}\right) = -\frac{3}{7}$

22. $\frac{3}{7} \cdot \frac{7}{3} = 1 \cdot 1 = 1$

23. $\left(-\frac{8}{5}\right) \cdot \left(-\frac{5}{8}\right) = (-1) \cdot (-1) = 1$

24. a) $\left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(\frac{2}{3} + \frac{5}{4}\right) = \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(\frac{8}{12} + \frac{15}{12}\right) = \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \frac{23}{12} =$

$= \left(-\frac{1}{5}\right) \cdot \frac{23}{4} = -\frac{23}{20}$

b) $\left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \frac{2}{3} + \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \frac{5}{4} = \left(-\frac{1}{5}\right) \cdot \frac{2}{1} + \frac{3}{1} \cdot \frac{1}{4} =$

$= -\frac{8}{20} - \frac{15}{20} = -\frac{23}{20}$

Os resultados são iguais.

25. a) O inverso de $\frac{11}{7}$ é $\frac{7}{11}$.

b) O inverso de 3 é $\frac{1}{3}$.

c) O inverso de $-\frac{3}{4}$ é $-\frac{4}{3}$.

d) Não há inverso de 0.

e) O inverso de -2 é $-\frac{1}{2}$.

f) O inverso de $-\frac{1}{9}$ é -9.

26. O produto de cada termo pelo seguinte é igual a 1.

27. a) $1 + \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{6}{5}\right) = 1 + \left(-\frac{2}{1}\right) \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) = 1 + \left(+\frac{4}{5}\right) =$

$= \frac{5}{5} + \frac{4}{5} = \frac{9}{5}$

b) $-2-\frac{2}{3}\cdot\left(\frac{5}{7}-\frac{8}{7}\right)=-2-\frac{2}{3}\cdot\left(-\frac{3}{7}\right)=-2-\frac{2}{1}\cdot\left(-\frac{1}{7}\right)=$

$=-2+\frac{2}{7}=-\frac{14}{7}+\frac{2}{7}=-\frac{12}{7}$

c) $\frac{2}{5}+\left(-\frac{7}{2}\right)\cdot\left(-\frac{4}{15}\right)=\frac{2}{5}+\left(-\frac{7}{2}\right)\cdot\left(-\frac{2}{15}\right)=\frac{2}{5}+\left(+\frac{14}{15}\right)=$

$=\frac{6}{15}+\frac{14}{15}=\frac{20}{15}=\frac{4}{3}$

d) $\left(-\frac{2}{3}\right)\cdot\left(+\frac{5}{11}\right)-\frac{32}{33}=-\frac{10}{33}-\frac{32}{33}=-\frac{42}{33}=-\frac{14}{11}$

28. a) Falso, pois, por exemplo: Considerando os números 2 e $\frac{1}{3}$, temos:

$2+\frac{1}{3}=\frac{6+1}{3}=\frac{7}{3}$; e o inverso dessa soma é $\frac{3}{7}$.

A soma dos inversos de 2 e $\frac{1}{3}$ é: $\frac{1}{2}+3=\frac{1+6}{2}=\frac{7}{2}$.

b) Verdadeiro, pois:
$42\cdot(12+25)=42\cdot37=1\,554$
$(42\cdot12)+(42\cdot25)=504+1\,050=1\,554$

c) Falso, pois:
$42\cdot(12\cdot25)=42\cdot300=12\,600$
$(42\cdot12)\cdot(42\cdot25)=504\cdot1\,050=529\,200$

29. $1{,}5-5\cdot0{,}125=1{,}5-0{,}625=0{,}875$. Sobrou 0,875 litro.

30. Exemplo de resposta: Marcelo faz brigadeiros para vender e todo dia produz a mesma quantidade. Hoje ele vendeu $\frac{1}{5}$ da produção do dia no período da manhã e $\frac{1}{2}$ no período da tarde. Sabendo que no dia anterior ele vendeu o dobro da quantidade que sobrou hoje, qual fração da produção diária Marcelo vendeu ontem? Resposta: $\frac{3}{5}$.

Na olimpíada (p. 132)

Cuidado com o suco

Sendo *A*, *B*, *C* e *D* os algarismos borrados, devemos ter $AB93\cdot18=3C27D$.

- Como $3\cdot8=24$, o algarismo das unidades do produto é 4, isto é, $D=4$;
- Como $18=2\cdot9$, o número $3C274$ é múltiplo de 9, portanto a soma dos seus algarismos também deve ser múltiplo de 9. Logo, $C=2$.
- Finalmente, como $32\,274:18=1\,793$, temos que $A=1$ e $B=7$.

$A+B+C+D=1+7+2+4=14$

Logo, alternativa **e**.

31. $4{,}5:0{,}375=12$. Podemos encher 12 garrafinhas.

32. a) $\left(+\frac{3}{5}\right):\left(-\frac{3}{2}\right)=\left(+\frac{3}{5}\right)\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)=\left(+\frac{1}{5}\right)\cdot\left(-\frac{2}{1}\right)=-\frac{2}{5}$

b) $\left(-\frac{2}{7}\right):\left(-\frac{11}{14}\right)=\left(-\frac{2}{7}\right)\cdot\left(+\frac{14}{11}\right)=\left(-\frac{2}{1}\right)\cdot\left(+\frac{2}{11}\right)=-\frac{4}{11}$

c) $\left(-\frac{5}{14}\right):\left(-\frac{10}{7}\right)=\left(-\frac{5}{14}\right)\cdot\left(-\frac{7}{10}\right)=\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}$

d) $6:\left(-\frac{5}{7}\right)=6\cdot\left(-\frac{7}{5}\right)=-\frac{42}{5}$

33. a) $(+0{,}8):(-0{,}02)=-40$
b) $(21{,}44):(0{,}24)=-6$
c) $(-0{,}36):(-1{,}80)=0{,}2$
d) $(-9):(-2)=4{,}5$

34. a) $\frac{AP}{AB}=\frac{2\frac{3}{4}}{6\frac{1}{2}}=\frac{\frac{11}{4}}{\frac{13}{2}}=\frac{11}{4}\cdot\frac{2}{13}=\frac{11}{26}$

b) $\frac{\frac{1}{8}}{3\frac{1}{2}}=\frac{\frac{1}{8}}{\frac{7}{2}}=\frac{1}{8}\cdot\frac{2}{7}=\frac{1}{28}$

35. $\frac{3\cdot\frac{4}{5}}{5\frac{1}{4}}=\frac{\frac{12}{5}}{\frac{21}{4}}=\frac{12}{5}\cdot\frac{4}{21}=\frac{16}{35}$

36. a) $\frac{\frac{14}{15}}{-\frac{7}{5}}=\frac{14}{15}:\left(-\frac{7}{5}\right)=\frac{14}{15}\cdot\left(-\frac{5}{7}\right)=\frac{2}{3}\cdot(-1)=-\frac{2}{3}$

b) $\frac{1}{-\frac{11}{7}}=1:\left(-\frac{11}{7}\right)=1\cdot\left(-\frac{7}{11}\right)=-\frac{7}{11}$

c) $\frac{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}{\frac{5}{6}}=\frac{\frac{3}{6}-\frac{2}{6}}{\frac{5}{6}}=\frac{\frac{1}{6}}{\frac{5}{6}}=\frac{1}{6}:\frac{5}{6}=\frac{1}{6}\cdot\frac{6}{5}=1\cdot\frac{1}{5}=\frac{1}{5}$

d) $\frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}{\frac{1}{4}+\frac{1}{5}}=\frac{\frac{3}{6}+\frac{2}{6}}{\frac{5}{20}+\frac{4}{20}}=\frac{\frac{5}{6}}{\frac{9}{20}}=\frac{5}{6}:\frac{9}{20}=\frac{5}{6}\cdot\frac{20}{9}=$

$=\frac{5}{3}\cdot\frac{10}{9}=\frac{50}{27}$

37. a) $\frac{2}{5}+\left(-\frac{2}{5}\right):\left(\frac{5}{14}\right)=\frac{2}{5}+\left(-\frac{2}{7}\right)\cdot\left(\frac{14}{5}\right)=\frac{2}{5}+\left(-\frac{2}{1}\right)\cdot\left(\frac{2}{5}\right)=$

$=\frac{2}{5}-\frac{4}{5}=-\frac{2}{5}$

b) $\left(-\frac{1}{5}\right):\left(-\frac{1}{7}\right)-\left(-\frac{2}{11}\right):\left(\frac{4}{5}\right)=\left(-\frac{1}{5}\right)\cdot\left(-\frac{7}{1}\right)-\left(-\frac{2}{11}\right)\cdot\left(\frac{5}{4}\right)=$

$=\frac{7}{5}-\left(-\frac{1}{11}\right)\cdot\left(\frac{5}{2}\right)=\frac{7}{5}-\left(-\frac{5}{22}\right)=\frac{7}{5}+\frac{5}{22}=$

$=\frac{154}{110}+\frac{25}{110}=\frac{179}{110}$

38. a) Primeiro, vamos calcular o preço do quilograma de cada fruta. Para a manga: $14{,}19:2{,}15=6{,}60$; para o pêssego: $10{,}20:1{,}5=6{,}80$. Portanto, ele pagou mais pelo quilograma do pêssego.

b) Manga: $1{,}5\cdot6{,}60=9{,}90$; pêssego: $2{,}15\cdot6{,}80=14{,}62$. Então: $14{,}62+9{,}90=24{,}52$; portanto, teria gasto R$ 24,52.

39. Exemplo de resposta: Uma fábrica de suco de uva produziu 3 225 litros, que foram envasados em garrafas de 1 litro e caixinhas de 0,375 litro. Se $\frac{3}{5}$ dessa produção de suco tiverem sido armazenados em garrafas, quantas garrafas e quantas caixinhas foram usadas? Resposta: $\frac{3}{5}\cdot3225=1935$; portanto, 1 935 garrafas de 1 litro.

Assim, 3 225 litros − 1 935 litros = 1 290 litros para serem colocados em caixinhas de 0,375 litro, então:

$1290:0{,}375=1290:\frac{375}{1000}=1290:\frac{3}{8}=1290\cdot\frac{8}{3}=3440$

Logo, 3 440 caixinhas.

Na olimpíada (p. 134)

Os pontos de uma régua

$8-5=3$; 3 cm
$3:6=0{,}5$; 0,5 cm
A: $5+0{,}5=5{,}5$; $A=5{,}5$ cm
B: $5{,}5$ cm $+\ 0{,}5$ cm $=6$; $B=6$ cm
Logo, alternativa **b**.

Participe (p. 135)

a) A base é -2 e o expoente é 5.

b) $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -32$

c) $(-10) \cdot (-10) \cdot (-10) \cdot (-10) = 10\,000$

d) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{64}$

e) $0,56 \cdot 0,56 = 0,3136$

f) $(0,8)^1 = 0,8$

g) $\left(-\frac{3}{4}\right)^1 = -\frac{3}{4}$

h) O valor é o mesmo da base da potência.

i) 1, pois todo número não nulo elevado a zero vale 1.

j) $5^0 = 1$, pois todo número elevado a zero vale 1.

k) $(-2,7)^0 = 1$

l) Cinco elevado a dois ou cinco ao quadrado; vale 25.

m) Dez elevado a três ou dez ao cubo; vale 1 000.

n) $(0,4)^2 = 0,16$; $(0,4)^3 = 0,064$.

40. a) 4^2; $4 \cdot 4 = 16$; portanto, a medida de área é 16 cm².

b) $(5,1)^2$; $(5,1) \cdot (5,1) = 26,01$; portanto, a medida de área é 26,01 cm².

41. a) A medida de volume é 216 cm³; na forma de potência: 6^3.

b) A medida de volume é 3,375 cm³; na forma de potência: $(1,5)^3$.

42. $3 \cdot 3 = 9$; 9 netos.

43. a) 1 m³ = 1 000 dm³

b) Como 1 dm³ = 1 L, temos 1 000 dm³ = 1 000 L.

44. Grupo **I**

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^3 = \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{8}{27}$$

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^4 = \left(-\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = \left(-\frac{8}{27}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{16}{81}$$

$$\left(-\frac{3}{5}\right)^2 = \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) = \frac{9}{25}$$

$$\left(\frac{4}{7}\right)^3 = \left(\frac{4}{7}\right) \cdot \left(\frac{4}{7}\right) \cdot \left(\frac{4}{7}\right) = \frac{64}{343}$$

Grupo **II**

$(0,2)^3 = (0,2) \cdot (0,2) \cdot (0,2) = 0,008$

$(0,17)^2 = (0,17) \cdot (0,17) = 0,0289$

$(-0,3)^4 = (-0,3) \cdot (-0,3) \cdot (-0,3) \cdot (-0,3) = 0,0081$

$(-4,2)^3 = (-4,2) \cdot (-4,2) \cdot (-4,2) = -74,088$

45. a) O sinal é positivo se o expoente for par. O sinal é negativo se o expoente for ímpar.

b) $(0,4)^3 = (0,4) \cdot (0,4) \cdot (0,4) = 0,064$; $(-0,4)^3 = (-0,4) \cdot (-0,4) \cdot (-0,4) = -0,064$.

c) $(0,2)^4 = (0,2) \cdot (0,2) \cdot (0,2) \cdot (0,2) = 0,0016$; $(-0,2)^4 = (-0,2) \cdot (-0,2) \cdot (-0,2) \cdot (-0,2) = 0,0016$.

46. a) $100 = 10^2$, expoente 2.

b) $100\,000 = 10^5$, expoente 5.

c) $10\,000 = 10^4$, expoente 4.

d) $10 = 10^1$, expoente 1.

e) $1 = 10^0$, expoente 0.

f) $1\,000 = 10^3$, expoente 3.

47. $(-6)^6 = 46\,656$

$(-6)^7 = 46\,656 \cdot (-6) = -279\,936$

$(-6)^5 = 46\,656 : (-6) = -7\,776$

48. $3^6 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 729$; $3^7 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 2\,187$. Portanto, os números que preenchem corretamente as lacunas são: 6 e 7.

49. a) $1\,000 \cdot 0,8 = 800$; $800 \cdot 0,8 = 640$; $640 \cdot 0,8 = 512$; $512 \cdot 0,8 = 409,6$. Na quarta multiplicação já temos menos da metade do valor inicial, portanto, 4 anos.

b) 0,8 é menor do que 1, então multiplicar um valor por 0,8 é o mesmo que dividir esse valor por 1,25, resultando num valor menor do que o inicial.

50. a) $5 \cdot 2^5 + 4 \cdot 2^4 + 3 \cdot 2^3 + 2 \cdot 2^2 + \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 5 \cdot 32 + 4 \cdot 16 + 3 \cdot 8 + 2 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 0 \cdot 1 = 160 + 64 + 24 + 8 + 2 + 0 = 258$

b) $2^6 + 2 \cdot 2^5 + 4 \cdot 2^4 + 8 \cdot 2^3 + 16 \cdot 2^2 + 32 \cdot 2^1 + 64 \cdot 2^0 = 64 + 2 \cdot 32 + 4 \cdot 16 + 8 \cdot 8 + 16 \cdot 4 + 32 \cdot 2 + 64 \cdot 1 = 64 + 64 + 64 + 64 + 64 + 64 + 64 = 7 \cdot 64 = 448$

51. a) $3 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^2 - 5 \cdot \left(-\frac{4}{3}\right)^2 = 3 \cdot \frac{4}{9} - 5 \cdot \frac{16}{9} = \frac{12}{9} - \frac{80}{9} = -\frac{68}{9}$

b) $(0,5)^3 - 2 \cdot (0,4)^3 + 3 \cdot (0,3)^2 - 4 \cdot (0,2)^2 = 0,125 - 2 \cdot 0,064 + 3 \cdot 0,09 - 4 \cdot 0,04 = 0,125 - 0,128 + 0,27 - 0,16 = 0,107$

52. São representadas as potências $(0,5)^1$; $(0,5)^2$ e $(0,5)^3$, pois: $(0,5)^1 = 0,5$; $(0,5)^2 = 0,5 \cdot 0,5 = 0,25$; $(0,5)^3 = 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 = 0,125$.

53. Exemplo de resposta: Uma parede quadrada tem lados medindo 2,5 metros. Qual é a medida de área dessa parede? Resposta: 6,25 m².

Participe (p. 137)

a) $(10)^1 = 10$; $(10)^2 = 100$ e $(10)^3 = 1\,000$.

b) Comparando a quantidade de zeros com as potências, vemos que são iguais.

c) $10^4 = \underbrace{10\,000}_{\text{4 zeros}}$

$10^5 = \underbrace{100\,000}_{\text{5 zeros}}$ (o número de zeros é igual ao expoente).

d) Nenhum.

e) $10^8 = \underbrace{100\,000\,000}_{\text{8 zeros}}$

f) Expoente.

54. a) Um mil: $1\,000 = 10^3$.

b) Um milhão: $1\,000\,000 = 10^6$.

c) Um bilhão: $1\,000\,000\,000 = 10^9$.

d) Um trilhão: $1\,000\,000\,000\,000 = 10^{12}$.

55. a) $(+10)^3 = 1\,000$

 = 3

b) $(-10)^4 = 10\,000$

 = 4

c) $10\,000\,000 = (10)^7$

 = 7

56. a) $1\,000\,000 = 10^6 = (10^3)^2 \simeq (2^{10})^2 = 2^{20}$

b) $1\,000\,000\,000\,000 = 10^{12} = (10^3)^4 \simeq (2^{10})^4 = 2^{40}$

57. a) O lado mede $\sqrt{16}$ cm = 4 cm.

b) O lado mede $\sqrt{36}$ cm = 6 cm.

58. a) $\sqrt{100} = 10$, porque 10 é positivo e $10^2 = 100$.

b) $\sqrt{64} = 8$, porque 8 é positivo e $8^2 = 64$.

c) $\sqrt{225} = 15$, porque 15 é positivo e $15^2 = 225$.

59. a) $\left(\frac{2}{7}\right)^2 = \frac{4}{49}$, $\sqrt{\frac{4}{49}} = \frac{2}{7}$.

b) $\left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1}{25}$, $\sqrt{\frac{1}{25}} = \frac{1}{5}$.

60. a) $\sqrt{\frac{9}{49}} = \frac{3}{7}$, porque $\frac{3}{7}$ é positivo e $\left(\frac{3}{7}\right)^2 = \frac{9}{49}$.

b) $\sqrt{\frac{1}{81}} = \frac{1}{9}$, porque $\frac{1}{9}$ é positivo e $\left(\frac{1}{9}\right)^2 = \frac{1}{81}$.

c) $\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$, porque $\frac{4}{5}$ é positivo e $\left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$.

61. a) Se $(2{,}1)^2 = 4{,}41$, então $\sqrt{4{,}41} = 2{,}1$.

b) Se $(0{,}3)^2 = 0{,}09$, então $\sqrt{0{,}09} = 0{,}3$.

62. a) $\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = 5$

b) $(\sqrt{25})^2 = \sqrt{(25)^2} = 25$

63. Aparece no visor o número 28, pois $(28)^2 = 784$.

64. a) O resultado no visor o número 45, pois $(45)^2 = 2\,025$.

b) O resultado no visor o número 210, pois $\sqrt{(12\,544)} + \sqrt{(9\,604)} =$
$= 112 + 98 = 210$.

65. Felipe fez o cálculo da raiz quadrada de 12,25, que corresponde à medida de área destinada à construção da horta, e obteve 3,5 como medida de cada pedaço de madeira.

66. Devemos calcular a raiz de 1 500 para saber a medida de cada lado dessa região, ou seja, aproximadamente 38,7 metros, pois $\sqrt{1\,500} \simeq 38{,}7$.

67. a) $(\boxed{4}\boxed{5})^2 = \boxed{20}\boxed{25}$ (setas: 5^2; $\times 5$) $\quad 45^2 = 2\,025$

b) 1º) Retiramos o último algarismo (5) e multiplicamos o número que sobra pelo sucessor dele.

2º) Escrevemos o número 25 à direita do produto calculado.

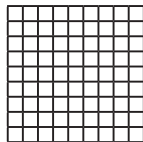
c)

$105^2 = 11\,025$ (setas: 5^2; $\times 11$)

d) $\sqrt{5625} = 75$ ($7 \cdot 8$; 5^2) $\quad \sqrt{90{,}25} = 9{,}5$ ($9 \cdot 10$; 5^2)

$\sqrt{9025} = 95$ ($9 \cdot 10$; 5^2) $\quad \sqrt{42{,}25} = 6{,}5$ ($6 \cdot 7$; 5^2)

68. a) Se a área da cozinha mede 12,96 m², então o lado mede $\sqrt{12{,}96} = 3{,}6$; 3,6 m.

Banco de imagens/
Arquivo da editora

b) Há dois modos de calcular:

1º modo: O lado da lajota mede 40 cm = 0,4 m, então a área da lajota mede $0{,}4 \cdot 0{,}4 = 0{,}16$; 0,16 m². Considerando que a área da cozinha mede 12,96 m², serão necessárias $12{,}96 : 0{,}16 = 81$; 81 lajotas.

2º modo: Dividindo a medida do lado da cozinha pela medida do lado da lajota, temos: $3{,}6 : 0{,}4 = 9$. Para forrar o piso, serão necessárias 9 fileiras de 9 lajotas; portanto, $9 \cdot 9 = 81$; 81 lajotas.

69. a) O preço da tela sem moldura é R$ 1.280,00 $(1\,480 - 200 = 1\,280)$ em reais. A área da tela mede 64 dm² $(1\,280 : 20 = 64)$. O lado da tela mede $\sqrt{64} = 8$, em dm.

b) O lado externo da moldura mede 10 dm $(8 + 1 + 1 = 10)$. O perímetro externo da moldura mede 40 dm $(4 \cdot 10 = 40)$.

70. a) $3 \cdot \sqrt{4} + 2 \cdot \sqrt{16} = 3 \cdot 2 + 2 \cdot 4 = 6 + 8 = 14$

b) $1 - 5 \cdot \sqrt{9} + 2^2 = 1 - 5 \cdot 3 + 4 = 1 - 15 + 4 = -10$

c) $9^0 - \sqrt{9} = 1 - 3 = -2$

d) $3\sqrt{64} - \sqrt{36} - 4 \cdot 5^0 = 3 \cdot 8 - 6 - 4 \cdot 1 = 24 - 6 - 4 = 14$

71. Exemplo de resposta: Paulo comprou um terreno com formato quadrado cuja área mede 36 m². Qual é a medida do lado desse terreno? Resposta: 6 m.

Na mídia

1. Exemplos de números inteiros: 60; 2 020 e 43; exemplos de números racionais não inteiros: 63,08; 2,3 e 33,32.
2. Aumento da área plantada e evolução da produtividade.
3. Na calculadora, vamos fazer 87,5% de 63, que representa aproximadamente 55.
4. Em **II**, devemos descobrir qual o percentual correspondente a 34,64 milhões de sacas dentro do total de 63,08 milhões produzido $x\% = \frac{100 \cdot 34{,}64}{53}\% \simeq 54{,}9\%$.
5. Segundo o texto, a receita auferida pelos agricultores em 2020 foi 35 bilhões maior do que em 2019.

Na Unidade

1. Quantidade de cadeiras no setor 3 é $10 \cdot 7$ cadeiras = 70 cadeiras. A quantidade de cadeiras reservadas é 17. A razão entre a quantidade de cadeiras reservadas em relação ao total é $\frac{17}{70}$. Logo, alternativa **a**.
2. Fazendo a verificação temos que $1 : 8 = 0{,}125$ ou, transformando em fração, temos: $0{,}125 = \frac{125}{1000} = \frac{1}{8}$. Logo, alternativa **a**.
3. Efetuando a divisão $-(32 : 5) = -6{,}4$. Sabemos que $-6{,}4$ fica à esquerda do número $-6{,}3$. Logo, alternativa **d**.
4. Colocando em ordem crescente, podemos efetuar as divisões e verificar qual é a ordem, $\frac{1}{2} = 0{,}5$; $\frac{3}{8} = 0{,}375$ e $\frac{5}{4} = 1{,}25$. Logo, alternativa **c**.
5. $-2{,}5 + 3{,}75 = 1{,}25$. Logo, alternativa **a**.
6. Podemos resolver executando as multiplicações na expressão dada. Assim, chegamos a $-\frac{720}{2520}$ dividindo o numerador e o denominador por 360, obtendo $-\frac{2}{7}$, ou simplificando as frações:
$$\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) \cdot \left(-\frac{5}{6}\right) \cdot \left(-\frac{6}{7}\right) =$$
$$= \left(-\frac{2}{1}\right) \cdot \left(-\frac{1}{1}\right) \cdot \left(-\frac{1}{1}\right) \cdot \left(-\frac{1}{1}\right) \cdot \left(-\frac{1}{7}\right) = -\frac{2}{7}$$
Logo, alternativa **b**.
7. Calculando o total do prêmio a ser repartido, $15 \cdot 720 = 10\,800$. Dividindo $10\,800 : 24 = 450$. Portanto, cada vencedor receberá R$ 450,00. Logo, alternativa **c**.
8. Sabendo que um quilo de pão equivale a 1 000 g, fazemos $1\,000 : 55{,}5 = 18$ e $1\,000 : 45{,}5 = 21{,}9 \simeq 22$. Logo, alternativa **d**.

Unidade 5

Abertura (p. 145)

Respostas pessoais.

Capítulo 12

Participe (p. 147)

a) Na página 5.

b) Na página 204.

c)

Capítulo	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
Página	32	26	12	24	14	10	28	28	26	20

Dados elaborados para fins didáticos.

d) Média:

$$\frac{32 + 26 + 12 + 24 + 14 + 10 + 28 + 28 + 26 + 20}{10} =$$

$= \frac{220}{10} = 22$; portanto, 22 páginas.

e) 6 capítulos.

f) Não.

Atividades

1. a) $\frac{7 + 11}{2} = \frac{18}{2} = 9$. A média aritmética de 7 e 11 é 9.

b) $\frac{13{,}4 + 25{,}2}{2} = \frac{28{,}6}{2} = 19{,}3$. A média aritmética de 13,4 e 25,2 é 19,3.

2. a) $\frac{38 + 62 + 68}{3} = \frac{168}{3} = 56$

b) $\frac{54 + 71 + 47 + 63}{4} = \frac{235}{4} = 58{,}75$

c) $\frac{22 + 15 + 29 + 4 + 33}{5} = \frac{133}{5} = 26{,}6$

d) $\frac{12 + 40 + 7 + 19 + 31 + 21}{6} = \frac{150}{6} = 25$

e) $\frac{7 + 38 + 81 + 62 + 63 + 26 + 65 + 10}{8} = \frac{352}{8} = 44$

3. a) $\frac{1{,}40 + 1{,}38 + 1{,}32 + 1{,}42 + 1{,}2 + 1{,}44 + 1{,}30 + 1{,}26}{8} =$

$= \frac{10{,}72}{8} = 1{,}34$. Em média, a medida da altura desses estudantes é 1,34 m.

b) $\frac{45 + 32 + 38 + 37 + 35 + 40 + 33 + 36}{8} = \frac{296}{8} = 37$.

Em média, a medida da massa desses estudantes é 37 kg.

c) Meninas: $\frac{1{,}38 + 1{,}42 + 1{,}44 + 1{,}30}{4} = \frac{5{,}54}{4} = 1{,}385$. Em média, a medida da altura das meninas é 1,39 m.

Meninos: $\frac{1{,}40 + 1{,}32 + 1{,}20 + 1{,}26}{4} = \frac{5{,}18}{4} = 1{,}295$. Em média, a medida da altura dos meninos é 1,30 m.

Na média, as meninas são mais altas do que os meninos.

4. a) $\frac{42 + 38 + 16 + 12 + 28 + 80}{6} = \frac{216}{6} = 36$. A média das idades é 36 anos.

b) $\frac{1{,}72 + 1{,}65 + 1{,}63 + 1{,}60 + 1{,}73 + 1{,}51}{6} = \frac{9{,}84}{6} = 1{,}64$.

Na média, a medida de altura é 1,64 m.

5. a) Matemática: $\frac{7{,}0 + 6{,}0 + 5{,}0 + 8{,}0}{4} = \frac{26}{4} = 6{,}50$.

Língua Portuguesa: $\frac{6{,}0 + 5{,}5 + 9{,}0 + 7{,}5}{4} = \frac{28}{4} = 7{,}00$.

Ciências: $\frac{5{,}5 + 6{,}5 + 7{,}0 + 6{,}0}{4} = \frac{25}{4} = 6{,}25$.

História: $\frac{4{,}5 + 5{,}5 + 6{,}0 + 6{,}0}{4} = \frac{22}{4} = 5{,}5$.

Geografia: $\frac{7{,}5 + 8{,}5 + 8{,}0 + 9{,}0}{4} = \frac{33}{4} = 8{,}25$.

Inglês: $\frac{6{,}5 + 7{,}5 + 8{,}0 + 7{,}0}{4} = \frac{29}{4} = 7{,}25$.

b) Ela obteve a maior média em Geografia e a menor média em História.

6. a) Utilizando a resolução do item a e respeitando a média 7 do fluxograma, Matemática, Ciências e História.

b) História.

c)

INÍCIO

Adicionar as notas obtidas nos 4 bimestres.

Dividir a soma obtida por 4.

O resultado é maior ou igual a 6?

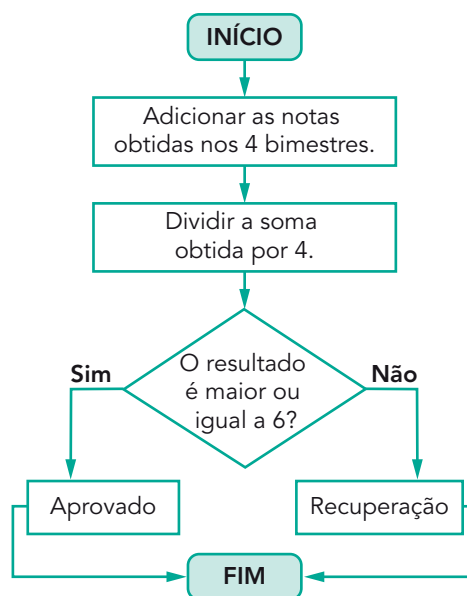
Sim

Não

Aprovado

Recuperação

FIM

Banco de imagens/Arquivo da editora

7. a) Resposta pessoal.

b) Observando diretamente na tabela, 19 estados.

c) Resposta pessoal.

8. a) $1{,}44 - 1{,}20 = 0{,}24$; ou seja, 0,24 m.

b) Meninas: $1{,}44 - 1{,}30 = 0{,}14$; ou seja, 014 m.

Meninos: $1{,}40 - 1{,}20 = 0{,}20$; ou seja, 0,20 m.

9. a) $45 - 32 = 13$; ou seja, 13 kg.

b) Meninas: $40 - 32 = 8$; ou seja, 8 kg.

Meninos: $45 - 35 = 10$; ou seja, 10 kg.

10. Matemática: $8{,}0 - 5{,}0 = 3{,}0$.

Língua Portuguesa: $9{,}0 - 5{,}5 = 3{,}5$.

Ciências: $7{,}0 - 5{,}5 = 1{,}5$.

História: $6{,}0 - 4{,}5 = 1{,}5$.

Geografia: $9{,}0 - 7{,}5 = 1{,}5$.

Inglês: $8{,}0 - 6{,}5 = 1{,}5$.

A disciplina com maior amplitude é Língua Portuguesa, cujo valor é 3,5.

11. a) Resposta pessoal. **b)** Resposta pessoal.

Matemática e tecnologias

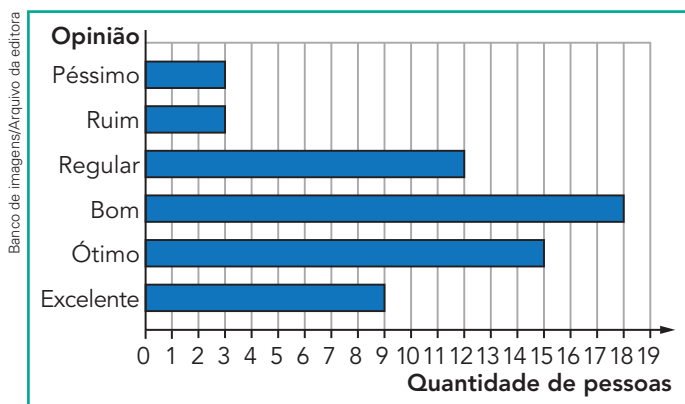
Média das medidas das alturas: 1,69 m; amplitude das medidas das alturas: 0,12 m.

Capítulo 13

Atividades

1. Resposta esperada: População é um grupo de pessoas, animais ou objetos que se deseja verificar. Amostra é uma parte representativa da população que se deseja verificar.
2. **a)** População. **b)** Amostra. **c)** Amostra.
3. Resposta esperada: Não, pelo fato de a pesquisa ter sido realizada em apenas um dos bairros da cidade, localizado em uma região privilegiada (centro), cujas respostas podem divergir das pessoas que residem em outros bairros afastados do centro.
4. **a)** Adicionando-se a quantidade de funcionários, de acordo com o tipo de transporte utilizado, veremos que o total é dado por $32 + 36 + 12 = 80$; 80 funcionários.
   b) Resposta pessoal.
5. Resposta esperada: A censitária, pois o tamanho da população permite que todos os estudantes sejam entrevistados.
6. **a)** Em 1950: $\frac{14\,000\,000}{2\,000\,000\,000} = 0{,}007 = 0{,}7\%$; aproximadamente 7%.
   Em 2050: $\frac{881\,000\,000}{9\,000\,000\,000} \simeq 0{,}098 = 9{,}8\%$; aproximadamente 9,8%.
   b) Resposta pessoal.
   c) Resposta pessoal.
7. **a)** $47{,}5\% + 41{,}1\% + 5{,}1\% = 93{,}7\%$ (ou: $100\% - 6{,}3\% = 93{,}7\%$)
   b) $(47{,}5\% \text{ de } 360°) = \frac{47{,}5}{100} \cdot 360° = 171°$
8. **a)** 30% dos 40 estudantes receberam conceito A, ou seja, $0{,}3 \cdot 40 = 12$.
   45% dos 40 estudantes receberam conceito B, ou seja, $0{,}45 \cdot 40 = 18$.
   25% dos 40 estudantes receberam conceito C, ou seja, $0{,}25 \cdot 40 = 10$.
   b) O ângulo central do setor que representa os estudantes de conceito A mede 30% de 360°, ou seja, 108°.
   Para os estudantes de conceito B, o ângulo mede 45% de 360°, ou seja, 162°.
   Para os estudantes de conceito C, o ângulo mede 25% de 360°, ou seja, 90°.
9. **a)** A fração dos funcionários que nasceram na capital é $\frac{72}{360}$ e o total é $\frac{72}{360} \cdot 800$ funcionários $= 160$ funcionários.
   b) O setor relativo do interior é metade do círculo, e o número é $\frac{1}{2} \cdot 800$ funcionários $= 400$ funcionários.
   c) A porcentagem dos que nasceram na capital é $\frac{72}{360} = 0{,}2 = 20\%$.
   Em outros estados é $50\% - 20\% = 30\%$.

10. **a)**

Avaliação do filme

Dados elaborados para fins didáticos.

b) As porcentagens são:

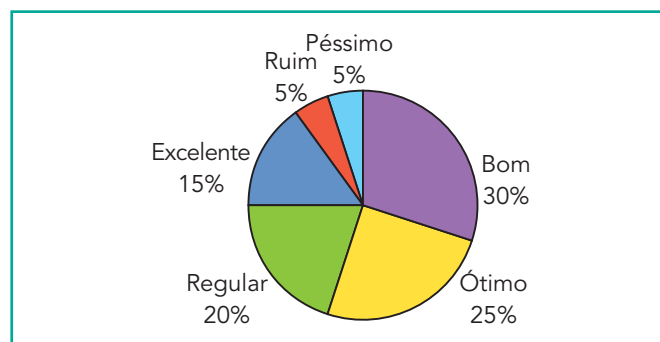
$\frac{9}{60} = 0{,}15 = 15\%$

$\frac{12}{60} = 0{,}2 = 20\%$

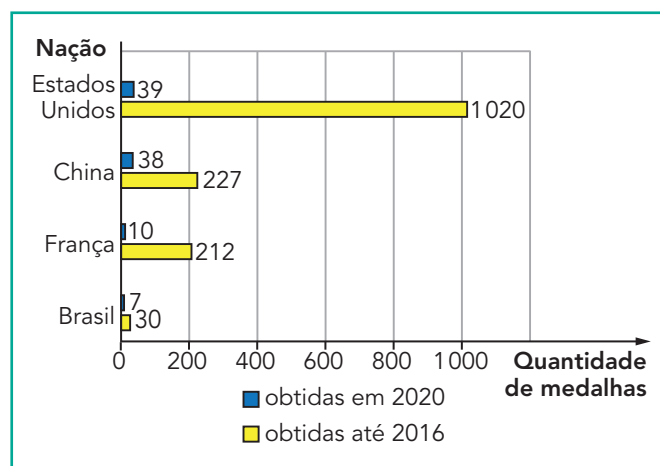
$\frac{15}{60} = 0{,}25 = 25\%$

$\frac{3}{60} = 0{,}05 = 5\%$

$\frac{18}{60} = 0{,}3 = 30\%$

Avaliação do filme

Dados elaborados para fins didáticos.

11. **a)**

Medalhas de ouro nos Jogos Olímpicos

Fonte dos dados: RESULTADOS das Olimpíadas. *COI – Comitê Olímpico Internacional*, [s. l.], 2022. Disponível em: https://olympics.com/pt/olympic-games/olympic-results. Acesso em: 22 fev. 2022.

b)

Medalhas do Brasil em todos os Jogos Olímpicos

Tipo	Até 2016	Em 2020
Ouro	30	7
Prata	36	6
Bronze	63	8

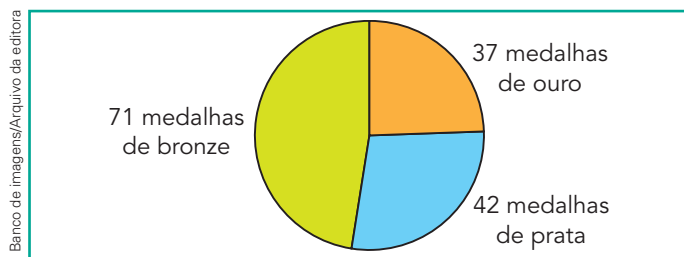
Fonte dos dados: RESULTADOS das Olimpíadas. *COI – Comitê Olímpico Internacional*, [s. l.], 2022. Disponível em: https://olympics.com/pt/olympic-games/olympic-results. Acesso em: 22 fev. 2022.

O total de medalhas é $37 + 42 + 71 = 150$.

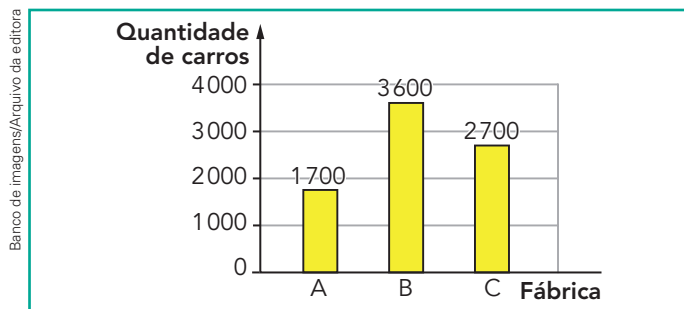
A porcentagem das medalhas de ouro é $\frac{37}{150} \simeq 24{,}7\%$.

A porcentagem das medalhas de prata é $\frac{42}{150} = 28\%$.

A porcentagem das medalhas de bronze é $\frac{71}{150} \simeq 47{,}3\%$.

Medalhas de ouro nos Jogos Olímpicos

Fonte dos dados: RESULTADOS das Olimpíadas. *COI – Comitê Olímpico Internacional*, [*s. l.*], 2022. Disponível em: https://olympics.com/pt/olympic-games/olympic-results. Acesso em: 22 fev. 2022.

12. a)

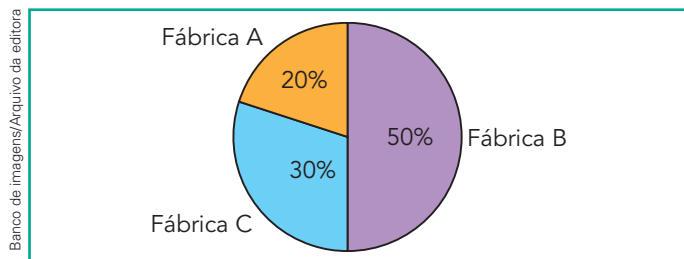
Vendas de carros em 1 mês

Dados elaborados para fins didáticos.

Foram produzidos 10 000 veículos, pois 2 000 + 5 000 + 3 000 = = 10 000. Assim:

A: $\frac{2\,000}{10\,000} = 0{,}2 = 20\%$;

B: $\frac{5000}{10\,000} = 0{,}5 = 50\%$;

C: $\frac{3\,000}{10\,000} = 0{,}3 = 30\%$.

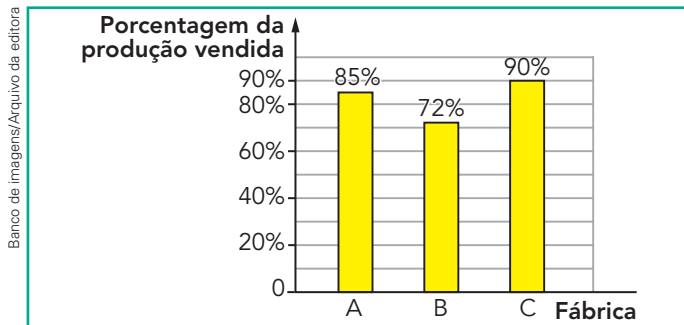
Produção de carros em 1 mês

Dados elaborados para fins didáticos.

b) Sucesso de vendas:

A: $\frac{1\,700}{2\,000} = 0{,}85 = 85\%$;

B: $\frac{3600}{5\,000} = 0{,}72 = 72\%$;

C: $\frac{2700}{3000} = 0{,}9 = 90\%$.

Sucesso de vendas em 1 mês

Dados elaborados para fins didáticos.

c) A fábrica B vendeu mais carros (3 600) e a fábrica C teve maior sucesso de vendas (90%).

13. a) $\frac{117°}{360°} = 0{,}325 = 32{,}5\%$

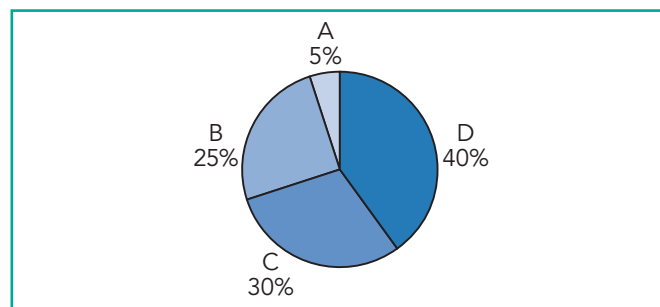
b) Azuis: 50% − 32,5% = 17,5%.

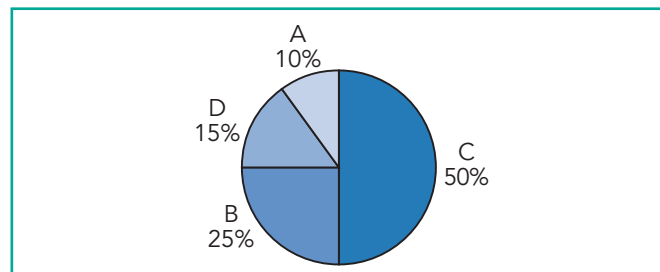
17,5% de 720 crianças é $\frac{17{,}5}{100} \cdot 720$ crianças = 126 crianças.

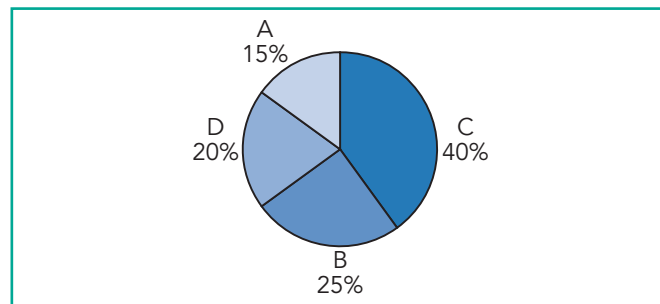
Outro modo: azuis: 180° − 117° = 63°; $\frac{63°}{360°} \cdot 720 = 126$; 126 crianças.

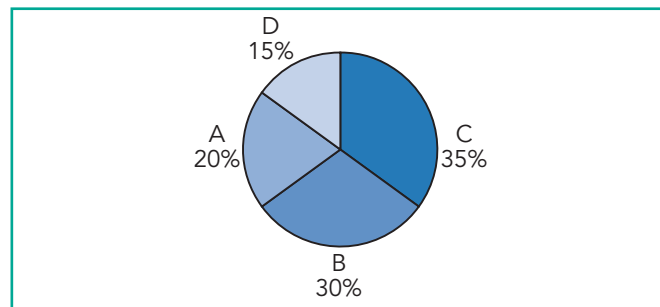
14. a) 56 − 20 − 15 − 12 = 9 (ou 180 − 72 − 54 − 45 = 9).

b) Os gráficos de setores são:

Conceitos do 6º ano

Dados elaborados para fins didáticos.

Conceitos do 7º ano

Dados elaborados para fins didáticos.

Conceitos do 8º ano

Dados elaborados para fins didáticos.

Conceitos do 9º ano

Dados elaborados para fins didáticos.

c) O total de estudantes de todos os anos é $180 + 120 + 100 + 100 = 500$.

A porcentagem dos que tiveram conceito A é:

$$\frac{9 + 12 + 15 + 20}{500} = \frac{56}{500} = 11{,}2\%.$$

A porcentagem dos que tiveram conceito B é:

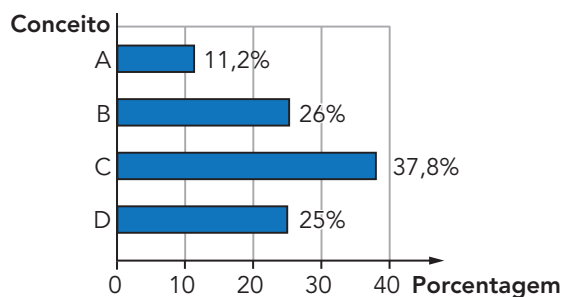
$$\frac{45 + 30 + 25 + 30}{500} = \frac{130}{500} = 26\%.$$

A porcentagem dos que tiveram conceito C é:

$$\frac{54 + 60 + 40 + 35}{500} = \frac{189}{500} = 37{,}8\%.$$

A porcentagem dos que tiveram conceito D é:

$$\frac{76 + 18 + 20 + 15}{500} = \frac{125}{500} = 25\%.$$

Conceitos do concurso de redação

Dados elaborados para fins didáticos.

15. Resposta pessoal.

Na olimpíada (p. 161)

Resolva por tabela

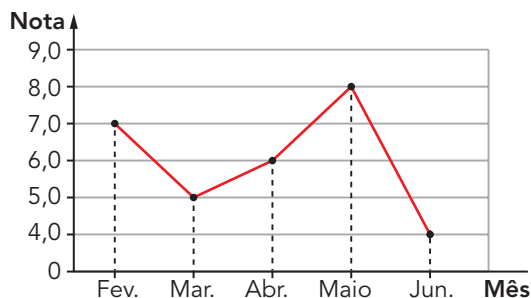
Preços (em R$) no restaurante

Bebida \ Prato	Simples: 7,00	Completo: 10,00	Especial: 14,00
Suco de laranja: 4,00	11,00	14,00	18,00
Suco de manga: 6,00	13,00	16,00	20,00
Vitamina: 7,00	14,00	17,00	21,00

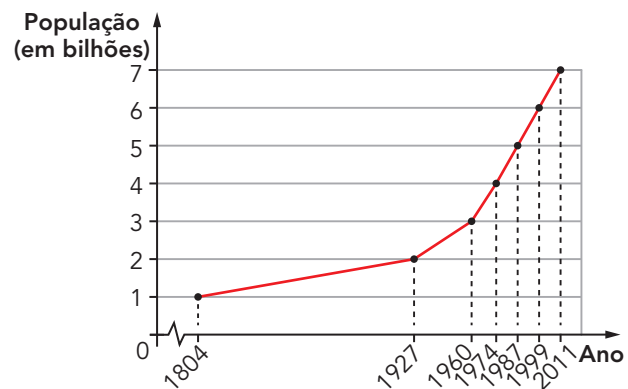
Dados elaborados para fins didáticos.

Na tabela, temos os preços de um prato mais uma bebida. Os que apresentam diferença de R$ 9,00 são R$ 20,00 e R$ 11,00. Então, André escolheu o de R$ 20,00, prato especial e suco de manga. Logo, alternativa **e**.

16. O gráfico a seguir representa as notas de José Henrique:

Ciências – Estudante: José Henrique

Dados elaborados para fins didáticos.

17. O gráfico a seguir representa o crescimento da população mundial.

População mundial aproximada

Fonte dos dados: ALVEZ, José Eustáquio Diniz. *O impressionante crescimento da população humana através da história*. Disponível em: https://www.ecodebate.com.br/2017/04/05/o-impressionante-crescimento-da-populacao-humana-atraves-da-historia-artigo-de-jose-eustaquio-diniz-alves/. Acesso em: 6 abr. 2022.

18. a) Em cada campeonato, a média de gols por jogo é o número de gols dividido pelo número de jogos realizados.

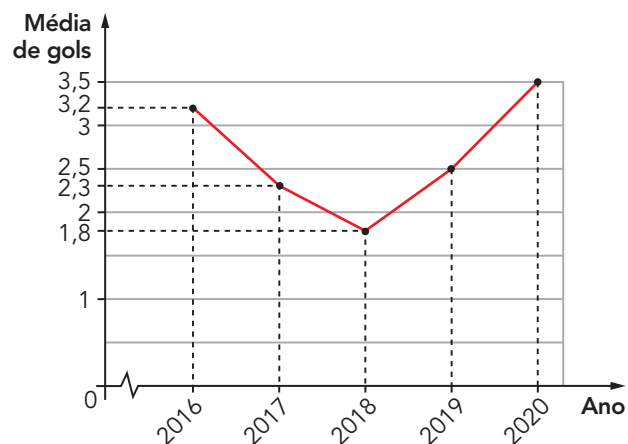
A média de gols por jogo é dada na tabela:

Histórico do Campeonato Metropolitano de Futebol

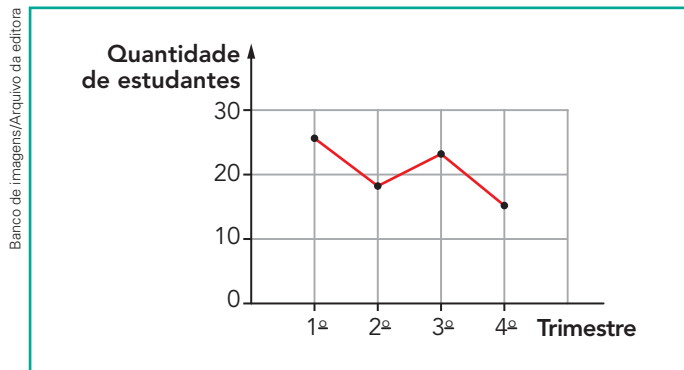
Ano	Média de gols por jogo
2016	$\frac{288}{90} = 3{,}2$
2017	$\frac{483}{210} = 2{,}3$
2018	$\frac{432}{240} = 1{,}8$
2019	$\frac{455}{182} = 2{,}5$
2020	$\frac{462}{132} = 3{,}5$

Dados elaborados para fins didáticos.

b)

Média de gols por jogo no Campeonato Metropolitano de Futebol

Dados elaborados para fins didáticos.

19.

Trimestres dos aniversários

Dados elaborados para fins didáticos.

Para o gráfico de setores é necessário calcular as porcentagens:

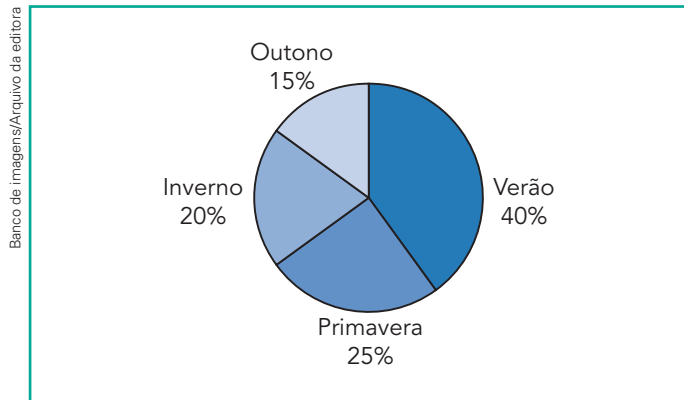
primavera: $\frac{20}{80} = 25\%$; outono: $\frac{12}{80} = 15\%$;

verão $\frac{32}{80} = 40\%$; inverno: $\frac{16}{80} = 20\%$.

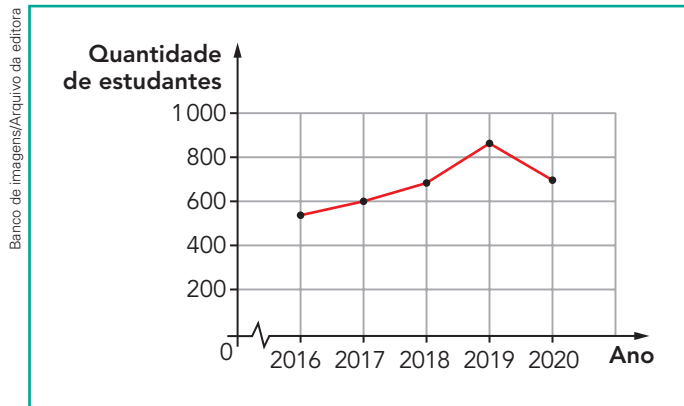
E calcular as medidas dos ângulos correspondentes:

primavera: 25% de $360° = 90°$; outono: 15% de $360° = 54°$;

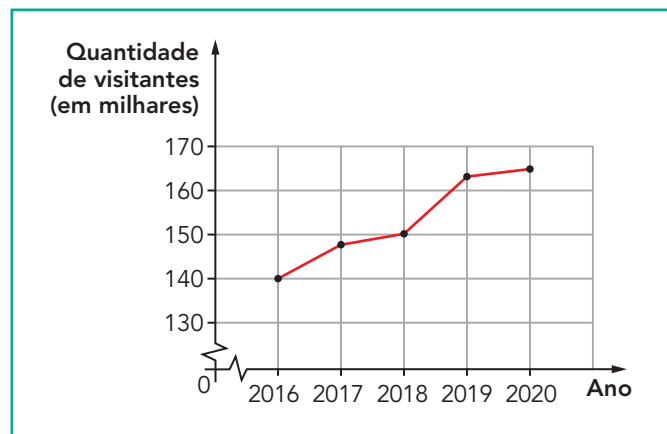
verão: 40% de $360° = 144°$; inverno: 20% de $360° = 72°$.

Estação do ano preferida

Dados elaborados para fins didáticos.

20.

Estudantes matriculados por ano

Dados elaborados para fins didáticos.

21. a)

Quantidade de visitantes de um museu por ano

Dados elaborados para fins didáticos.

b) Em milhares de visitantes, o aumento foi de $162 - 150 = 12$, que corresponde a: $\frac{12}{150} = 0{,}08 = 8\%$.

22. a)

I) Falsa. Apesar de 97% dos entrevistados terem televisão, não podemos garantir que dentre os 3% não haja possuidores de *tablets*.

II) Verdadeira. Apesar do crescimento ser positivo, ele teve menos pontos percentuais que os demais itens pesquisados.

III) Verdadeira. 100% dos demais grupos possuem telefone celular.

IV) Verdadeira. O primeiro grupo cresceu 19% do total de entrevistados, e o segundo, 17%.

b) Não, pois os entrevistados podem escolher mais de uma categoria como resposta, portanto, ao adicioná-las, chegaríamos a um valor maior do que 100%.

23. Respostas pessoais.

Na olimpíada (p. 167)

Dedicado à leitura

O número total de estudantes é: $90 + 60 + 30 = 180$.

Os que dedicam à leitura no máximo 40 min por dia são: $90 + 60 = 150$.

O setor correspondente deve medir:

$$\frac{150}{180} \cdot 360° = 300°.$$

Logo, alternativa **e**.

Na mídia

1. a) Se 42,7% tivessem morrido, a diferença teria sobrevivido: 57,3%. Considerando o total de pacientes atendidos no hospital:

$$250\,000 \cdot 57{,}3\% = 2\,500 \cdot \frac{57{,}3}{100} = 143\,250.$$

b) A diferença nesse caso seria de 97,8%. Considerando o mesmo número total de pacientes: $250\,000 \cdot 97{,}8\% = 244\,500$.

2. Considerando que $\frac{2}{3}$ equivalem a 30 000, podemos afirmar que $\frac{1}{3}$ é 15 000. Dessa maneira, a quantidade de soldados em condições insalubres seria de $\frac{3}{3}$, ou seja, $3 \cdot 15\,000 = 45\,000$.

Educação financeira

Resposta pessoal.

Matemática e tecnologias

Resposta pessoal.

Capítulo 14

Atividades

1. a) 6 resultados possíveis; espaço amostral: $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
   b) 3 resultados possíveis; espaço amostral: $\{$branco, preto, vermelho$\}$.
   c) 2 resultados possíveis; espaço amostral: $\{$par, ímpar$\}$.
   d) 10 resultados possíveis; espaço amostral: $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.
   e) 7 resultados possíveis; espaço amostral: $\{$domingo, segunda-feira, terça-feira, quarta-feira, quinta-feira, sexta-feira, sábado$\}$.
   f) 2 resultados possíveis; espaço amostral: $\{$funcionando, defeituosa$\}$.
   g) 3 resultados possíveis; espaço amostral: $\{$cara, cara$\}$, $\{$cara, coroa$\}$, $\{$coroa, coroa$\}$.
   h) 11 resultados possíveis; espaço amostral: $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$.
2. a) $\frac{1}{6}$
   b) Respostas pessoais.
   c) Resposta pessoal.
3. Respostas pessoais. Em um dado cúbico não viciado essas probabilidades são $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{2}$.
4. a) $\frac{6}{400} = 0{,}015 = \frac{1{,}5}{100} = 1{,}5\%$
   b) Há 6 possibilidades de selecionar uma lâmpada defeituosa num total de 400 possibilidades igualmente prováveis. A probabilidade é: $\frac{6}{400} = \frac{3}{200} = 1{,}5\%$.
5. Resposta pessoal. Com 2 moedas equilibradas, essa probabilidade é $\frac{1}{2}$.
   Caso queira explicar o cálculo da probabilidade admitindo faces igualmente prováveis em ambas as moedas, deve-se observar duas maneiras de indicar as possibilidades igualmente prováveis (vamos supor que uma moeda é dourada e a outra, prateada):

Resultado nos lançamentos de 2 moedas

Possibilidade	Moeda dourada, moeda prateada	Quantidade de caras
1	coroa, coroa	0
2	coroa, cara	1
3	cara, coroa	1
4	cara, cara	2

Moeda prateada \ Moeda dourada	Coroa	Cara
Coroa	0 cara	1 cara
Cara	1 cara	2 caras

6. Resposta pessoal. Com 2 dados cúbicos não viciados, essa probabilidade é $\frac{1}{6}$ (aproximadamente 16,7%).
   Supondo um dado branco e um amarelo, verifique as 36 possibilidades igualmente prováveis para a soma dos pontos:

Amarelo \ Branco	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

   Para dar soma 7, são 6 as possibilidades em 36.
   A probabilidade é: $\frac{6}{36} = \frac{1}{6} \simeq 16{,}7\%$.
7. a) De 1 a 60 aparecem 15 vezes o algarismo 1; portanto, 15 bolinhas.
   b) $p = \frac{15}{60} = 0{,}25 = 25\%$
   c) 6
   d) $\frac{1}{10}$ (ou 10%)
8. Resposta pessoal.
   Para esta atividade, sugerimos dividir os estudantes em 10 grupos, cada grupo fazendo a pesquisa para um dígito diferente dos demais grupos. Determine a quantidade de sorteios consecutivos. Importante salientar que a cada sorteio as bolinhas devem ser devolvidas.

Na Unidade

1. $(12 + 15 + 11 + 18 + 14) : 5 = 70 : 5 = 14$. Logo, alternativa **d**.
2. $(14 + 15 + 15 + 16 + 17) : 5 = 77 : 5 = 15{,}4$. Logo, alternativa **b**.
3. Como Bia tem 17 anos e Lara, 14 anos, a soma das idades diminuiu de 3 anos. A média diminuiu de 3 anos : 5 = 0,6 ano. Logo, alternativa **c**.
4. $(8 + 6 + x) : 3 = 7$. A soma das notas é: $7 \cdot 3 = 21$. A terceira nota é: $21 - 8 - 6 = 7$. Logo, alternativa **b**.
5. A amplitude do conjunto pode ser obtida subtraindo o maior valor registrado do menor, $27 - 19 = 8$. Logo, alternativa **d**.
6. Ensino Médio: 60%; Ensino Fundamental: 30%. O número de funcionários do Ensino Médio é o dobro do Ensino Fundamental. Logo, alternativa **c**.
7. Como há mais fitas azuis do que das outras cores, é mais provável que Luiza receba fita azul. Logo, alternativa **b**.
8. A sala de Ana é uma possibilidade em cinco possibilidades igualmente prováveis. Então, a chance (ou probabilidade) da sala de Ana ser sorteada é de: $\frac{1}{5} = \frac{20}{100} = 20\%$. Logo, alternativa **d**.
9. $(25\% \text{ de } 279) \simeq (25\% \text{ de } 280) = \frac{25}{100} \cdot 280 = 70$. Logo, alternativa **c**.
10. 10,62 milhões − 9,68 milhões = 0,94 milhão. Logo, alternativa **a**.
11. A análise dos gráficos por meio da comparação com os valores da tabela, mostra que a alternativa **a** está correta. Logo, alternativa **a**.
12. Planejamento, levantamento de dados, coleta e registro dos dados, organização dos dados e apresentação dos resultados.

Unidade 6

Abertura (p. 181)

Respostas pessoais.
2020, 2024, 2028, 2032, 2036. A letra x representa o número 4.

Capítulo 15

Atividades

1. Exemplos de resposta:

Em língua portuguesa	Em símbolos matemáticos
o triplo de um número	$3 \cdot x\,(\text{ou } 3x)$
a soma de um número com três	$x + 3$
o quadruplo de um número	$4 \cdot n\,(\text{ou } 4n)$
a diferença entre um número qualquer e dois	$n - 2$
o quadrado de um número	a^2

2. Exemplos de resposta:

Em língua portuguesa	Em símbolos matemáticos
a soma de cinco com o triplo de um número	$5 + 3x$
a quinta parte de um número	$\frac{x}{5}$
a soma de um número com um terço dele	$x + \frac{x}{3}$
a decima parte de um número	$\frac{x}{10}$
o produto de um número pela sétima parte dele	$x \cdot \frac{x}{7}$
a diferença entre um número e o quadrado dele	$x - x^2$

3. Exemplos de resposta:

Em língua portuguesa	Em símbolos matemáticos
a terça parte de um número	$\frac{x}{3}$
três quartos de um número	$\frac{3}{4} \cdot x$
a soma de um número com a metade dele	$x + \frac{x}{2}$
a soma de três números distintos	$x + y + z$
a soma de um número com o quadrado dele	$x + x^2$

4. $2x + 4y + 6z + 16$

5. $1 + 2 \cdot 7 = 15$

6. **a)** $3 \cdot 0 + 1 = 1$
b) $3 \cdot (-1) + 1 = -2$
c) $3 \cdot 2 + 1 = 7$
d) $3 \cdot (-3) + 1 = -8$
e) $3 \cdot 7 + 1 = 22$
f) $3 \cdot (-4) + 1 = -11$

7. **a)** $\frac{3+2}{5} = \frac{5}{5} = 1$
b) $\frac{4+2}{5} = \frac{6}{5}$
c) $\frac{0+2}{5} = \frac{2}{5}$
d) $\frac{-2+2}{5} = \frac{0}{5} = 0$

8. **a)** 9
b) 16
c) 25
d) 100
e) n^2
f) n^3
g) 2^4

9. **a)**

$\times$	-4	-2	0	3	6	$\frac{1}{2}$
$3 \cdot x$	$3 \cdot (-4) = -12$	$3 \cdot (-2) = -6$	$3 \cdot 0 = 0$	$3 \cdot 3 = 9$	$3 \cdot 6 = 18$	$3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$
$\frac{x}{2}$	$-\frac{4}{2} = -2$	$-\frac{2}{2} = -1$	$\frac{0}{2} = 0$	$\frac{3}{2}$	$\frac{6}{2} = 3$	$\frac{\frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$
x^2	$(-4)^2 = 16$	$(-2)^2 = 4$	$0^2 = 0$	$3^2 = 9$	$6^2 = 36$	$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

b)

a	b	$a + b$	$a \cdot b$	$a^2 \cdot b$	$3a + b$
-1	3	$-1 + 3 = 2$	$(-1) \cdot 3 = -3$	$(-1)^2 \cdot 3 = 1 \cdot 3 = 3$	$3 \cdot (-1) + 3 = -3 + 3 = 0$
0	4	$0 + 4 = 4$	$0 \cdot 4 = 0$	$0^2 \cdot 4 = 0$	$3 \cdot 0 + 4 = 0 + 4 = 4$
1	5	$1 + 5 = 6$	$1 \cdot 5 = 5$	$1^2 \cdot 5 = 5$	$3 \cdot 1 + 5 = 3 + 5 = 8$

10. **a)** $2x$
b) $90° - x$
c) $180° - x$

11. **a)** $\frac{1}{4} \cdot (180° - 80°) = \frac{1}{4} \cdot 100° = 25°$
b) $\frac{1}{4} \cdot (180° - x)$ ou $\frac{180° - x}{4}$.

12. **a)** $180° - 3 \cdot 40° = 180° - 120° = 60°$
b) $180° - 3x$

13. **a)** $\frac{x}{2}$
b) $90° - \frac{x}{2}$
c) $2x$
d) $180° - 2x$

14. **a)** Três quartos da medida do ângulo.
b) O triplo da medida do complemento do ângulo.

15. **a)** $\ell + \ell + \ell + \ell$ ou 4ℓ.
b) $\ell \cdot \ell$ ou ℓ^2.
c) $4 \cdot \ell^2$

16. **a)** O lado maior mede $x + 10$.
b) O perímetro mede $x + (x + 10) + x + (x + 10) = 4x + 20$, em centímetros.
c) A área mede $x \cdot (x + 10)$, em cm^2.

17. **a)** $\frac{1}{4} \cdot a^2$
b) $\frac{6}{8} \cdot b \cdot h$ ou $\frac{3}{4} \cdot b \cdot h$.

18. a) A expressão $a \cdot b \cdot c$ representa a medida de volume do bloco (em cm^3).

b) 18 cm^3, pois $4 \cdot 1{,}8 \cdot 2{,}5 = 18$.

19. a) 0, 3, 6, 9, 12, ...; $3 \cdot n$, sendo n um número natural.

b) 0, 5, 10, 15, 20, ...; $5 \cdot n$, sendo n número natural.

c) 2, 7, 12, 17, 22, ...; $5n + 2$, sendo n um número natural.

20. a) $n = 0 \rightarrow 2n + 1 = 2 \cdot 0 + 1 = 1$
$n = 1 \rightarrow 2n + 1 = 2 \cdot 1 + 1 = 2 + 1 = 3$
$n = 2 \rightarrow 2n + 1 = 2 \cdot 2 + 1 = 4 + 1 = 5$
É a sucessão 1, 3, 5, 7, 9, ..., $2n + 1$, ... dos naturais ímpares. Note: como $2n$, n natural, representa número par, adicionando 1 o resultado é um número ímpar. Então, $2n + 1$ com n natural representa a sequência dos naturais ímpares.

b) $3n$, n natural, representa múltiplo de 3.
Adicionando 1 temos um número que dividido por 3 dá resto 1.
Então, $3n + 1$ representa a sequência dos naturais que divididos por 3 dão resto 1.
$n = 0 \rightarrow 3n + 1 = 3 \cdot 0 + 1 = 1$
$n = 1 \rightarrow 3n + 1 = 3 \cdot 1 + 1 = 3 + 1 = 4$
$n = 2 \rightarrow 3n + 1 = 3 \cdot 2 + 1 = 6 + 1 = 7$
É a sequência: 1, 4, 7, 10, 13, ...

1, 4, 7, 10, 13, ..., $3n + 1$, ...
+3 +3 +3 +3

21. a) $n = 0 \rightarrow n^2 = 0^2 = 0$
$n = 1 \rightarrow n^2 = 1^2 = 1$
$n = 2 \rightarrow n^2 = 2^2 = 4$
$n = 3 \rightarrow n^2 = 3^2 = 9$
É a sucessão dos inteiros quadrados perfeitos: 0, 1, 4, 9, 16, ...

b) $n = 0 \rightarrow n \cdot (n + 1) = 0 \cdot (0 + 1) = 0$
$n = 1 \rightarrow n \cdot (n + 1) = 1 \cdot (1 + 1) = 1 \cdot 2 = 2$
$n = 2 \rightarrow n \cdot (n + 1) = 2 \cdot (2 + 1) = 2 \cdot 3 = 6$
$n = 3 \rightarrow n \cdot (n + 1) = 3 \cdot (3 + 1) = 3 \cdot 4 = 12$
$n = 4 \rightarrow n \cdot (n + 1) = 4 \cdot (4 + 1) = 4 \cdot 5 = 20$
É a sucessão: 0, 2, 6, 12, 20, 30, ...

0, 2, 6, 12, 20, 30, ..., $n(n + 1)$, ...
+2 +4 +6 +8 +10

22. a) Que n é um número natural.

b) Que k é um número natural não nulo (ou natural positivo).

23. a) n e $n + 1$ (n natural) ou $n - 1$ e n (n natural positivo).

b) $n, n + 1, n + 2$ (n natural); $n - 1, n, n + 1$ (n natural positivo); ou $n - 2, n - 1, n$ (n natural maior do que 1).

24. **a)** 9 **c)** 5 **e)** 1 **g)** 4
b) -2 **d)** $\frac{3}{4}$ **f)** -1 **h)** $\frac{1}{2}$

25. $3x$ e $5x$ (**I – B**); $-4a$ e $-\frac{2}{3}a$ (**II – C**); $\frac{3m}{10}$ e $10m$ (**III – A**); $-x^2$ e $4x^2$ (**IV – D**); $\frac{1}{4}$ e $-\sqrt{2}$ (**V – F**).

26. a) Não, porque as partes literais p e pq são diferentes.

b) Sim, porque têm a mesma parte literal, xy.

c) Sim, porque $ab = ba$, logo têm partes literais iguais.

d) Não, porque $x^2 = x \cdot x$, então as partes literais x^2 e x são diferentes.

e) $9r + 1$ não é monômio, é binômio. Então, $10r$ e $9r + 1$ não são monômios semelhantes.

27. São semelhantes: a e $-a$; $5m$ e $-3m$; $\frac{x}{2}$ e $5x$; 5 e -3; ax e $\frac{9}{2}ax$. Os termos **F** e **IV** não têm semelhantes.

28. a) $2x + 3x = (2 + 3)x = 5x$

b) $6y - 4y + 5y = (6 - 4 + 5)y = 7y$

c) $3a - 6a - a = (3 - 6 - 1)a = -4a$

d) $2x + x - 3x = (2 + 1 - 3)x = 0 \cdot x = 0$

e) $\frac{2}{5}m + \frac{3}{2}m = \left(\frac{2}{5} + \frac{3}{2}\right)m = \frac{(4 + 15)}{10} = \frac{19}{10}m$

f) $\frac{1}{2}ab - 3ab = \left(\frac{1}{2} - 3\right)ab = \left(\frac{1}{2} - \frac{6}{2}\right)ab = -\frac{5}{2}ab$

29. a) $x + (x + 3) + (x + 2) = 3x + 5$

b) $(x + 1) + (2x + 1) + 2x + x = 6x + 2$

c) $x + (2x + 1) + x + (2x + 1) = 6x + 2$

d) $x + (10 - x) + x + (10 - x) = 20$

30. a) $7a + 3 - 2a + 5 = (7a - 2a) + (3 + 5) = 5a + 8$

b) $3x + 7x - 5 + 2 = 10x - 3$

c) $2y - x - 1 + 3y + 2x + 1 = (2y + 3y) + (-x + 2x) + (-1 + 1) = 5y + x$

31. a) $a + b + \frac{3}{2}b + a = (a + a) + \left(b + \frac{3}{2}b\right) = 2a + \left(\frac{2b}{2} + \frac{3b}{2}\right) = 2a + \frac{5}{2}b$ ou $2a + \frac{5b}{2}$

b) $y + (x + 1) + 3y + x = (y + 3y) + (x + x) + 1 = 4y + 2x + 1$

32. Para chegar à expressão do valor do saldo Richarlison, acompanhe:
$n - \frac{n}{2} - 120 + 2n + 880 = 3n - \frac{n}{2} + 760 = \frac{6n - n}{2} + 760 = \left(\frac{5}{2}\right)n + 760$

33. Sim; a expressão (**R**), pois tem 2 termos.
(**P**) $4x$ (**Q**) $4y - x - 1$ (**R**) $a + c$

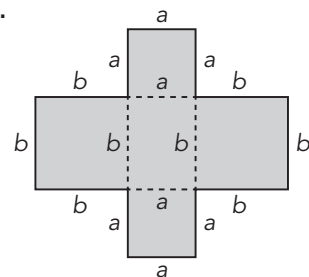
34. a) $2(a + 4) = 2a + 2 \cdot 4 = 2a + 8$

b) $5(2a - 1) = 5 \cdot 2a - 5 \cdot 1 = 10a - 5$

c) $-4(2x - 3) = -4 \cdot 2x - 4 \cdot (-3) = -8x + 12$

d) $10(3a - 2b + 1) = 10 \cdot 3a - 10 \cdot 2b - 10 \cdot 1 = 30a - 20b + 10$

e) $3(x + 2) + 2(2x - 1) + 1 = 3x + 3 \cdot 2 + 2 \cdot 2x - 2 \cdot 1 + 1 = 3x + 6 + 4x - 2 + 1 = 7x + 5$

35.

Banco de imagens/Arquivo da editora

O perímetro mede:
$a + a + a + b + b + b + a + a + a + b + b + b = 6a + 6b$.
A medida de área é a soma das medidas de área dos quatro quadrados e do retângulo, ou seja: $a^2 + b^2 + a^2 + b^2 + ab = 2a^2 + 2b^2 + ab$.

36. $n = 0 \rightarrow (2n + 1) + (2n - 1) = (2 \cdot 0 + 1) + (2 \cdot 0 - 1) = 1 + (-1) = 0$
$n = 1 \rightarrow (2n + 1) + (2n - 1) = (2 \cdot 1 + 1) + (2 \cdot 1 - 1) = 3 + 1 = 4$
$n = 2 \rightarrow (2n + 1) + (2n - 1) = (2 \cdot 2 + 1) + (2 \cdot 2 - 1) = 5 + 3 = 8$
$n = 3 \rightarrow (2n + 1) + (2n - 1) = (2 \cdot 3 + 1) + (2 \cdot 3 - 1) = 7 + 5 = 12$
É a sucessão: 0, 4, 8, 12, 16, 20, ..., (é a sucessão dos naturais múltiplos de 4).
Outro modo: $(2n + 1) + (2n - 1) = 2n + 1 + 2n - 1 = 4n$.
$4 \cdot n$, sendo n natural, é uma expressão que representa os naturais múltiplos de 4. Então, a sucessão será 0, 4, 8, 12, 16, 20, ... (é a sucessão dos naturais múltiplos de 4).

Participe (p. 193)

I. a) 11 e 19.
b) 37
c) a_{n+1}

II. a) Adicionando dois centímetros para cada boneca temos, 2 cm, 4 cm, 6 cm, 8 cm, 10 cm, 12 cm, 14 cm e 16 cm.
b) A décima boneca terá 20 cm.
c) $a_n = a_{n-1} + 2$

III. a) 1 000 000
b) $a_n = 10 \cdot a_{n-1}$

37. a) $(2, 5, 8, 11, 14, 17, \dots)$
b) $(11, 22, 33, 44, 55, 66, \dots)$
c) $(10, 5, 0, -5, -10, -15, \dots)$

38. a) $a_1 = 2$ e $a_n = a_{n-1} + 3$, para $n > 1$.
b) $a_1 = 11$ e $a_n = a_{n-1} + 11$, para $n > 1$.
c) $a_1 = 10$ e $a_n = a_{n-1} - 5$, para $n > 1$.

39. a) $(1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21)$
b) $a_1 = 1, a_2 = 1$ e $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$, para $n > 2$.

40. a) Os números de palitos formam a sequência: 3, 4, 5, 6, ... A figura **5** tem 7 palitos.
b) $a_1 = 3$ e $a_n = a_{n-1} + 1$, para $n > 1$.

41. Exemplo de resposta: O padrão é acrescentar um elemento novo a cada estrofe e repetir os anteriores, na ordem em que aparecem.

42. Note que A2 corresponde à metade de E1 que, por sua vez, corresponde à metade de A1. Portanto, $\frac{A2}{A1} = \frac{1}{4}$. O mesmo raciocínio vale para A3 e A2, A4 e A3, e assim por diante. Logo, a fração pedida é $\frac{1}{4}$.

43. As medidas dos lados dos quadrados formam a sequência (60; 30; 15; 7,5; 3,75; ...), pois cada lado mede a metade da medida do lado do quadrado anterior. A medida do lado do quinto quadrado da sequência é 3,75 cm, então, seu perímetro mede $4 \cdot 3{,}75$ cm $= 15$ cm.

44. a) $\frac{6}{7}$
b) $\frac{10}{11}$
c) $\frac{100}{101}$
d) $a_n = \frac{n}{(n+1)}$; não recursiva.

45. (1958, 1962, 1970, 1994, 2002); não há regularidade na sequência.

46. $a_1 = 2020$ e $a_n = a_{n-1} + 4$, para $n > 1$.

47. a) $(2, 4, 6, 8, 10, \dots)$
b) Forma recursiva: $a_1 = 2$ e $a_n = a_{n-1} + 2$, para $n > 1$; forma não recursiva: $a_n = 2n$.

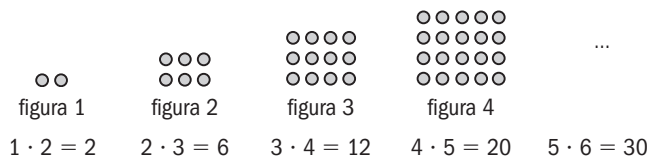
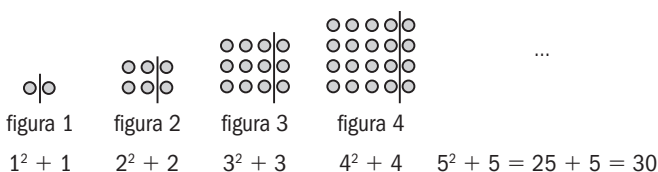
48. Os números de bolinhas são: $1 = 1 \cdot 1$, $4 = 2 \cdot 2$, $9 = 3 \cdot 3$, etc. Na figura n há $n \cdot n$ bolinhas $= n^2$ bolinhas.

49. 30 bolinhas, pois $5 \cdot 6 = 30$ ou $5^2 + 5 = 30$.
Primeiro modo:

figura 1 — $1 \cdot 2 = 2$; figura 2 — $2 \cdot 3 = 6$; figura 3 — $3 \cdot 4 = 12$; figura 4 — $4 \cdot 5 = 20$; ... $5 \cdot 6 = 30$

Segundo modo:

figura 1 — $1^2 + 1$; figura 2 — $2^2 + 2$; figura 3 — $3^2 + 3$; figura 4 — $4^2 + 4$; ... $5^2 + 5 = 25 + 5 = 30$

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

50. a) Na figura n há $n(n+1)$ ou $n^2 + n$ bolinhas.
b) $a_n = n(n+1)$ ou $a_n = n^2 + n$ porque $n(n+1) = n \cdot n + n \cdot 1 = n^2 + n$.

51. a) $a_1 = 10 \cdot 1 + 1 = 11$
$a_2 = 10 \cdot 2 + 1 = 21$
$a_3 = 10 \cdot 3 + 1 = 31$
Os três primeiros termos da sequência são: 11, 21, 31.
b) $a_1 = 5(2 \cdot 1 + 1) - 4 = 11$
$a_2 = 5(2 \cdot 2 + 1) - 4 = 21$
$a_3 = 5(2 \cdot 3 + 1) - 4 = 31$
Os três primeiros termos da sequência são: 11, 21, 31.
c) $a_{10} = 10 \cdot 10 + 1 = 101$
$a_{10} = 5(2 \cdot 10 + 1) - 4 = 101$
O décimo termo de cada sequência anterior é 101; são iguais.
d) Sim, pois $5(2n + 1) - 4 = 10n + 5 - 4 = 10n + 1$.

52. Exemplo de resposta: $a_1 = 10$ e $a_n = a_{n-1} + 2n$; então: (10, 14, 20, 28, 38, 50, 64, 80).

53. Simplificando temos: $a_n = -n - 1$; $a_{1000} = -1000 - 1 = -1001$.

Na olimpíada (p. 198)

Quantas partidas eles disputaram?

Se Antônio ganhou exatamente 3 partidas e não houve empates, concluímos que Lúcia perdeu exatamente 3 partidas. Portanto, ela perdeu 3 dos 5 pontos que tinha inicialmente.

Considerando apenas as derrotas, Lúcia teria apenas 2 pontos (pois $5 - 3 = 2$). Porém, ela ficou com um total de 10 pontos, do que se conclui que ela ganhou 8 pontos (pois $10 - 2 = 8$). Como cada vitória vale 2 pontos, Lúcia venceu 4 partidas (pois $8 : 2 = 4$). Portanto, Lúcia e Antônio disputaram 7 partidas (pois $3 + 4 = 7$). Logo, alternativa **b**.

Desligue o celular

Dois celulares tocaram ao mesmo tempo.

Guto: "O meu não tocou"

Carlos: "O meu tocou"

Bernardo: "O de Guto não tocou"

Um dos meninos disse a verdade e os outros dois mentiram.

– Se o celular de Guto não tocou, então Guto e Bernardo falaram a verdade. Isso não pode ser, porque só um menino falou a verdade.

– Então, o celular de Guto tocou. E Guto e Bernardo mentiram.

– Se Guto e Bernardo mentiram, então foi Carlos que disse a verdade.

Logo, o celular de Carlos tocou.

Conclusão: Os celulares de Guto e de Carlos tocaram. Só Carlos disse a verdade. Logo, alternativa **b**.

Rodízio perfeito

Como a partida dura 60 min e o time sempre tem 5 jogadores em campo, a soma dos tempos que cada um deles jogou é:

$5 \cdot 60$ min $= 300$ min

Se cada um dos 8 jogadores jogou a mesma quantidade de tempo, então cada um jogou durante:

300 min $: 8 = 37{,}5$ min $= 37$ min 30 s

Logo, alternativa **c**.

Capítulo 16

Participe (p. 199)

I. a) Exemplo de resposta: Advogado e antiquário escocês que adquiriu no Egito, em 1858, o papiro que continha textos matemáticos. Alexander Henry Rhind viveu de 1833 a 1863. O papiro encontra-se no Museu Britânico, em Londres (Inglaterra). Fonte dos dados: BOYER, Carl B. *História da Matemática*. Tradução de Elza F. Gomide. 2. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1996. p. 9.

b) $x + \frac{x}{7} = 19$

II. a) $x + x = 46$

b) $x + \frac{x}{5} = 12$

c) Sendo x o número desconhecido, a equação é $\frac{x}{3} + 2 = x + 1$.

d) Representando o menor desses números inteiros por n, a equação é: $n + (n + 1) + (n + 2) = 108$.

Atividades

1. 1º membro: $3x + 1$; 2º membro: $2x - 3$. Exemplo de resposta: A soma de 1 com o triplo de um número é igual à diferença entre o dobro do número e 3. Qual é esse número? Resposta: -4.

2. a) Variável.

b) Incógnita.

c) Variável.

d) Incógnitas.

3. a) $3 \cdot 2 + 7 = 2 \cdot (2 + 4) + 1$

$6 + 7 = 2 \cdot 6 + 1$

$13 = 13$

Sim, 2 é raiz da equação.

b) $5 \cdot (2 \cdot 0 - 1) + 7 \cdot (2 + 3 \cdot 0) = -3 \cdot (0 - 3)$

$5 \cdot (-1) + 7 \cdot 2 = -3 \cdot (-3)$

$-5 + 14 = 9$

$9 = 9$

Sim, 0 é raiz da equação.

c) $2 \cdot (5 + 1) = 3 \cdot (2 \cdot 5 + 1) - 7 \cdot (5 - 2)$

$2 \cdot 6 = 3 \cdot 11 - 7 \cdot 3$

$12 = 33 - 21$

$12 = 12$

Sim, 5 é raiz da equação.

4. $1 - 3 \cdot 0 = 7$

$1 = 7$ (Falso)

$1 - 3 \cdot (-1) = 7$

$1 + 3 = 7$

$4 = 7$ (Falso)

$1 - 3 \cdot (-2) = 7$

$1 + 6 = 7$

$7 = 7$ (Verdadeiro)

Só -2 é raiz da equação.

5. a) $x + 4 = 6 + 2x$

$-2 + 4 = 6 + 2 \cdot (-2)$

$2 = 6 - 4$

$2 = 2$ (Verdadeiro)

b) $5x + 1 = 4x$

$5 \cdot (-2) + 1 = 4 \cdot (-2)$

$-10 + 1 = -8$

$-9 = -8$ (Falso)

c) $2 \cdot (x + 2) = 3 \cdot (4 + 2x)$

$2 \cdot (-2 + 2) = 3 \cdot (4 + 2 \cdot (-2))$

$2 \cdot 0 = 3 \cdot (4 - 4)$

$0 = 3 \cdot 0$

$0 = 0$ (Verdadeiro)

d) $x - 2 = 5x - 10$

$-2 - 2 = 5 \cdot (-2) - 10$

$-4 = -10 - 10$

$-4 = -20$ (Falso)

O número -2 é raiz das equações **a** e **c**.

Logo, alternativas **a** e **c**.

Participe (p. 202)

Representamos um cubo como C, uma bolinha como B e uma pirâmide como P.

a) Escrevendo a equação do equilíbrio temos:

1C + 2B = 5B

C = 5B − 2B

C = 3; ou seja, 3 bolinhas.

b) $x = 5 - 2 = 3$

c) Escrevendo a equação do equilíbrio temos:

2P = 8B

$P = \frac{8}{2}B \Rightarrow P = 4B$; ou seja, 4 bolinhas.

d) $x = \frac{8}{2} \Rightarrow x = 4$

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

6. a) Sendo x o número procurado:

$$x + \left(-\frac{7}{3}\right) = 1$$

$$x - \frac{7}{3} = 1$$

$$x - \frac{7}{3} + \frac{7}{3} = 1 + \frac{7}{3}$$

$$x = \frac{3 + 7}{3}$$

$$x = \frac{10}{3}$$

Verificação: $\frac{10}{3} + \left(-\frac{7}{3}\right) = \frac{10 - 7}{3} = \frac{3}{3} = 1$

b) Sendo x o número procurado:

$13{,}5 - x = 6{,}25$

$-x = 6{,}25 - 13{,}5$

$-x = -7{,}25$

$(-x) \cdot (-1) = (-7{,}25) \cdot (-1)$

$x = 7{,}25$

Verificação: $13{,}5 - 7{,}25 = 6{,}25$

7. a) $x + 5 = 0$

$x + 5 - 5 = 0 - 5$

$x = -5$

b) $x + 4 = -3$

$x + 4 - 4 = -3 - 4$

$x = -7$

c) $x - 2 = -3$

$x - 2 + 2 = -3 + 2$

$x = -1$

d) $7 = x + 1$

$7 - 1 = x + 1 - 1$

$x = 6$

e) $0 = x + 7$

$0 - 7 = x + 7 - 7$

$x = -7$

f) $-\frac{1}{3} = x + 2$

$-\frac{1}{3} - 2 = x + 2 - 2$

$-\frac{1}{3} - \frac{6}{3} = x$

$x = -\frac{7}{3}$

8. $x + 2 \cdot (4{,}50) = 50 - 29$

$x + 9 = 21$

$x = 21 - 9$

$x = 12$

O lanche custou R$ 12,00.

9. $4x = 160°$

$\frac{4x}{4} = \frac{160°}{4}$

$x = 40°$

$\frac{y}{2} = 50°$

$2 \cdot \frac{y}{2} = 2 \cdot 50°$

$y = 100°$

10. a) $7x = 28$

$\frac{7x}{7} = \frac{28}{7}$

$x = 4$

b) $\frac{x}{8} = 2$

$8 \cdot \frac{x}{8} = 8 \cdot 2$

$x = 16$

c) $\frac{3x}{4} = 5$

$\frac{4}{3} \cdot \frac{3x}{4} = \frac{4}{3} \cdot 5$

$x = \frac{20}{3}$

d) $-4x = 11$

$(-1) \cdot (-4x) = (-1) \cdot 11$

$4x = -11$

$\frac{4x}{4} = -\frac{11}{4}$

$x = -\frac{11}{4}$

e) $-7x = -15$

$(-1) \cdot (-7x) = (-1) \cdot (-15)$

$7x = 15$

$\frac{7x}{7} = \frac{15}{7}$

$x = \frac{15}{7}$

f) $-\frac{7}{2}x = 8$

$(-1) \cdot \left(-\frac{7}{2}x\right) = (-1) \cdot 8$

$\frac{7}{2}x = -8$

$\frac{2}{7} \cdot \frac{7}{2}x = \frac{2}{7} \cdot (-8)$

$x = -\frac{16}{7}$

11. a) $3x + 30° = 90°$

$3x + 30° - 30° = 90° - 30°$

$3x = 60°$

$\frac{3x}{3} = \frac{60°}{3}$

$x = 20°$

b) $x + 60° + 40° = 180°$

$x = 180° - 40° - 60°$

$x = 180° - 100°$

$x = 80°$

Participe (p. 205)

Representamos um como C e uma como P.

a) Escrevendo a equação do equilíbrio temos:

$2C + 1P = 5P$

$2C = 5P - P$

$C = \frac{4}{2}P$

C = 2P; ou seja, o cubo vale 2 pirâmides.

b) Resposta pessoal.

c) 2 + 1 = 5

d) Resposta pessoal.

e) Resposta pessoal.

f) Resposta pessoal.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

12. $3x + 5 = 11$

$3x = 11 - 5$

$3x = 6$

$x = \frac{6}{3}$

$x = 2$

Havia 2 balas na mão do professor.

13. Seja x o número de estudantes de cada turma. A equação é:

$2x + 12 = 50$

$2x = 50 - 12$

$2x = 38$

$x = \frac{38}{2}$

$x = 19$

Há 19 estudantes.

14.
- $5 - 2x = -17$

  $-2x = -17 - 5$

  $-2x = -22$

  $x = \frac{-22}{-2}$

  $x = 11$
- $x - 3 = 1$

  $x = 1 + 3$

  $x = 4$
- $-2x - 2 = -8$

  $-2x = -8 + 2$

  $-2x = -6$

  $x = \frac{-6}{-2}$

  $x = 3$
- $2x - 3 = 17$

  $2x = 17 + 3$

  $2x = 20$

  $x = \frac{20}{2}$

  $x = 10$
- $4x - 18 = 0$

  $4x = 0 + 18$

  $4x = 18$

  $x = \frac{18}{4}$

  $x = 4{,}5$
- $1 - x = -1$

  $-x = -1 - 1$

  $-x = -2$

  $x = \frac{-2}{-1}$

  $x = 2$

Então: $11 + 4 + 3 = 18$ e $10 + 4{,}5 + 2 = 16{,}5$. Logo, no sentido anti-horário.

15. Representamos uma como P, uma como B e um como H.

a) $3P + 1B = 10B \Rightarrow 3P = 9B \Rightarrow P = 3B$; cada vale 3 .

b) $2H + 2B = 10B \Rightarrow 2H = 8B \Rightarrow H = 4B$, cada vale 4 .

16. Seja x a medida do ângulo. A equação é:

$2x = 180° - x$

$2x + x = 180°$

$3x = 180°$

$x = \frac{180°}{3}$

$x = 60°$

17. I) $4 + 3x = x - 2$

$3x - x = -2 - 4$

$2x = -6$

$x = -3$

II) $3 - 2x = 4 - 4x$

$4x - 2x = 4 - 3$

$2x = 1$

$x = \frac{1}{2}$

III) $x - 1 = 7 - 2x$

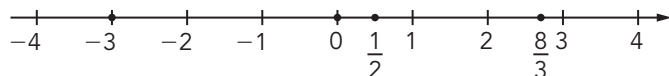
$x + 2x = 7 + 1$

$3x = 8$

$x = \frac{8}{3}$

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

IV) $x + 1 + 2x = 1 - 3x$
$3x = 1 - 3x - 1$
$3x = -3x$
$3x + 3x = 0$
$6x = 0$
$x = \frac{0}{6}$
$x = 0$

Banco de imagens/Arquivo da editora

18. Sendo x o número de gols do Cruzeiro nesta partida, o número de gols do Grêmio é $2x$. Após a partida, o Cruzeiro ficou com $12 + x$ gols marcados e $11 + 2x$ gols sofridos. Como o saldo de gols resultou em -1, temos a equação.
$(12 + x) - (11 + 2x) = -1$
$12 + x - 11 - 2x = -1$
$+x - 2x = -1 + 11 - 12$
$-x = -2$
$x = 2$
O resultado desse jogo foi: Cruzeiro 2 × 4 Grêmio.

19. a) $5x - 20° = x + 60°$
$5x - x = 60° + 20°$
$4x = 80°$
$x = \frac{80°}{4}$
$x = 20°$

b) $4x - 18° + 3x + 30° = 180°$
$7x + 12° = 180°$
$7x = 180° - 12°$
$7x = 168°$
$x = \frac{168°}{7}$
$x = 24°$

20. Exemplo de resposta: Karina é mãe de 3 filhos, Júlia tem 2 filhas e Luana tem um único filho. As três mulheres foram juntas a uma papelaria para comprar um caderno espiral de 200 folhas para cada filho. Elas gastaram R$ 173,00, sendo R$ 35,00 desse valor gastos com transporte. Quantos reais custou cada caderno? Resposta: R$ 23,00.

21. $n + (n + 1) + (n + 2) = 108$
$n + n + 1 + n + 2 = 108$
$3n + 3 = 108$
$3n = 108 - 3$
$3n = 105$
$n = \frac{105}{3}$
$n = 35$

22. $10(25 - n) = 20(n + 20)$
$250 - 10n = 20n + 400$
$-10n - 20n = 400 - 250$
$-30n = 150$
$30n = -150$
$n = \frac{-150}{30}$
$n = -5$
Substituindo o valor encontrado nas expressões, temos:
$n + 20 = (-5) + 20 = 15$
$25 - n = 25 - (-5) = 30$
Logo, o maior número nesse tabuleiro é 30.

23. Medida de perímetro do triângulo: $3(x + 4) = 3x + 12$; medida de perímetro do hexágono: $6x$. Então:
$6x + 4{,}5 = 3x + 12$
$6x - 3x = 12 - 4{,}5$
$3x = 7{,}5$
$x = \frac{7{,}5}{3}$
$x = 2{,}5$
O lado do hexágono mede 2,5 cm e o do triângulo, 2,5 cm + 4 cm = 6,5 cm.

24. a) $2x + x + 3 + 2x + 1 + x + x + 1 = 7x + 5$, em centímetros.
b) A medida de perímetro, em centímetros, é $7 \cdot 1{,}5 + 5 = 10{,}5 + 5 = 15{,}5$.
c) $7x + 5 = 27{,}4$
$7x = 27{,}4 - 5$
$7x = 22{,}4$
$x = \frac{22{,}4}{7}$
$x = 3{,}2$
Logo, a medida do lado $\overline{DE}$ é 3,2 cm.

25. Medida de perímetro:
$x + (x + 1) + (x + 2) + 2x = 5x + 3$
$5x + 3 = 11$
$x = \frac{8}{5}$
$x = 1{,}6$
Medidas dos lados: $x = 1{,}6$; $x + 1 = 2{,}6$; $x + 2 = 3{,}6$; $2x = 3{,}2$.
O lado maior mede 3,6 cm.

26. a) $\frac{x}{2} = \frac{5}{2}$
$x = 5$

b) $\frac{2x}{3} = \frac{1}{2}$
$6 \cdot \frac{2x}{3} = 6 \cdot \frac{1}{2}$
$4x = 3$
$x = \frac{3}{4}$

c) $\frac{3x}{3} = \frac{1}{5}$
$x = \frac{1}{5}$

d) $\frac{x}{3} = -2$
$3 \cdot \frac{x}{3} = 3 \cdot (-2)$
$x = -6$

27. $3 \cdot 19 + 2 \cdot 21 + 6 \cdot 22 + 4 \cdot 23 + 1 \cdot 24 + 2x = 18 \cdot 22{,}4$
$57 + 42 + 132 + 92 + 24 + 2x = 403{,}2$
$347 + 2x = 403{,}2$
$2x = 403{,}2 - 347$
$2x = 56{,}2$
$x = 28{,}1$
A idade é 28 anos.

28. $x + \frac{x}{5} = 12$
$5 \cdot \left(x + \frac{x}{5}\right) = 5 \cdot 12$
$5x + x = 60$
$6x = 60$
$x = \frac{60}{6}$
$x = 10$

29. $\frac{x}{3} + 2 = x + 1$

$3 \cdot \left(\frac{x}{3} + 2\right) = 3 \cdot (x + 1)$

$x + 6 = 3x + 3$
$x - 3x = 3 - 6$
$x - 3x = -3$
$-2x = -3$

$x = \frac{-3}{-2}$

$x = \frac{3}{2}$ ou 1,5

30. $\frac{x + 4}{3} = 2 + \frac{2x}{7}$

$\frac{7x + 28}{21} = \frac{42 + 6x}{21}$

$7x - 6x = 42 - 28$
$x = 14$

Resposta: 14 anos.

31. a) $180° - \frac{x}{4} = 140°$

$-\frac{x}{4} = 140° - 180°$

$-\frac{x}{4} = -40°$

$\frac{x}{4} = 40°$

$x = 4 \cdot 40°$
$x = 160°$

b) $\frac{3}{5}(180° - x) = 36°$

$108° - \frac{3}{5}x = 36°$

$-\frac{3}{5}x = 36° - 108°$

$-\frac{3}{5}x = -72°$

$\frac{3}{5}x = 72°$

$5 \cdot \frac{3}{5}x = 5 \cdot 72°$

$3x = 360°$

$x = \frac{360°}{3}$

$x = 120°$

c) $180° - x = 3(90° - x)$
$180° - x = 270° - 3x$
$-x + 3x = 270° - 180°$
$-x = 90°$

$x = \frac{90°}{2}$

$x = 45°$

32. Cálculo de x:

$\frac{x}{2} - 10° + \frac{7x}{4} + 10° = 180°$

$\frac{2x}{4} + \frac{7x}{4} = 180°$

$\frac{9x}{4} = 180°$

$9x = 4 \cdot 180°$

$9x = 720°$

$x = \frac{720°}{9}$

$x = 80°$

Cálculo de y:

$y - 10° = \frac{y}{7} + 50°$

$y = \frac{y}{7} + 50° + 10°$

$y = \frac{y}{7} + 60°$

$y - \frac{y}{7} = 60°$

$\frac{7y}{7} - \frac{y}{7} = 60°$

$\frac{6y}{7} = 60°$

$\frac{7}{6} \cdot \frac{6}{7}y = \frac{7}{6} \cdot 60°$

$y = 70°$

Cálculo das medidas dos ângulos:

$a = \frac{7x}{4} + 10° = \frac{7 \cdot 80°}{4} + 10° = 150°$

$b = \frac{x}{2} - 10° = \frac{80°}{2} - 10° = 30°$

$r = s = 180° - (y - 10°) = 180° - (70° - 10°) =$

$= 180° - 60° = 120°$

33. a) $\frac{1 - x}{2} = \frac{x + 1}{2} + x$

$\frac{1 - x}{2} = \frac{x + 1}{2} + \frac{2x}{2}$

$1 - x = x + 1 + 2x$
$1 - x = 3x + 1$
$-x - 3x = +1 - 1$
$-4x = 0$

$x = \frac{0}{-4}$

$x = 0$

b) $\frac{m}{6} + \frac{m}{9} = \frac{1}{15} + \frac{m - \frac{1}{2}}{3}$

$90 \cdot \frac{m}{6} + 90 \cdot \frac{m}{9} = 90 \cdot \frac{1}{15} + 90 \cdot \frac{m - \frac{1}{2}}{3}$

$15m + 10m = 6 + 30 \cdot \left(m - \frac{1}{2}\right)$

$25m = 6 + 30m - 15$

$25m = 30m - 9$

$25m - 30m = -9$

$-5m = -9$

$m = \frac{-9}{-5}$

$m = \frac{9}{5}$

34. $\frac{2n}{9} + \frac{3n}{8} + 58 = n$

$\frac{16n + 27n - 72n}{72} = -58$

$\frac{-29n}{72} = -58$

$n = \frac{58 \cdot 72}{29} = 144$

Resposta: 144 passageiros.

35. Exemplo de resposta: Calcule a medida do comprimento de um retângulo, cuja medida de perímetro é 20 cm, sabendo que a medida do comprimento é o triplo da medida da largura. Resposta: Seja x a medida da largura, logo a medida do comprimento será $3x$ e a medida de perímetro será $8x = 20 \Rightarrow x = 2{,}5$. Portanto, a medida do comprimento será 7,5 cm.

Na mídia

1. Essa afirmação não é verdadeira, pois se trata de um número inteiro negativo, ou seja, pertence ao conjunto dos números inteiros, representado por $\{..., -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, ...\}$, que é formado pelos números inteiros negativos e, também por todos aqueles pertencentes ao conjunto dos números naturais, representado por $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ...\}$. Dessa maneira, todo número natural é também um número inteiro, mas nem todo número inteiro é um número natural.

2. A medida de temperatura de -150 °C é mais baixa do que a medida de temperatura de -95 °C.

3. a) O grau Fahrenheit (símbolo: °F).

b) I. 32 °F

II. 212 °F

III Resposta pessoal. A resposta depende da medida de temperatura máxima registrada.

4. $\frac{9}{5} \cdot TC + 32° = TF$

$9 \cdot TC + 160° = 5 \cdot TF$

$9 \cdot TC = 5 \cdot TF - 160°$

$TC = \frac{5 \cdot TF - 160°}{9}$

5. $TC = \frac{5 \cdot 112{,}6 - 160}{9} \simeq 44{,}8$

Logo, essa medida temperatura corresponde, aproximadamente, a 44,8 °C.

6. Usando a fórmula e substituindo TC e TF por x para representar o mesmo número, devemos resolver a equação para descobrimos qual é esse número.

$x = \frac{5x - 160}{9}$

$9x - 5x = -160$

$4x = -160$

$x = -40$

Logo, sim, -40 °C $= -40$ °F.

Capítulo 17

Atividades

1. Seja x a quantia que Marcelo tem, em reais. Então:

$2x + 15 = 148$

$2x = 148 - 15$

$2x = 133$

$x = \frac{133}{2}$

$x = 66{,}50$

Marcelo tem R$ 66,50.

2. Seja x a medida da altura do pai, em metros. Então:

$1{,}52 = \frac{x}{2} + 0{,}60$

$\frac{x}{2} = 1{,}52 - 0{,}60$

$\frac{x}{2} = 0{,}92$

$x = 2 \cdot 0{,}92$

$x = 1{,}84$

A altura do pai mede 1 metro e 84 centímetros.

3. a) Seja x a idade que Nicole completará.

O pai dela terá $3x$. Como o pai dela é 34 anos mais velho que ela, temos:

$3x = x + 34$

$2x = 34$

$x = 17$

Nicole completará 17 anos.

b) $2\,012 + 17 = 2\,029$

No ano 2029.

4. Seja x o dinheiro que Natasha possui. Então:

$4x = 774 + 48$

$4x = 822$

$x = \frac{822}{4}$

$x = 205{,}50$

Natasha possui R$ 205,50.

5. Seja x a idade de Enzo, em anos. Então:

$3x - 3 = 2x + 8$

$3x - 2x = 8 + 3$

$x = 11$

Enzo tem 11 anos.

6. Exemplo de resposta: Tenho R$ 71,00. Se comprar 2 camisetas iguais, ficarei com R$ 15,00. Qual é o preço de cada camiseta? Resposta: R$ 28,00.

7. Seja x a idade da professora, em anos, quando ela se casou. Então:

$$\frac{x-1}{4}+\frac{1}{3}x=12$$

$$12\cdot\left(\frac{x-1}{4}\right)+12\cdot\frac{1}{3}x=12\cdot12$$

$$3\cdot(x-1)+4x=144$$
$$3x-3+4x=144$$
$$7x-3=144$$
$$7x=144+3$$
$$7x=147$$
$$x=\frac{147}{7}$$
$$x=21$$

Ela tinha 21 anos quando se casou.

8. Seja x o salário de Flávio, em reais. Então:

$$\frac{x}{2}=699{,}90+160{,}10$$
$$\frac{x}{2}=860{,}00$$
$$x=2\cdot860{,}00$$
$$x=1\,720{,}00$$

O salário de Flávio é R$ 1.720,00.

9. Seja x o número procurado. Então:

$$\frac{x}{4}+7=\frac{x}{2}-11$$
$$4\cdot\frac{x}{4}+4\cdot7=4\cdot\frac{x}{2}-4\cdot11$$
$$x+28=2x-44$$
$$x=2x-44-28$$
$$x=2x-72$$
$$x-2x=-72$$
$$-x=-72$$
$$x=72$$

10. Daqui a x anos, as idades serão $15+x$ e $12+x$. Assim:

$$(15+x)+(12+x)=61$$
$$15+x+12+x=61$$
$$2x+27=61$$
$$2x=61-27$$
$$x=\frac{34}{2}$$
$$x=17$$

Portanto, daqui a 17 anos.

11. **a)** Região Sudeste.

b) Resposta pessoal. A resposta depende da pesquisa realizada.

c) Seja x a medida de distância de São Paulo a Belo Horizonte. Então:

$$\frac{x}{2}+15=300$$
$$\frac{x}{2}=300-15$$
$$x=2\cdot285$$
$$x=570$$

A medida de distância é 570 km.

12. Se x é o número de estudantes da classe e uma equipe de vôlei tem 6 jogadores, então:

$$\frac{x}{3}=2\cdot6$$
$$x=3\cdot12$$
$$x=36$$

A classe tem 36 estudantes.

13. Seja x a produção mensal normal. Então:

$$\frac{80}{100}\cdot x=4\,200$$
$$\frac{100}{80}\cdot\frac{80}{100}x=\frac{100}{80}\cdot4\,200$$
$$x=5\,250$$

A fábrica produz 5 250 carros por mês.

14. Seja x o preço da sorveteria, em reais. Então:

$$\frac{33}{100}\cdot x+\frac{35}{100}\cdot x+8\,192=x$$
$$100\cdot\frac{33}{100}\cdot x+100\cdot\frac{35}{100}\cdot x+100\cdot8\,192=100x$$
$$33x+35x+819\,200=100x$$
$$68x+819\,200=100x$$
$$68x=100x-819\,200$$
$$68x-100x=-819\,200$$
$$-32x=-819\,200$$
$$x=\frac{-819\,200}{-32}$$
$$x=25\,600$$

O preço da sorveteria foi R$ 25.600,00.

15. Preço do quilograma de linguiça: x.

Preço do quilo da carne: $x+325\%\cdot x=x+3{,}25x=4{,}25x$.

Então:

$$1{,}5\cdot x+2\cdot4{,}25x=160{,}00$$
$$1{,}5x+8{,}5x=160{,}00$$
$$10x=160{,}00$$
$$x=\frac{160{,}00}{10}$$
$$x=16{,}00$$

Se tivesse comprado 2 kg de linguiça e 1,5 kg de carne, teria gastado: $2\cdot16{,}00+1{,}5\cdot4{,}25\cdot16{,}00=32{,}00+102{,}00=134{,}00$; ou seja, R$ 134,00.

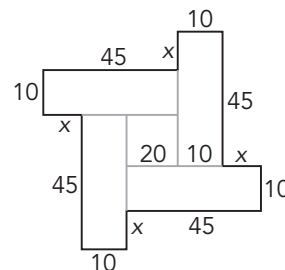
16. Exemplo de resposta: Um quinto da idade de meu filho mais 38 anos é igual a minha idade, que é o quádruplo da idade de meu filho. Qual é a idade de meu filho? Resposta: 10 anos.

Na olimpíada (p. 215)

O contorno do Rodrigo

Em centímetros:

$$20+10+x=45$$
$$30+x=45$$
$$x=45-30=15$$

Então, a medida de perímetro é: $4\cdot45+4\cdot10+4\cdot15=280$. Logo, alternativa **d**.

O muro dos dois irmãos

Adicionamos os comprimentos das partes dos 2 irmãos:

260 m + 240 m = 500 m

O muro externo era de 340 m. Como o muro interno conta para os dois irmãos, o comprimento dele é: (500 m − 340 m) : 2 = 80 m.

Logo, alternativa **a**.

17. Se x é a quantia, em reais, de Rubens, a quantia de Paula é $x + 32$. Então:

$x + (x + 32) = 810$

$2x + 32 = 810$

$2x = 810 - 32$

$2x = 778$

$x = \frac{778}{2}$

$x = 389$

Rubens deve receber R$ 389,00.

18. Se x é o número de mulheres, o número de crianças é x e o de homens é $\frac{2}{5}x$. Então:

$x + x + \frac{2}{5}x = 540$

$5x + 5x + 5 \cdot \frac{2}{5}x = 5 \cdot 540$

$12x = 2\,700$

$x = \frac{778}{12}$

$x = 225$

São 225 crianças.

19. Se x é a medida do menor lado, em centímetros, então a medida do outro lado é $x + 2$. Assim:

$x + x + (x + 2) + (x + 2) = 44$

$4x + 4 = 44$

$4x = 44 - 4$

$x = \frac{40}{4}$

$x = 10$

O menor lado mede 10 cm.

20. Se x é a medida, em metros, da parte menor, a parte maior mede $x + 37$. Então:

$x + (x + 37) = 247$

$2x + 37 = 247$

$2x = 247 - 37$

$x = \frac{210}{2}$

$x = 105$

$105 + 37 = 142$

A parte maior mede 142 m.

21. Se x é a parte de Flávia, então a parte de Lúcia será $x + 50$ e a parte de Marlene, $(x + 50) + 70$. Então:

$x + (x + 50) + (x + 120) = 560$

$3x + 170 = 560$

$3x = 560 - 170$

$x = \frac{390}{3}$

$x = 130$

Se $x = 130$, então:

$(x + 50) = 180$ e $x + 120 = 250$.

Assim, Flávia vai receber R$ 130,00; Lúcia, R$ 180,00; e Marlene, R$ 250,00.

22. Se x é a parte de Carlos, então a parte de Benê é $\frac{2x}{3}$ e a parte de Ari é $\frac{2x}{3} - 32$. Então:

$x + \frac{2x}{3} + \left(\frac{2x}{3} - 32\right) = 990$

$3x + 3 \cdot \frac{2x}{3} + 3 \cdot \frac{2x}{3} - 3 \cdot 32 = 3 \cdot 990$

$3x + 2x + 2x - 96 = 2\,970$

$7x - 96 = 2\,970$

$7x = 2\,970 + 96$

$x = \frac{3\,066}{7}$

$x = 438$

Se $x = 438$, então:

$\frac{2x}{3} = 292$ e $\frac{2x}{3} - 32 = 260$.

Logo, Carlos deve receber R$ 438,00; Benê, R$ 292,00; e Ari, R$ 260,00.

23. Se x são os pontos de Marcelo, os pontos de Sílvio são $x + 18$ e os de Carolina são $x + 47$. Então:

$x + (x + 18) + (x + 47) = 404$

$3x + 65 = 404$

$3x = 404 - 65$

$x = \frac{339}{3}$

$x = 113$

Se $x = 113$, então:

$x + 18 = 131$ e $x + 47 = 160$.

a) Marcelo fez 113 pontos.

b) Carolina jogou melhor, com 160 pontos.

24. Se x é o menor dos três números, os outros dois são: $(x + 1)$ e $(x + 2)$. Então:

$x + (x + 1) + (x + 2) = 408$

$3x + 3 = 408$

$3x = 408 - 3$

$x = \frac{405}{3}$

$x = 135$

Se o menor é 135, os outros dois são 136 e 137.

25. Sejam n e $n + 2$ os números procurados, sendo n ímpar. Então:

$n + (n + 2) = 728$

$2n + 2 = 728$

$2n = 728 - 2$

$n = \frac{726}{2}$

$n = 363$

Se $n = 363$, então $n + 2 = 363 + 2 = 365$. Os números são 363 e 365.

26. 1º modo: Sejam n, $n + 3$ e $n + 6$ os números procurados, sendo n múltiplo de 3. Então:

$n + (n + 3) + (n + 6) = 1\,197$

$3n + 9 = 1\,197$

$3n = 1\,197 - 9$

$n = \frac{1\,188}{3}$

$n = 396$

Se $n = 396$, então: $n + 3 = 399$ e $n + 6 = 402$.

2º modo: Sejam n, $n - 3$ e $n + 3$ os números procurados, sendo n múltiplo de 3. Então:

$(n - 3) + n + (n + 3) = 1\,197$

$3n = 1\,197$

$n = \frac{1\,197}{3}$

$n = 399$

Se $n = 399$, então: $n - 3 = 396$ e $n + 3 = 402$.

Os números são 396, 399 e 402.

27. Se x é o primeiro ano de governo, os outros quatro anos serão representados por: $(x + 1)$, $(x + 2)$, $(x + 3)$ e $(x + 4)$. Então:

$x + (x + 1) + (x + 2) + (x + 3) + (x + 4) = 9\,740$

$5x + 10 = 9\,740$

$5x = 9\,740 - 10$

$x = \dfrac{9\,730}{5}$

$x = 1\,946$

O governo começou em 1946.

28. Se x é a parte que Válter pagou, então a parte de Laerte é $\dfrac{x}{2}$, a parte de Rubens é $\dfrac{x}{2} + 3{,}50$ e a parte de Vicente é $\left(\dfrac{x}{2} + 3{,}50\right) + 2{,}00$. Então:

$x + \dfrac{x}{2} + \left(\dfrac{x}{2} + 3{,}50\right) + \left(\dfrac{x}{2} + 5{,}50\right) = 69{,}00$

$2x + 2 \cdot \dfrac{x}{2} + 2\left(\dfrac{x}{2} + 3{,}50\right) + 2\left(\dfrac{x}{2} + 5{,}50\right) = 2 \cdot 69{,}00$

$2x + x + x + 7{,}00 + x + 11{,}00 = 138{,}00$

$5x + 18{,}00 = 138{,}00$

$5x = 138{,}00 - 18{,}00$

$x = \dfrac{120{,}00}{5}$

$x = 24{,}00$

Se $x = 24{,}00$, então $\dfrac{x}{2} = 12{,}00$; $\dfrac{x}{2} + 3{,}50 = 15{,}50$ e $\dfrac{x}{2} + 5{,}50 = $ $= 17{,}50$.

a) Válter pagou a maior quantia, R$ 24,00.

b) Laerte pagou a menor quantia, R$ 12,00.

29. Se x é a medida de distância entre Jacareí e Rio de Janeiro, então a medida de distância entre Jacareí e São Paulo é $\dfrac{x}{4}$, em km.

$x + \dfrac{x}{4} = 400$

$4x + 4 \cdot \dfrac{x}{4} = 4 \cdot 400$

$4x + x = 1\,600$

$5x = 1\,600$

$x = \dfrac{1600}{5}$

$x = 320$

Jacareí fica a 320 km do Rio de Janeiro.

30. Daqui a x anos, a idade de Gilda será $14 + x$ e a idade de Aluísio será $4 + x$. Então:

$14 + x = 2(4 + x)$

$14 + x = 8 + 2x$

$2x - x = 14 - 8$

$x = 6$

Daqui a 6 anos.

31. Se o projeto B recebeu x votos, então o Projeto A recebeu $(x - 50)$ votos, e o projeto C recebeu $25\% \cdot x$ votos $= \dfrac{25}{100}x$ votos $= \dfrac{x}{4}$ votos.

$x + (x - 50) + \dfrac{x}{4} + 28 = 1\,085$

$4x + 4 \cdot (x - 50) + 4 \cdot \dfrac{x}{4} + 4 \cdot 28 = 4 \cdot 1\,085$

$4x + 4x - 200 + x + 112 = 4\,340$

$9x - 88 = 4\,340$

$9x = 4\,340 + 88$

$x = \dfrac{4\,428}{9}$

$x = 492$

Se $x = 492$, então $(x - 50) = 442$ e $\dfrac{x}{4} = 123$.

O projeto B foi o vencedor, com 492 votos.

32. Se x é a idade, em anos, de Ermelinda, então a idade de Abelardo é $(x + 3)$.

$x + (x + 3) = 31$

$2x + 3 = 31$

$2x = 31 - 3$

$2x = 28$

$x = \dfrac{28}{2} = 14$

a) Abelardo tem 17 anos.

b) Ermelinda tem 14 anos.

c) Há x anos, Abelardo tinha $17 - x$ e Ermelinda tinha $14 - x$.

$(17 - x) = 2(14 - x)$

$17 - x = 28 - 2x$

$2x - x = 28 - 17$

$x = 11$

Há 11 anos, Ermelinda tinha 3 anos, e Abelardo, 6, o dobro da idade de Ermelinda.

33. Exemplo de resposta: Hoje a professora Marisa tem o quádruplo da idade de seu filho Felipe, mas daqui a 20 anos terá apenas o dobro da idade dele. Quantos anos Felipe tem hoje? Resposta: Hoje, Felipe tem 10 anos.

34. Exemplo de resposta: Uma escola promoveu um concurso de redação e vai distribuir o prêmio de R$ 500,00 entre os três primeiros colocados. Quanto vai ganhar cada um se o primeiro colocado vai receber R$ 100,00 a mais do que o segundo e este, R$ 50,00 a mais do que o terceiro? Resposta: Sendo x o prêmio do terceiro colocado, temos: $x + (x + 50) + (x + 50 + 100) = 500$. Logo, $x = 100$. Dessa maneira, o terceiro colocado vai receber R$ 100,00, o segundo colocado, R$ 150,00, e o primeiro colocado, R$ 250,00.

Na História

1. A vantagem é que 7 é o denominador da fração do primeiro membro, gerando, assim, uma operação com números inteiros.

Suponhamos que seja escolhido 3 em vez de 7. Então:

$3 + \dfrac{3}{7} = \dfrac{24}{7}$

Solução:

$3 \cdot \dfrac{19}{\frac{24}{7}} = 3 \cdot 19 \cdot \dfrac{7}{24} = \dfrac{19 \cdot 7}{8} = \dfrac{133}{8}$

2. Vamos testar o valor 15:

$15 + \dfrac{15}{15} = 16$

Então, a solução é:

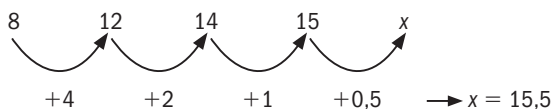
$15 \cdot \dfrac{20}{16} = 15 \cdot \dfrac{5}{4} = \dfrac{75}{4}$

Logo:

$\dfrac{75}{4} + \dfrac{\frac{75}{4}}{15} = \dfrac{75}{4} + \dfrac{75}{4 \cdot 15} = \dfrac{75}{4} + \dfrac{5}{4} = \dfrac{80}{4} = 20$

3. A palavra “álgebra” deriva da palavra árabe *al-jabr*, que significa transposição (de um termo de um membro para outro, em uma equação).
4. Se ele usava vogais maiúsculas para indicar as incógnitas, usaria A no lugar de x e, por exemplo, as consoantes B, C e D no lugar das constantes a, b e c. A equação seria: $BA + C = D$ ou $CA + B = D$.
5. Sim, porque a língua da comunicação científica, na Europa de então, era o latim.

Na Unidade

1. A expressão $x + \frac{x}{4}$ pode ser escrita como um número somado a sua quarta parte. Logo, alternativa **c**.
2. O sucessor do número natural n é $(n + 1)$ e sua metade é $\frac{n+1}{2}$. Logo, alternativa **b**.
3. A medida de perímetro é $3x + 2 + 2x + 5x - 1 = 10x + 1$. Logo, alternativa **a**.
4. Analisando a sequência, temos:

Logo, alternativa **c**.

5. Na sequência, temos $a_1 = 8$; $a_2 = \frac{1}{2} \cdot 8 + 8 = 12$; $a_3 = \frac{1}{2} \cdot 12 + 8 = 14$; $a_4 = \frac{1}{2} \cdot 14 + 8 = 15$. Logo, alternativa **b**.
6. $\frac{x+1}{3} = \frac{1-x}{2}$

$2(x + 1) = 3(1 - x)$

$2x + 2 = 3 - 3x$

$2x + 3x = 3 - 2$

$5x = 1$

$x = \frac{1}{5}$

Logo, alternativa **d**.

7. O preço da corrida é dado por um valor fixo de R$ 4,00, mais R$ 1,50 por quilômetro; então, pode ser representado por $4 + 1{,}5x$. Como queremos saber o valor de x para que esse preço seja R$ 22,00, temos: $4 + 1{,}5x = 22$. Logo, alternativa **c**.
8. $x + x + 1 + x + 2 + 2x = 43$

$5x = 43 - 1 - 2$

$5x = 40$

$x = \frac{40}{5}$

$x = 8$

Logo, alternativa **c**.

9. Seja x o número. Então:

$\frac{10+x}{5} = 15$

$5 \cdot \frac{10+x}{5} = 5 \cdot 15$

$10 + x = 75$

$x = 75 - 10 = 65$

Logo, alternativa **c**.

10. Seja x o número de dias de férias na Pousada **A**. Então, o estudante gastará $25(x + 3)$ reais. Na Pousada **B**, ele gastará $30 \cdot x$ reais. A quantia gasta é a mesma, logo:

$25(x + 3) = 30x$

$25x + 75 = 30x$

$75 = 30x - 25x$

$75 = 5x$

$x = \frac{75}{5} = 15$

Então:

$x + 3 = 18$

Ele pode ficar 15 dias em **B**, gastando $30 \cdot 15 = 450$ reais, ou 18 dias em **A**, gastando $25 \cdot 18 = 450$ reais. Logo, alternativa **d**.

Outra solução:

Se o estudante reservou y reais para as diárias, na Pousada **A** ele pode se hospedar por $\frac{y}{25}$ dias e, na Pousada **B**, por $\frac{y}{30}$ dias. Como ficou 3 dias a mais na Pousada **A**, temos:

$\frac{y}{25} - \frac{y}{30} = 3 \Rightarrow 6y - 5y = 3 \cdot 150 \Rightarrow y = 450.$

Logo, alternativa **d**.

Unidade 7

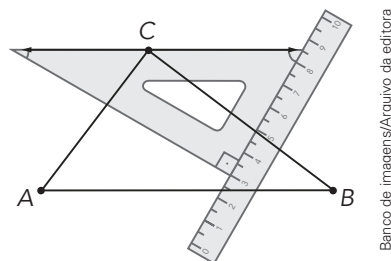
Abertura (p. 223)

Resposta pessoal. Exemplos de respostas: A roda-gigante é parecida com a circunferência. É possível dizer que a medida de distância das cabines em relação ao centro da roda-gigante é sempre a mesma.

Resposta pessoal. Exemplos de respostas: carroça, moinho de água, cadeira de rodas, bicicleta e automóvel.

Capítulo 18

Atividades

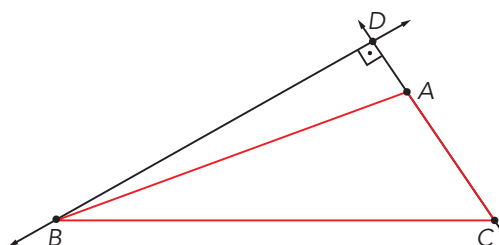
1.

Banco de imagens/Arquivo da editora

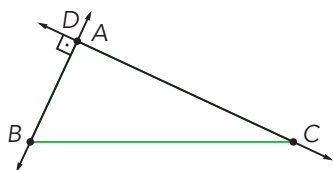
2. $PA = 3{,}5$ cm; $PB = 2{,}0$ cm; $PC = 1{,}7$ cm; $PD = 3{,}0$ cm; $PE = 5{,}6$ cm.
3. $PM = PA + AM$

M é ponto médio de $\overline{AB}$, então:

$AM = \frac{AB}{2} = \frac{PB - PA}{2} = \frac{7 \text{ cm} - 4 \text{ cm}}{2} = 1{,}5 \text{ cm}$

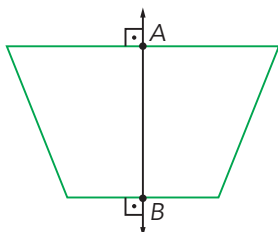
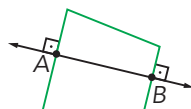
Logo: $PM = 4 \text{ cm} + 1{,}5 \text{ cm} = 5{,}5$ cm.

4. As imagens não estão representadas com medidas reais.
   a) Pelo ponto B traça-se a reta $\overleftrightarrow{BD}$ que é perpendicular à reta $\overleftrightarrow{AC}$. A distância corresponde ao segmento de reta $\overline{BD}$, que mede 4,7 cm.

Banco de imagens/Arquivo da editora

b) Analogamente, temos: $BD = 2,2$ cm.

5. Traça-se uma reta perpendicular às bases paralelas e mede-se o segmento de reta $\overline{AB}$.

a) $AB = 2$ cm

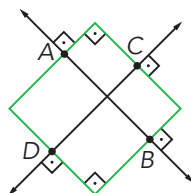
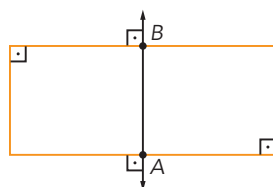
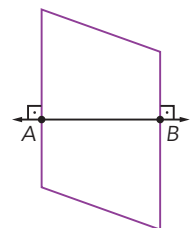
b) $AB = 1,3$ cm

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

6. As imagens não estão representadas com medidas reais.

a) $AB = CD = 2,2$ cm

b) $AB = 2$ cm

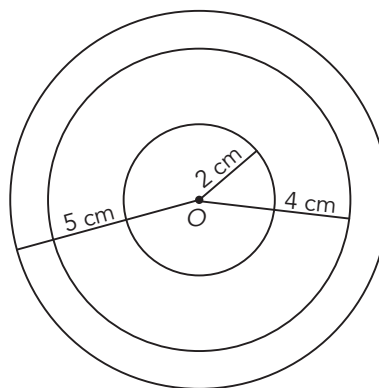
c) $AB = 2,1$ cm

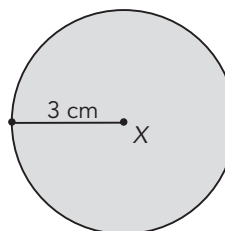
Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Participe (p. 229)

- Circunferência.
- Compasso.

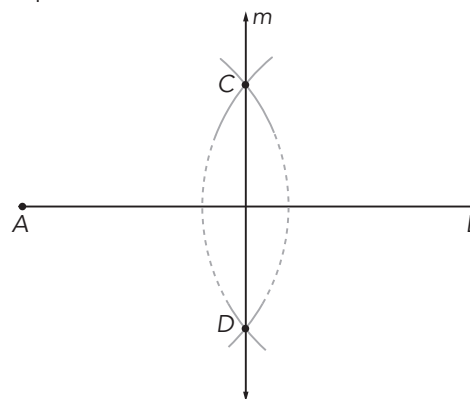
7. $PA = 3,6$ cm; $PB = 6,2$ cm; $PC = 4,9$ cm; $PD = 3,8$ cm; $PE = 5,9$ cm; medida do raio: 1,3 cm.

8. $PA = PB = PC = 2,8$ cm; medida do diâmetro: $2 \cdot 2,8$ cm $= 5,6$ cm.

9. A imagem não está representada com medidas reais.

Banco de imagens/Arquivo da editora

10. A imagem não está representada com medidas reais.

Banco de imagens/
Arquivo da editora

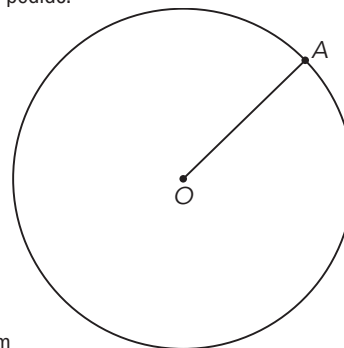
11. A imagem não está representada com medidas reais.

Com centro em A e raio medindo R, com $R > \frac{AB}{2}$, traçamos um arco de circunferência. Com centro em B e mesmo raio R, traçamos outro arco. A reta m que passa por C e D, intersecções desses arcos, é o conjunto pedido.

Banco de imagens/Arquivo da editora

$AB = 60$ mm

A reta m é a mediatriz de $\overline{AB}$, ou seja, é o conjunto de pontos que distam igualmente de A e B.

12. A imagem não está representada com medidas reais.

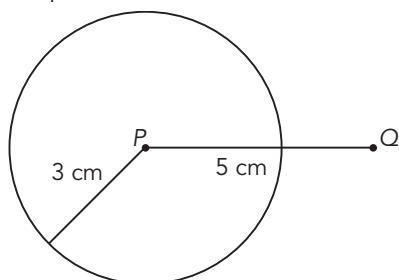
Com centro O e raio de medida 45 mm, traçamos a circunferência, que é o conjunto pedido.

Banco de imagens/Arquivo da editora

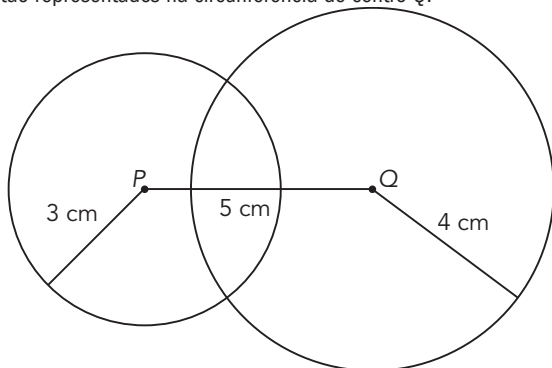
$AO = 45$ mm

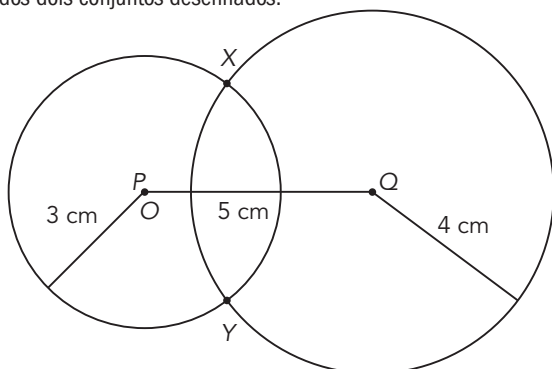
13. As imagens não estão representadas com medidas reais.

a) O conjunto dos pontos que estão a 3 cm de medida de distância de *P* estão representados na circunferência.

Banco de imagens/Arquivo da editora

P Q 3 cm 5 cm

b) O conjunto dos pontos que estão a 4 cm de medida de distância de *Q* estão representados na circunferência de centro *Q*.

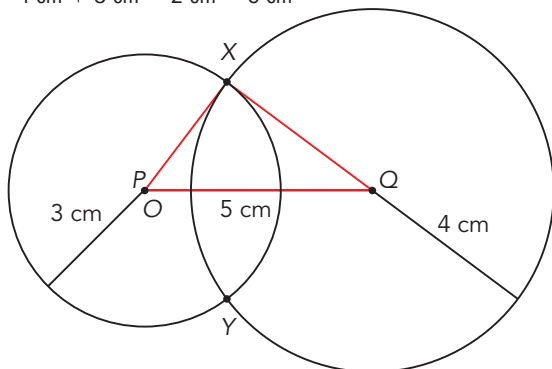
Banco de imagens/Arquivo da editora

c) Os pontos *X* e *Y* representados na figura são os pontos de intersecção dos dois conjuntos desenhados.

Banco de imagens/Arquivo da editora

d) Os lados do triângulo *PXQ* são os segmentos de reta $\overline{PX}$, $\overline{XQ}$ e $\overline{PQ}$, cujas medidas são:

PX corresponde à medida do raio da circunferência de centro *P*, ou seja, 3 cm.

XQ corresponde à medida do raio da circunferência de centro *Q*, ou seja, 4 cm.

$PQ = 4 \text{ cm} + 3 \text{ cm} - 2 \text{ cm} = 5 \text{ cm}$

Banco de imagens/Arquivo da editora

14. Resposta pessoal.

Participe (p. 231)

Resposta pessoal. Espera-se que o estudante chegue à conclusão de que todas as razões obtidas são aproximadamente iguais e que o valor delas é próximo de 3.

15. a) $c = \pi \cdot d = \pi \cdot 10 \text{ cm} \simeq 3{,}14 \cdot 10 \text{ cm} = 31{,}4 \text{ cm}$

b) $c = \pi \cdot 4 \text{ cm} \simeq 3{,}14 \cdot 4 \text{ cm} = 12{,}56 \text{ cm}$

16. a) $c = \pi \cdot d = \pi \cdot 2r \simeq 3{,}14 \cdot 2 \cdot 2{,}5 \text{ cm} = 15{,}70 \text{ cm}$

b) $c = \pi \cdot 2r \simeq 3{,}14 \cdot 2 \cdot 3{,}25 \text{ cm} = 20{,}41 \text{ cm}$

17. A roda-gigante Rio Star tem 84 metros de medida diâmetro; então: $c = \pi \cdot d = 3{,}14 \cdot 84 \text{ m} = 263{,}76 \text{ m} \simeq 263{,}8 \text{ m}$

18. De $c = \pi \cdot d$ vem:

$$d = \frac{c}{\pi} = \frac{1{,}57 \text{ cm}}{\pi} \simeq \frac{157}{3{,}14} = 50 \text{ cm}$$

19. Em **I**: $\frac{c}{d} = \frac{30 \text{ pu}}{10 \text{ pu}} = 3$. Usavam $\pi = 3$.

Em **II**: $\frac{c}{d} = \frac{12{,}5 \text{ pés}}{4 \text{ pés}} = 3{,}125$. Usavam $\pi = 3{,}125$.

20. a) $\frac{c}{d} = \frac{18{,}8}{6} \simeq 3{,}13$

b) $\frac{c}{d} = \frac{9{,}4}{3} \simeq 3{,}13$

c) $\frac{c}{d} = \frac{62{,}8}{20} \simeq 3{,}14$

- O resultado dos 3 itens é aproximadamente o mesmo.
- É o número pi, representado por π.

Na mídia

1. Exemplos de resposta: Círculos e regiões planas com a forma de retângulos, trapézios, paralelogramos.
2. Como 1 hora corresponde a 60 minutos, temos que em 90 minutos há 1 hora e 30 minutos.
3. Tarsila do Amaral; ela viveu 87 anos $(1\,973 - 1\,886 = 87)$.

Na História

Exemplo de resposta: A circunferência foi dividida em 360 graus porque, segundo alguns historiadores, assírios dividiam a circunferência em 6 partes iguais e, cada uma dessas partes, em 60 partes iguais. Os escritos do astrônomo grego Ptolomeu também apontam para uma divisão da circunferência em 360 partes iguais. (Fontes dos dados: SILVA, Circe M. S.; ARAÚJO, Cláudia A. C. Conhecendo e usando a história da matemática. *Educação e Matemática*, Vitória: Ufes, n. 61, jan./fev. 2001. Disponível em: https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/964/1013. Acesso em: 20 abr. 2022; VIANA, Giovana K. A. M.; TOFFOLI, Sônia F. L.; SODRÉ, Ulysses. Geometria. *Matemática Essencial*. Londrina: UEL, 29 jul. 2020. Disponível em: http://www.uel.br/projetos/matessencial/basico/fundamental/angulos.html. Acesso em: 20 abr. 2022.)

Capítulo 19

Participe (p. 238)

a) Não é possível construir um triângulo com as medidas dadas, pois não se obtém uma linha fechada.

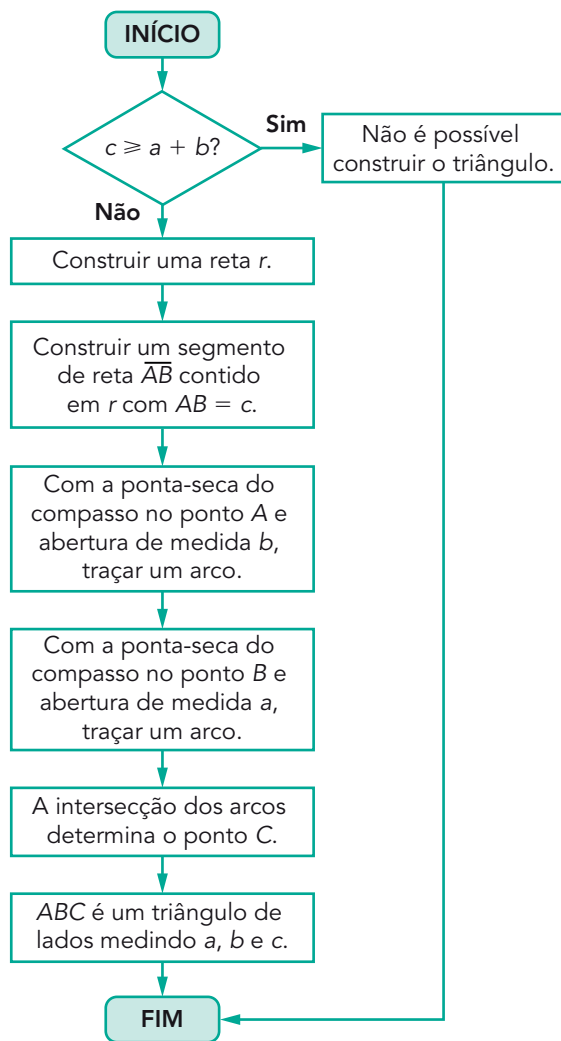
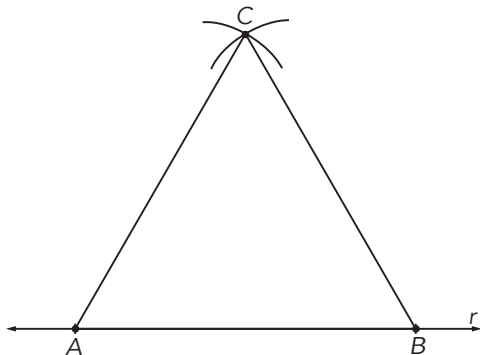
b) Não é possível construir um triângulo com as medidas dadas, pois não se obtém uma linha fechada.

Atividades

1. a) São 3 vértices: *R*, *S* e *T*.

b) São 3 lados: $\overline{RS}$, $\overline{RT}$ e $\overline{ST}$.

c) São 3 ângulos: $\hat{R}$, $\hat{S}$ e $\hat{T}$.

2. Exemplo de resposta, dadas as medidas a, b e c dos lados, em que c é a maior das medidas:

3. A imagem não está representada com medidas reais.
Sobre uma reta r marcamos os pontos A e B, tais que $AB = 5$ cm. Centramos o compasso no ponto A com abertura de medida 5 cm e traçamos um arco de circunferência. Repetimos a operação com centro em B e traçamos outro arco, que intersecta o anterior no ponto C. Obtemos assim o triângulo equilátero ABC.

4. Exemplo de resposta: Sobre uma reta r marcamos os pontos A e B. Centramos o compasso no ponto A com abertura de mesma medida do segmento de reta $\overline{AB}$ e traçamos um arco de circunferência. Repetimos a operação com centro em B e traçamos outro arco, que intersecta o anterior no ponto C. Obtemos assim o triângulo equilátero ABC.

5. a) Sim, pois o maior lado mede 7 cm e $7 < 5 + 3$.
b) Não, pois 7 não é menor do que $2 + 3$.
c) Sim, pois o maior lado mede 3 cm e $3 < 3 + 2$.
d) Não, pois 10 não é menor do que $5 + 5$.
e) Sim, pois o maior lado mede 4 cm e $4 < 4 + 4$.
f) Não, pois 3 não é menor do que $1 + 2$.

6. Se o triângulo é isósceles, significa que dois lados são congruentes. Portanto, se dois lados medem 4 cm e 6 cm, então o terceiro lado mede 6 cm ou 4 cm.

7. Seguindo a propriedade "em qualquer triângulo, a medida de cada lado é menor do que a soma das medidas dos outros dois lados", temos que o terceiro lado pode medir: 6 cm, 7 cm, 8 cm, 9 cm, 10 cm, 11 cm ou 12 cm.

8. $x + 2y = 40$
$12 + 2y = 40$
$2y = 40 - 12$
$2y = 28$
$y = 14$
Os outros lados medem 14 cm e 14 cm.

9. $2x - 7 = x + 5$
$2x - x = 5 + 7$
$x = 12$

10. $3x - 10 = x + 4$
$3x - x = 4 + 10$
$2x = 14$
$x = 7$
$BC = 2x + 4 = 2 \cdot 7 + 4 = 18$

11. Considerando os múltiplos de 6 positivos candidatos para ser a medida do terceiro lado, em centímetros, temos:
- 6. Não é possível, pois $6 + 8 < 21$;
- 12. Não é possível, pois $12 + 8 < 21$;
- 18. Possível, pois $18 + 8 > 21$;
- 24. Possível, pois $21 + 8 > 24$.

Nenhum outro múltiplo de 6, maior do que 24, é possível, pois $21 + 8 = 29 < 30$. Portanto, as medidas possíveis para o terceiro lado são, 18 cm ou 24 cm.

Participe (p. 240)

a) Exemplo de resposta: $35° + 55° + 90° = 180°$.
b) Sim, é a mesma medida. Exemplo de resposta: $55° + 90° + 35° = 180°$.
c) Exemplo de resposta: Não é possível desenhar o triângulo com essas medidas dos ângulos, pois os segmentos de reta que deveriam formar os lados do triângulo não se encontram.
d) Resposta esperada: A soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°.

Participe (p. 243)

Experimento **1**:
Resposta esperada: Mesmo tendo lados com as mesmas medidas, os quadriláteros têm formas diferentes.
Experimento **2**:
Resposta esperada: Todos os triângulos são iguais, têm a mesma forma.

12. a) $40° + 30° + x = 180°$
$70° + x = 180°$
$x = 180° - 70°$
$x = 110°$
Triângulo obtusângulo.
b) $90° + 40° + x = 180°$
$130° + x = 180°$
$x = 180° - 130°$
$x = 50°$
Triângulo retângulo.

13. $45° + 57° = 102°$
$180° - 102° = 78°$
Os ângulos desse triângulo medem 45°, 57° e 78°; portanto, é um triângulo acutângulo.

14. Não pode ter dois ângulos obtusos nem dois ângulos retos, pois, nesses casos, a soma das medidas dos ângulos internos ultrapassaria 180°.

15. a) São complementares, pois a soma das medidas deles é 90°.
b) $x + 45° = 90°$
$x = 90° - 45°$
$x = 45°$
O outro ângulo agudo mede 45°.
c) $x + 2x = 90°$
$3x = 90°$
$x = 30°$
$x = 30°$ e $2x = 60°$.
Os ângulos medem 30° e 60°.

16. $80° + x + y = 180°$
$80° + x + x - 32° = 180°$
$2x + 48° = 180°$
$2x = 180° - 48°$
$2x = 132°$
$x = 66°$
$y = x - 32°$
$y = 66° - 32°$
$y = 34°$
Os ângulos medem 80°, 66° e 34°.

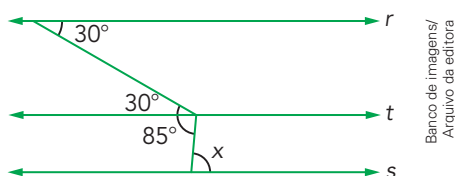
17. $\text{med}(\hat{B}) = 3 \cdot \text{med}(\hat{A})$
$\text{med}(\hat{C}) = 5 \cdot \text{med}(\hat{A})$
$\text{med}(\hat{A}) + \text{med}(\hat{B}) + \text{med}(\hat{C}) = 180°$
$\text{med}(\hat{A}) + 3 \cdot \text{med}(\hat{A}) + 5 \cdot \text{med}(\hat{A}) = 180°$
$9 \cdot \text{med}(\hat{A}) = 180°$
$\text{med}(\hat{A}) = 180° : 9 = 20°$
$\text{med}(\hat{B}) = 3 \cdot \text{med}(\hat{A})$
$\text{med}(\hat{B}) = 3 \cdot 20° = 60°$
$\text{med}(\hat{C}) = 5 \cdot \text{med}(\hat{A})$
$\text{med}(\hat{C}) = 5 \cdot 20°$
$\text{med}(\hat{C}) = 100°$

18. a) Sim.
b) Sim.
c) Sim.

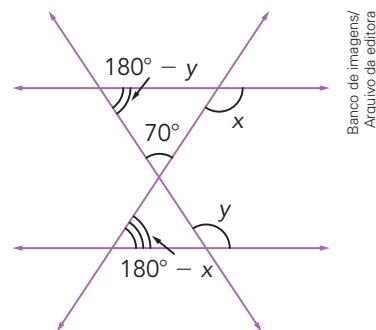
Participe (p. 245)

a) 50° e 70°.
b) 120°
c) Exemplo de resposta: A soma das medidas dos ângulos $\hat{x}$ e $\hat{y}$ é igual à medida do ângulo $\hat{z}$.

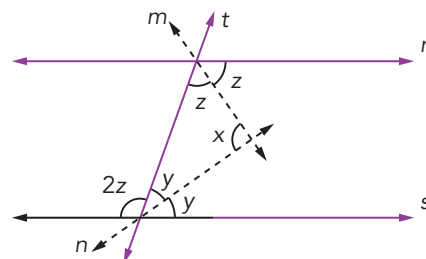
19. a) $x = 30° + 20° = 50°$
b) $x = 30° + 90° = 120°$

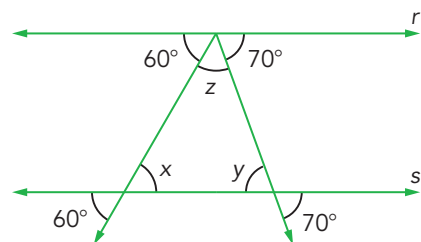
20. Traçando uma reta paralela a *r* que passa pelo vértice do ângulo de medida 115°, obtemos dois ângulos alternos internos.

Portanto, $x = 115° - 30° = 85°$.

21. a) $x = 180° - 150° = 30°$
$y = 80° + 30° = 110°$
b) $x = 30° + 40° = 70°$
$y = 55° + 70° = 125°$

22.

$x = 70° + (180° - y)$
$y = 70° + (180° - x)$
$x + y = 70° + (180° - y) + 70° + (180° - x)$
$x + y = 500° - y - x$
$x + y + x + y = 500°$
$2 \cdot (x + y) = 500°$
$(x + y) = 500° : 2$
$x + y = 250°$

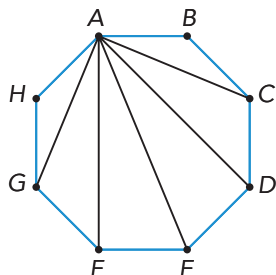
23. $x + 20° + 80° = 180°$
$x = 180° - 100°$
$x = 80°$

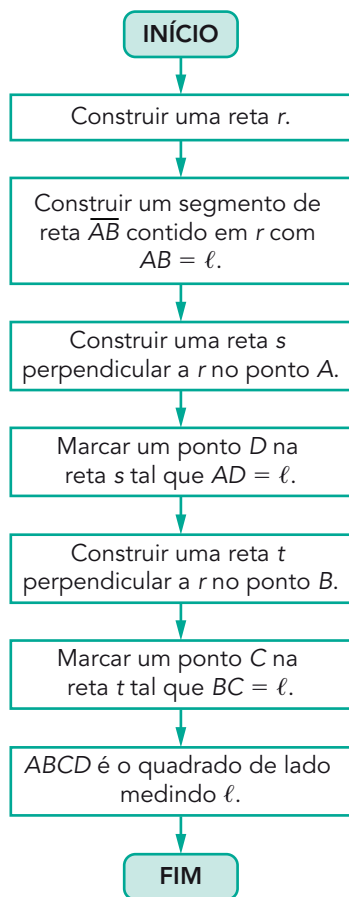
24.

$2z + 2y = 180° \quad (: 2)$
$z + y = 90°$
$x + y + z = 180°$
$x + 90° = 180°$
$x = 90°$

25. Se $r \parallel s$, então $y = 70°$ e $x = 60°$.

$60° + 70° + z = 180°$
$z = 180° - 130°$
$z = 50°$

26. $x + x + 10° + x - 10° = 180°$
$3x = 180°$
$x = 60°$
$x + 10° = 70°$
$x - 10° = 50°$
Os ângulos internos medem 50°, 60° e 70°, respectivamente.

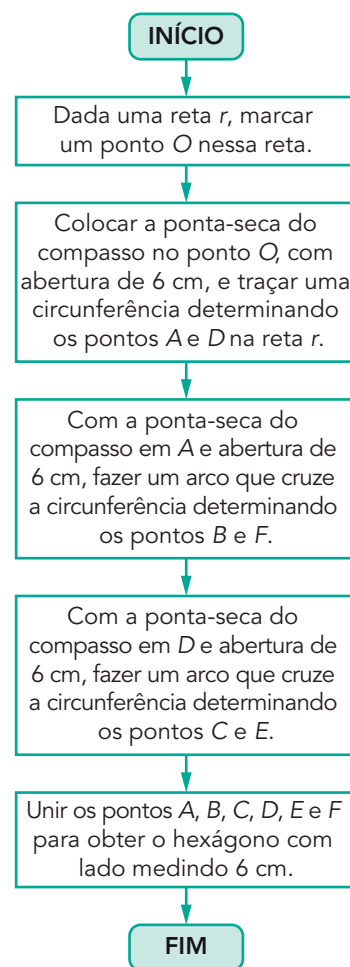
27. $2x + 3x = 75°$
$5x = 75°$
$x = 15°$
$3x = 3 \cdot 15 = 45°$
$y = 180° - 45° = 135°$

28. Em um octógono regular temos 6 triângulos:

$6 \cdot 180° = 1\,080°$
Logo, a soma das medidas dos ângulos internos do octógono regular é igual a 1 080° e dos ângulos externos, 360°.

29.

30. Sobre uma reta r marcamos os pontos A e B, tal que $AB = 5$ cm (medida do lado do quadrado).
Pelo ponto A, traçamos uma perpendicular à reta r.
Colocamos o compasso no ponto A, com abertura $AB = 5$ cm, traçamos um arco de circunferência que cruza a reta perpendicular à reta r, obtendo, assim, o ponto D.
Em seguida, colocamos a ponta-seca do compasso nos pontos B e D e, com a mesma abertura do lado do quadrado, fazendo dois arcos de modo que se cruzem formando o ponto C.
Unindo os pontos A, B, C e D, formamos os lados $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ e $\overline{AD}$ do quadrado $ABCD$, que medem 5 cm.

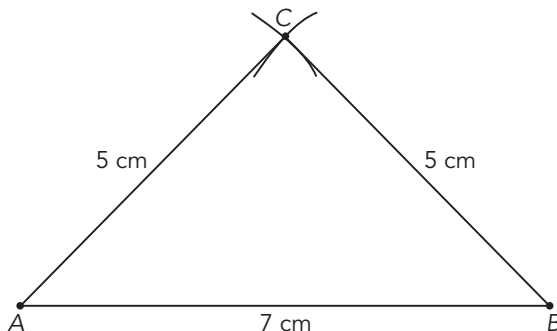
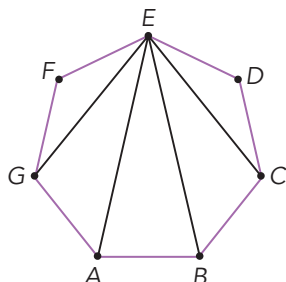
31. Considerando x a medida de cada ângulo externo do decágono, temos:
$144° + x = 180°$
$x = 180° - 144°$
$x = 36°$

32. Sobre uma reta r marcamos um ponto O.
Colocamos a ponta-seca do compasso nesse ponto O e, com abertura de 4 cm, traçamos uma circunferência que cruza essa reta em dois pontos, que chamaremos de A e D.
Com a mesma abertura, colocamos o compasso no ponto A, fazendo um arco que cruza a circunferência em outros dois pontos B e F.
Em seguida, colocamos o compasso no ponto D e, com a mesma abertura, fazemos um arco que cruza a circunferência em outros dois pontos C e E.
Unindo os pontos A, B, C, D, E e F, obtemos o hexágono $ABCDEF$ de lado medindo 4 cm.

33.

Na História

1. Lembram hexágonos regulares. Eles são apropriados, pois entre os polígonos regulares colocados lado a lado sem que se tenha sobreposições ou lacunas, o hexágono regular é o que tem a maior medida de área.
2. Medirá 120°, sendo que isso garante que outro hexágono possa ser colocado lado a lado sem que haja sobreposição ou lacunas.
3. Os ângulos externos à extremidade comum aos dois pentágonos regulares não serão suficientes para que se encaixe ali outro pentágono regular.

Na Unidade

1. O segmento de reta $\overline{PC}$ é o que melhor representa a distância do ponto P à reta r, pois é o mais próximo da perpendicular à reta por P. Logo, alternativa **c**.
2. $PA = PB = PC = 1{,}6$ cm
   Medida de diâmetro: $2 \cdot 1{,}6$ cm $= 3{,}2$ cm.
3. O ponto C é exterior à circunferência; assim, o segmento de reta $\overline{OC}$ é maior do que o raio. Logo, alternativa **c**.
4. **a)** $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ e $\overline{OC}$.
   b) $\overline{CD}$ e $\overline{AC}$.
   c) $\overline{AC}$
5. $c = \pi \cdot 2r \simeq 3{,}14 \cdot 2 \cdot 4$ cm $= 25{,}12$ cm
6. A imagem não está representada com medidas reais.

7. **a)** $4 < 6 + 9$; $6 < 4 + 9$ e $9 < 4 + 6$, logo, existe o triângulo, pois a medida de cada lado é menor do que a soma das medidas dos outros dois.
   b) $2 < 2 + 2$, logo, existe o triângulo, pois a medida de cada lado é menor do que a soma das medidas dos outros dois.
   c) Não existe triângulo, pois $13 > 10 + 1$.
8. **a)** $45° + 120° + x = 180°$
   $x = 180° - 45° - 120°$
   $x = 15°$
   Triângulo obtusângulo.
   b) $40° + 80° + x = 180°$
   $x = 180° - 40° - 80°$
   $x = 60°$
   Ou:
   $120° + x = 180°$
   $x = 180° - 120°$
   $x = 60°$
   Triângulo acutângulo.
9. **a)** Não, pois o triângulo equilátero tem os três lados com medidas iguais e isso não acontece com o triângulo obtusângulo.
   b) Sim, pois o triângulo escaleno tem os três lados com medidas diferentes e o triângulo retângulo, que é o que possui um ângulo reto, também pode apresentar os três lados com medidas diferentes.
10. Em um heptágono temos 5 triângulos, então $5 \cdot 180° = 900°$.

Logo, a soma das medidas dos ângulos internos do heptágono regular é igual a 900° e a dos ângulos externos, 360°.

Unidade 8

Abertura (p. 255)

- Espera-se que o estudante descreva as formas, as cores e as posições das figuras de aves e peixes, bem como as quantidades em cada faixa e a direção e o sentido em que ocorrem as translações. Na translação, há o deslocamento da figura com a preservação de forma, tamanho, cores e direção, que neste caso é diagonal e horizontal. Exemplos de resposta: deslocamento de um automóvel na avenida, deslocamento de um elevador, movimento da Terra no espaço.
- Resposta esperada: O quebra-cabeça que reproduz a obra de padrões geométricos, pois a regularidade das figuras facilita identificar a continuidade das peças.

Capítulo 20

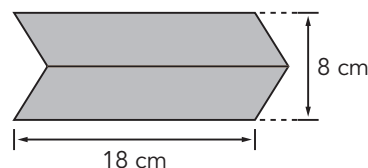
Participe (p. 257)

a) A unidade de medida mais adequada é o km (quilômetro).
b) A unidade de medida utilizada é o km² (quilômetro quadrado).
c) A unidade de medida utilizada é o m² (metro quadrado).
d) A unidade de medida utilizada é o m (metro).

Participe (p. 258)

I. a) Multiplicação da medida da base pela medida da altura.
b) Medida de área da região: $(25 \cdot 20)$ m² $= 500$ m².
II. a) O formato diferencia uma região da outra; a região do terreno de Leonardo que foi cercada para plantar hortaliças tem o formato que lembra um retângulo, e a de Joaquim tem o formato que lembra um paralelogramo.
b) Resposta esperada: É possível calcular ambas as medidas de área usando o mesmo procedimento.

Atividades

1. Medida de área: 8 cm $\cdot$ 5 cm $= 40$ cm².
2. A área do paralelogramo mede, em cm², $20 \cdot 1{,}25 = 25$.
   Para que a área do quadrado também meça 25 cm², devemos ter (medida do lado) $\cdot$ (medida do lado) $= 25$ cm², o que só ocorre se (medida do lado) $= 5$ cm.
3. A área do quadrado mede, em cm², $8 \cdot 8 = 64$.
   a) A área do retângulo mede $9 \cdot 7 = 63$, em cm², e não é equivalente.
   b) A área do paralelogramo mede $10 \cdot 6{,}4 = 64$, em cm², e é equivalente.
   c) A área do retângulo mede $16 \cdot 4 = 64$, em cm², e é equivalente.
   Logo, itens **b** e **c**.
4. A área do retângulo mede 6 cm $\cdot$ 8 cm $= 48$ cm².
   A área do paralelogramo também deve medir 48 cm². Como a base mede 12 cm, a altura medirá 4 cm, pois $48 : 12 = 4$.
5. A imagem não está representada com medidas reais.
   A logomarca é formada por dois paralelogramos de base medindo 18 cm e altura medindo 4 cm.

A área mede: $2 \cdot 18 \cdot 4 = 144$, em cm².
Como a área da região da camisa que poderá ser ocupada pela logomarca mede 150 cm² e a área da logomarca mede 144 cm², então a logomarca caberá na região da camisa.

Participe (p. 260)

I. A área do paralelogramo mede $4 \cdot 2 = 8$; ou seja, 8 cm². Cada um dos triângulos que o formam tem mesma medida de área, que equivale à metade da área do paralelogramo, ou seja, 4 cm².

II. Resposta esperada: A medida de área de um triângulo qualquer é igual ao produto da medida da base pela medida da altura relativa a essa base dividido por 2.

6. a) $A = \frac{4 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm}}{2} = 4 \text{ cm}^2$

b) $A = \frac{3 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm}}{2} = 3 \text{ cm}^2$

c) $A = 3 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} + \frac{2 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm}}{2} = 6 \text{ cm}^2 + 3 \text{ cm}^2 = 9 \text{ cm}^2$

7. a) $A = \frac{14 \text{ cm} \cdot 8 \text{ cm}}{2} = 56 \text{ cm}^2$

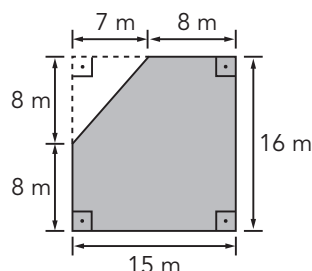
b) $A = \frac{8 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm}}{2} = 12 \text{ cm}^2$

c) $A = \frac{4 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm}}{2} = 10 \text{ cm}^2$

d) $A = \frac{4 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm}}{2} = 4 \text{ cm}^2$

8. a) A medida da área da região colorida é equivalente à área do quadrado dividida por 4, ou seja, $\frac{2{,}3 \text{ cm} \cdot 2{,}3 \text{ cm}}{4} = 1{,}3225 \text{ cm}^2$.

b) A medida da área da região colorida é equivalente à área do retângulo dividida por 4, ou seja, $\frac{5 \text{ cm} \cdot 1{,}5 \text{ cm}}{2} = 1{,}875 \text{ cm}^2$.

9. A medida de área da região colorida é a diferença entre as medidas de área de um retângulo (de dimensões medindo 15 m por 16 m) e de um triângulo (de base medindo 7 m e altura, 8 m).

A área mede: $15 \text{ m} \cdot 16 \text{ m} - \frac{7 \text{ m} \cdot 8 \text{ m}}{2} = 240 \text{ m}^2 - 28 \text{ m}^2 = 212 \text{ m}^2$.

Participe (p. 261)

I. A medida da área é $\frac{4 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm}}{2} = 6 \text{ cm}^2$.

II. Resposta esperada: A medida de área de um losango qualquer é igual à metade do produto das medidas das diagonais.

Participe (p. 261)

I. A medida da área é 7 cm². Isso pode ser obtido se for traçada a diagonal do trapézio dividindo-o em 2 triângulos com bases medindo 4 cm e 3 cm e com altura medindo 2 cm.

II. Resposta esperada: A medida de área de um trapézio qualquer é igual à metade da soma das medidas das bases vezes a medida da altura.

10. a) $A = \frac{4 \text{ cm} \cdot 2{,}5 \text{ cm}}{2} = 5 \text{ cm}^2$

b) $A = 3 \cdot 1{,}5 \text{ cm} = 4{,}5 \text{ cm}^2$

c) $A = \frac{(4 \text{ cm} + 1{,}5 \text{ cm}) \cdot 2 \text{ cm}}{2} = 5{,}5 \text{ cm}^2$

11. a) $A = \frac{4 \text{ cm} \cdot 8 \text{ cm}}{2} = 16 \text{ cm}^2$

b) $A = \frac{(18 \text{ cm} + 14 \text{ cm}) \cdot 10 \text{ cm}}{2} = 160 \text{ cm}^2$

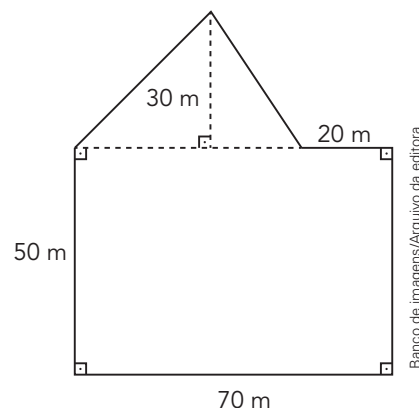
c) $A = \frac{(6 \text{ cm} + 2 \text{ cm}) \cdot 3 \text{ cm}}{2} = 12 \text{ cm}^2$

d) A medida da área do quadrado é $(4 \text{ cm})^2 = 16 \text{ cm}^2$ e a medida da área do losango é $\frac{4 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm}}{2} = 4 \text{ cm}^2$. Então, a medida da área da região colorida dada por: $16 \text{ cm}^2 - 4 \text{ cm}^2 = 12 \text{ cm}^2$.

12. Medida de área da parede: $4 \text{ m} \cdot 2{,}4 \text{ m} = 9{,}6 \text{ m}^2 = 96\,000 \text{ cm}^2$.
Medida de área do azulejo: $(40 \text{ cm})^2 = 1\,600 \text{ cm}^2$.
Quantidade de azulejos: $96\,000 \text{ cm}^2 : 1\,600 \text{ cm}^2 = 60$.

13. Exemplo de resposta: Mônica é arquiteta e foi contratada para fazer a planta baixa de um salão de festa. De acordo com o desenho que Mônica fez, qual é a medida de área que o salão de festas ocupará? Resposta: São 6 quadradinhos inteiros e mais 3 metades de quadradinhos, então: $6 \text{ cm}^2 + 1{,}5 \text{ cm}^2 = 7{,}5 \text{ cm}^2$.

14. Exemplo de resposta: Luciana é engenheira e precisou calcular a medida de área da superfície ocupada por um lago para saber qual é a medida de área útil do terreno. Quanto é, aproximadamente, a medida de área do lago? Resposta: São aproximadamente 9 quadradinhos pintados, então a área do lago mede aproximadamente 9 m².

15. Exemplo de resposta: Um terreno tem o formato representado a seguir.

Quantos metros quadrados de grama serão necessários para cobrir a superfície toda do terreno? Resposta: 4 250 m².

16. a) A medida de volume do paralelepípedo será dada por:
$V = 2{,}5 \text{ m} \cdot 1{,}2 \text{ m} \cdot 2 \text{ m} = 6 \text{ m}^3$.

b) A medida de volume do paralelepípedo será dada por:
$V = 100 \text{ cm} \cdot 80 \text{ cm} \cdot 360 \text{ cm} = 2\,880\,000 \text{ cm}^3 = 2{,}88 \text{ m}^3$.

17. $V = 20 \text{ m} \cdot 5 \text{ m} \cdot 1{,}8 \text{ m} = 180 \text{ m}^3$. A medida de capacidade da piscina é 180 m³.

18. $1\,000 \text{ L} : 25 \text{ L} = 40$. Serão necessários 40 baldes.

19. a) $0{,}5 \text{ L} = 500 \text{ mL}$; $250 \text{ mL} + 500 \text{ mL} = 750 \text{ mL}$. A medida de volume total de gelatina preparada é 750 mL.

b) $750 \text{ mL} : 150 \text{ mL} = 5$. Juliana conseguiu encher 5 recipientes.

20. a) A medida de área da base do contêiner é calculada por: $6 \text{ m} \cdot 2 \text{ m} = 12 \text{ m}^2$.
A medida de área da caixa de papelão é calculada por: $1 \text{ m} \cdot 1 \text{ m} = 1 \text{ m}^2$. Então, $12 \text{ m}^2 : 1 \text{ m}^2 = 12$; cabem 12 caixas no piso do contêiner.

b) Como o contêiner tem 3 metros de medida da altura, a quantidade de caixas que poderão ser guardadas nele é $3 \cdot 12$ caixas $= 36$ caixas.

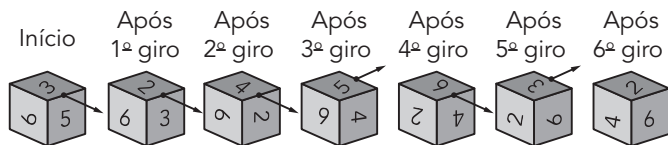
21. Exemplo de resposta: Marcos e Ana estão brincando de reproduzir algumas imagens com os cubinhos do material dourado. Depois, eles

anotam qual é a medida de volume da estrutura construída. Qual é a medida de volume da construção que eles vão reproduzir de acordo com a imagem? Resposta: 8 cm^3.

22. Exemplo de resposta: O reservatório em que uma fábrica armazena a produção de suco tem o formato de um paralelepípedo com as seguintes medidas das dimensões: 2 m por 3 m por 2,5 m. Sabendo que o suco produzido será armazenado em garrafas com 0,75 L de medida de capacidade e o reservatório está completamente cheio, quantas garrafas devem ser utilizadas para armazenar esse suco? Resposta: $V = 2\text{ m} \cdot 3\text{ m} \cdot 2{,}5\text{ m} = 15\text{ m}^3$; $15\text{ m}^3 = 15\,000\text{ L}$; $15\,000\text{ L} : 0{,}75\text{ L} = 20\,000$; serão necessárias 20 000 garrafas.

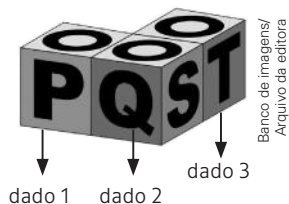
Na olimpíada (p. 265)

Girando o dado

Banco de imagens/Arquivo da editora

Na face superior, após o sexto giro, fica a face 2. Logo, alternativa **b**.

As faces invisíveis

Como as faces com as letras *P*, *Q*, *S* e *T* são adjacentes à face *O*, concluímos que sua face oposta é a que contém a letra *R*. A face de contato entre o dado 1 e 2 não pode conter a letra *P*, pois senão essa face se repetiria no dado 1, e não pode conter *Q* ou *S*, pois o mesmo aconteceria no dado 2. Sendo assim, contém a letra *T*, que é oposta à face com a letra *S* (dado 2).

Banco de imagens/Arquivo da editora

Logo, alternativa **a**.

Capítulo 21

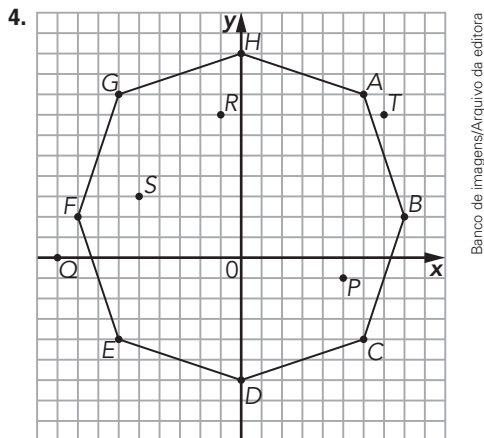
Atividades

1. $D(-2, 5)$; $E(4, 0)$; $F(0, -5)$; $G(-1, 2)$; $H(6, -6)$; $I(-4, -5)$; $J(-7, 7)$; $K(0, 3)$; $L(-4, 1)$.

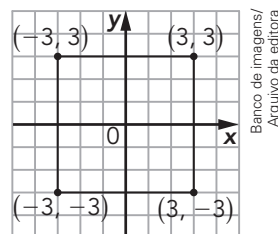
2. $A(1, 2)$; $B(-2, 0)$; $C(2, -1)$.

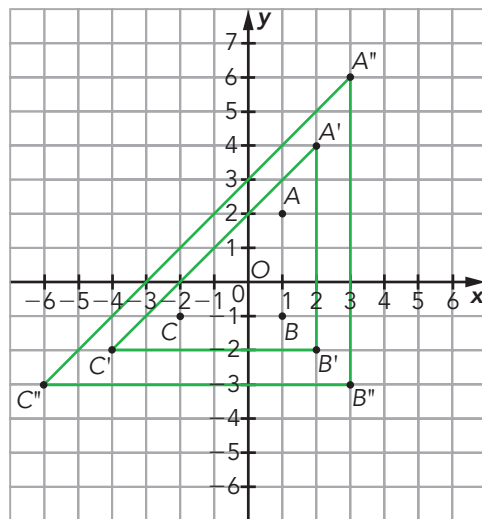
3. Verificar que $A'B' = 3 \cdot AB$.

4.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Os pontos que ficam na região interior do octógono são: *P*, *R* e *S*.

5.

Banco de imagens/Arquivo da editora

As coordenadas dos vértices desse quadrado são: $(3, 3)$, $(-3, 3)$, $(-3, -3)$ e $(3, -3)$.

6.

Banco de imagens/Arquivo da editora

a) $A'(2, 4)$, $B'(2, -2)$ e $C'(-4, -2)$.

b) $A''(3, 6)$, $B''(3, -3)$ e $C''(-6, -3)$.

c) Os lados do triângulo $A'B'C'$ medem o dobro dos lados do triângulo ABC, e os lados do triângulo $A''B''C''$ medem o triplo dos lados do triângulo ABC.

Participe (p. 268)

I. Exemplos de resposta: A simetria em relação à reta *r* transformou **A** em **B**. A reflexão de **A** em torno da reta *r* é **B**. **A** e **B** são simétricas em relação à reta *r*.

II. São iguais.

7. A reta $\overleftrightarrow{AM}$ deve ser construída de modo que $AM = 4$ cm e $MB = 4$ cm.

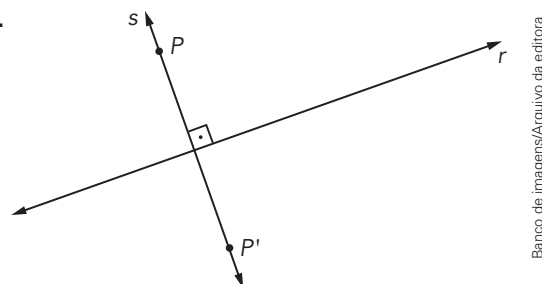
Banco de imagens/Arquivo da editora

8. **a)** Ponto *O*.
b) Ponto *B*.
c) Ponto *P*.
d) Ponto *O*.
e) Ponto *A*.

9. **a)** $(7, 3)$
b) $(1, -1)$
c) $(-2, 3)$
d) $(1, 5)$

10. **a)** $C(1, 1)$ e $C'(-1, -1)$.
b) $A(1, 3)$ e $A'(-1, -3)$.
c) $B(4, 3)$ e $B'(-4, -3)$.

11.

Banco de imagens/Arquivo da editora

12. a) Ponto G.

b) Ponto E.

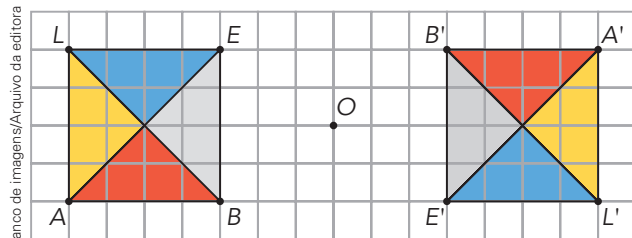
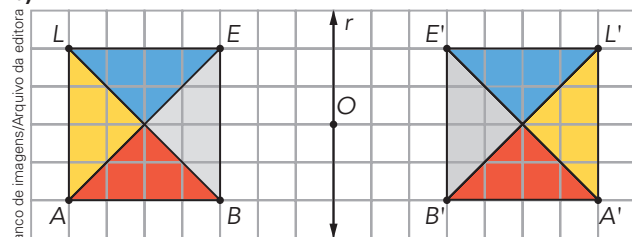
c) $C(-3, -1)$ e $C'(-3, 1)$.

d) $D(-2, -3)$ e $D'(2, -3)$.

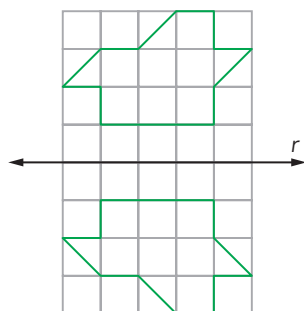
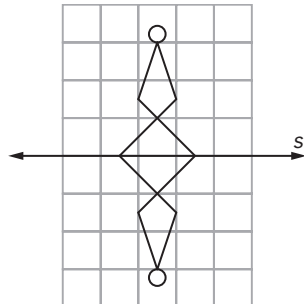
13. a)

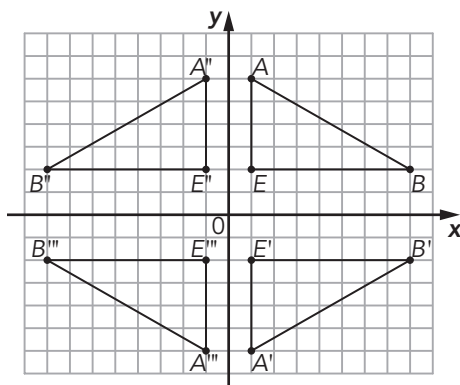
Banco de imagens/Arquivo da editora

b)

Banco de imagens/Arquivo da editora

14. a)

Banco de imagens/Arquivo da editora

b)

Banco de imagens/Arquivo da editora

15.

Banco de imagens/Arquivo da editora

16. a) $E(1, 2)$; $E'(1, -2)$; $B(8, 2)$; $B'(8, -2)$; $A(1, 6)$; $A'(1, -6)$. Multiplicando a ordenada por (-1) ou trocando o sinal da ordenada e mantendo a abscissa.

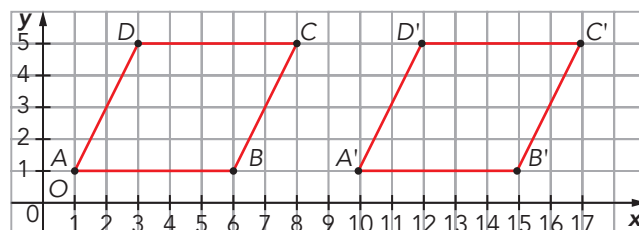
b) $E(1, 2)$; $E''(-1, 2)$; $B(8, 2)$; $B''(-8, 2)$; $A(1, 6)$; $A''(-1, 6)$. Multiplicando a abscissa por (-1) e mantendo a ordenada.

c) $E(1, 2)$; $E'''(-1, -2)$; $B(8, 2)$; $B'''(-8, -2)$; $A(1, 6)$; $A'''(-1, -6)$. Multiplicando a abscissa e a ordenada por (-1).

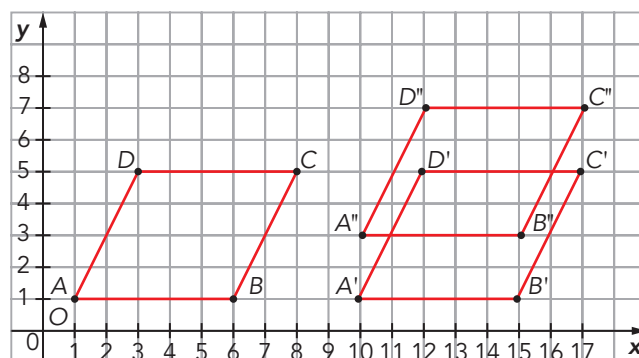
Participe (p. 271)

a) $A(1, 1)$; $B(6, 1)$; $C(8, 5)$; $D(3, 5)$.

b) $A'(10, 1)$; $B'(15, 1)$; $C'(17, 5)$; $D'(12, 5)$.

c)

Banco de imagens/Arquivo da editora

d) O paralelogramo $A'B'C'D'$ é obtido aplicando ao paralelogramo $ABCD$ uma translação na direção horizontal de 9 u.c. para a direita.

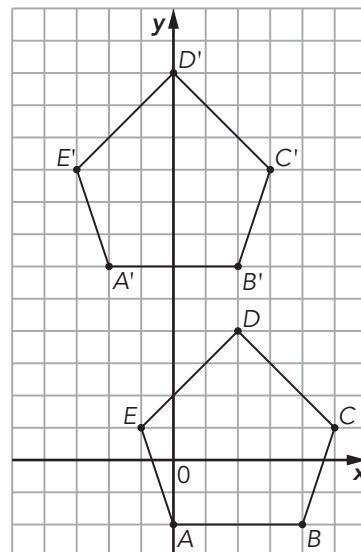
e) $A''(10, 3)$; $B''(15, 3)$; $C''(17, 7)$; $D''(12, 7)$.

Banco de imagens/Arquivo da editora

f) O paralelogramo $A''B''C''D''$ é obtido aplicando ao paralelogramo $A'B'C'D'$ uma translação na direção vertical de 2 u.c. para cima.

g) O paralelogramo $A''B''C''D''$ é obtido aplicando ao paralelogramo $ABCD$ uma translação na direção inclinada de 9 u.c. para a direita e de 2 u.c. para cima.

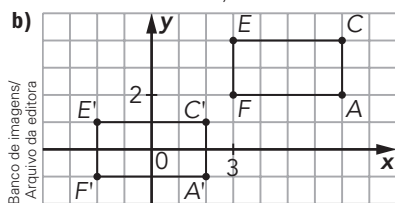
Participe (p. 274)

a) $(4, 5)$ **b)** $(7, 2)$ **c)** $(4, -1)$

17.

Banco de imagens/Arquivo da editora

18. a) $FA = CE = 7 - 3 = 4$ e $AC = EF = 4 - 2 = 2$. A medida de perímetro é: $2 \cdot 4 + 2 \cdot 2 = 12$; 12 u.c.

b)

Banco de imagens/ Arquivo da editora

c) $F'A' = C'E' = 4$ e $A'C' = E'F' = 2$. A medida de perímetro é: $2 \cdot 4 + 2 \cdot 2 = 12$; 12 u.c.

d) Não muda de forma nem de tamanho.

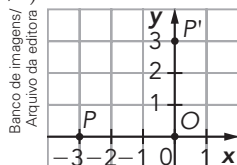
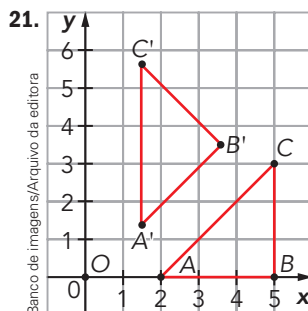
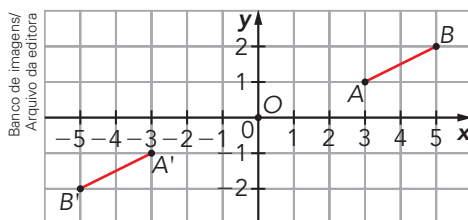
19. $P'(0, 3)$

Banco de imagens/ Arquivo da editora

20. $A'(-3, -1)$ e $B'(-5, -2)$.

Banco de imagens/ Arquivo da editora

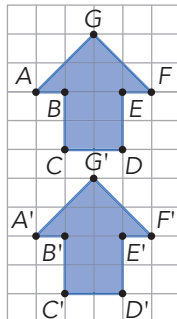
21.

Banco de imagens/Arquivo da editora

22. Exemplo de resposta: É possível identificar diversas reflexões, translações e rotações: há uma reflexão em relação à reta que passa pelo meio dos girinos representados dividindo-os simetricamente; há uma translação vertical em relação a cada grupo de três girinos da mesma cor cuja medida de distância transladada corresponde à medida da altura de três girinos; há uma rotação de cada girino em relação ao ponto de intersecção das cabeças dos três girinos de mesma cor com um ângulo de medida 120° (podendo ser no sentido horário ou anti-horário); entre outras transformações geométricas.

23. Resposta esperada: Pesquisar no *site* oficial de Escher para escolher e identificar as obras que apresentem pelo menos uma transformação geométrica. Exemplos de resposta encontram-se em: M.C. ESCHER. *Symmetry*. Disponível em: https://mcescher.com/gallery/symmetry/. Acesso em: 14 jun. 2022.

Matemática e tecnologias

1.

Banco de imagens/Arquivo da editora

2. Exemplo de resposta:

1º) Na aba "Ferramentas Básicas", selecione o ícone "Ponto" e marque um ponto qualquer clicando com o botão esquerdo do *mouse*.

2º) Na aba "Transformar", selecione o ícone "Reflexão em Relação a um Ponto", clique com o botão esquerdo do *mouse* no polígono inicial e, em seguida, no ponto marcado no 1º passo, produzindo a reflexão do polígono inicial em relação ao ponto escolhido.

Na Unidade

1. Se traçarmos as diagonais do losango, obteremos 4 triângulos retângulos amarelos congruentes entre si e congruentes aos triângulos azuis. Se retirarmos os 2 triângulos amarelos à direita e os colocarmos sobre os dois triângulos azuis à esquerda, obteremos um quadrado cujo lado mede 6 cm. Logo, alternativa **c**.

2. O projeto está representado através de um trapézio. A medida de área do projeto é calculada da seguinte maneira:

$$A = \frac{(10 \text{ cm} + 4 \text{ cm}) \cdot 20 \text{ cm}}{2} = 140 \text{ cm}^2$$

A escala é 1 : 10 000, então a medida de área real é 1 400 000 m².
Como 1 ha = 10 000 m², temos:
1 400 000 : 10 000 = 140; ou seja,
140 ha. Logo, alternativa **b**.

3. A medida da capacidade do baú do caminhão é obtida pelo produto das medidas das dimensões: $2 \text{ m} \cdot 1{,}85 \text{ m} \cdot 14 \text{ m} = 51{,}8 \text{ m}^3$. Como $1 \text{ m}^3 = 1\,000$ L, a capacidade do baú mede $51{,}8 \text{ m}^3 = 51\,800$ L.

4. Exemplo de resposta: Uma caixa cúbica tem as arestas que medem 2 m³ cada uma. Qual é a medida de capacidade dessa caixa? Resposta: 8 000 L.

5. Exemplo de resposta: Uma paisagista está planejando construir um jardim no qual serão plantados 3 tipos de flor em canteiros diferentes com as seguintes medidas das dimensões: rosas em um canteiro com 2,5 m por 3,2 m; margaridas em um canteiro com 3,2 m por 5 m; lírios em um canteiro com 5 m por 2,5 m. Em outra parte do jardim, com medida de área igual ao dobro da medida de área total plantada, será construída uma fonte de água. Qual é a medida de área:

a) destinada a cada canteiro?

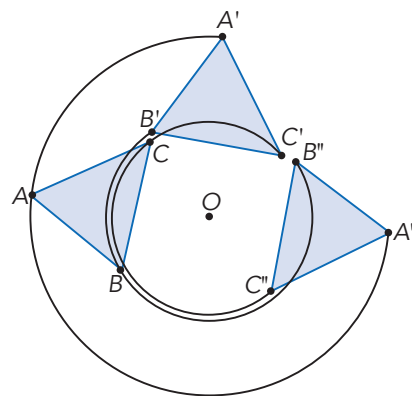
b) total plantada?

c) total da fonte de água?

Respostas: a) 8 m²; 16 m²; 12,5 m²; b) 36,5 m²; c) 73 m².

6. Reflexão e translação.

7. Os triângulos $A'B'C'$ e $A''B''C''$ são, respectivamente, resultantes da rotação do triângulo ABC em torno do ponto O, de 90° no sentido horário e de 180° no sentido anti-horário.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Unidade 9

Abertura (p. 279)

Resposta esperada: Se aumentar o número de animais, o valor disponível para cada cachorro vai diminuir, pois a doação mensal é fixa. Já a quantidade de ração consumida vai aumentar.

Capítulo 22

Participe (p. 282)

I. a) O número de estudantes que atingiu a nota A com o total de estudantes da turma.

b) Divisão.

c) $\frac{1}{5}$ $\left(\text{ou } \frac{5}{1}\right)$.

d) Razão.

e) Resposta esperada: Identificar que uma fração é uma razão entre dois números, possibilitando uma comparação.

II. a)
- O número de estudantes que atingiu a nota A está para o total de estudantes na razão de 1 para 5.
- A razão entre o número de estudantes que atingiu a nota A e o total de estudantes é $\frac{1}{5}$.

- O número de estudantes que atingiu a nota A está para o total de estudantes assim como 1 está para 5.

b) $\frac{5}{1}$ (ou 5).

Atividades

1. a) $\frac{18}{6} = 3$

b) $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

c) $\frac{2}{\frac{1}{3}} = 2 \cdot \frac{3}{1} = 6$

d) $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{1} = 2$

e) $\frac{-\frac{1}{5}}{-\frac{1}{3}} = \left(-\frac{1}{5}\right) \cdot \left(-\frac{3}{1}\right) = \frac{3}{5}$

f) $\frac{\frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

2. a) $\frac{1{,}25}{0{,}25} = \frac{125}{25} = 5$

b) $\frac{4}{2{,}5} = \frac{40}{25} = \frac{8}{5} = 1{,}6$

c) $\frac{0{,}333}{3} = 0{,}111$

d) $\frac{1{,}4}{-2{,}1} = -\frac{14}{21} = -\frac{2}{3} = -0{,}666...$

3. a) $\frac{14}{28} = 0{,}5 = 50\%$

b) $\frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{1} = \frac{2}{5} = 0{,}4 = 40\%$

c) $\frac{3}{12} = 0{,}25 = 25\%$

d) $\frac{0{,}06}{0{,}3} = 0{,}2 = 20\%$

4. $\frac{150 \text{ cm}}{120 \text{ cm}} = 1{,}25$

5. $\frac{3 \text{ cm}}{300 \text{ km}} = \frac{3 \text{ cm}}{30\,000\,000 \text{ cm}} = \frac{1}{10\,000\,000}$

A escala é 1 : 10 000 000.

6. A medida do segmento de reta na escala é 2 cm. A escala é: $\frac{2 \text{ cm}}{10 \text{ km}} = \frac{2 \text{ cm}}{1\,000\,000 \text{ cm}} = \frac{1}{500\,000}$, ou seja, 1 : 500 000.

7. $\frac{2{,}6 \text{ cm}}{3{,}12 \text{ m}} = \frac{26 \text{ mm}}{3120 \text{ mm}} = \frac{1}{120}$ ou

$\frac{3{,}5 \text{ cm}}{4{,}20 \text{ m}} = \frac{35 \text{ mm}}{4200 \text{ mm}} = \frac{1}{120}$.

Logo, na escala 1 : 120.

8. Vamos comparar as razões tendo como referência o preço em reais por litro.

Nas latas: 350 mL = 0,35 L;

razão: $\frac{2{,}80}{0{,}35} = 8$; R$ 8,00 por litro.

Nas garrafas: razão:

$\frac{7{,}00}{1{,}5} = 4{,}66$; R$ 4,66 por litro.

Comprando em garrafas, o consumidor paga menos por litro. Logo, a garrafa é mais econômica.

9. A de melhor desempenho é a que tiver mais pontos por jogo disputado. Vamos calcular a razão do número de pontos pelo número de jogos de cada equipe:

Bahia: $\frac{18}{15} = 1{,}2$; 1,2 ponto por jogo.

Vitória: $\frac{19}{16} = 1{,}1875$; 1,1875 ponto por jogo.

Como $1{,}2 > 1{,}1975$, o desempenho do Bahia é melhor.

10. Para calcular a razão é necessário deixar as medidas dos lados na mesma unidade; ambas em centímetros ou ambas em milímetros.

4 cm = 40 mm

$\frac{\text{medida de área de } A}{\text{medida de área de } B} = \frac{(40 \text{ mm})^2}{(8 \text{ mm})^2} =$

$= \frac{1600 \text{ mm}^2}{64 \text{ mm}^2} = 25$

11. O volume do cubo *A* mede $(4 \text{ cm})^3 = 64 \text{ cm}^3$, e o volume do cubo *B* mede $(2 \text{ cm})^3 = 8 \text{ cm}^3$. A razão entre as medidas de volume é $\frac{64 \text{ cm}^3}{8 \text{ cm}^3} = 8$.

12. a) Fazendo a razão

$\frac{\text{medida de distância}}{\text{medida de volume}} = \frac{480}{48} = 10.$

b) Esse veículo percorre 10 quilômetros com 1 litro de combustível.

13. $\frac{3600}{2000} = \frac{9}{5}$ ou 1,8.

14. Sendo *a* o maior deles, temos:

$\frac{a}{6} = \frac{5}{3}$

$a = 6 \cdot \frac{5}{3}$

$a = 10$

15. $\frac{x}{y} = 4$, logo $\frac{y}{x} = \frac{1}{4}$.

16. Sendo *a* um dos números, como a soma é 51, o outro número é $51 - a$. Dessa maneira, temos que:

$\frac{51 - a}{a} = \frac{13}{4} \Rightarrow 4 \cdot (51 - a) = 13 \cdot a \Rightarrow$

$\Rightarrow 204 - 4a = 13a \Rightarrow 204 = 17a \Rightarrow$

$\Rightarrow a = 12$

Então, um dos números é 12 e o outro é 39 $(51 - 12 = 39)$.

17. a) $3a = 5b$

$\frac{a}{b} = \frac{5}{3}$

b) Os números *a* e *b* são positivos e o quociente $\frac{a}{b}$ resulta em $\frac{5}{3}$.

$a = \frac{5}{3}b$, com $a > 0$ e $b > 0$.

Como $\frac{5}{3} > 1$, temos $a > b$.

18. A medida do perímetro de um retângulo é o dobro da soma das medidas do comprimento e da altura dele. Desse modo, temos que essa soma corresponde a 14 e, sendo *x* a medida do comprimento, a medida da altura é indicada por $14 - x$.

Dessa maneira, temos:

$\frac{x}{14 - x} = \frac{4}{3} \Rightarrow 3 \cdot x = 4 \cdot (14 - x) \Rightarrow$

$\Rightarrow 3x = 56 - 4x \Rightarrow 7x = 56 \Rightarrow x = 8$

Portanto, as dimensões do retângulo são 8 cm e 6 cm $(14 - 8 = 6)$.

19. A medida do perímetro de um retângulo é o dobro da soma das medidas do comprimento e da altura dele. Desse modo, temos que essa soma corresponde a 35 e, sendo *x* a medida do comprimento, a medida da altura é indicada por $35 - x$.

Dessa maneira, temos:

$\frac{x}{35 - x} = \frac{2}{5} \Rightarrow 5 \cdot x = 2 \cdot (35 - x) \Rightarrow$

$\Rightarrow 5x = 70 - 2x \Rightarrow 7x = 70 \Rightarrow x = 10$

Portanto, as dimensões do retângulo são 10 cm e 25 cm $(35 - 10 = 25)$, e a sua medida de área, 250 m^2 $(10 \cdot 25 = 250)$.

20. Exemplo de resposta: Um feirante vendeu 720 pastéis em um fim de semana. Se a quantidade de pastéis vendida no sábado está para a quantidade de pastéis vendida no domingo na razão de 3 para 5, quantos pastéis o feirante vendeu em cada dia? Resposta: 270 pastéis no sábado e 450 pastéis no domingo.

21. a) $-\frac{9}{16} = -\frac{18}{32}$ é verdadeira:

$(-9) \cdot 32 = 16 \cdot (-18) = -288.$

b) $-\frac{0{,}02}{0{,}003} = -\frac{40}{6}$ é verdadeira:

$(-0{,}02) \cdot 6 = (-40) \cdot 0{,}003 = -0{,}12.$

c) $\frac{3}{7} = \frac{15}{35}$ é verdadeira:

$3 \cdot 35 = 7 \cdot 15 = 105.$

d) $\frac{0{,}1}{0{,}01} = \frac{2}{20}$ é falsa:

$0{,}1 \cdot 20 = 2$ e $0{,}01 \cdot 2 = 0{,}02.$

22. Lê-se "$\frac{1}{5}$ está para $\frac{2}{7}$ assim como 7 está para 10".

$\frac{1}{5} \cdot 10 = 2$ e $\frac{2}{7} \cdot 7 = 2.$

A proporção é verdadeira.

23. As sequências das alternativas *a* e *b* são proporcionais à sequência do enunciado; a alternativa **a** está na proporção do dobro, e a alternativa **b**, do triplo.

24. a) Sim as medidas são proporcionais em uma razão de 5.

b) O fator proporcional é 5.

c) A medida de volume do micro-ondas é $50 \text{ cm} \cdot 37{,}5 \text{ cm} \cdot 30 \text{ cm} = 56\,250 \text{ cm}^3$ e a medida de volume da miniatura é $10 \text{ cm} \cdot 7{,}5 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm} = 450 \text{ cm}^3$, então a razão entre essas medidas é $\frac{50 \cdot 37{,}5 \cdot 30}{10 \cdot 7{,}5 \cdot 6} = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125.$

25. a) $x : 3 = 5 : 15$

$\frac{x}{3} = \frac{5}{15}$

$\frac{x}{3} = \frac{1}{3}$

$x = 1$

b) $1 : x = 2 : 6$

$\frac{1}{x} = \frac{2}{6}$

$x = 3$

c) $\frac{0{,}1}{3} = \frac{x}{9}$

$3x = 9 \cdot 0{,}1$

$x = 0{,}3$

d) $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{2}{7}} = \frac{\frac{3}{4}}{x}$

$\frac{1}{2} \cdot \frac{7}{2} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{x}$

$\frac{7}{4} = \frac{3}{4x}$

$7 \cdot 4x = 3 \cdot 4$

$x = \frac{3}{7}$

26. $\frac{1}{50\,000\,000} = \frac{5 \text{ cm}}{x}$

$x = 50\,000\,000 \cdot 5 \text{ cm} = 250\,000\,000 \text{ cm} = 2\,500 \text{ km}$

27. $\frac{1}{10\,000\,000} = \frac{x}{65\,000\,000 \text{ cm}}$

$x = \frac{65\,000\,000 \text{ cm}}{10\,000\,000} = 6{,}5 \text{ cm}$

28. a) $\frac{x}{4} = \frac{1}{2}$

$x = 2$

$\frac{y}{6} = \frac{1}{2}$

$y = 3$

b) $\frac{x}{15} = \frac{2}{3}$

$x = 10$

$\frac{4}{y} = \frac{2}{3}$

$y = 6$

c) $\frac{2x}{7} = 6$

$2x = 7 \cdot 6$

$x = 21$

$\frac{3y}{2} = 6$

$3y = 2 \cdot 6$

$y = 4$

d) $\frac{x}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{5}$

$x = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5}$

$x = \frac{2}{5}$

$\frac{y}{\frac{3}{2}} = \frac{3}{5}$

$y = \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{5}$

$y = \frac{9}{10}$

29. a) $1 \cdot 60 = 3 \cdot 20 = 5 \cdot 12 = 10 \cdot 6 = 60$; são inversamente proporcionais.

b) $1 \cdot 10 = 3 \cdot 5$; não são inversamente proporcionais.

c) $1 \cdot 30 = 3 \cdot 10 = 5 \cdot 6 = 10 \cdot 3 = 30$; são inversamente proporcionais.

d) $1 \cdot 1 = 3 \cdot \frac{1}{3} = 5 \cdot \frac{1}{5} = 10 \cdot \frac{1}{10} = 1$; são inversamente proporcionais.

30. O fator de proporcionalidade é $2 \cdot 60 = 120$ (ou $5 \cdot 24 = 120$ ou $6 \cdot 20 = 120$).

31. a) $2x = 24$

$x = 12$

$3y = 24$

$y = 8$

b) $7x = 84$

$x = 12$

$2y = 84$

$y = 42$

c) $\frac{x}{\frac{1}{2}} = 6$

$x = \frac{1}{2} \cdot 6$

$x = 3$

$\frac{y}{\frac{1}{3}} = 6$

$y = \frac{1}{3} \cdot 6$

$y = 2$

32. $1 \cdot x = 2 \cdot y = 11 \cdot z = 44 \Rightarrow \begin{cases} x = 44 \\ y = \frac{44}{2} = 22 \\ z = \frac{44}{11} = 4 \end{cases}$

33. Temos $2 \cdot 15 = 6x = 5y$. Assim:

$6x = 30$

$x = 5$

$5y = 30$

$y = 6$

34. Dividindo proporcionalmente temos:

$\frac{a}{3} = \frac{b}{8} = k \Rightarrow a = 3k$ e $b = 8k$

Desse modo, temos:

$a + b = 2002 \Rightarrow 3k + 8k = 2002 \Rightarrow$

$\Rightarrow 11k = 2002 \Rightarrow k = \frac{2002}{11} = 182$

Portanto, $a = 3 \cdot 182 = 546$ e $b = 8 \cdot 182 = 1\,456$ e, consequentemente, a medida de área das partes do terreno são 546 m² e 1 456 m².

Outra solução:

Como $3 + 8 = 11$, uma das partes corresponde a $\frac{3}{11}$ do total e, a outra, a $\frac{8}{11}$ do total. Portanto, a medida de área das partes do terreno são 546 m² $\left(\frac{3}{11} \cdot 2002 = 546\right)$ e 1 456 m² $\left(\frac{8}{11} \cdot 2002 = 1456\right)$.

35. Sendo $8k$ a quantia que Bruno vai receber, $7k$ a quantia que Carla vai receber e $9k$ a quantia que Deise vai receber, temos:

$8k + 7k + 9k = 300 \Rightarrow 24k = 300 \Rightarrow k = 12{,}5$

Logo, Bruno receberá R$ 100,00 $(8 \cdot 12{,}5 = 100)$, Carla receberá R$ 87,50 $(7 \cdot 12{,}5 = 87{,}5)$ e Deise receberá R$ 112,50 $(9 \cdot 12{,}5 = 112{,}5)$.

36. Como a quantidade de páginas que Andrea (*A*), Carol (*C*) e Emília (*E*) é inversamente proporcional a 3, 4 e 6, respectivamente, temos:

$3A = 4C = 6E = k \Rightarrow A = \frac{k}{3}$, $C = \frac{k}{4}$ e $E = \frac{k}{6}$.

Dessa maneira: $\frac{k}{3} + \frac{k}{4} + \frac{k}{6} = 4500 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{4k + 3k + 2k}{12} = 4500 \Rightarrow k = \frac{12 \cdot 4500}{9} = 6000.$

Agora, substituindo o valor de k para cada uma, temos:

$A = \frac{6\,000}{3} = 2000$; $C = \frac{6\,000}{4} = 1500$; $E = \frac{6\,000}{6} = 1000$;

portanto, Andrea deve digitar 2 000 páginas; Carol, 1 500 páginas; e Emília, 1 000 páginas.

37. Cada sobrinha vai receber:
9 450 reais : 2 = 4 725 reais;
9 450 reais : 3 = 3 150 reais;
9 450 reais : 6 = 1 575 reais.

38. O valor investido por João e Maria foi de 20 000 + 30 000 = 50 000; ou seja, 50 000 reais. O percentual investido por cada um foi de:

João: $\frac{20\,000}{50\,000} = 0{,}4 = 40\%$; Maria: $\frac{30\,000}{50\,000} = 0{,}6 = 60\%$.

Logo, o lucro recebido vai ser proporcional ao percentual investido:
João: $0{,}4 \cdot 7\,500$ reais = 3 000 reais;
Maria: $0{,}6 \cdot 7\,500$ reais = 4 500 reais.

39. a) Como a diferença entre a e b é igual a 14, podemos escrever $a = 14 + b$ e, considerando a proporcionalidade dada no enunciado, temos:

$\frac{14 + b}{b} = \frac{5}{7} \Rightarrow 7 \cdot (14 + b) = 5 \cdot b \Rightarrow$

$\Rightarrow 98 + 7b = 5b \Rightarrow 2b = -98 \Rightarrow b = -49$

Portanto, $b = -49$ e $a = -35$ (pois $14 + (-49) = -35$).

b) Como a soma de a e b é igual a 60, podemos escrever $b = 60 - a$ e, considerando a proporcionalidade dada no enunciado, temos:

$\frac{a}{60 - a} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3 \cdot a = 2 \cdot (60 - a) \Rightarrow$

$\Rightarrow 3a = 120 - 2a \Rightarrow 5a = 120 \Rightarrow a = 24$

Portanto, $a = 24$ e $b = 36$ (pois $60 - 24 = 36$).

40. Sendo x a parte que cabe a Sérgio, a parte referente à Luiza pode ser indicada como $2\,200 - x$. Desse modo, temos:

$\frac{x}{2200 - x} = \frac{6}{5} \Rightarrow 5 \cdot x = 6 \cdot (2\,200 - x) \Rightarrow$

$\Rightarrow 5x = 13200 - 6x \Rightarrow 11x = 13200 \Rightarrow x = 1200$

Sérgio deve receber R$ 1.200,00 e Luzia, R$ 1.000,00 (pois $2\,200 - 1\,200 = 1\,000$).

41. Sendo x a parte que Roseli recebeu, a parte de Claudia foi $900 - x$. Portanto, temos:

$\frac{x}{900 - x} = \frac{\cancel{450}^{9}}{\cancel{550}_{11}} \Rightarrow 11 \cdot x = 9 \cdot (900 - x) \Rightarrow$

$\Rightarrow 11x = 8100 - 9x \Rightarrow 20x = 8100 \Rightarrow x = 495$

Roseli recebeu R$ 495,00.

42. Se a, b e c são as partes procuradas, então:

$\frac{a}{7} = \frac{b}{8} = \frac{c}{10} = k$

$a = 7k$; $b = 8k$; $c = 10k$
Como $a + b + c = 5\,000$, temos:
$7k + 8k + 10k = 5\,000$
$25k = 5\,000$
$k = 200$
Assim, $a = 7 \cdot 200 = 1\,400$; $b = 8 \cdot 200 = 1\,600$ e $c = 10 \cdot 200 = 2\,000$.
Então, Marcelo receberá R$ 1.400,00, Luciano receberá R$ 1.600,00 e Alexandre receberá R$ 2.000,00.

43. Exemplo de resposta: Ari, Bosco e Celsinho formaram uma equipe para uma competição de 24 horas de corrida de *kart*. Cada um deles dirigiu o *kart* durante uma medida de tempo inversamente proporcional à sua idade. Se Ari tem 30 anos, Bosco tem 40 e Celsinho tem 24, quantas horas cada um dirigiu? Resposta: Se $30a = 40b = 24c = k$, então $a = \frac{k}{30}$, $b = \frac{k}{40}$ e $c = \frac{k}{24}$. Portanto:

$a + b + c = 24$

$\frac{k}{30} + \frac{k}{40} + \frac{k}{24} = 24$

$\frac{4k}{120} + \frac{3k}{120} + \frac{5k}{120} = 24$

$\frac{12k}{120} = 24$

$\frac{k}{10} = 24$

$k = 10 \cdot 24 = 240$

Logo, $a = \frac{240}{30} = 8$, $b = \frac{240}{40} = 6$ e $c = \frac{240}{24} = 10$. Portanto, Ari dirigiu por 8 horas; Bosco, por 6 horas e Celsinho, por 10 horas.

Na mídia

1. Como $\frac{1}{3}$ de 12 é igual a 4, podemos dizer que uma pessoa de 12 anos dormiu por 4 anos, ficando acordada por 8, já que $12 - 8 = 4$. Já que 1 ano equivale a 12 meses, 8 anos correspondem a $8 \cdot 12 = 96$, ou seja, 96 meses.

2. Resposta pessoal. Por exemplo, para quem dorme 8 horas por dia, a fração é $\frac{1}{2}$.

3. Resposta pessoal.

4. Resposta pessoal.

Capítulo 23

Atividades

1. As duas grandezas são diretamente proporcionais:

Custo dos brindes

Quantidade de brindes	10	20	30	50	$10 \cdot 10 =$ $= 100$	$16 \cdot 10 =$ $= 160$	$50 \cdot 10 =$ $= 500$
Custo (em reais)	60	$2 \cdot 60 =$ $= 120$	$3 \cdot 60 =$ $= 180$	$5 \cdot 60 =$ $= 300$	600	960	3000

Dados elaborados para fins didáticos.

2. As duas grandezas são diretamente proporcionais:

Milho para frangos

Quantidade de dias	30	60	90	$4 \cdot 30 =$ $= 120$	15	$1{,}5 \cdot 30 =$ $= 45$
Medida de massa (em kg)	60	$2 \cdot 60 =$ $= 120$	$3 \cdot 60 =$ $= 180$	240	$60 : 2 =$ $= 30$	90

Dados elaborados para fins didáticos.

3. As grandezas "quantidade de máquinas" e "medida de tempo" são inversamente proporcionais. O produto dos valores de "quantidade de máquinas" por "medida de tempo" deve ser constante; no caso, igual a $8 \cdot 40 = 320$.

Produção de embalagens

Quantidade de máquinas	Medida de tempo (em min)
8	40
4	$\frac{320}{4} = 80$
1	$\frac{320}{1} = 320$
$\frac{320}{64} = 5$	64
$\frac{320}{32} = 10$	32

Dados elaborados para fins didáticos.

4. As grandezas "quantidade de exemplares a produzir" e "Medida de massa de papel" são diretamente proporcionais.

Impressão de livros

Quantidade de exemplares	Medida de massa de papel (em kg)
1 000	360
1 500	$1{,}5 \cdot 360 = 540$
2 000	$2 \cdot 360 = 720$
$3 \cdot 1000 = 3000$	1 080
$4 \cdot 1000 = 4000$	1 440
$6 \cdot 1000 = 6000$	2 160
10 000	$10 \cdot 360 = 3600$
15 000	$15 \cdot 360 = 5400$

Dados elaborados para fins didáticos.

5. Cada um dos ônibus faz uma viagem em 6 horas.

Duração da viagem

Quantidade de ônibus	1	2	3	4	5	6	7
Medida de tempo (em h)	6	6	6	6	6	6	6

Dados elaborados para fins didáticos.

6. As grandezas "quantidade de torneiras" e "medida de tempo" são inversamente proporcionais. A constante de proporcionalidade é $3 \cdot 24 = 72$.

Enchimento do reservatório

Quantidade de torneiras	3	1	6	2	$\frac{72}{18} = 4$	$\frac{72}{8} = 9$	$\frac{72}{9} = 8$	$\frac{72}{6} = 12$
Medida de tempo (em h)	24	$\frac{72}{1} = 72$	$\frac{72}{6} = 12$	$\frac{72}{2} = 36$	18	8	9	6

Dados elaborados para fins didáticos.

7. Não proporcionais: **a** e **b**; diretamente proporcionais: **c**.

8. a)

Medida de área de um quadrado

Medida do lado (em cm)	1	2	3	4	5	6
Medida de perímetro (em cm)	1	4	9	16	25	36

Dados elaborados para fins didáticos.

Não proporcionais.

b)

Preço do combustível

Medida de volume (em L)	1	2	5	10	20
Preço (em R$)	3,20	6,40	16,00	32,00	64,00

Dados elaborados para fins didáticos.

Diretamente proporcionais.

c)

Passageiros transportados

Quantidade de ônibus	4	6	8	10	12
Quantidade de passageiros	160	230	312	410	485

Dados elaborados para fins didáticos.

Não proporcionais.

9. a) Inversamente proporcionais.
b) Diretamente proporcionais.
c) Inversamente proporcionais.
d) Inversamente proporcionais.

Participe (p. 297)

a) Exemplo de resposta: Encontrar o valor do metro do tecido e multiplicar por 10.
b) Resposta pessoal. Pode-se calcular $480 : 8 = 60$; preço do metro; $60 \cdot 10 = 600$.
É o mesmo valor.
c) Resposta pessoal.

10. As grandezas "medida de massa" e "preço" são diretamente proporcionais.

Medida de massa (em kg)	Preço (em R$)
3,5	13,65
6,5	x

$$\frac{3{,}5}{13{,}65} = \frac{6{,}5}{x}$$

$$x = \frac{13{,}65 \cdot 6{,}5}{3{,}5} = 25{,}35$$

Custarão R$ 25,35.

11. A quantidade de litros e o preço são diretamente proporcionais.

Quantidade de litros	Preço (em R$)
22	67,10
27	x

$$\frac{22}{67{,}10} = \frac{27}{x}$$

$$x = \frac{27 \cdot 67{,}10}{22} = 82{,}35$$

O preço era R$ 82,35.

12. As grandezas "quantidade de páginas" e "medida de tempo" são diretamente proporcionais.

Quantidade de páginas	Medida de tempo (em h)
352	x
48	3

$$\frac{352}{x} = \frac{48}{3}$$

$$x = \frac{3 \cdot 352}{48} = 22$$

Vai levar 22 horas.

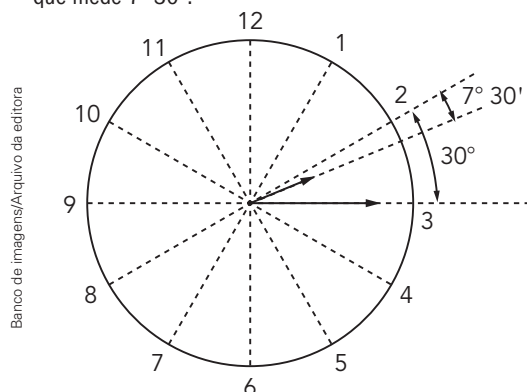
13. a) A medida do ângulo é diretamente proporcional à medida de tempo.

Medida do ângulo	Medida de tempo (em min)
30°	60
x	15

$$\frac{30°}{60} = \frac{x}{15}$$

$$x = \frac{15 \cdot 30°}{60} = 7{,}5° = 7°\,30'$$

A medida do ângulo é 7° 30'.

b) Das 2 h às 2 h 15 min decorreram 15 min. Nessa medida de tempo, de acordo com o item **a**, o ponteiro das horas percorre um ângulo que mede $7° 30'$.

Então, o ângulo entre os ponteiros às 2 h 15 min é:
$x = 30° - 7° 30' = 29° 60' - 7° 30' = 22° 30'$
A medida do ângulo é $22° 30'$.

14. Se o cão tem 10 kg e come 6 kg de ração, o cão de 15 kg comerá? Montando a regra de 3 temos: $x = \frac{15 \cdot 6}{10} = 9$. Artur precisará comprar 27 kg, pois $20 + 10 + 9 = 27$.

Participe (p. 299)

I. a) A hora cheia, ou seja, 60 minutos, pode ser escrita como uma fração, e 42 minutos é parte dessa fração, ficando: $\frac{42}{60} = \frac{7}{10}$; ou seja, $\frac{7}{10}$ h.

b) Se em 1 hora (60 min) o avião percorre 800 km, em 42 minutos quantos quilômetros ele percorrerá? Montando a regra de 3 fica $x = \frac{42 \cdot 800}{60} = 560$; portanto, 560 km.

c) Para percorrer 560 km, com medida de velocidade média de 600 km/h, a medida de tempo gasta é 56 minutos, pois

$x = \frac{560 \cdot 60}{600} = \frac{33\,600}{600} = 56$, e a fração pode ser representada como $\frac{56}{60} = \frac{14}{15}$; ou seja, $\frac{14}{15}$ h.

d) 56 min

II. a) Sim.

b) Resposta pessoal.

15. a) As grandezas "medida de velocidade" e "medida de tempo" são inversamente proporcionais.

Medida de velocidade (km/h)	Medida de tempo (em h)
50	8
80	x

$50 \cdot 8 = 80 \cdot x$

$x = \frac{50 \cdot 8}{80} = 5$

Faria em 5 horas.

b)

Medida de velocidade (km/h)	Medida de tempo (em h)
50	8
200	x

$200 \cdot x = 50 \cdot 80$

$x = \frac{400}{200} = 2$

Faria em 2 horas.

16. As grandezas "quantidade de pessoas" e "quantidade de dias" são inversamente proporcionais.

Quantidade de pessoas	Quantidade de dias
14	45
18	x

$14 \cdot 45 = 18 \cdot x$

$x = \frac{14 \cdot 45}{18} = 35$

Serão suficientes para 35 dias.

17. As grandezas "quantidade de torneiras" e "medida de tempo" são inversamente proporcionais.

Quantidade de torneiras	Medida de tempo (em min)
3	144
5	x

$3 \cdot 144 = 5 \cdot x$

$x = \frac{3 \cdot 144}{5} = \frac{432}{5}$

A medida de tempo de $\frac{432}{5}$ min corresponde a $86\frac{2}{5}$ minutos. Como 86 minutos correspondem a 1 hora e 26 minutos e $\frac{2}{5} \cdot 60$ s $= 24$ s, a medida de tempo é de 1 h 26 min 24 s.

18. As grandezas "medida de tempo" e "quantidade de dias" são diretamente proporcionais.

Medida de tempo (em s)	Quantidade de dias
21	7
x	360

$\frac{21}{7} = \frac{x}{360}$

$x = \frac{360 \cdot 21}{7} = 1080$

A medida de tempo de 1 080 s que o relógio adianta corresponde a 18 minutos.

19. a) Exemplo de resposta: Samanta pratica ciclismo e leva 50 minutos para percorrer 20 quilômetros. Em um domingo em que pedalou durante uma hora, mantendo a velocidade de costume, quantos quilômetros ela percorreu? Resposta: Sejam y a quantidade de quilômetros percorridos e x a medida de tempo, em minutos, então, como as grandezas são diretamente proporcionais, $y = kx$.

$20 = k \cdot 20$

$k = \frac{2}{5}$

$y = \frac{2}{5} \cdot 60 = 24$

Ela percorreu 24 km.

b) Exemplo de resposta: Ubiratan comanda uma equipe de 12 pessoas que executam determinado trabalho em 40 dias. Para terminar em 30 dias, quantas pessoas ele precisa acrescentar à equipe? Resposta: Sejam y o número de pessoas da equipe e x o número de dias, então, como as grandezas são inversamente proporcionais, $y = \frac{k}{x}$.

$12 = \frac{k}{40}$

$k = 480$

$y = \frac{480}{30} = 16$

A equipe precisa ter 16 pessoas, então ele deve acrescentar 4 pessoas.

20. As grandezas “medida de massa” e “preço” são diretamente proporcionais.

Medida de massa		Preço (em R$)
48	———	1.080,00
64	———	x

$48 \cdot x = 1\,080 \cdot 64$

$48 \cdot x = 69\,120$

$x = \frac{69120}{48} = 1440$

Ele deve pagar R$ 1.440,00.

21. t: medida de tempo, em minutos.

p: quantidade de passos por minuto.

p e t são inversamente proporcionais, logo $p = k \cdot \frac{1}{t}$.

Para $t = 36$, $p = 60$. Então:

$60 = k \cdot \frac{1}{36}$

$k = 60 \cdot 36$

Para $t = 30$, temos:

$p = 60 \cdot 36 \cdot \frac{1}{30} = \frac{\overset{2}{\cancel{60}} \cdot 36}{\cancel{30}} = 72$

Deve dar 72 passos por minuto.

22. Contando a medida de área diretamente na malha, temos 16 m^2; se cada metro quadrado rende 2,5 kg de tomate, em 16 m^2 obtemos:

$\frac{1}{16} = \frac{2,5}{x} \Rightarrow x = \frac{16 \cdot 2,5}{1} = 40$

Portanto, 40 kg de tomate.

23. As grandezas “medida de tempo” e “medida de capacidade” são diretamente proporcionais.

Medida de tempo (em s)		Medida de capacidade (em L)
33	———	20
x	———	1240

$\frac{33}{20} = \frac{x}{1240} \Rightarrow x = \frac{33 \cdot 1240}{20} = 2046$

A medida de tempo de 2 046 segundos equivale a 34 minutos e 6 segundos.

Na olimpíada (p. 301)

Combinando cores

Para obter 30 litros de tinta marrom são necessários 15 litros de tinta laranja mais 15 litros de tinta verde.

Para obter a tinta laranja são necessários $\frac{2}{5}$ de tinta amarela.

$\frac{2}{5} \cdot 15 = 6$; 6 litros.

Assim, em 15 litros de tinta laranja deve haver 6 litros de tinta amarela.

Para obter a tinta verde é necessário $\frac{1}{3}$ de tinta amarela.

$\frac{1}{3} \cdot 15 = 5$; 5 litros.

Assim, em 15 litros de tinta verde deve haver 5 litros de tinta amarela.

$6 + 5 = 11$; 11 litros.

Portanto, para obter 30 litros de tinta marrom, são necessários 11 litros de tinta amarela. Logo, alternativa **e**.

24. Vamos calcular o aumento na produção de automóveis:

Porcentagem		Quantidade de automóveis
100%	———	1 200
15%	———	x

$\frac{1200}{100} = \frac{x}{15}$

$x = 15 \cdot 12 = 180$

Como $1\,200 + 180 = 1\,380$, a montadora passou a produzir 1 380 veículos.

25. A mensalidade era o todo (100%) e teve um aumento de 8%; então, com o aumento, ficou 100% + 8% = 108%.

Valor da mensalidade (em reais)		Porcentagem
x	———	100%
459	———	108%

$\frac{x}{100} = \frac{459}{108} \Rightarrow x = \frac{100 \cdot 459}{108} = 425$

A mensalidade era R$ 425,00.

Na Unidade

1. 1 L = 0,001 m^3; 8 L = 0,008 m^3 e a razão entre 0,4 m^3 e 0,008 m^3 é $\frac{0,4}{0,008} = 50$. Logo, alternativa **d**.

2. Sendo o total de copos 10 e representando 100% da água, cada copo representa 10%; se na Amazônia há 7 copos, eles representam 70% de toda a água. Logo, alternativa **d**.

3. $\frac{1 \text{ cm}}{2,5 \text{ cm}} = \frac{50 \text{ km}}{x}$

$x = \frac{2,5 \cdot 50}{1} \text{ km} = 125 \text{ km}$

Logo, alternativa **d**.

4. $\frac{1 \text{ m}}{x} = \frac{3\,000\,000}{420\,000}$

$x = \frac{420\,000}{3\,000\,000} \text{ m} = 0,14 \text{ m}$

Então, 0,14 m, ou seja, 14 cm. Logo, alternativa **a**.

5. Calculando a medida de área da planta simplificada, temos: $10 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm} = 50 \text{ cm}^2$. Considerando x a medida, em metros, do maior lado do galpão, temos:

$\left(\frac{x}{10}\right)^2 = \frac{5000}{50} \Rightarrow \frac{x^2}{100} = 100 \Rightarrow x = \sqrt{10000} = 100$

Logo, alternativa **e**.

6. Se Beatriz pagou 12 canetas e a cada trio ela ganhou 1, então ela comprou 12 : 3 = 4, ou seja, comprou 4 pacotes da promoção, no total 12 + 4 = 16. Logo, alternativa **c**.

7. Sendo 42 m = 4 200 cm a medida do diâmetro do espelho e 2,1 cm a medida do diâmetro aproximado do olho humano, a razão fica: $\frac{2,1}{4\,200} = \frac{21}{42\,000} = \frac{1}{2\,000}$. Logo, alternativa **e**.

8. Como 1 + 4 + 2 = 7, a medida de volume de cimento no concreto é $\frac{1}{7}$ da medida de volume do concreto. Portanto, em 14 m^3 de concreto, a medida de volume de cimento é 2 m^3, pois $\frac{1}{7} \cdot 14 = 2$. Logo, alternativa **b**.

9. A proporção recomendada da dosagem na bula a cada 8 h é de 5 gotas para cada 2 kg, e a mãe ministrou 30 gotas. A quantidade de gotas foi 6 vezes maior do que a base, pois $5 \cdot 6 = 30$; então seu filho tem 6 vezes a medida de massa de base: $6 \cdot 2 \text{ kg} = 12 \text{ kg}$. Logo, alternativa **a**.

MATEMÁTICA E REALIDADE

7º ANO

Gelson **IEZZI**
Osvaldo **DOLCE**
Antonio **MACHADO**

Componente curricular: Matemática
Ensino Fundamental – Anos Finais

Gelson Iezzi

Licenciado em Matemática pelo Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo (IME-USP)

Engenheiro metalúrgico pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (Poli-USP)

Atuou como professor da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP)

Atuou como professor do Ensino Médio na rede particular de ensino

Autor de materiais didáticos de Matemática para o Ensino Fundamental e o Ensino Médio

Osvaldo Dolce

Engenheiro civil pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (Poli-USP)

Atuou como professor dos Anos Finais do Ensino Fundamental na rede pública de ensino e de cursos pré-vestibulares na rede particular de ensino

Autor de materiais didáticos de Matemática para o Ensino Fundamental e o Ensino Médio

Antonio Machado

Mestre em Estatística pelo Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo (IME-USP)

Licenciado em Matemática pelo IME-USP

Atuou como professor do Ensino Superior no Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo (IME-USP)

Atuou como professor do Ensino Médio na rede particular de ensino

Autor de materiais didáticos de Matemática para o Ensino Fundamental e o Ensino Médio

10ª edição, São Paulo, 2022

Direção executiva: Flávia Bravin
Direção de negócio: Volnei Korzenieski
Gestão editorial: Alice Ribeiro Silvestre
Gestão de planejamento: Eduardo Kruel Rodrigues
Gestão de projeto digital: Tatiany Renó
Gestão de área: Rodrigo Pessota
Coordenação de área: Pamela Hellebrekers Seravalli
Edição: Igor Nóbrega, Valéria Elvira Prete, Daniela Benites e Gabriela Barbosa da Silva (editores), Tainara Figueiredo Dias e Marcio Vieira de Almeida (assist.), Rogério Fernandes Cantelli e Nadili L. Ribeiro (digital)
Planejamento e controle de produção: Vilma Rossi, Camila Cunha, Adriana Souza e Isabela Salustriano
Revisão: Mariana Braga de Milani (ger.), Alexandra Costa da Fonseca, Ana Paula C. Malfa, Carlos Eduardo Sigrist, Flavia S. Venezio e Sueli Bossi
Arte: Claudio Faustino (ger.), Erika Tiemi Yamauchi (coord.), Patricia Mayumi Ishihara (edição de arte), Avit's Estúdio (diagramação)
Iconografia e tratamento de imagens: Roberto Silva (ger.), Claudia Balista e Alessandra Pereira (pesquisa iconográfica), Emerson de Lima (tratamento de imagens)
Direitos autorais: Fernanda Carvalho (coord.), Emília Yamada, Erika Ramires e Carolyne Ribeiro (analistas adm.)
Licenciamento de conteúdos de terceiros: Erika Ramires e Tempo Composto Ltda.
Ilustrações: Alberto De Stefano, Alex Silva, Artur Fujita, Cecília Iwashita, Ericson Guilherme Luciano, Estúdio Mil, Ilustra Cartoon, Kanton e Tiago Donizete Leme
Cartografia: Mouses Sagiorato
Design: Luis Vassallo (proj. gráfico, capa e Manual do Professor)
Foto de capa: marianna armata/Moment/Getty Images
Pré-impressão: Alessandro de Oliveira Queiroz, Pamela Pardini Nicastro, Débora Fernandes de Menezes, Fernanda de Oliveira e Valmir da Silva Santos

Alameda Santos, 960, 4º andar, setor 3
Cerqueira César – São Paulo – SP – CEP 01418-002
Tel.: 4003-3061
www.edocente.com.br
saceditorasaraiva@somoseducacao.com.br

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Iezzi, Gelson
Matemática e realidade : 7º ano / Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce e Antonio Machado. -- 10. ed. -- São Paulo : Saraiva Educação S.A., 2022.
(Matemática e realidade)

Bibliografia
Suplementado pelo manual do professor
ISBN 978-65-5766-249-6 (aluno)
ISBN 978-65-5766-250-2 (professor)

1. Matemática (Ensino fundamental - Anos finais) I. Título II. Dolce, Osvaldo III. Machado, Antonio

22-2417 CDD 372.7

Angélica Ilacqua - CRB-8/7057

2022
Código da obra CL 820853
CAE 802095 (AL) / 802096 (PR)
10ª edição
1ª impressão
De acordo com a BNCC.

Impressão e acabamento

APRESENTAÇÃO

Esta coleção de Matemática foi elaborada pensando em você, estudante!

Na introdução de muitos conteúdos, apresentamos situações-problema ligadas às realidades que você vivencia. Procuramos promover sua participação constante e ativa na construção dos conhecimentos. Nos boxes ***Participe***, por exemplo, incentivamos que você e os colegas reflitam e exponham conhecimentos prévios à introdução de um novo tema.

Em vários momentos do livro, nos boxes ***Na olimpíada***, são reproduzidas questões da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (Obmep), com o objetivo de colocá-lo diante de situações que o levem a pensar e desenvolver soluções de modo leve e espontâneo.

Na seção de leitura ***Na mídia***, em que é reproduzido um texto de jornal, revista ou *site* relacionado à Matemática, procuramos mostrar que a aplicação dos conhecimentos matemáticos é indispensável para ter acesso aos meios de informação e comunicação, bem como para ter uma visão crítica dos temas.

Os conhecimentos de finanças são necessários para garantir qualidade de vida desde agora até a vida adulta. Na seção ***Educação financeira***, você encontra atividades individuais e coletivas para refletir sobre o consumo consciente e que podem torná-lo apto a contribuir para o planejamento financeiro de sua família.

Em todos os volumes desta coleção, também está presente a seção ***Matemática e tecnologias***, que explora o uso de *softwares* e aplicativos de Matemática para resolver e modelar problemas.

E, para mostrar que a Matemática é uma descoberta de diferentes pessoas, épocas e civilizações, na seção ***Na História*** expomos a história de descobertas matemáticas ligadas aos temas em estudo.

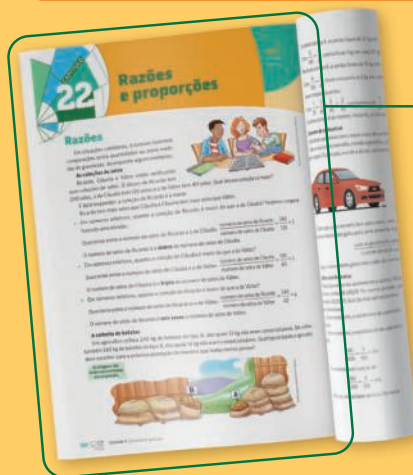
Esperamos que esta coleção o auxilie no entendimento de números, letras, figuras e diversas representações que compõem o universo matemático e a vida em sociedade.

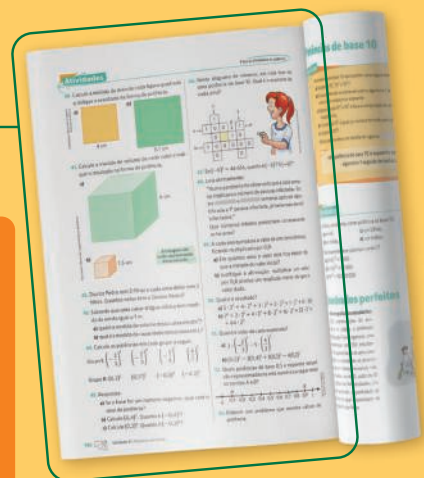
Bons estudos!

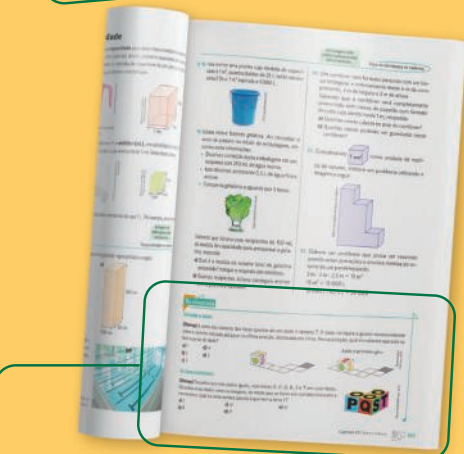
Os autores

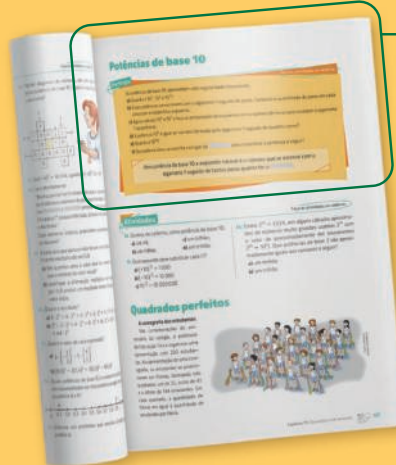
Conheça seu livro

Abertura de Unidade

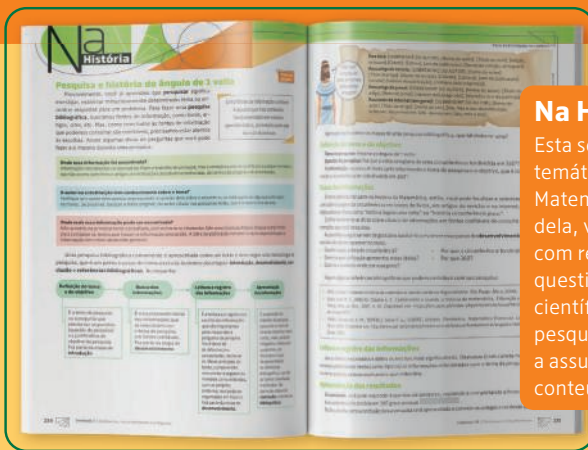
Organizada em uma dupla de páginas, a abertura traz uma ou mais imagens e textos relacionados a temas contemporâneos e interdisciplinares que vão despertar sua curiosidade. A relação entre o tema da abertura e os conteúdos matemáticos da Unidade é feita por meio de atividades contextualizadas na própria abertura e em outros momentos ao longo dos capítulos correspondentes.

Capítulo

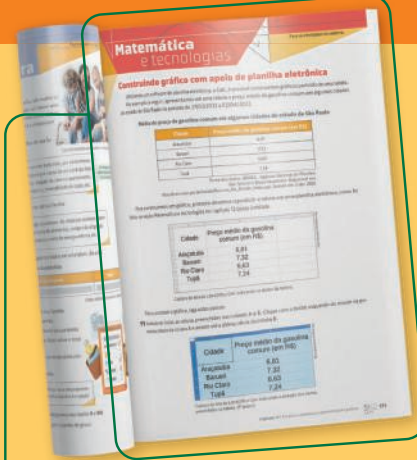
Dois ou mais capítulos estão reunidos em uma mesma Unidade e divididos em assuntos seguidos por blocos de atividades.

Atividades

As atividades, além de variadas, são apresentadas em gradação de dificuldade e permitirão que você aplique os conteúdos estudados. Ao longo desta seção, você encontrará atividades mais desafiadoras, bem como de resolução e elaboração de problemas.

Na olimpíada

Esta seção traz questões de provas oficiais da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (Obmep), que farão você analisar, pensar e relacionar conteúdos diversos.

Participe

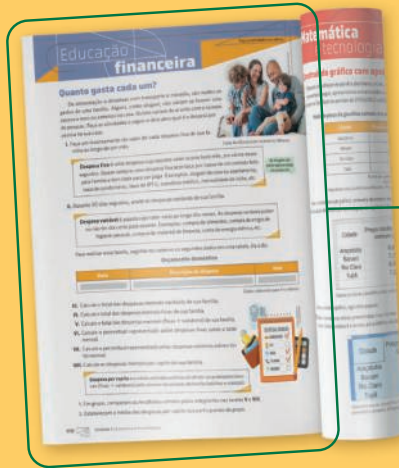
Por meio das questões desta seção, você será incentivado a levantar hipóteses e resolver problemas utilizando estratégias pessoais e trabalhando individualmente ou em dupla.

Reprodução do Livro do Estudante em tamanho reduzido.

Na História

Esta seção aborda temáticas da História da Matemática. Por meio dela, você terá contato com relatos históricos, questionamentos científicos e práticas de pesquisa relacionados a assuntos ligados ao conteúdo.

Matemática e tecnologias

Nesta seção, você terá a oportunidade de utilizar ferramentas tecnológicas, como *softwares* livres e aplicativos de Matemática, para modelar e resolver problemas.

Na mídia

Por meio de textos de jornais, revistas ou *sites* você poderá observar a realidade com visão crítica, utilizando a Matemática para comparar dados e interpretar textos, tabelas e gráficos divulgados pela mídia.

Educação financeira

Refletir sobre atitudes relacionadas à Educação financeira deve fazer parte de nossa rotina. Consumo excessivo e economia são alguns dos contextos abordados nesta seção, que poderá auxiliar você em sua organização financeira familiar.

Na Unidade

Nesta seção, são apresentadas atividades de revisão dos conteúdos abordados ao longo da Unidade, o que permitirá a você fazer uma autoavaliação das aprendizagens. Nela, também constam questões de avaliações oficiais.

ÍCONES

Convém usar a calculadora quando encontrar este ícone.

Indica o uso de régua, compasso, esquadro, entre outros instrumentos.

Indica momentos de trabalho com práticas de pesquisa relacionadas à História da Matemática e a fatos da realidade por meio de atividades individuais ou coletivas.

Indicam sugestões de leitura de livros e textos, acesso a *sites* e jogos, além de visitações guiadas e outras indicações para aprimorar seus estudos.

Sumário

Unidade 1

Unidade 2

Unidade 3

Unidade 4

Orientações didáticas

Abertura

Na BNCC

O trabalho e a discussão sobre o tema do texto de abertura desta Unidade oportunizam o desenvolvimento das competências gerais **CG05**, **CG09** e **CG10** da BNCC, uma vez que os estudantes são convidados a refletir sobre a disponibilidade e a utilização das tecnologias digitais durante o período de pandemia da covid-19, considerando a garantia do respeito ao direito do cidadão à educação de qualidade. Favorece ainda o desenvolvimento do TCT *Educação em Direitos Humanos*, uma vez que levanta a discussão sobre a possibilidade de acesso de todos os indivíduos às tecnologias digitais e o direto à educação independentemente de classe social ou local de moradia.

A leitura e a interpretação do texto de abertura contribuem para que o estudante interaja criticamente com diferentes conhecimentos e fontes de informação. Aproveite para incentivar a argumentação baseada nos dados apresentados no texto. Para isso pergunte a eles: "Qual é a realidade vivida por vocês em relação à conectividade durante as aulas remotas?"; "Qual é o tipo de equipamento utilizado para o acesso aos conteúdos e às atividades *on-line*?"; "Você precisava compartilhar o equipamento com mais algum morador de sua residência?"; "Você tinha ajuda de algum familiar para a realização das atividades propostas ou para esclarecer dúvidas?"; "Qual nota você daria para a tecnologia e a conectividade utilizada por você e pela escola durante as aulas remotas?". Proponha a reflexão sobre o significado dessa escala de notas utilizada pelos pesquisadores, presente no texto, e, se julgar oportuno, incentive os estudantes a elaborar uma escala de notas.

Para manter a rotina da sala de aula em um ambiente virtual, professores e estudantes interagem nos mesmos horários em que as aulas ocorreriam no modelo presencial.

Reprodução do Livro do Estudante em tamanho reduzido.

adriaticfoto/Shutterstock

Educação e acesso à tecnologia

A partir de março de 2020, com a pandemia da covid-19, as escolas se depararam com um grande desafio: realizar as aulas em regime remoto para dar continuidade ao ano letivo. Um dos grandes fatores que influenciaram diretamente essa tarefa foi o acesso dos estudantes a dispositivos conectados à internet, para que pudessem acompanhar as aulas a distância. Algumas pesquisas apontaram como a falta de acesso impactou no ensino dos estudantes nesse período.

[...]

Pesquisas prévias já mostravam que a falta de conectividade de escolas e alunos vinha deixando marcas, principalmente no primeiro ano de pandemia.

Em janeiro [de 2021], o Departamento de Ciência Política da Universidade de São Paulo (USP) e o Centro de Aprendizagem em Avaliação e Resultados da Fundação Getulio Vargas (FGV) avaliaram a eficiência dos planos de educação remota de Estados e capitais e criaram um Índice de Educação a Distância.

Foram analisados os meios usados para as aulas (como TV ou internet), seu alcance e qualidade e os materiais e tecnologias oferecidos aos alunos, entre março e outubro de 2020, ou seja, sob o primeiro ano da pandemia.

Os resultados foram considerados desanimadores: a nota média dada pelos pesquisadores aos planos estaduais foi de 2,38 (de 0 a 10) e de 1,6 para os das capitais.

Um dos pontos levantados foi de que a maioria das redes não havia conseguido garantir que seus alunos tivessem meios de acessar as aulas *on-line*.

[...]

IDOETA, Paula Adamo. "Aluno dividia celular com dois irmãos": 51% na rede pública ainda não têm acesso a computador com internet. *BBC News Brasil*, São Paulo, 8 nov. 2021. Disponível em: https://www.bbc.com/portuguese/brasil-59182968. Acesso em: 30 jan. 2022.

Você acompanhou as aulas *on-line* durante a pandemia da covid-19? Conseguiu realizar as tarefas? O que achou de ter aulas remotas? Como você e os colegas podem estudar em grupo mesmo remotamente?
Respostas pessoais.

Orientações didáticas

Abertura

Após a leitura do texto e as discussões sobre o tema, solicite aos estudantes que respondam individualmente às questões propostas. Em seguida, organize-os de modo a compartilharem as respostas dadas. Caso julgue oportuno, crie uma tabela com os resultados, por exemplo: acompanhou ou não acompanhou as aulas *on-line*; conseguiu ou não conseguiu estudar sozinho. Essa tabulação de dados pode ser utilizada posteriormente no desenvolvimento de assuntos como fração ou porcentagem, funcionando como um exemplo contextualizado no cotidiano da turma.

Organize os estudantes para que reflitam e realizem um debate acerca da quarta questão proposta. Pergunte a eles também: "O que você pode fazer para ajudar remotamente os colegas que tiveram dificuldade em acompanhar as atividades *on-line*?". Aproveite para conversar a respeito da realização dos trabalhos em grupo, sobre a importância da responsabilidade no trabalho coletivo e do respeito à diferença de opiniões e ao modo de pensar dos colegas.

Proposta para o professor

Este livro apresenta orientações para a prática em sala de aula e, também, toda a teoria para que você consiga planejar, desenhar e avaliar de maneira efetiva a realização dos trabalhos em grupo em sala de aula ou fora dela. COHEN, Elizabeth G.; LOTAN, Rachel A. *Planejando o trabalho em grupo*: estratégias para salas de aula heterogêneas. Porto Alegre: Penso, 2005.

Orientações didáticas

Números naturais

De modo a contribuir para a compreensão dos estudantes acerca dos conceitos centrais deste capítulo, recomenda-se a retomada de algumas noções importantes, como a estrutura do conjunto dos números naturais e a ideia de sequência numérica. Como essas noções já foram trabalhadas em anos anteriores, busque explorar os conhecimentos prévios que os estudantes construíram sobre elas.

Retome a representação dos números na reta numérica explorando diferentes possibilidades. Proponha a realização de um jogo no qual cada estudante receba um cartão em que está escrito um número natural. Em seguida, oriente-os a obedecerem aos comandos. Por exemplo: "Dê um passo à frente o sucessor de 25". Ao ouvir esse comando, o estudante com o número 26 deve dar um passo e mostrar o cartão com o número. Para essa atividade, é necessário preparar os cartões e os comandos antecipadamente de acordo com a intencionalidade pedagógica e o número de estudantes da turma.

Sequência numérica

Na BNCC

Este tópico mobiliza com maior ênfase a **CEMAT01** ao propor que os estudantes resgatem o que estudaram acerca de números primos.

Dando continuidade ao trabalho com os números naturais, explore as sequências numéricas propondo atividades lúdicas que permitam a remediação de possíveis lacunas no aprendizado.

Quando retomamos o conceito de número primo, podemos explorar com os estudantes o fato de a Matemática ser uma ciência ainda em construção, havendo, portanto, muitas descobertas a serem realizadas. A descoberta de um novo número primo pode, por exemplo, contribuir para o avanço da *Ciência e Tecnologia*. Instigue os estudantes a realizarem uma busca na internet e descobrirem qual foi o último número primo encontrado, discutindo com eles a importância desse feito.

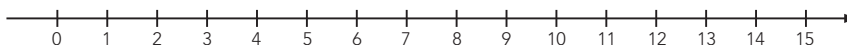
Múltiplos e divisores de um número natural

EF07MA01
EF07MA07

Números naturais

Anteriormente, estudamos o conjunto dos números naturais, um conjunto infinito composto dos números 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, ...

Dispostos nessa ordem, esses números formam o que chamamos **sequência dos naturais**. Eles podem ser representados por pontos igualmente espaçados em uma reta. Estabelecido o sentido e adotada uma unidade de medida, os pontos são marcados a partir da origem, usando a mesma unidade de medida, em uma reta que chamamos **reta numérica**.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Nessa representação, os números naturais estão na ordem crescente, da esquerda para a direita. Na reta numérica, números naturais representados por pontos vizinhos são chamados **números naturais consecutivos**. Por exemplo: 1 e 2 são dois números naturais consecutivos; 10, 11, 12 e 13 são 4 números naturais consecutivos.

O **antecessor** de um número natural é o número que vem imediatamente antes dele na sequência dos números naturais e o **sucessor** de um número natural é o número que vem imediatamente depois dele nessa sequência. Por exemplo: o antecessor de 25 é 24 e o sucessor de 25 é 26. O 0 (zero) é o único número natural que não tem antecessor.

Sequência numérica

Uma **sequência numérica** é uma sequência cujos números estão dispostos em determinada ordem. Os números que compõem uma sequência numérica são chamados **termos** ou **elementos da sequência**.

A sequência também pode ser chamada sucessão ou progressão. Acompanhe os exemplos de sequências:

- dos números naturais pares: 0, 2, 4, 6, 8, 10, ...
- dos números naturais ímpares: 1, 3, 5, 7, 9, 11, ...
- dos números naturais primos: 2, 3, 5, 7, 11, 13, ...

Lembre-se! Um número natural maior do que 1 que só é divisível por 1 e por ele mesmo é chamado **número primo**. Já um número natural que tem mais de 2 divisores distintos é chamado **número composto**.

A sequência dos múltiplos de um número natural

O calendário e a Fifa

A cada 10 anos, temos um ano que indica uma década exata, por exemplo, a última década exata foi em 2020.

A Copa do Mundo de Futebol é realizada pela Fédération Internationale de Football Association (Fifa) a cada 4 anos e, em 2010, ocorreram os 2 fatos, uma década exata e a Copa do Mundo.

A sequência dos múltiplos de um número natural

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades: **EF07MA01** ao propor a resolução e elaboração de problemas com números naturais que envolvem múltiplos e divisores, fazendo cálculos mentais e escritos, por meio de estratégias variadas, inclusive com apoio da calculadora; e **EF07MA07** ao representar por meio de fluxograma os passos para reconhecer se um número natural é múltiplo de outro, mobilizando também a **CEMAT05** e a **CEMAT06**.

Um aspecto importante a ser considerado e retomado com os estudantes é a compreensão deles em relação às operações de multiplicação e divisão. Quando comentamos que um número natural é múltiplo ou divisor, recorremos a tais operações para justificar a argumentação que indica se esse número é ou não múltiplo ou divisor de outro.

A partir de 2010, que vamos considerar como ano 0, as décadas exatas ocorrem nos anos: 0, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, ... Já as copas acontecem nos anos: 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52, 56, 60, ...

Os anos em que ocorrem ambos os eventos são: 0, 20, 40, 60, ...

Portanto, a coincidência desses eventos acontece de 20 em 20 anos. Como ambos ocorreram em 2010, a próxima coincidência será em 2030.

Múltiplos

Os **números** 0, 10, 20, 30, 40, 50, ... são os múltiplos de 10. São obtidos multiplicando-se, respectivamente, os números naturais 0, 1, 2, 3, 4, 5, ... por 10.

Os **múltiplos** de um número natural são os números que obtemos quando multiplicamos os naturais 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, ... por esse número.

Os múltiplos naturais de 4 são: 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, ...

Os múltiplos comuns de 10 e 4 são: 0, 20, 40, ...

O menor múltiplo comum de 10 e 4 excluindo o zero é 20, que chamamos **mínimo múltiplo comum (mmc)** de 10 e 4.

Indicamos:

$$\text{mmc}(10, 4) = 20$$

O **mínimo múltiplo comum** de dois ou mais números naturais é o menor número diferente de zero que é múltiplo desses números.

Participe

Faça as atividades no caderno.

I. No caderno, escreva com suas palavras o que são os múltiplos comuns de dois números naturais. Compare sua resposta com a resposta de um colega. Resposta pessoal.

II. Descubra quais são os múltiplos comuns de 2 e 3. 0, 6, 12, 18, 24, ...

III. Se Raul joga basquete nos dias pares e pratica natação em todos os dias múltiplos de 3, em quantos dias do mês de maio ele pratica os dois esportes? Em 5 dias. (Nos dias 6, 12, 18, 24 e 30.)

IV. Qual é o menor múltiplo comum de 2 e 3 excluindo o zero? 6

V. Desenhe no caderno uma reta numérica, localizando a origem e os números naturais de 1 a 25.

a) Na reta, assinale em azul os múltiplos de 4 e em vermelho os múltiplos de 6. Múltiplos de 4 (azul): 0, 4, 8, 12, 16, 20 e 24. Múltiplos de 6 (vermelho): 0, 6, 12, 18 e 24.

b) Quais são os múltiplos comuns de 4 e 6? 0, 12 e 24.

c) Qual é o menor número, diferente de zero, assinalado em azul e em vermelho? 12

d) Qual é o mínimo múltiplo comum de 4 e 6? 12

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25

Banco de imagens/Arquivo da editora

O número 24 é múltiplo de 4 porque $24 = 4 \cdot 6$. Então, dividindo 24 por 4, obtemos quociente 6 e resto 0. Logo, 24 é **divisível** por 4.

24	4
0	6

- Um número natural dado é múltiplo de outro natural não nulo quando é divisível por esse outro.
- O único múltiplo de 0 é 0.

Todos os múltiplos de 4, e só eles, são divisíveis por 4.

Orientações didáticas

A sequência dos múltiplos de um número natural

Embora os conceitos de múltiplo e divisor estejam conectados, sugerimos que eles sejam abordados isoladamente. Ao apresentar a ideia de múltiplo, é possível abordar a noção de mínimo múltiplo comum (mmc) e, ao apresentar a ideia de divisor, a noção de máximo divisor comum (mdc).

Como os conceitos de múltiplo e divisor possuem diversas aplicações, neste capítulo são propostas várias atividades que possibilitam a percepção dessa aplicabilidade. Contudo, você pode explorar outras abordagens, por exemplo, a utilização de jogos. Entre eles, uma possibilidade é confeccionar um dominó de múltiplos ou de divisores, com vista a contribuir para a construção e a identificação desses conceitos por parte dos estudantes.

Múltiplos

O trabalho com múltiplos possibilita o desenvolvimento dos raciocínios de dedução e abdução. Utilize para isso o seguinte exemplo: como a divisão 350 : 7 é exata, então 350 é múltiplo de 7 (dedução); sabendo que 350 é múltiplo de 7, então a divisão 350 : 7 é exata (abdução).

Participe

Sugerimos usar as questões propostas neste boxe para auxiliar no levantamento de conhecimentos prévios dos estudantes. É possível utilizá-lo diretamente em sala de aula, como atividade individual ou como atividade de sala de aula invertida, solicitando que os estudantes pesquisem os conceitos (em casa) para depois realizar um debate sobre a aplicação deles (em sala de aula).

Em qualquer uma das possibilidades de utilização, é fundamental incentivar a elaboração de conjecturas antes de formalizar o raciocínio para a elaboração final das respostas. Essas conjecturas podem ser apresentadas e defendidas pelos estudantes auxiliando-os assim no desenvolvimento de habilidades que permitem a reflexão e a construção de conceitos matemáticos.

Orientações didáticas

Múltiplos

Explique aos estudantes que um fluxograma é um diagrama que descreve um processo a ser seguido. Todo fluxograma tem os comandos de início e fim, mas o uso dos demais comandos pode variar de acordo com cada processo a ser seguido. Quando é utilizado o símbolo com o formato geométrico de um losango, isso indica uma tomada de decisão, o que ramifica o processo em 2 caminhos, sendo eles um caminho para a afirmação e outro para a negação, motivo pelo qual se faz necessário indicá-los com as palavras "Sim" e "Não". As setas de comando, independentemente de quantos caminhos tiver um fluxograma, devem chegar ao fim dele. Utilize situações do dia a dia para auxiliar os estudantes na compreensão da utilização dos símbolos em um fluxograma.

Realize, com os estudantes, a leitura do fluxograma. Comente que "Números naturais não nulos" corresponde aos números que queremos saber se são múltiplos; "Dividir o primeiro pelo segundo número" corresponde à divisão de números naturais de modo que o primeiro número seja maior do que o segundo; "O resto é 0?" corresponde a uma decisão a ser tomada, indicando que se verifique o valor do resto da divisão: se a resposta for "Sim", significa que o primeiro é múltiplo do segundo, mas, se a resposta for "Não", significa que o primeiro não é múltiplo do segundo. Independentemente da resposta, na tomada de decisão, ambos os caminhos chegam ao "Fim" do fluxograma.

Atividades

Na atividade **1**, verifique se os estudantes utilizam o fluxograma apresentado de maneira correta. As condições para um número ser múltiplo de 12 podem fazer relação com a condicional "se" presente na lógica de programação e, portanto, pode ser uma oportunidade de contribuir para o desenvolvimento do pensamento computacional, haja vista que podemos explorar tanto a decomposição do problema como a estruturação de um algoritmo para solucioná-lo. Caso seja possível, trabalhe esse algoritmo com os estudantes em planilhas eletrônicas, por exemplo, dado que é possível explorar a condicional "se" no campo Fórmulas.

A atividade **2**, assim como outras que virão, explora os conceitos de múltiplo e divisor, bem como a aplicabilidade deles por meio da abordagem de resolução de problemas.

O fluxograma a seguir indica uma maneira de reconhecer se um número natural não nulo é múltiplo de outro não nulo.

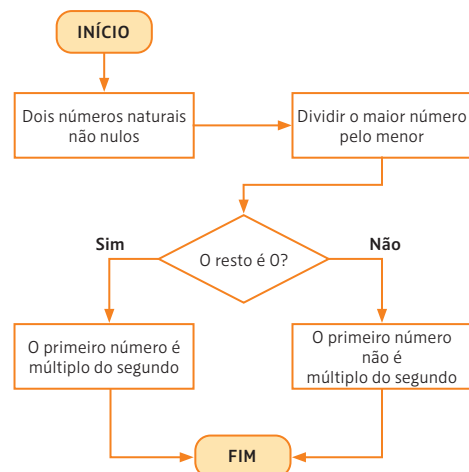
Exemplo

Será que 350 é múltiplo de 7? Vamos dividir 350 por 7:

$$\begin{array}{r|l} 350 & 7 \\ \underline{-350} & 50 \\ 0 & \end{array}$$

$$350 = 7 \cdot 50$$

O resto é 0, então, 350 é divisível por 7. Logo, 350 é múltiplo de 7.

Note que, como $350 = 50 \cdot 7$, o número 350 é múltiplo de 7 e também de 50.

Atividades

5. Exemplo de resposta: Segundo um *site* de astronomia, Pamela descobriu que o último eclipse ocorreu há 843 dias. Como podemos exprimir essa quantidade de dias em dias, meses e anos? Resposta: O último eclipse ocorreu há 2 anos, 3 meses e 23 dias.

Faça as atividades no caderno.

1. Considere os números a seguir.

6	24	30	36	50	55	84	100
112	120	142	180	220	240	244	264

a) Quais desses números são múltiplos de 12? Utilize o fluxograma apresentado anteriormente para reconhecer esses números e anote-os no caderno. 24, 36, 84, 120, 180, 240, 264.

b) Quais são os múltiplos de 12 menores do que 100 que não estão representados no quadro? 0, 12, 48, 60, 72, 96.

2. Leila quer fazer um estoque de 400 a 600 pregos em sua loja de materiais de construção. Os pregos são vendidos em caixas de uma grosa cada uma. Sabendo que uma grosa são 12 dúzias, quantas caixas Leila deve comprar? 3 caixas ou 4 caixas.

3. Descubra qual é o menor número natural:

a) múltiplo de 9 com três algarismos; 108

b) múltiplo de 25 com quatro algarismos; 1 000

c) múltiplo de 133 com quatro algarismos. 1 064

4. Todos os livros de uma editora têm as páginas agrupadas em blocos, cada um com 16 páginas. Quantas páginas pode ter um livro com mais de 200 e menos de 300 páginas? 208, 224, 240, 256, 272 ou 288 páginas.

5. Elabore, em uma folha de papel, um problema que considere que os anos tenham 365 dias, que os meses tenham 30 dias e, ainda, que possa ter a resolução a seguir. Depois, troque com um colega e resolva o problema criado por ele.

$$\begin{array}{r|l} 843 & 365 \\ 113 & 2 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 113 & 30 \\ 23 & 3 \end{array}$$

6. Antônio leva um cachorrinho para passear em uma praça de 4 em 4 dias, no mesmo horário em que Natasha leva outro cachorrinho dia sim, dia não. Nessa mesma praça, também no mesmo horário, Samantha faz caminhadas uma vez por semana, sempre aos sábados.

Coincidentemente, no último sábado, todos lá se encontraram. De quantos em quantos dias:

a) Antônio e Natasha se encontram no passeio? 4 em 4 dias.

b) Antônio e Samantha se encontram lá? 28 em 28 dias.

c) Samantha se encontra lá com a Natasha? 14 em 14 dias.

d) os três se encontram lá? 28 em 28 dias.

- Qual é o mínimo múltiplo comum de 4 e 2? E de 4 e 7? De 7 e 2? De 2, 4 e 7? 4; 28; 14; 28.

7. Os anos bissextos são os anos múltiplos de 4, mas, dos que terminam em 00, só são bissextos os múltiplos de 400.

a) O ano 2000 foi bissexto? Por quê? a) Sim, porque termina em 00 e é múltiplo de 400.

b) O ano 2100 será bissexto? Por quê? b) Não, porque termina em 00 mas não é múltiplo de 400.

c) Escreva os seis primeiros termos da sequência formada pelos anos bissextos do século atual. 2004, 2008, 2012, 2016, 2020, 2024.

d) O ano em que você nasceu foi bissexto? Resposta pessoal.

e) Desde que você nasceu, quantos anos bissextos já se passaram? Resposta pessoal.

A atividade **3** pode ser uma oportunidade de promover uma discussão em duplas. Além disso, considerando os conhecimentos mobilizados neste capítulo, é possível promover uma atividade lúdica, visando verificar a compreensão dos estudantes acerca do conceito de múltiplo, por exemplo. Uma possibilidade seria explorar o jogo "Bingo dos Múltiplos", no qual o professor elabora diferentes cartelas com números que correspondem às questões a serem sorteadas. As cartelas podem ter poucos números (6, por exemplo), para que a atividade possa ser desenvolvida em uma mesma aula. Ao propor uma atividade como essa, não esqueça que é importante que os estudantes registrem suas resoluções para que, após a atividade, seja possível realizar uma discussão acerca das estratégias e resoluções.

Na atividade **5**, a elaboração de problemas tendo como referencial etapas predefinidas contribui para o desenvolvimento do pensamento computacional. Aproveite a troca com os colegas para instigar uma reflexão sobre as etapas e os procedimentos utilizados tanto para formular quanto para resolver o problema. Esse tipo de atividade trabalha o raciocínio de abdução, uma vez que se parte de dados da resolução ou resposta para se chegar à elaboração das condições ou perguntas que incorporam o enunciado do problema.

Faça as atividades no caderno.

8. O professor Cláudio disse que vai inserir na prova um problema sobre o calendário deste ano. Elabore, em uma folha de papel, um problema sobre o calendário envolvendo múltiplos de um número natural. Depois, troque com um colega e resolva o problema criado por ele. Exemplo de resposta: Quantos dias múltiplos de 10 existem em 1 ano? Resposta: 35 dias.

9. Luana é programadora. Ela trabalha em uma empresa que produz folhas de sulfite e as vende em lotes com 10, 100 ou 1000 folhas. Ela precisa desenvolver um programa que determine se um número é divisível por 10 ou 100 ou 1000. Elabore, no caderno, um fluxograma que indique o resultado que Luana precisa encontrar. A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

10. Descubra o mmc de 6 e 8 pelo método descrito pelo professor.

a) Escreva no caderno a sequência dos múltiplos de 8 não nulos até encontrar um que seja também múltiplo de 6. 8, 16, 24.

b) Qual é o mínimo múltiplo comum de 6 e 8? 24

c) Empregando a mesma estratégia, descubra o mínimo múltiplo comum de 12 e 20. 60

Os divisores de um número natural

As caixas de lâmpadas

Leandro precisa embalar 18 lâmpadas amarelas e 24 lâmpadas verdes em caixas com quantidades iguais, sem misturar as cores.

Para usar o mínimo de caixas, ele precisa colocar o máximo de lâmpadas em cada uma. Qual é a quantidade máxima de lâmpadas que Leandro pode colocar em cada caixa?

As 18 lâmpadas amarelas podem ser embaladas em:

- 1 caixa com 18 lâmpadas ou
- 2 caixas com 9 lâmpadas ou
- 3 caixas com 6 lâmpadas ou
- 6 caixas com 3 lâmpadas ou
- 9 caixas com 2 lâmpadas ou
- 18 caixas com 1 lâmpada.

As 24 lâmpadas verdes podem ser embaladas em:

- 1 caixa com 24 lâmpadas ou
- 2 caixas com 12 lâmpadas ou
- 3 caixas com 8 lâmpadas ou
- 4 caixas com 6 lâmpadas ou
- 6 caixas com 4 lâmpadas ou
- 8 caixas com 3 lâmpadas ou
- 12 caixas com 2 lâmpadas ou
- 24 caixas com 1 lâmpada.

Para que todas as caixas fiquem com a mesma quantidade de lâmpadas, cada caixa pode ter 6, 3, 2 ou 1 lâmpada.

A quantidade máxima de lâmpadas que Leandro pode colocar em cada caixa é 6.

Embalando em caixas de 6 lâmpadas, serão montadas 3 caixas de lâmpadas amarelas e 4 caixas de lâmpadas verdes.

Divisores

O número 1 é divisor de qualquer número natural.

Note que o número 18 é divisível por 1, 2, 3, 6, 9 e 18.
Os números 1, 2, 3, 6, 9 e 18 são divisores naturais de 18.
Os divisores naturais de 24 são: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 e 24.

Um número natural *a* diferente de zero é **divisor** do número natural *b* quando a divisão de *b* por *a* deixa resto zero (*b* é **divisível** por *a*). Nesse caso, também dizemos que *b* é **múltiplo** de *a* e que *a* é **fator** de *b*.

Os divisores de um número natural

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade **EF07MA01** ao propor a resolução e a elaboração de problemas com números naturais que envolvem múltiplos e divisores, fazendo uso de cálculos mentais e escritos, com o apoio da calculadora, o que mobiliza também a **CEMAT05**.

Inicie o trabalho solicitando aos estudantes que leiam a situação proposta e, em duplas, imaginem uma solução para a organização das lâmpadas nas caixas. Peça que compartilhem suas conjecturas, defendendo suas propostas. Em seguida, solicite que comparem as propostas com aquelas apresentadas no livro.

Enfatize que em muitas situações do cotidiano é necessário utilizar conhecimentos matemáticos para a resolução e esta pode ser feita de diferentes maneiras.

Aproveite esse problema para analisar cada parte das informações apresentadas de modo a fazer um encadeamento delas até obter a solução do problema. Desse modo, contribuirá para o desenvolvimento do pensamento computacional dos estudantes.

Orientações didáticas

Atividades

As atividades **4** e **6** a **9** podem ser resolvidas individualmente, mas é fundamental que os estudantes tenham oportunidade de compartilhar as estratégias utilizadas para as resoluções. Esse movimento favorece a troca de ideias e estratégias e, ainda, pode contribuir para o desenvolvimento de habilidades como argumentação, negociação, formulação de propostas, empatia, cooperação, tomada de decisão, entre outras.

Note que a maioria das situações propostas nas atividades pode ser resolvida tanto por algoritmo quanto por listagem de múltiplos. Mas, ao socializarmos as estratégias utilizadas, podemos nos deparar com outros modos de raciocínio. Convide alguns estudantes para registrar a resolução na lousa, escolhendo estratégias diferentes. Posteriormente, discuta com eles os caminhos percorridos e busque contribuir para a compreensão de que não há um único modo de resolver problemas.

Na atividade **9**, é importante que os estudantes possam retomar e defender o raciocínio por analogia e inferência na identificação de divisores de potências de 10 com expoente natural.

A atividade **10** propõe que os estudantes sigam uma estratégia específica, contudo, há diferentes maneiras de calcular o mmc que devem ser valorizadas.

Orientações didáticas

Divisores

Para trabalhar o conceito de divisor, proponha a realização de atividades lúdicas, como o jogo "Bingo dos Divisores". Prepare, antecipadamente, as cartelas com números e peça que os estudantes se organizem em duplas ou trios. Explique que você vai falar um número e eles deverão marcar na cartela os divisores desse número. Continue falando os números até que algum grupo consiga preencher a cartela toda.

O trabalho com divisores possibilita o desenvolvimento dos raciocínios de dedução e abdução. Utilize para isso o seguinte exemplo: como a divisão 350 : 7 é exata, então 7 é divisor de 350 (dedução); sabendo que 7 é divisor de 350, então a divisão 350 : 7 é exata (abdução).

Atividades

As atividades **11** a **13** podem contribuir para a abordagem do pensamento computacional, visto que demandam que os estudantes recorram às condições para que um número seja múltiplo ou divisor de outro.

As atividades **14** a **16** relacionam-se com a perspectiva da resolução de problemas em contextos cotidianos pela aplicação de conceitos matemáticos. Uma sugestão é promover um painel de resoluções para a socialização das representações dos raciocínios ou procedimentos desenvolvidos pelos estudantes para resolver esses problemas. A atividade **16** trabalha a elaboração de problemas, em que se parte de dados da resolução ou resposta para se chegar à elaboração das condições ou perguntas que incorporam o enunciado do problema.

Na atividade **17**, solicite aos estudantes que pesquisem (em casa) diferentes maneiras de encontrar o mmc e o mdc. Na aula seguinte, promova um painel de soluções para que eles compartilhem com os colegas as estratégias encontradas.

A atividade **18** demanda que os estudantes identifiquem se os números propostos são primos entre si. Para além de registrar no caderno, é fundamental que eles socializem e argumentem suas respostas. Note que as atividades **19**, **30** e **34** também abordarão esse conceito.

A atividade **19** tem por objetivo retomar os conhecimentos prévios dos estudantes acerca das frações e sua forma irredutível. Por se tratar de um assunto abordado em anos anteriores, é recomendado promover uma retomada desses conceitos, estimulando a participação da turma. Após esse movimento, a atividade pode ser proposta com vista a identificar se os estudantes ainda têm alguma dúvida envolvendo frações e, se for o caso, propor alguma atividade complementar. Essa retomada contribuirá, ainda, para a resolução da atividade **28**.

Exemplos

- 5 é um divisor de 185 porque a divisão de 185 por 5 é exata, logo 185 é divisível por 5.
- 24 é divisível por 8. → 24 é múltiplo de 8. → 8 é um divisor de 24. → 8 é um fator de 24.

Os divisores comuns de 18 e 24 são: 1, 2, 3 e 6. O maior divisor comum de 18 e 24 é 6, que chamamos **máximo divisor comum (mdc)** de 18 e 24.

Indicamos:

$$\text{mdc}(18, 24) = 6$$

> O **máximo divisor comum** de dois ou mais números naturais é o maior número que é divisor de todos esses números.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

14. 1 fila com 28 estudantes; ou 2 com 14 estudantes; ou 4 com 7 estudantes; ou 7 com 4 estudantes; ou 14 com 2 estudantes.

11. Pense e responda no caderno:

a) 5 é divisor de 50? Por quê? Sim, 5 é divisor de 50 porque 50 é divisível por 5.

b) 15 é divisor de 50? Por quê? Não, 15 não é divisor de 50 porque 50 não é divisível por 15.

12. Classifique em verdadeira ou falsa cada afirmação e escreva uma justificativa no caderno.

a) 30 é divisor de 60. Verdadeira, pois 60 é divisível por 30.

b) 96 é divisível por 4. Verdadeira, pois 96 é múltiplo de 4.

c) 1350 é divisível por 250. Falsa, pois 250 não é divisor de 1 350.

d) 8 é divisor de 4. Falsa, pois 4 não é divisível por 8.

13. Copie no caderno e complete com os termos "divisor de" ou "múltiplo de", formando sentenças verdadeiras.

a) 4 é ▨ 20. 4 é divisor de 20.

b) 36 é ▨ 6. 36 é múltiplo de 6.

c) 12 é ▨ 132. 12 é divisor de 132.

d) 132 é ▨ 12. 132 é múltiplo de 12.

e) 18 é ▨ 18. 18 é divisor de 18 ou 18 é múltiplo de 18. Ambas são corretas.

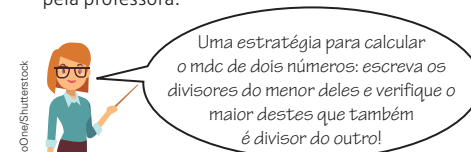
14. O professor Parolin organiza os estudantes em filas nas aulas de Educação Física. Em uma aula a que compareceram 28 estudantes, em quantas filas com mais de 1 estudante em cada uma ele pode organizá-los?

15. Laurinha acertou mais testes do que Edu em uma prova de Ciências contendo um total de 10 testes que valiam 1 ponto cada um. Quantos testes ela pode ter acertado a mais sabendo que o produto dos pontos deles dois foi 24? 5 ou 2 testes.

16. Elabore, em uma folha de papel, um problema envolvendo divisores de um número natural que tenha a resolução a seguir. Depois, troque com um colega e resolva o problema criado por ele.

> Divisores de 40: 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20 e 40.
> 18 = 8 + 10

17. Descubra o mdc de 16 e 20 pelo método descrito pela professora.

MicroOne/Shutterstock

a) No caderno, escreva os divisores de 16. Qual é o maior deles que também é divisor de 20? 1, 2, 4, 8, 16; 4.

b) Qual é o máximo divisor comum de 16 e 20? 4

c) Empregando a mesma estratégia, descubra o mdc de 18 e 30. 6

18. Estudamos anteriormente que, quando dois números têm só um divisor comum (o número 1), eles são chamados primos entre si. Descubra se são números primos entre si e anote no caderno:

a) 14 e 20; Não. **b)** 8 e 15. Sim.

19. Você se lembra? Quando o numerador e o denominador de uma fração são divisíveis por um mesmo número natural, efetuando a divisão nós simplificamos a fração. Por exemplo:

$$\frac{18}{24} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} \quad (:2,\ :3)$$

Como 3 e 4 são primos entre si, $\frac{3}{4}$ é a forma irredutível de cada fração.

No caderno, simplifique até obter a forma irredutível de de cada fração:

a) $\frac{30}{45}$ $\frac{2}{3}$ **b)** $\frac{36}{84}$ $\frac{3}{7}$

16. Exemplo de resposta: Karen, de 40 anos, tem duas filhas cujas idades são divisores da idade dela. Se as idades das filhas somam 18 anos, quantos anosa primogênita tem? Resposta: 10 anos.

Como descobrir os divisores

Decompor um número em fatores primos é o mesmo que escrevê-lo na forma de um produto só de números primos. Esse processo também é conhecido como **fatoração**.

A decomposição de 18 em fatores primos corresponde a $2 \cdot 3 \cdot 3$, conforme o algoritmo a seguir.

18	2
9	3
3	3
1	

Por meio da fatoração, podemos obter todos os divisores de 18. Acompanhe como fazemos.

- Colocamos um traço vertical ao lado dos fatores primos.

18	2	
9	3	
3	3	
1		

- Uma linha acima desse novo traço, colocamos o sinal de multiplicação e o número 1. Na linha seguinte (a linha do fator 2), colocamos o produto de 2 vezes o número que está na linha acima dele ($2 \times 1 = 2$).

	×	1
18	2	2
9	3	
3	3	
1		

- Na linha seguinte (a linha do fator 3), colocamos o produto de 3 vezes os números que estão nas linhas acima dele, à direita do traço ($3 \times 1 = 3$ e $3 \times 2 = 6$).

	×	1
18	2	2
9	3	3, 6
3	3	
1		

- Repetimos esse procedimento nas outras linhas, anotando cada resultado uma só vez. Como os produtos de 3×1 e 3×2 já foram anotados, registramos: $3 \times 3 = 9$ e $3 \times 6 = 18$.

	×	1
18	2	2
9	3	3, 6
3	3	9, 18
1		

Os números colocados à direita da segunda linha vertical são os divisores do número 18:

1, 2, 3, 6, 9 e 18.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

20. No caderno, descubra e anote os divisores:

a) de 36; 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 e 36.

b) de 90. 1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45 e 90.

- Qual é o mdc de 36 e 90? 18

21. São dados os seguintes números: 23, 25, 27, 29 e 31. Quais deles são números primos? Responda no caderno e justifique sua resposta. 23, 29 e 31. Eles são números primos porque cada um é divisível apenas por 1 e por ele mesmo.

Como descobrir o mínimo múltiplo comum

Compare estas filas de peças de dois conjuntos diferentes de dominós:

Na primeira fila, as peças medem 20 mm de comprimento e, na segunda fila, 24 mm. Queremos aumentar as filas até que fiquem com o mesmo comprimento, o menor possível, sempre justapondo as peças do primeiro dominó na primeira fila e as do segundo dominó na segunda fila. Com quantos milímetros ficará cada fila?

Ilustrações: Estúdio Mil/Arquivo da editora

Orientações didáticas

Como descobrir os divisores

Deixe claro aos estudantes que a fatoração é um processo apoiado por um dispositivo prático que permite decompor um número natural em fatores primos e, também, descobrir todos os divisores desse número. Esse processo mobiliza um dos pilares do pensamento computacional, o algoritmo, uma vez que são seguidas instruções, um passo a passo, para se obter o resultado final.

Atividades

A atividade **20** demanda que os estudantes explorem o conceito de divisor e, também, o uso do dispositivo prático para a decomposição em fatores primos considerando a lógica computacional.

Na atividade **21**, os estudantes podem utilizar o processo da fatoração para descobrir que os únicos divisores de um número primo é 1 e ele mesmo. Pelo fato de os números primos serem um tema que mobiliza muitas pesquisas no campo da Matemática, esse pode ser um bom momento para discutir com a turma a importância e a aplicabilidade dos números primos, como na criptografia. Assim, pode-se conectar esse conceito com o TCT *Ciência e Tecnologia*.

Como descobrir o mínimo múltiplo comum

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade **EF07MA01** ao propor a resolução e elaboração de problemas com números naturais que envolvem múltiplos e divisores, fazendo uso de cálculos mentais e escritos, com o apoio da calculadora, o que mobiliza também a **CEMAT05**.

Neste tópico são apresentadas 2 maneiras de descobrir o mínimo múltiplo comum entre 2 ou mais números naturais, pela fatoração de cada número e pela decomposição simultânea.

Proposta para o professor

Para uma abordagem das práticas metodológicas por meio de resolução de problemas, sugerimos a leitura do artigo:

LEAL JUNIOR, Luiz C.; ONUCHIC, Lourdes de la R. Ensino e aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas como prática sociointeracionista. *Bolema*, Rio Claro (SP), v. 29, n. 53, p. 955-978, dez. 2015. Disponível em: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v29n53a09. Acesso em: 21 maio 2022.

Orientações didáticas

Empregando fatoração

Deixe claro para os estudantes que a fatoração, além de ser utilizada para descobrir os divisores de um número natural, como estudado anteriormente, é usada também para descobrir o mmc entre 2 ou mais números naturais.

O comprimento a ser obtido, em milímetros, da primeira fila é um múltiplo de 20: 20, 40, 60, 80, 100, 120, ...; o da segunda fila é um múltiplo de 24.

Os múltiplos não nulos de 24, na ordem crescente, são:

$$24;\ 2 \cdot 24 = 48;\ 3 \cdot 24 = 72;\ 4 \cdot 24 = 96;\ 5 \cdot 24 = 120;\ \ldots$$

O primeiro desses múltiplos de 24 que também é múltiplo de 20 é o número 120.

Então, as filas vão medir 120 mm.

Note que o número 120 é o menor múltiplo de 24 excluindo o zero que também é múltiplo de 20. Por isso, 120 é o mínimo múltiplo comum de 20 e 24: $\text{mmc}(20, 24) = 120$.

Empregando fatoração

No problema anterior, descobrimos o $\text{mmc}(20, 24)$. Há outra estratégia para descobrir esse mmc; começamos fazendo a fatoração dos números:

$$\begin{array}{r|l} 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{l} 20 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \\ 24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \end{array}$$

Um múltiplo de 20 maior do que 20 tem necessariamente em sua decomposição dois fatores 2 e um fator 5.

Um múltiplo de 24 maior do que 24 tem necessariamente em sua decomposição três fatores 2 e um fator 3.

Então, um múltiplo comum de 20 e 24 deve ter pelo menos três fatores 2, um fator 3 e um fator 5. O mmc é o que só tem esses fatores:

$$\text{mmc}(20, 24) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 120$$

Acompanhe este outro exemplo:

$$\begin{array}{r|l} 144 & 2 \\ 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{l} 144 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \\ 180 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \end{array}$$

A maior quantidade de vezes que o fator primo 2 aparece nas fatorações é 4; a maior quantidade de vezes que o 3 aparece é 2; e o 5 aparece 1 vez.

Logo, $\text{mmc}(144, 180) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 720$.

Com essa estratégia também podemos descobrir o mmc de mais de dois números.

Acompanhe a obtenção do $\text{mmc}(18, 25, 30)$:

Alberto De Stefano/Arquivo da editora

$$\begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Na fatoração em que aparece mais vezes:

- o 2 aparece 1 vez;
- o 3 aparece 2 vezes;
- o 5 aparece 2 vezes.

Então, $\text{mmc}(18, 25, 30) = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = 450$.

Empregando decomposição simultânea

Podemos descobrir o mmc de dois ou mais números fazendo a decomposição deles simultaneamente. Acompanhe a explicação na obtenção do mmc(18, 25, 30).

1º passo: Escrevemos os números dados, separando-os por vírgulas, e colocamos um traço vertical ao lado do último número. À direita do traço, colocamos o menor dos fatores primos dos números dados, seja ele um fator comum ou não a todos os números (no exemplo, o 2).

2º passo: Abaixo de cada número que for divisível pelo fator primo, colocamos o quociente da divisão dele por esse fator primo (no exemplo, sob o 18 colocamos o 9 e sob o 30, o 15). Os números não divisíveis pelo fator primo devem ser repetidos (no exemplo, o 25).

3º passo: Prosseguimos com esse processo até chegar ao quociente 1 em todos os números.

1º passo

18, 25, 30	2

2º passo

18, 25, 30	2
9, 25, 15	

3º passo

18, 25, 30	2
9, 25, 15	3
3, 25, 5	3
1, 25, 5	5
1, 5, 1	5
1, 1, 1	

4º passo: O mmc dos números 18, 25 e 30 é o produto dos fatores primos colocados à direita do traço: $\text{mmc}(18, 25, 30) = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = 450$.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

22. Raul sempre corta o cabelo de 20 em 20 dias, e Artur, de 25 em 25 dias. Certo dia coincidiu de ambos cortarem o cabelo. Depois de quantos dias essa coincidência ocorrerá novamente? 100 dias.

Alberto De Stefano/Arquivo da editora

23. Flávio caminha naturalmente dando passos de 60 centímetros, e a filha dele, Fernanda, passos de 50 centímetros. Qual é a menor distância que pode ser medida por uma quantidade inteira de passos tanto de Flávio quanto de Fernanda? 300 centímetros (3 metros).

24. Um carro e uma moto partem juntos do ponto inicial do circuito de um autódromo. O carro percorre o circuito em 210 segundos, e a moto, em 280 segundos. Depois de quanto tempo o carro e a moto passarão juntos novamente pelo ponto inicial? 840 segundos (14 minutos).

25. Considere o seguinte fenômeno: o alinhamento dos planetas Mercúrio, Vênus e Saturno. Assim como a Terra, esses planetas também giram em torno do Sol. Mercúrio leva aproximadamente 87 dias para completar uma volta em torno do Sol; Vênus leva aproximadamente 225 dias; e Saturno, 28 anos.

De acordo com essas informações, faça no caderno o que se pede a seguir.

a) Descubra o mmc(87, 225) e responda: Considerando o momento em que os três planetas se alinham, depois de aproximadamente quantos dias Mercúrio e Vênus estarão ambos novamente nessa mesma posição? Aproximadamente 6525 dias.

b) Transforme em anos o número da resposta ao item anterior. Aproximadamente 18 anos.

c) Depois de quantos anos, aproximadamente, essa posição dos três planetas se repetirá? Obtenha o mmc entre 28 e o número dado como resposta ao item **b**. Aproximadamente 252 anos.

No *site* https://eventos.ufrj.br/evento/efemerides-dos-principais-fenomenos-astronomicos-2022-do-ov/ (acesso em: 9 fev. 2022) há um arquivo no formato PDF que lista os eventos astronômicos de 2022, como o eclipse solar parcial, o eclipse lunar total, o alinhamento a leste de Marte, Júpiter e Vênus, entre outros eventos.

Orientações didáticas

Empregando decomposição simultânea

Nessa outra maneira de descobrir o mmc, empregamos um dispositivo prático como o da fatoração, feita, porém, ao mesmo tempo para todos os números considerados.

Esse processo mobiliza um dos pilares do pensamento computacional, o algoritmo, uma vez que são seguidas instruções, um passo a passo, para se obter o resultado final.

Atividades

Nas atividades **22** a **27**, relacionadas com a perspectiva da resolução de problemas, é importante que os estudantes exercitem a criatividade e coloquem em prática os conhecimentos mobilizados. Você pode propor que eles se organizem em pequenos grupos para resolver essas atividades. Essa organização permite um acompanhamento mais eficaz das discussões geradas.

Aproveite o contexto da atividade **25** para acessar o *site* sugerido no boxe e discutir com os estudantes alguns conhecimentos de Astronomia, como o eclipse solar, o eclipse lunar e o alinhamento de planetas. Esse trabalho pode ser feito em parceria com o professor da área de **Ciências da Natureza**.

Orientações didáticas

Atividades

As atividades **26** e **27** demandam, inicialmente, que os estudantes elaborem seus próprios problemas. Após elaborarem, eles deverão trocar entre si os problemas e solucioná-los.

Para além da elaboração e resolução, como já destacado anteriormente, estimule a socialização das estratégias. Caso identifique algum erro conceitual ou mesmo perceba que algum conhecimento prévio se apresentou como uma lacuna formativa, use esse momento para retomar com os estudantes esses conhecimentos e, se necessário, proponha uma atividade extra que contribua para a superação da lacuna identificada.

Na atividade **28**, pelo fato de o conceito de fração já ter sido estudado em anos anteriores, pode-se recorrer, por exemplo, à metodologia ativa da gamificação para retomar esse conceito. Para tanto, é possível criar uma proposta usando plataformas de aprendizado baseadas em jogos, como o Kahoot (https://kahoot.com/; acesso em: 21 maio 2022).

Como descobrir o máximo divisor comum

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade **EF07MA01** ao propor a resolução e elaboração de problemas com números naturais que envolvem múltiplos e divisores, fazendo uso de cálculos mentais e escritos, com o apoio da calculadora, o que mobiliza também a **CEMAT05**.

Neste tópico são apresentadas 2 maneiras de descobrir o máximo divisor comum entre 2 ou mais números naturais, pela fatoração de cada número e pela decomposição simultânea.

Aproveite o contexto do problema apresentado como exemplo para refletir sobre a diversidade social e econômica do nosso país. Pergunte se os estudantes conhecem alguma instituição que sobrevive de doações e se eles mesmos já participaram de alguma ação solidária.

Resolver problemas seguindo passos com encadeamento lógico contribui para o desenvolvimento do pensamento computacional.

26. b) Exemplo de resposta: Duas torres próximas de um aeroporto emitem sinais de luz, uma a cada 10 segundos e a outra de 8 em 8 segundos. Os sinais são emitidos simultaneamente em determinados instantes. Quantas vezes por dia ocorrem as coincidências? Você pode usar calculadora para fazer as contas. Resposta: 2 160 vezes.

Faça as atividades no caderno.

26. Elabore, em uma folha de papel, um problema que envolva múltiplos para cada situação a seguir.

a) Um problema que possa ser resolvido mentalmente. **a)** Exemplo de resposta: Duas cidades realizam festas de folclore no mês de agosto, uma delas a cada 2 anos e a outra a cada 3 anos. Se em determinado ano as festas coincidiram, depois de quantos anos voltarão a coincidir? Resposta: 6 anos.

b) Um problema em cuja resolução seja recomendado o uso de calculadora.

Depois, troque com um colega e resolva os problemas criados por ele.

27. Elabore um problema em uma folha de papel considerando que o evento narrado na notícia a seguir sempre ocorre em um mesmo intervalo de anos. **27.** Exemplo de resposta: Em 22 de julho de 2009 parte da Ásia vê maior eclipse solar deste século. Fenômeno alcançou a duração máxima de 6 minutos e 39 segundos. Um eclipse total do Sol tão longo só poderá ser visto outra vez em junho de 2132. Qual é o próximo século que não terá um eclipse tão longo como esse? Resposta: Século XXV.

Parte da Ásia vê maior eclipse solar deste século [em 22 de julho de 2009]

Fenômeno alcançou a duração máxima de 6 minutos e 39 segundos. [...]

[...] Um eclipse total do Sol tão longo só poderá ser visto outra vez em junho de 2132. [...]

G1. Parte da Ásia vê maior eclipse solar deste século. *Jornal da Paraíba*, [*s. l.*], 22 jul. 2009.. Disponível em: https://jornaldaparaiba.com.br/noticias/2009/07/22/parte-da-asia-ve-maior-eclipse-solar-deste-seculo. Acesso em: 12 jan. 2022.

Texto para a atividade **28**.

Recordemos que para adicionar ou subtrair frações de denominadores diferentes é necessário primeiro reduzi-las a um denominador comum múltiplo de ambos os denominadores. Por exemplo, para adicionar $\frac{5}{6}$ e $\frac{3}{10}$ podemos usar como denominador comum o produto dos dois denominadores $(6 \cdot 10 = 60)$. Nesse caso, fica:

$$\frac{5}{6} + \frac{3}{10} = \frac{50}{60} + \frac{18}{60} = \frac{68}{60} = \frac{34}{30} = \frac{17}{15}$$

Para reduzir as frações ao menor denominador comum, obtemos o mmc deles: mmc$(6, 10) = 30$. Nesse caso, fica:

$$\frac{5}{6} + \frac{3}{10} = \frac{25}{30} + \frac{9}{30} = \frac{34}{30} = \frac{17}{15}$$

28. No caderno, efetue as operações pelo modo que preferir.

a) $\frac{1}{4} + \frac{3}{5}$ $\frac{17}{20}$

b) $\frac{3}{4} - \frac{1}{6}$ $\frac{7}{12}$

c) $\frac{3}{2} + \frac{5}{8} - \frac{7}{6}$ $\frac{23}{24}$

d) $\frac{11}{12} - \frac{3}{16}$ $\frac{35}{48}$

e) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$ $\frac{77}{60}$

f) $\frac{81}{100} - \frac{27}{50} - \frac{3}{25}$ $\frac{3}{20}$

Como descobrir o máximo divisor comum

Produção de bombons

Mauro participa de um bazar beneficente com o objetivo de arrecadar fundos para uma creche. Ele fez, para vender no bazar, 840 bombons de chocolate ao leite e 900 bombons de fruta. Agora, ele precisa empacotá-los.

Quatro condições devem ser seguidas no empacotamento.

- Cada pacote deve ter apenas bombons de um mesmo sabor.
- Todos os pacotes devem ter a mesma quantidade de bombons.
- Os pacotes devem conter a maior quantidade possível de bombons.
- Não deve sobrar nenhum bombom fora dos pacotes.

Quantos bombons Mauro deve colocar em cada pacote?

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

Para descobrir, devemos repartir 840 bombons de chocolate ao leite e 900 bombons de fruta em pacotes com a mesma quantidade e com um único sabor, sem deixar sobrar bombons.

A quantidade de bombons em cada pacote é um divisor comum de 840 e 900.

Como os pacotes devem conter a maior quantidade possível de bombons, precisamos calcular o máximo divisor comum de 840 e 900.

Proposta para o professor

Seguem duas referências sobre múltiplos e divisores: a primeira é um vídeo que explora aplicações desses conceitos e a segunda (em espanhol) traz um jogo como objeto digital de aprendizagem.

EDUPLAY/RNP. *Múltiplos e divisores*: suas aplicações e seu ensino. [*s. l.*]: Udesc/Cead/UAB, [20--?]. Disponível em: https://eduplay.rnp.br/portal/video/udesc2071.

DIDACTALIA. *Dominó y cartas de múltiplos y divisores*. [*s. l.*]: Didactalia, c2022. Disponível em: https://didactalia.net/comunidad/materialeducativo/recurso/domino-y-cartas-de-multiplos-y-divisores/ffe90f58-8747-45ca-a45d-37715d91aaed.

Acessos em: 21 maio 2022.

Você vai encontrar a resposta quando resolver a atividade **29**, que está adiante. Agora vamos estudar como podemos descobrir o mdc.

Empregando a fatoração

Podemos determinar o mdc por meio da forma fatorada dos números, sem precisar escrever todos os divisores deles.

Por exemplo, vamos calcular o mdc(45, 60):

45	3
15	3
5	5
1	

60	2
30	2
15	3
5	5
1	

$45 = 3 \cdot 3 \cdot 5$

$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$

O 3 e o 5 são divisores comuns de 45 e 60, e o produto $3 \cdot 5$ também o é. "Tirando" $3 \cdot 5$ das decomposições, não sobra fator comum. Então, o maior divisor comum que podemos encontrar é $3 \cdot 5$; portanto, mdc(45, 60) = 15.

Vamos obter o mdc de 180, 240 e 252:

180	2
90	2
45	3
15	3
5	4
1	

240	2
120	2
60	2
30	2
15	3
5	5
1	

252	2
126	2
63	3
21	3
7	7
1	

Tirando os fatores destacados nas decomposições, não sobra fator comum. Então:

$$\text{mdc}(180, 240, 252) = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$$

Lembre-se: se os números dados não apresentam fator primo comum, então o mdc é 1 e os números são chamados primos entre si.

31. Exemplo de resposta: Ronaldo deve escolher o piso para a sala de aula de 4,16 m por 7,04 m optando por usar peças inteiras. Sabendo que as opções disponíveis na loja são peças quadradas com lados medindo no máximo 40 cm, quais as medidas das dimensões da peça escolhida? Resposta: 0,32 m por 0,32 m.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

29. Releia o problema sobre os pacotes de bombons em "Como descobrir o máximo divisor comum". No caderno, descubra o mdc de 840 e de 900 para saber quantos bombons Mauro deve colocar em cada pacote.
60 bombons.

30. Dois grupos de estudantes participam de uma gincana. Uma das missões atribuídas a cada grupo é a seguinte:

Grupo **A**: Na cartela **A**, a seguir, riscar os dois números primos entre si e descobrir o máximo divisor comum dos números restantes.

Grupo **B**: Na cartela **B**, a seguir, eliminar os números primos e obter o máximo divisor comum dos restantes.

Que resposta cada grupo deve apresentar para ganhar os pontos dessa etapa da gincana?

A | 50 | 56 | 63 | 72 |

mdc(56, 72) = 8

B | 51 | 63 | 75 | 89 |

mdc(51, 63, 75) = 3

31. Elabore, em uma folha de papel, um problema sobre a escolha do piso de uma sala de aula de dimensões medindo 4,16 m por 7,04 m. Depois, troque com um colega e resolva o problema criado por ele.

Orientações didáticas

Empregando a fatoração

Deixe claro para os estudantes que a fatoração, além de ser utilizada para descobrir os divisores de um número natural e o mmc entre 2 ou mais números naturais, como estudado anteriormente, também é usada para descobrir o mdc entre 2 ou mais números naturais.

Atividades

As atividades **29** a **31** relacionam-se com a perspectiva da resolução de problemas. Não se esqueça de promover um painel de soluções para a socialização dos caminhos percorridos pelos estudantes para solucioná-los. Por fim, destaque que a atividade **31** promove conexão com Grandezas e medidas. Esse tipo de atividade trabalha o raciocínio de abdução, uma vez que se parte de dados da resolução ou resposta para se chegar à elaboração das condições ou perguntas que incorporam o enunciado do problema.

Orientações didáticas

Empregando decomposição simultânea

Nessa outra maneira de descobrir o mdc, empregamos um dispositivo prático como o da fatoração, feita, porém, ao mesmo tempo para todos os números considerados.

Esse processo mobiliza um dos pilares do pensamento computacional, o algoritmo, uma vez que são seguidas instruções, um passo a passo, para se obter o resultado final.

Atividades

As atividades **32**, **33** e **35** a **37** relacionam-se com a perspectiva da resolução de problemas. Elas podem ser propostas para serem solucionadas em duplas ou trios.

A atividade **34**, assim como as atividades **18** e **21**, demanda que os estudantes identifiquem se os números propostos são primos entre si. Para além de registrar no caderno, é fundamental que os estudantes socializem suas respostas e argumentem sobre elas.

As atividades **35** e **36** trabalham o raciocínio de abdução, uma vez que se parte de dados da resolução ou resposta para se chegar à elaboração das condições ou perguntas que incorporam o enunciado do problema.

Empregando decomposição simultânea

Podemos descobrir o mdc de dois ou mais números fazendo a decomposição simultânea deles. Acompanhe a explicação na obtenção do mdc de 180, 240 e 252.

1º passo: Escrevemos os números dados, separando-os com vírgulas, e colocamos um traço vertical ao lado do último número. À direita do traço, colocamos o menor fator primo comum de todos os números dados. Se não há fator primo comum, os números são primos entre si e o mdc é igual a 1.

2º passo: Abaixo de cada número colocamos o quociente da divisão pelo fator primo comum. À direita do traço, colocamos o menor fator primo comum dos quocientes encontrados.

3º passo: Dividimos cada quociente pelo fator primo comum e indicamos, abaixo de cada número, o resultado encontrado. Prosseguimos assim até que não exista um fator primo comum a todos os quocientes, isto é, que estes sejam primos entre si.

1º passo

180, 240, 252	2

2º passo

180, 240, 252	2
90, 120, 126	2

3º passo

180, 240, 252	2
90, 120, 126	2
45, 60, 63	3
15, 20, 21	

Não têm fator primo comum.

4º passo: O mdc é o produto dos fatores primos comuns colocados à direita do traço.

$$\text{mdc}(180, 240, 252) = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$$

Atividades

Faça as atividades no caderno.

32. Tenho 84 balas de coco, 144 balas de chocolate e 60 balas de leite. Quero formar saquinhos de balas sem misturar sabores nem ter sobras de balas. Todos os saquinhos devem ter a mesma quantidade de balas e esta deve ser a maior possível.

a) Quantas balas devo colocar em cada saquinho? 12 balas.

b) Quantos saquinhos devo formar? Coco: 7 saquinhos; chocolate: 12 saquinhos; leite: 5 saquinhos.

33. Em uma escola, matricularam-se:

- 280 estudantes de 6º ano;
- 224 estudantes de 7º ano;
- 168 estudantes de 8º ano;
- 112 estudantes de 9º ano.

O diretor quer que todas as classes do colégio tenham o mesmo número de estudantes. O número considerado ideal por ele é não menos de 20 nem mais de 40 estudantes. Para satisfazer a vontade do diretor:

a) quantos estudantes cada classe deve ter? 28 estudantes.

b) quantas classes de cada ano serão formadas? 10, 8, 6 e 4 classes, respectivamente.

34. No caderno, fatore cada número a seguir e, depois, responda às perguntas.

75	98	320	480

$3 \cdot 5 \cdot 5$; $2 \cdot 7 \cdot 7$; $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$; $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$

a) Entre os números dados, há dois que são primos entre si? Se sim, quais? Sim, 75 e 98.

b) Qual é a soma dos dois números que têm mdc igual a 15? 555

c) Qual é o mmc dos dois números que têm mdc igual a 2? Há duas possibilidades: 23520 ou 15680.

35. Elabore, em uma folha de papel, um problema que seja resolvido descobrindo um mdc e iniciado por: "Alfredo recebeu duas peças de tecido para ternos, uma de 78 metros e outra de 90 metros de comprimento." Depois, troque com um colega e resolva o problema criado por ele.

35. Exemplo de resposta: Alfredo recebeu duas peças de tecido para ternos, uma de 78 metros e outra de 90 metros. Ele vai cortar essas peças em pedaços de mesmo comprimento, o maior possível. Qual deve ser o comprimento de cada parte? Resposta: 6 metros.

36. Em uma escola, o 7º A tem 32 estudantes e o 7º B, 36 estudantes. Elabore, em uma folha de papel, um problema sobre divisores que envolva esses dados e possa ser resolvido mentalmente. Depois, troque com um colega e resolva o problema criado por ele.

36. Exemplo de resposta: Em uma escola, o 7º A tem 32 estudantes e o 7º B, 36 estudantes. A professora Cleide propôs um trabalho em grupo para cada classe. Se todos os grupos, de ambas as classes, devem ter o mesmo número de estudantes, quantos grupos serão formados? Resposta: 34 grupos de 2 estudantes ou 17 grupos de 4 estudantes.

37. Com 300 rosas e 220 cravos, Rafinha quer montar o maior número possível de arranjos idênticos, cada um com a mesma quantidade de rosas e a mesma quantidade de cravos. Para não sobrar flor, quantas rosas e quantos cravos devem ser colocados em cada arranjo? Quantos arranjos serão montados? 15 rosas e 11 cravos; 20 arranjos.

Proposta para o professor

Segue um documentário sobre os números primos e a aplicação em diversos campos científicos.

A HISTÓRIA dos números primos. [*s. l.*]: BBC, 2007. 1 vídeo (1 h 14 min 32 s). Publicado pelo canal DocumentariosCiencia. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=eHp0cQy-2S4&ab_channel=DocumentariosCiencia. Acesso em: 21 maio 2022.

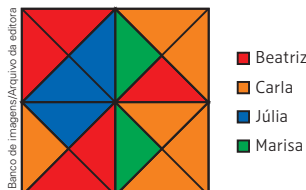
Operações com frações e decimais

NA BNCC
EF07MA05
EF07MA06
EF07MA07
EF07MA08
EF07MA11
EF07MA12

Recordando frações

Marisa está participando com mais três amigas, Beatriz, Carla e Júlia, da criação de um jogo no qual o tabuleiro é dividido em partes iguais, chamadas territórios. O jogo, que se chama *Conquistando territórios*, é feito para quatro jogadores. Vence a partida o jogador que terminá-la com o maior número de territórios.

O tabuleiro apresentado por Marisa tem o formato de um quadrado, dividido em 16 territórios.

Ao final da primeira rodada desse jogo, a disposição dos territórios conquistados pelas jogadoras é a seguinte:

- Beatriz: 5 territórios.
- Carla: 6 territórios.
- Júlia: 3 territórios.
- Marisa: 2 territórios.

Dessa maneira, a vencedora dessa rodada foi Carla, com 6 territórios. Carla conseguiu conquistar $\frac{6}{16}$ do tabuleiro.

Frações

A fração pode ser compreendida como um número que representa partes de um inteiro. Na representação de uma fração, o **numerador** indica quantas partes do inteiro estão sendo consideradas e o **denominador** indica em quantas partes de mesmo tamanho um inteiro é dividido. O denominador é sempre diferente de zero.

$\frac{6}{16}$ ← numerador (6) ← denominador (16)

As frações podem ser classificadas, de acordo com o numerador e o denominador, em frações próprias, frações impróprias e frações aparentes. Acompanhe a seguir.

Frações próprias

São aquelas em que o numerador é menor do que o denominador.

Exemplos: $\frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{8}{10}, \frac{70}{100}$.

Frações impróprias

São aquelas em que o numerador é maior do que o denominador ou igual a ele.

Exemplos: $\frac{5}{3}, \frac{10}{6}, \frac{12}{12}, \frac{100}{8}$.

Frações aparentes

São aquelas em que o numerador é múltiplo do denominador.

Exemplos: $\frac{4}{4}, \frac{30}{5}, \frac{35}{7}, \frac{150}{50}$.

Orientações didáticas

Recordando frações

Na BNCC

Este capítulo favorece o desenvolvimento das habilidades: **EF07MA05** ao propor a resolução de um problema utilizando diferentes algoritmos; **EF07MA06** ao resolver problemas de mesma estrutura utilizando os mesmos procedimentos; **EF07MA07** ao representar por fluxograma os passos para resolução de problemas de mesma estrutura, mobilizando assim a **CEMAT06**; e **EF07MA08** ao comparar e ordenar frações.

Iniciamos este capítulo com uma retomada do conceito de fração buscando identificar possíveis defasagens de aprendizagem. Retome com os estudantes o que é um número fracionário e sua representação. Caso identifique que a turma possui dificuldades com o conceito de fração, proponha atividades extras para os estudantes.

Ao abordar o conceito de fração, busque explorar uma perspectiva que vá do concreto para o abstrato. Recorra a materiais manipuláveis para favorecer a visualização da representação fracionária e, gradativamente, possibilite que os estudantes dependam menos do concreto para abstrair esse conceito. É importante investir um tempo na retomada desse conceito, visto que ele é importante para solucionar diferentes problemas matemáticos. Na abordagem de fração, pode-se, ainda, conectar esse conceito com a discussão, por exemplo, do desmatamento da Amazônia ou algum tema relacionado com o TCT *Saúde* (obesidade ou desnutrição infantil). Explore reportagens e dados divulgados por agências oficiais ou organizações não governamentais (ONGs).

Após discutir com os estudantes o conceito e a classificação das frações, busque evidenciar a transformação de número decimal em fração e de fração em número decimal. Esse é um bom momento para exercitar as diferentes formas de registro de um mesmo número.

Por fim, aborde com os estudantes as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão envolvendo números fracionários e números decimais.

As sugestões apresentadas nos boxes *Participe* podem ser consideradas disparadoras das discussões com os estudantes, pois incentivam a elaboração de conjecturas antes de formalizar o raciocínio para a elaboração final das respostas. Essas conjecturas podem ser apresentadas e defendidas pelos estudantes, auxiliando-os assim no desenvolvimento de habilidades que permitem refletir sobre conceitos matemáticos e construí-los.

Frações

Nesse momento, vamos explorar a ideia de fração como parte de um todo e mais adiante fração com as ideias de quociente, razão e operador. Também são exploradas as definições de fração própria, fração imprópria e fração aparente.

Orientações didáticas

Participe

Proponha que a atividade seja realizada em duplas para auxiliar na elaboração de conjecturas. Os estudantes devem consultar a representação do tabuleiro na página anterior do livro e podem também elaborar outros esquemas para a resolução. Se julgar oportuno, solicite que algumas duplas compartilhem, na lousa, as estratégias que utilizaram.

Atividades

As atividades **1** a **3** demandam que os estudantes percebam a representação fracionária, bem como classifiquem as frações. Por serem assuntos já abordados em anos anteriores, podem ser consideradas na perspectiva de uma avaliação diagnóstica, a fim de evidenciar as dificuldades que os estudantes ainda podem apresentar em relação ao conceito de fração. Caso identifique que eles apresentam dificuldades, invista um tempo maior na retomada desse conceito. Explore atividades com materiais concretos, por exemplo, o círculo de frações. É importante que esse conhecimento esteja bem consolidado para que haja sucesso no estudo de porcentagem e de outros temas que serão abordados ao longo da escolarização.

Frações equivalentes e simplificação

Ao analisar as figuras apresentadas nos exemplos, destaque para os estudantes que, ao dividir o quadrado, tanto do exemplo 1 como do 2, em mais partes, não se altera a quantidade pintada, ou seja, o valor representado continua o mesmo. As representações figurais e por números fracionários são diferentes, mas indicam a mesma quantidade de partes do todo.

Participe

Faça as atividades no caderno.

Sobre a primeira rodada do jogo de tabuleiro criado por Marisa e as amigas, responda no caderno.

a) Que fração do tabuleiro foi conquistada por Beatriz? Qual é o tipo dessa fração? **a)** $\frac{5}{16}$, própria.

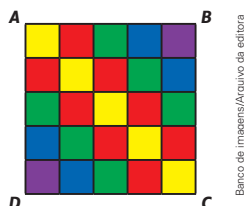
b) Que fração do tabuleiro foi conquistada por Júlia? Qual é o tipo dessa fração? **b)** $\frac{3}{16}$, própria.

c) Que fração do tabuleiro foi conquistada por Marisa? Qual é o tipo dessa fração? **c)** $\frac{2}{16}$, própria.

d) Qual fração do tabuleiro representa os territórios conquistados pelas quatro jogadoras juntas? Qual é o tipo dessa fração? **d)** $\frac{16}{16}$, imprópria e aparente.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1. Considere o quadrado *ABCD* a seguir e responda no caderno a que fração dele corresponde:

Banco de imagens/Arquivo da editora

a) a parte amarela; $\frac{5}{25}$

b) a parte vermelha; $\frac{8}{25}$

c) a parte verde; $\frac{6}{25}$

d) a parte roxa; $\frac{2}{25}$

e) a parte azul. $\frac{4}{25}$

2. Copie no caderno e classifique cada fração em própria ou imprópria. Própria; imprópria; própria; imprópria; imprópria; própria.

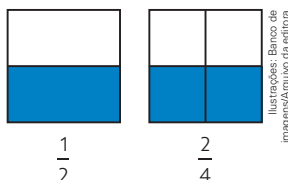
$\frac{5}{7}$ $\frac{9}{8}$ $\frac{5}{15}$ $\frac{16}{4}$ $\frac{25}{7}$ $\frac{6}{12}$

3. Na atividade anterior, há alguma fração aparente? Qual (ou quais)? Sim, $\frac{16}{4}$.

Frações equivalentes e simplificação

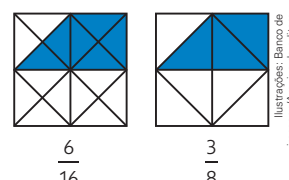
Vamos analisar e comparar duas frações. Acompanhe os exemplos a seguir.

Exemplo 1:

$\frac{1}{2}$ $\frac{2}{4}$

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

$\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{4}$ representam a metade do inteiro. São **frações equivalentes**.

Exemplo 2:

$\frac{6}{16}$ $\frac{3}{8}$

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

$\frac{6}{16}$ e $\frac{3}{8}$ representam a mesma parte da unidade. São **frações equivalentes**.

> Duas ou mais frações que representam a mesma parte de um inteiro (ou unidade) são chamadas **frações equivalentes**.

Quando multiplicamos ou dividimos os termos de uma fração dada por um mesmo número natural diferente de zero, obtemos uma fração equivalente à fração dada.

No exemplo 1, multiplicamos numerador e denominador por 2.

$$\frac{1}{2} \overset{\times 2}{=} \frac{2}{4}$$

No exemplo 2, dividimos numerador e denominador por 2.

$$\frac{6}{16} \overset{:2}{=} \frac{3}{8}$$

No exemplo 2, dizemos que simplificamos a fração à forma reduzida.

Obtemos uma **fração irredutível**, $\frac{3}{8}$, pois 3 e 8 não têm fator primo comum.

Simplificar uma fração é dividir os termos por um mesmo número natural diferente de zero e obter termos menores do que os iniciais. Quando uma fração é simplificada até que seus termos não tenham mais fator primo comum, dizemos que foi obtida a forma irredutível da fração dada.

Em uma **fração irredutível**, numerador e denominador são primos entre si.

Participe

Faça as atividades no caderno.

Vamos considerar a fração $\frac{21}{35}$.

a) Quais são os divisores de 21? 1, 3, 7 e 21.

b) Quais são os divisores de 35? 1, 5, 7 e 35.

c) Quais são os divisores comuns de 21 e 35? 1 e 7.

d) Qual é o mdc de 21 e 35? 7

e) Dividindo os termos da fração $\frac{21}{35}$ pelo mdc deles, qual é a fração encontrada? $\frac{3}{5}$

f) Como podemos classificar a fração encontrada? Irredutível e própria.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

4. Copie no caderno e complete as lacunas simplificando as frações.

a) $\frac{35}{50} = \frac{7}{\square}$ 10 **b)** $\frac{72}{64} = \frac{36}{\square}$ 32 **c)** $\frac{11}{121} = \frac{\square}{11}$ 1 **d)** $\frac{120}{400} = \frac{\square}{20}$ 6

5. Escreva no caderno a forma reduzida de cada fração da atividade anterior. $\frac{7}{10}$; $\frac{9}{8}$; $\frac{1}{11}$; $\frac{3}{10}$.

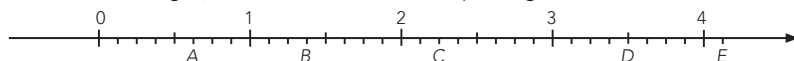
6. Note as frações a seguir e responda no caderno ao que se pede. **a)** $\frac{5}{7}$; $\frac{9}{4}$; $\frac{25}{7}$.

$\frac{5}{7}$ $\frac{9}{4}$ $\frac{5}{15}$ $\frac{40}{16}$ $\frac{25}{7}$ $\frac{6}{12}$

a) Quais das frações estão na forma reduzida?

b) Quais são as formas reduzidas das demais frações?

7. Na reta numérica a seguir, a unidade está dividida em 8 partes iguais.

Banco de imagens/Arquivo da editora

No ponto *A* fica representada a fração $\frac{5}{8}$ e em *B*, $\frac{11}{8}$.

6. b) $\frac{5}{15} = \frac{1}{3}$; $\frac{40}{16} = \frac{5}{2}$; $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.

a) Que frações ficam representadas nos pontos *C*, *D* e *E*? Responda na forma irredutível. $\frac{9}{4}$, $\frac{7}{2}$ e $\frac{33}{8}$.

b) Qual fração é maior: $\frac{7}{2}$ ou $\frac{9}{4}$? Por quê? $\frac{7}{2}$; considerando a reta numérica representada, $\frac{9}{4}$ está mais próximo do 0 do que $\frac{7}{2}$.

8. Compare as partes coloridas em cada figura.

a) Em qual dessas figuras a parte colorida é maior? Figura *B*.

b) Que fração de cada figura representa a parte colorida? $\frac{5}{8}$; $\frac{3}{4}$.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

c) Copie a reta numérica no caderno e represente as duas frações nela.

0 $\frac{5}{8}$ $\frac{3}{4}$ 1

d) Considerando a reta numérica representada anteriormente, qual dessas frações é a maior? $\frac{3}{4}$

Orientações didáticas

Participe

A atividade proposta é importante para esclarecer aos estudantes que, na simplificação de uma fração, a descoberta do mdc entre numerador e denominador é o número que divide esses termos para se obter a fração simplificada e, quando o mdc é 1, obtém-se a fração irredutível.

Atividades

Nas atividades **7** e **8**, é buscado um modo de representação que contribui para que os estudantes ampliem a compreensão sobre o conceito de número ao explorar a representação de algumas frações na reta numérica. Proponha outras atividades que demandem essa representação.

Desenhe uma reta numérica na lousa para melhor visualização e compreensão de "qual número é maior ou menor do que outro tomado como referência". Essas atividades também demandam a realização de comparação entre frações.

Proposta para o estudante

Sugerimos alguns jogos envolvendo frações para os estudantes.

ZISNUNES. *Combinação*. [*s. l.*]: Wordwall, [20--?]. Disponível em: https://wordwall.net/pt/resource/4647482/fra%C3%A7%C3%A3o.

MATEMÁTICAS. *Tipos de fração*. [*s. l.*]: Wordwall, [20--?]. Disponível em: https://wordwall.net/pt/resource/16858221/tipos-de-fra%C3%A7%C3%A3o.

LENIRARPHAUT. *Estouro de balão*. [*s. l.*]: Wordwall, [20--?]. Disponível em: https://wordwall.net/pt/resource/3282209/fra%C3%A7%C3%A3o.

Acessos em: 23 maio 2022.

Orientações didáticas

Comparando frações

Explique aos estudantes que é possível construir um fluxograma (esquema) que descreva os passos a serem seguidos para a resolução de problemas, no caso, a comparação de frações. Para isso, é preciso analisar os numeradores ou os denominadores e saber da condição para determinar qual fração é menor e qual é maior; portanto, esses passos devem estar descritos no fluxograma.

Comente que um fluxograma pode ter o efeito de *looping*, que é a repetição de um processo. No caso, a repetição está em reduzir as frações ao mesmo denominador. O efeito *looping* só termina quando os denominadores forem iguais, permitindo realizar o próximo passo.

Atividades

Construir e analisar fluxogramas (esquemas) contribui para que o estudante desenvolva um processo argumentativo que poderá ser utilizado em outros contextos para organizar e expor suas ideias com autonomia. A atividade **9** contribui para isso, auxiliando no desenvolvimento do pensamento computacional.

Comparando frações

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

A família Silva, formada por João (pai), Vânia (mãe) e Sabrina (filha), foi convidada a participar de um programa de auditório. Nesse programa de competição, a família tem a possibilidade de ganhar um prêmio, desde que vença todas as provas. Em uma prova específica, os membros da família precisam escolher uma porta que deve ser aberta. Em cada porta existe uma fração estampada. Sabendo que a família só vence se escolher a porta com a maior fração estampada, qual deve ser a porta escolhida?

Sabrina, lembrando-se das aulas de Matemática, pensou em uma maneira de resolver o problema.

- As portas *A* e *D* têm frações de mesmo denominador. Comparando os numeradores, o numerador 5 é maior do que o numerador 3. Dessa maneira, conclui-se que a fração $\frac{5}{8}$ é maior e exclui-se a porta *A*.
- Para comparar as portas *B*, *C*, *D* e *E*, será necessário escrever as frações equivalentes a cada uma delas, todas com um mesmo denominador. Ela pensou em usar para denominador comum o mmc dos denominadores 2, 4, 8 e 10, que é 40. Logo, as frações equivalentes serão:

- Comparando as frações, Sabrina conclui que a maior fração é $\frac{30}{40}$, fração equivalente a $\frac{3}{4}$, pois 30 é o maior dos numeradores. Dessa maneira, a porta a ser escolhida deve ser a porta *C*.

No processo de comparação de frações, temos três casos que devem ser analisados.

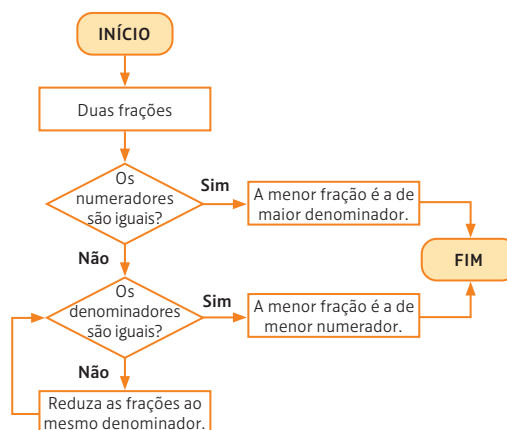
1. Quando duas frações têm numeradores iguais, a menor delas é a que tem maior denominador.

Exemplo: $\frac{3}{8} < \frac{3}{5}$.

2. Quando duas frações têm denominadores iguais, a menor delas é a que tem menor numerador.

Exemplo: $\frac{3}{8} < \frac{5}{8}$.

3. Quando comparamos frações com numeradores diferentes e denominadores diferentes, primeiramente devemos reduzi-las ao mesmo denominador para, depois, fazer a comparação. O fluxograma a seguir é uma representação do processo de comparação de duas frações.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Atividades

Faça as atividades no caderno.

9. Seguindo o fluxograma que você acabou de analisar, compare as frações em cada item e responda qual é a maior.

a) $\frac{1}{2}$ ou $\frac{3}{2}$? $\frac{3}{2}$ **b)** $\frac{2}{3}$ ou $\frac{2}{4}$? $\frac{2}{3}$ **c)** $\frac{11}{2}$ ou $\frac{5}{2}$? $\frac{11}{2}$ **d)** $\frac{25}{30}$ ou $\frac{30}{25}$? $\frac{30}{25}$

16. Exemplo de resposta: Em ambos é conhecido o valor da fração de uma quantidade e pede-se para calcular essa quantidade. Problema: A idade de Luiza é $\frac{2}{5}$ da idade da prima. Quantos anos tem a prima de Luiza, sabendo-se que ela tem 12 anos? Resposta: 30 anos.

Faça as atividades no caderno.

▶ Como você fez para responder aos itens? Utilizou o mesmo método para solucionar todos eles? Desenhe, no caderno, um fluxograma simples organizando seus métodos de resolução de problemas que envolvam a determinação da maior fração. Resposta pessoal.

10. Mariana e Luiza combinaram ir de bicicleta até um parque da cidade, mas não conseguiram fazer o percurso de uma só vez e pararam para descansar. Mariana percorreu $\frac{3}{4}$ do caminho antes de parar, e Luiza, $\frac{9}{11}$. Qual delas parou para descansar mais perto do parque? Luiza.

11. Almir tinha um terreno de 800 metros quadrados e doou $\frac{2}{5}$ dele para o irmão Jadir. Para descobrir qual é a medida de área do terreno doada, temos de calcular $\frac{2}{5}$ de 800, que corresponde ao produto $\frac{2}{5} \cdot 800$.

a) Copie e complete no caderno:

$$\frac{2}{5} \cdot 800 = \frac{\square}{5} \cdot \frac{800}{\square} = \frac{\square \cdot 800}{5 \cdot \square} = \square$$

(Respostas: 2; 1; 2; 1; $\frac{1600}{5} = 320$)

b) Qual é a medida de área do terreno doado a Jadir? 320 metros quadrados.

12. A família de Pedro fará uma viagem na qual o percurso tem um total de 25 km. Sabendo que já percorreram $\frac{3}{5}$ do percurso, determine quantos quilômetros faltam ser percorridos. 10 km

13. Maria ganhou R$ 20,00 de mesada da mãe. Sabendo que ela gastou $\frac{2}{5}$ dessa quantia na sorveteria e $\frac{1}{4}$ na banca de jornal, quanto sobrou de sua mesada? R$ 7,00

14. Camila passou um fim de semana inteiro organizando a coleção de livros dela. Sabendo que no sábado ela conseguiu organizar 45 livros e que essa quantidade corresponde a $\frac{3}{5}$ da coleção, quantos livros Camila tem? 75 livros.

Tatiana Chekryzhova/Shutterstock

Camila organizando a coleção de livros dela.

15. Tiago comprou uma máquina de lavar louças pagando R$ 600,00 de entrada. Se essa entrada corresponde a $\frac{3}{20}$ do valor da máquina, quanto Tiago vai gastar nessa compra? R$ 4.000,00

16. O que você percebeu em comum nas atividades **14** e **15**? Elabore outro problema que pode ser resolvido seguindo esses mesmos passos.

Transformação de número decimal em fração e de fração em número decimal

Fração decimal e número decimal

> Nesta coleção, simplificamos a linguagem usada para "número na forma decimal" ou "número na representação decimal". Para nos referirmos a esses números, usamos a expressão **número decimal**.

Recordemos que fração decimal é toda fração em que o denominador é uma potência de 10 com expoente natural.

Exemplos

- $\frac{1}{10} = 0{,}1$: lemos "um décimo".
- $\frac{1}{100} = 0{,}01$: lemos "um centésimo".
- $\frac{1}{1000} = 0{,}001$: lemos "um milésimo".
- $\frac{1}{10000} = 0{,}0001$: lemos "um décimo de milésimo".

Nos números decimais, os algarismos situados à esquerda da vírgula compõem a parte inteira do número, enquanto os algarismos que ficam à direita da vírgula compõem a parte decimal do número.

Orientações didáticas

Atividades

As atividades **10** a **15** remetem à perspectiva da resolução de problemas. Como sugestão, proponha que os estudantes se organizem em grupos pequenos para resolver os problemas coletivamente e, posteriormente, promova um debate sobre as soluções e estratégias utilizadas por eles.

A atividade **16** remete às atividades **14** e **15**, que apresentam problemas com a mesma estrutura e podem ser resolvidos utilizando os mesmos procedimentos. Solicita também que o estudante elabore um problema com a mesma estrutura e que, portanto, pode ser resolvido de maneira análoga.

Transformação de número decimal em fração e de fração em número decimal

Atualmente, utilizamos números decimais em nosso dia a dia, principalmente para expressar medidas de grandezas, inclusive valores monetários. A ideia de separar a parte inteira da parte decimal teve a contribuição de muitos cientistas, e não se sabe ao certo quem foi o primeiro a introduzir a notação usada com a vírgula (ou ponto usado em países de língua inglesa).

Comente com os estudantes que a evolução das ciências, incluindo a Matemática, é uma conquista coletiva, fruto do trabalho de muitas pessoas.

Orientações didáticas

Atividades

As atividades **17** a **21** demandam que os estudantes registrem outras formas de representação dos números. Essa variação nas representações contribui para a ampliação conceitual de número racional. Explore outros números para serem representados por eles buscando diversificar as formas de registro, inclusive figurais.

Após esse conjunto de atividades, sugira uma dinâmica com os estudantes lendo uma afirmação e perguntando se é verdadeira ou falsa. Por exemplo: "A fração $\frac{5}{10}$ representa metade. Verdadeiro ou falso?". Com esse tipo de atividade, é possível realizar uma rápida avaliação diagnóstica e verificar se eles ainda têm alguma dificuldade.

Ordens inteiras					Ordens decimais			
...	Centenas	Dezenas	Unidades		Décimos	Centésimos	Milésimos	...
...			1	,				...
...			0	,	1			...
...			0	,	0	1		...
...			0	,	0	0	1	...

Exemplos

- 2,3: lemos "dois inteiros e três décimos".
- 5,85: lemos "cinco inteiros, oito décimos e cinco centésimos" ou "cinco inteiros e oitenta e cinco centésimos".
- 15,236: lemos "quinze inteiros, dois décimos, três centésimos e seis milésimos" ou "quinze inteiros e duzentos e trinta e seis milésimos".

Transformando número decimal em fração decimal

Para transformar um número decimal em fração decimal, devemos escrever uma fração cujo numerador é o número decimal sem a vírgula e cujo denominador é o algarismo 1 seguido de tantos algarismos 0 quantas forem as casas decimais do número decimal dado.

Exemplos

$0{,}5 = \frac{5}{10}$ $\quad 22{,}8 = \frac{228}{10}$ $\quad 0{,}68 = \frac{68}{100}$ $\quad 0{,}02 = \frac{2}{100}$ $\quad 8{,}325 = \frac{8325}{1000}$ $\quad 80{,}006 = \frac{80006}{1000}$

Transformando fração decimal em número decimal

Para transformar uma fração decimal em número decimal, devemos escrever o numerador da fração com tantas casas decimais quantos forem os algarismos 0 do denominador.

Exemplos

$\frac{8}{10} = 0{,}8$ $\quad \frac{625}{10} = 62{,}5$ $\quad \frac{31}{100} = 0{,}31$ $\quad \frac{408}{100} = 4{,}08$ $\quad \frac{562}{1000} = 0{,}562$ $\quad \frac{23805}{1000} = 23{,}805$

As frações $\frac{3}{5}$ e $\frac{12}{25}$ são exemplos de frações irredutíveis que são equivalentes a frações decimais e, portanto, podem ser transformadas em números decimais. Acompanhe:

$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = 0{,}6$ (× 2)

$\frac{12}{25} = \frac{48}{100} = 0{,}48$ (× 4)

Atividades

Faça as atividades no caderno.

17. No caderno, escreva como se lê cada fração e represente-a com o número decimal correspondente.

a) $\frac{8}{10}$ Oito décimos; 0,8.

b) $\frac{24}{100}$ Vinte e quatro centésimos; 0,24.

c) $\frac{7}{100}$ Sete centésimos; 0,07.

d) $\frac{156}{1000}$ Cento e cinquenta e seis milésimos; 0,156.

e) $\frac{12}{1000}$ Doze milésimos; 0,012.

f) $\frac{3}{1000}$ Três milésimos; 0,003.

18. Escreva no caderno como se lê cada decimal.

a) 4,6 Quatro inteiros e seis décimos.

b) 1,78 Um inteiro e setenta e oito centésimos.

c) 10,23 **c)** Dez inteiros e vinte e três centésimos.

d) 5,689 **18. d)** Cinco inteiros e seiscentos e oitenta e nove milésimos.

19. No caderno, transforme os números decimais a seguir em frações decimais.

a) 0,23 $\frac{23}{100}$

b) 1,89 $\frac{189}{100}$

c) 12,25 $\frac{1225}{100}$

d) 8,899 $\frac{8\,899}{1\,000}$

Proposta para o professor

A tese sugerida apresenta o estudo da representação das frações decimais que deram origem aos números decimais.

AIRES, Aparecido. *A Matemática e a história dos números decimais*. 2012. Dissertação (Mestrado em Educação) – Instituto de Educação, Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, 2012. Disponível em: https://ri.ufmt.br/bitstream/1/867/1/DISS_2012_Aparecido%20Aires.pdf. Acesso em: 21 maio 2022.

20. No caderno, transforme as frações a seguir em números decimais.

a) $\frac{7}{2}$ 3,5

b) $\frac{2}{25}$ 0,08

c) $\frac{21}{50}$ 0,42

d) $\frac{7}{4}$ 1,75

21. No caderno, transforme cada número decimal em fração decimal e simplifique até obter a forma irredutível.

a) 2,5 $\frac{5}{2}$

b) 1,8 $\frac{9}{5}$

c) 0,25 $\frac{1}{4}$

d) 1,28 $\frac{32}{25}$

Adição e subtração de frações e decimais

Adição e subtração de frações

Vamos retornar à situação inicial deste capítulo: o jogo de tabuleiro criado por Marisa e as três amigas. Retomando os resultados da primeira rodada, temos a seguinte distribuição de territórios conquistados:

Banco de imagens/Arquivo da editora

Beatriz · Júlia · Carla · Marisa

- Que fração do tabuleiro representa os territórios conquistados por Beatriz?
  O tabuleiro tem 16 territórios e Beatriz conquistou 5 deles. Logo, Beatriz conquistou $\frac{5}{16}$ do tabuleiro.
- Que fração do tabuleiro representa os territórios conquistados por Júlia?
  Júlia conquistou 3 territórios, portanto, conquistou $\frac{3}{16}$ do tabuleiro.
- Juntas, Beatriz e Júlia conquistaram que fração do território?
  Como $5 + 3 = 8$, elas conquistaram juntas 8 territórios; portanto, $\frac{8}{16}$ do tabuleiro.
  Podemos obter esse resultado fazendo a seguinte adição de frações:

$$\frac{5}{16} + \frac{3}{16} = \frac{5+3}{16} = \frac{8}{16}$$

A soma de frações com denominadores iguais é uma fração cujo denominador é igual ao das parcelas e cujo numerador é a soma dos numeradores das parcelas.

Exemplos

$$\frac{4}{7} + \frac{5}{7} = \frac{9}{7} \qquad \frac{11}{33} + \frac{22}{33} = \frac{33}{33}$$

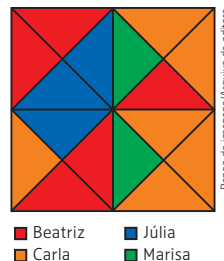
- Que fração do tabuleiro Beatriz conquistou a mais do que Júlia?
  Como $5 - 3 = 2$, Beatriz conquistou 2 territórios a mais do que Júlia; portanto, $\frac{2}{16}$ do tabuleiro.
  Fazendo a subtração de frações:

$$\frac{5}{16} - \frac{3}{16} = \frac{5-3}{16} = \frac{2}{16}$$

A diferença de duas frações com denominadores iguais é uma fração cujo denominador é igual ao das frações dadas e cujo numerador é a diferença entre os numeradores.

Exemplos

$$\frac{7}{9} - \frac{5}{9} = \frac{2}{9} \qquad \frac{15}{22} - \frac{7}{22} = \frac{8}{22}$$

E se os denominadores das frações a serem adicionadas ou subtraídas forem diferentes?

Orientações didáticas

Adição e subtração de frações e decimais

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades: **EF07MA06** ao propor a resolução de problemas de mesma estrutura utilizando os mesmos procedimentos; **EF07MA07** ao representar por meio de fluxograma os passos para resolução de problemas de mesma estrutura, mobilizando assim a **CEMAT06**; e **EF07MA12** ao resolver e elaborar problemas que envolvem as operações com frações e números decimais.

Este tópico retoma a adição e subtração de números racionais nas formas fracionária e decimal. Se necessário, recorra a materiais manipuláveis para favorecer o entendimento pelos estudantes, remediando possíveis lacunas no aprendizado.

Orientações didáticas

Participe

A atividade apresentada no boxe envolve adição de frações com denominadores diferentes. Reforce com os estudantes que, considerando as frações dadas, devemos encontrar frações equivalentes cujo denominador seja o mesmo e só então efetuar a adição. É importante realizá-la antes da formalização do processo de obtenção de soma ou diferença apresentado na sequência.

Atividades

Na atividade **22**, para ser um bom resolvedor de problemas é importante que se tenha o domínio da linguagem matemática. Assim, esse tipo de atividade visa contribuir para a destreza nas operações a fim de facilitar a resolução de problemas. Essa atividade solicita a construção de um fluxograma. Fluxogramas contribuem para a organização do pensamento e a explicitação de ideias, aspectos importantes no desenvolvimento do pensamento computacional, uma vez que são seguidas instruções, um passo a passo, para se obter o resultado.

As atividades **23** a **27** são problemas que buscam identificar que fração representa determinada quantidade. Uma possibilidade de abordagem para esse conjunto de atividades é escolher alguns problemas para serem resolvidos com os estudantes. Você faz perguntas relacionadas aos enunciados e eles respondem, o que facilita a interação entre todos e o enriquecimento das discussões.

Na atividade **25**, o estudante deve elaborar um problema para que o colega resolva. É importante reforçar para a turma que os problemas elaborados devem ser contextualizados, abordando situações do cotidiano dos estudantes.

Participe

Faça as atividades no caderno.

Vamos calcular $\frac{5}{6} + \frac{3}{8}$.

a) Tirando o zero, qual é o menor múltiplo de 8 que também é múltiplo de 6? 24 (é o mmc de 8 e 6).

b) Qual é a fração de denominador 24 equivalente a $\frac{5}{6}$? $\frac{20}{24}$

c) Qual é a fração de denominador 24 equivalente a $\frac{3}{8}$? $\frac{9}{24}$

d) Qual é o resultado da adição das duas frações encontradas nos itens **b** e **c**? $\frac{29}{24}$

e) Qual é o resultado de $\frac{5}{6} + \frac{3}{8}$? $\frac{29}{24}$

Para adicionar ou subtrair frações com denominadores diferentes, devemos primeiro reduzi-las a um mesmo denominador.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

22. Efetue no caderno.

a) $\frac{1}{2} + \frac{3}{2}$ 2

b) $\frac{3}{7} - \frac{2}{7}$ $\frac{1}{7}$

c) $\frac{3}{4} + \frac{1}{8}$ $\frac{7}{8}$

d) $\frac{2}{5} - \frac{4}{10}$ 0

Represente, no caderno, um fluxograma sobre a obtenção do resultado da adição e da subtração de frações. A resposta se encontra na seção *Resoluções* deste Manual.

23. Foi realizada uma pesquisa sobre o gênero favorito de música com determinado grupo de jovens. Essa pesquisa revelou que:

- $\frac{2}{5}$ gostavam de música *pop*;
- $\frac{1}{2}$ gostava de sertanejo;
- o restante não gostava de música.

a) Que fração representa a quantidade de jovens que gostavam de música? $\frac{9}{10}$

b) Que fração representa a quantidade de jovens que não gostavam de música? $\frac{1}{10}$

25. Exemplo de resposta: Da renda de uma casa, $\frac{1}{2}$ é destinado às despesas gerais, $\frac{3}{10}$ vão para aluguel e lazer, e o restante é guardado para emergências. Que fração da renda é guardada para emergências? Resposta: $\frac{1}{5}$.

24. Em uma lanchonete, $\frac{4}{5}$ das pessoas eram adultos e $\frac{1}{2}$ eram estrangeiros adultos.

a) Que fração representa o total de pessoas menores de idade na lanchonete? $\frac{1}{5}$

b) Que fração representa o total de nativos adultos na lanchonete? $\frac{3}{10}$

25. Elabore, em uma folha de papel, um problema em que seja necessário efetuar adições e subtrações de frações. Depois, troque com um colega e resolva o problema criado por ele.
A resposta se encontra na seção *Resoluções* deste Manual.

26. A produção mensal de uma fábrica de roupas consiste em $\frac{1}{4}$ de peças destinadas a homens adultos, $\frac{2}{7}$ de peças destinadas a mulheres adultas e o restante é destinado a crianças. No caderno, escreva que fração da produção mensal é destinada a peças para crianças. $\frac{13}{28}$

27. Celso e Mário são atletas e participaram de uma corrida pelas ruas da cidade. Quando Celso havia completado 9% do percurso, Mário completou $\frac{3}{40}$. Nesse instante, Mário estava 150 metros atrás de Celso. Escreva no caderno de quantos metros era a corrida. 10 000 m

Adição e subtração de decimais

Participe

Faça as atividades no caderno.

I. Vamos calcular 12,25 + 8,66 recorrendo às frações decimais. Escreva no caderno.

a) Transforme 12,25 em fração decimal. $\frac{1\,225}{100}$

b) Transforme 8,66 em fração decimal. $\frac{866}{100}$

c) Qual é a soma das frações decimais dos itens **a** e **b**? $\frac{2\,091}{100}$

d) Transforme a soma obtida em número decimal. 20,91

e) Qual é o resultado da adição 12,25 + 8,66? 20,91

II. Agora, calcule no caderno a mesma adição dispondo os números no algoritmo, com vírgula debaixo de vírgula:

$$\begin{array}{r} 12,25 \\ +\ \ 8,66 \\ \hline 20,91 \end{array}$$

Para realizar as operações de adição e subtração com decimais, é necessário primeiramente igualar as casas decimais e, em seguida, dispor esses números colocando vírgula debaixo de vírgula.

Por exemplo, para calcular 2,51 + 13,3, igualamos as casas decimais acrescentando um algarismo zero à direita de 13,3:

$$\begin{array}{r} 2,51 \\ +\ 13,30 \\ \hline 15,81 \end{array}$$

Para calcular 26 − 8,25, acrescentamos duas casas a 26 colocando vírgula e 00:

$$\begin{array}{r} 26,00 \\ -\ \ 8,25 \\ \hline 17,75 \end{array}$$

Empregando frações decimais, essas contas ficam assim:

- $2,51 + 13,30 = \frac{251}{100} + \frac{1330}{100} = \frac{1581}{100} = 15,81$
- $26,00 - 8,25 = \frac{2600}{100} - \frac{825}{100} = \frac{1775}{100} = 17,75$

As imagens não estão representadas em proporção.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

28. No caderno, realize as adições e subtrações de decimais a seguir.

a) 0,25 + 0,37 0,62

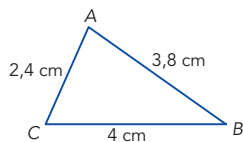
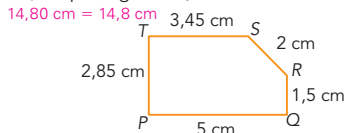
b) 1,23 + 2,5 3,73

c) 9,9 − 4,56 5,34

d) 10 − 2,8 7,2

29. Segundo o texto apresentado na abertura desta Unidade, a nota média dada pelos pesquisadores aos planos estaduais de ensino remoto foi de 2,38, em uma escala de 0 a 10. Qual é a diferença entre a nota dada pelos pesquisadores e a nota máxima que os planos estaduais poderiam obter na pesquisa? 10 − 2,38 = 7,62

30. Recordemos que o perímetro de um polígono é o comprimento do contorno dele. Então, escreva no caderno a medida de perímetro:

a) do triângulo *ABC*; 10,2 cm

b) do pentágono *PQRST*. 14,80 cm = 14,8 cm

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

31. No pentágono *PQRST* da atividade anterior, qual é a diferença entre as medidas do maior e do menor lado? Responda no caderno. 3,5 cm

32. José possui dois pedaços de corda, um deles medindo 1,30 metro e outro medindo 2,45 metros. Ele necessita de uma corda medindo 3,80 metros para amarrar dois objetos. Se emendar as duas cordas que possui, conseguirá cumprir seu objetivo? Responda no caderno. Não. 1,30 metro + 2,45 metros = 3,75 metros.

33. Descubra, mentalmente, os valores que completam cada uma das lacunas a seguir.

a) 1,75 + ▒▒▒ = 5 3,25

b) 8,25 − ▒▒▒ = 5 3,25

c) 21,85 + ▒▒▒ = 25 3,15

d) 30 − ▒▒▒ = 10,52 19,48

34. Exemplo de resposta: Enunciar a notícia e perguntar quanto a Petrobras lucrou nesses dois trimestres. Resposta: R$ 73,997 bilhões.

34. Elabore, em uma folha de papel, um problema de acordo com a notícia a seguir, de 2021.

> A Petrobras informou [...] que registrou lucro de R$ 31,142 bilhões no terceiro trimestre deste ano. [...]
>
> No segundo trimestre, a companhia teve lucro de R$ 42,855 bilhões.
>
> G1. Petrobras reverte prejuízo e tem lucro de R$ 31,1 bilhões no terceiro trimestre. *G1, [s. l.]*, 28 out. 2021. Disponível em: https://g1.globo.com/economia/noticia/2021/10/28/petrobras-tem-lucro-de-r-311-bilhoes-no-terceiro-trimestre.ghtml.Acesso em: 14 jan. 2022.

Depois, troque com um colega e resolva o problema criado por ele.

Orientações didáticas

Participe

A atividade **I** apresentada neste *Participe* envolve adição de números decimais que podem ser transformados em frações decimais e, assim, efetuar a adição delas. A atividade **II** prepara o estudante para o cálculo da adição de decimais utilizando o algoritmo usual da adição.

Atividades

Nas atividades **30** e **31**, podemos perceber a relação entre os conceitos estudados neste capítulo e a Geometria. Caso identifique que os estudantes não se recordam do conceito de perímetro, retome-o e proponha mais algumas atividades para auxiliá-los nessa retomada conceitual.

Na atividade **33**, recorre-se à estratégia do cálculo mental. Em cada operação sabe-se o resultado e um dos termos é desconhecido, o qual pode ser encontrado efetuando-se a operação inversa: no caso da adição (a soma ou o total menos a parcela conhecida) e, no caso da subtração, efetuando outra subtração (o minuendo menos o resto ou a diferença). Após os estudantes escreverem as igualdades completas no caderno, dialogue com eles sobre como pensaram para encontrar o valor desconhecido em cada uma.

Na atividade **34**, parte-se de dados fornecidos por uma notícia para a elaboração de perguntas que incorporam o enunciado do problema. Esse tipo de atividade contribui para o desenvolvimento da autonomia dos estudantes ao acessar diferentes fontes de conhecimento e interagir com elas, permitindo um trabalho interdisciplinar com o componente curricular **Língua Portuguesa**, ao tratar do gênero textual notícia.

Orientações didáticas

Multiplicação e divisão de frações e decimais

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades: **EF07MA11** ao efetuar multiplicação e divisão com frações e números decimais, relacionando essas operações e aplicando propriedades operatórias; e **EF07MA12** ao resolver e elaborar problemas que envolvem as operações com frações e números decimais.

Este tópico retoma a multiplicação e divisão de números racionais nas formas fracionária e decimal. Se necessário, recorra a figuras para favorecer o entendimento pelos estudantes, remediando possíveis lacunas no aprendizado.

Inverso de uma fração

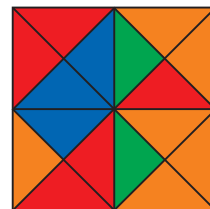
Este tópico retoma o conceito de inverso de uma fração usado na divisão de frações, pois uma fração dividida por outra é igual a essa fração multiplicada pelo inverso da outra. Destaque que um número multiplicado pelo seu inverso é igual a 1 e que o zero é o único número que não tem inverso, pois não existe divisão por zero.

Multiplicação e divisão de frações e decimais

Para recordar multiplicação e divisão de frações, vamos retornar ao jogo *Conquistando territórios*. Na primeira rodada, Carla conquistou 6 territórios, enquanto Marisa conquistou 2. Logo, Carla conquistou o triplo da quantidade de territórios conquistados por Marisa. Em relação ao tabuleiro todo, Carla conquistou $\frac{6}{16}$, enquanto Marisa conquistou $\frac{2}{16}$. Dessa maneira, temos que o triplo de $\frac{2}{16}$ é igual a $\frac{6}{16}$.

Operando com as frações: $3 \cdot \frac{2}{16} = \frac{3}{1} \cdot \frac{2}{16} = \frac{3 \cdot 2}{1 \cdot 16} = \frac{6}{16}$.

Júlia conquistou 3 territórios, a metade de Carla. Em relação ao tabuleiro todo, Carla conquistou $\frac{6}{16}$ e Júlia, $\frac{3}{16}$. A metade de $\frac{6}{16}$ é $\frac{3}{16}$.

Operando com as frações: $\frac{6}{16} : 2 = \frac{6}{16} : \frac{2}{1} = \frac{6}{16} \cdot \frac{1}{2} = \frac{6}{32} = \frac{3}{16}$.

Multiplicação de frações

O produto de duas frações é uma fração cujo numerador é o produto dos numeradores e cujo denominador é o produto dos denominadores.

Exemplos

- $\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{2} = \frac{4 \cdot 3}{5 \cdot 2} = \frac{12}{10} = \frac{6}{5}$
- $\frac{6}{7} \cdot \frac{2}{5} = \frac{6 \cdot 2}{7 \cdot 5} = \frac{12}{35}$
- $5 \cdot \frac{3}{8} = \frac{5}{1} \cdot \frac{3}{8} = \frac{5 \cdot 3}{1 \cdot 8} = \frac{15}{8}$

Inverso de uma fração

O inverso de uma fração diferente de zero é a fração que se obtém trocando entre si o numerador e o denominador da fração dada.

Exemplo

O inverso da fração $\frac{4}{7}$ é a fração $\frac{7}{4}$.

Divisão de frações

O quociente da divisão de uma fração por outra diferente de zero é igual ao produto da primeira fração pelo inverso da segunda.

Exemplos

- $\frac{1}{2} : \frac{4}{5} = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{4} = \frac{5}{8}$
- $\frac{3}{5} : 2 = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{10}$

Atividades

Faça as atividades no caderno.

35. No caderno, efetue as multiplicações a seguir.

a) $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}$ $\frac{3}{4}$

b) $\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3}$ $\frac{8}{15}$

c) $4 \cdot \frac{13}{25}$ $\frac{52}{25}$

36. Calcule no caderno o valor de cada expressão efetuando primeiro as operações com frações entre parênteses.

a) $\left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4}\right) : \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{3}\right)$ 1

b) $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{11} + \frac{6}{11}\right)$ $\frac{7}{66}$

Faça as atividades no caderno.

37. Beatriz fez um bazar para vender objetos que já não usava mais. No final das vendas, conseguiu arrecadar R$ 1.000,00. Com metade desse valor, comprou roupas novas. Com $\frac{1}{4}$ do valor que sobrou após comprar as roupas, Beatriz comprou livros escolares. O restante foi guardado na poupança.

a) Qual foi o total gasto com roupas? R$ 500,00

b) Quanto foi o total gasto com livros escolares? R$ 125,00

c) Quanto foi guardado na poupança? R$ 375,00

38. Adelina preparou um suco de laranja que deu para encher $\frac{5}{8}$ de uma jarra. Na hora do lanche, $\frac{4}{5}$ do suco foram consumidos. Escreva no caderno que fração do suco sobrou na jarra. $\frac{1}{8}$

39. Elabore, em uma folha de papel, um problema em que seja necessário multiplicar ou dividir frações. Depois, troque com um colega e resolva o problema criado por ele.

39. Exemplo de resposta: Mauro precisa tomar $\frac{1}{2}$ comprimido de certo medicamento a cada 6 horas. A caixa desse medicamento contém 24 comprimidos. Em quantos dias ele vai consumir a caixa toda? Resposta: 12 dias.

Na olimpíada

O problema da caneca

(Obmep) Ângela tem uma caneca com capacidade para $\frac{2}{3}$ L de água. Que fração dessa caneca ela encherá com $\frac{1}{2}$ L de água?
Alternativa **c**.

a) $\frac{7}{12}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{3}{4}$ d) $\frac{5}{6}$ e) $\frac{4}{3}$

Multiplicação de decimais

Podemos multiplicar decimais transformando-os primeiramente em frações decimais; em seguida, multiplicamos as frações e transformamos o resultado em número decimal.

Exemplo

$4{,}51 \cdot 3{,}2 = \frac{451}{100} \cdot \frac{32}{10} = \frac{14\,432}{1000} = 14{,}432$

$$\begin{array}{r} 451 \\ \times \quad 32 \\ \hline 902 \\ +1353 \\ \hline 14432 \end{array}$$

De maneira prática, multiplicamos os números sem as vírgulas e contamos as casas decimais dos dois fatores: 2 + 1 = 3. O resultado terá 3 casas decimais.

Finalmente, damos a resposta colocando a vírgula no resultado: 14,432.

Na multiplicação de decimais, multiplicamos os números dados sem as vírgulas. No resultado, a quantidade de casas decimais deve ser igual ao total de casas decimais adicionando as casas dos fatores.

Participe

Faça as atividades no caderno.

I. Vamos calcular 2,2 · 1,5 · 0,6. Resolva no caderno.

a) Escreva o decimal 2,2 na forma de fração decimal. $\frac{22}{10}$

b) Escreva o decimal 1,5 na forma de fração decimal. $\frac{15}{10}$

c) Escreva o decimal 0,6 na forma de fração decimal. $\frac{6}{10}$

d) Multiplique as três frações. $\frac{22}{10} \cdot \frac{15}{10} \cdot \frac{6}{10} = \frac{1\,980}{1\,000}$

e) Qual é o resultado de 2,2 · 1,5 · 0,6? 1,980 = 1,98

II. Quanto é 10 · 7,25? E 100 · 7,25? E 1 000 · 7,25? Responda no caderno. 72,5; 725; 7 250

III. Copie a sentença no caderno e complete as lacunas.

Para multiplicar um decimal por 10, por 100 ou por 1 000, basta deslocar a vírgula ______, ______ ou ______ casas decimais para a direita, respectivamente. 1, 2 ou 3.

Orientações didáticas

Atividades

As atividades **37** e **38** buscam identificar que fração representa determinada quantidade. Uma possibilidade de abordagem para essas atividades é resolvê-las com os estudantes. Você faz perguntas relacionadas aos enunciados e eles respondem, o que facilita a interação entre todos e o enriquecimento das discussões.

A atividade **37** mobiliza o TCT *Educação para o Consumo*, uma vez que podem ser discutidos assuntos relacionados à compra de produtos realmente necessários, contribuindo para uma postura cidadã não consumista. Mobiliza também o TCT *Educação Financeira*, ao abordar a poupança como opção de investimento financeiro.

A atividade **39**, de elaboração de problema, tem como referencial etapas predefinidas, o que contribui para o desenvolvimento do pensamento computacional. Aproveite a troca com os colegas a fim de instigar uma reflexão sobre as etapas e os procedimentos utilizados tanto para formular quanto para resolver o problema.

Na olimpíada

Nesta coleção são apresentadas algumas atividades da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (Obmep). Em geral, as atividades propostas neste boxe são desafiadoras e, ao mesmo tempo, acessíveis, uma vez que possibilitam aos estudantes ampliar as estratégias de resolução e reforçam a noção de que a Matemática é uma ciência cujo instrumento de desenvolvimento da autonomia é a investigação de soluções.

Com essas atividades, objetiva-se que os estudantes explorem os conceitos estudados em situações diferenciadas daquelas que lhes deram origem.

Comente com eles que a Obmep é um projeto nacional dirigido às escolas públicas e privadas brasileiras, realizado pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada (Impa), com o apoio da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), e promovido com recursos do Ministério da Educação (MEC) e do Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovações (MCTI).

Multiplicação de decimais

Explique aos estudantes que a multiplicação de números decimais pode ser efetuada utilizando o algoritmo usual da multiplicação ou transformando cada número decimal em fração decimal e multiplicando essas frações.

Participe

A atividade **I** apresentada neste *Participe* envolve multiplicação de números decimais que podem ser transformados em frações decimais e, assim, efetuar a multiplicação delas. A atividade **II** prepara o estudante para o cálculo da multiplicação de um número decimal por 10, por 100, por 1 000, etc. Antes de fazer a atividade **III**, que formaliza a regra de deslocamento da vírgula para a direita percorrendo os algarismos do número decimal, é fundamental incentivar a elaboração de conjecturas que podem ser apresentadas e defendidas pelos estudantes, auxiliando-os no desenvolvimento de habilidades que permitem a reflexão sobre conceitos matemáticos e a construção deles.

Orientações didáticas

Atividades

Na atividade **41**, podemos perceber a relação entre os conceitos estudados neste capítulo e Geometria e Grandezas e medidas. Caso identifique que os estudantes não se recordam do conceito de área, retome-o e proponha mais algumas atividades para auxiliá-los nessa retomada conceitual.

As atividades **42** e **43** buscam identificar que fração representa determinada quantidade e trabalhar a resolução dos problemas.

Na atividade **43** parte-se de dados fornecidos por uma notícia para a elaboração de perguntas que incorporam o enunciado do problema. Esse tipo de atividade contribui para o desenvolvimento da autonomia dos estudantes ao acessar diferentes fontes de conhecimento e interagir com elas, permitindo um trabalho interdisciplinar com o componente curricular **Língua Portuguesa**, ao tratar do gênero textual notícia.

Divisão de decimais

Explique aos estudantes que a divisão com números decimais pode ser efetuada utilizando o algoritmo usual da divisão ou transformando cada número decimal em fração decimal e dividindo uma pela outra, ou seja, multiplicando uma pelo inverso da outra.

Atividades

As atividades **45** e **46** buscam identificar que fração representa determinada quantidade. Uma possibilidade de abordagem para essas atividades é resolvê-las com os estudantes. Você faz perguntas relacionadas aos enunciados e eles respondem, o que facilita a interação entre todos e o enriquecimento das discussões.

Na atividade **47**, podemos evidenciar a relação entre os conceitos estudados neste capítulo e Geometria e Grandezas e medidas. Caso identifique que os estudantes não se recordam do conceito de perímetro, retome-o e proponha mais algumas atividades para auxiliá-los nessa retomada conceitual.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

40. Efetue, no caderno, as multiplicações deslocando a vírgula do número decimal.

a) 10 · 1,2 12

b) 1 000 · 0,25 250

c) 1 000 000 · 0,000089 89

41. Relembre: a medida de área de uma região retangular é igual ao produto das medidas do comprimento (a base do retângulo) e da largura (ou altura do retângulo).

No caderno, calcule a medida de área de uma região retangular com base medindo 42,4 m e altura medindo 8,25 m.

Confira sua resposta usando uma calculadora. 349,80 m²

42. Ivani foi a uma loja de especiarias culinárias e comprou 0,1 kg de orégano, 0,05 kg de canela em pó e 0,25 kg de chá-verde. Sabendo que os preços são os do quadro a seguir, calcule o valor gasto por Ivani e escreva-o no caderno. Use uma calculadora.

Produto	orégano	canela em pó	chá-verde	camomila
Valor por kg	R$ 29,30	R$ 22,20	R$ 36,00	R$ 18,50

R$ 13,04

43. Elabore, em uma folha de papel, um problema de acordo com a seguinte notícia de 3 de dezembro de 2021.

A prefeitura de Balneário Camboriú, no litoral catarinense, vai entregar neste sábado, 4, a nova orla da Praia Central, após uma megaobra de alargamento da faixa de areia. [...]

A faixa de areia aumentou de 25 metros para 70 metros ao longo dos 5,8 quilômetros da orla.

SOUZA, Diogo de. Balneário Camboriú reabre praia após alargar faixa de areia. *Estadão*, [s. l.], 3 dez. 2021. Disponível em: https://brasil.estadao.com.br/noticias/geral,balneario-camboriu-reabre-praia-apos-alargar-faixa-de-areia,70003916672. Acesso em: 14 jan. 2022.

Depois, troque com um colega e resolva o problema criado por ele.

43. Exemplo de resposta: Enunciar a notícia e perguntar quanto aumentou a medida de área da faixa de areia, em quilômetros quadrados, sabendo que 1 quilômetro = 1 000 metros. Resposta: 0,261 quilômetro quadrado.

Divisão de decimais

Para calcular a divisão com decimais, devemos igualar as casas decimais e efetuar a divisão. No exemplo a seguir, vamos dividir 8,5 por 1,25. Acompanhe o passo a passo.

1º passo: Para igualar as casas decimais, acrescentamos um algarismo 0 a 8,5, ficando com 8,50.

2º passo: Retiramos as vírgulas e realizamos a divisão de 850 por 125.

$$\begin{array}{r|l} 850 & 125 \\ -750 & 6,8 \\ \hline 1000 & \\ -1000 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Há divisões entre números naturais que resultam em um quociente decimal e um resto nulo. O quociente é então chamado **decimal exato**. Se o quociente não é um decimal exato, obtemos uma **dízima periódica**. Nesse caso, podemos escrever uma aproximação decimal para o quociente.

Outra possibilidade: podemos dividir decimais transformando-os primeiramente em frações decimais; em seguida, dividimos as frações e transformamos o resultado em número decimal.

Quando possível, convém simplificar as frações durante esse procedimento.

$$8,5 : 1,25 = \frac{85}{10} : \frac{125}{100} = \frac{85}{10} \cdot \frac{100}{125} = \frac{17}{2} \cdot \frac{4}{5} = \frac{68}{10} = 6,8$$

Recorde que, na divisão de um decimal por 10, por 100 ou por 1 000, basta deslocar a vírgula, respectivamente, 1, 2 ou 3 casas decimais para a esquerda.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

44. No caderno, efetue cada uma das divisões a seguir.

a) 0,36 : 10 0,036

b) 0,08 : 100 0,0008

c) 235,8 : 10 23,58

d) 999,9 : 1 000 0,9999

45. Um prêmio de R$ 1.233.044,80 foi dividido igualmente entre 40 ganhadores. Quanto recebeu cada ganhador? R$ 30.826,12

46. Em um tonel, cabem 180 litros de água, que serão distribuídos em garrafas de 0,375 litro cada uma. Quantas garrafas serão necessárias? 480 garrafas.

47. Um tapete retangular de 3,6 metros quadrados tem o lado maior medindo 2,5 metros. Quanto mede o lado menor? 1,44 metro.

Fração como quociente

Wagner comprou uma barra de chocolate para dividir em partes iguais entre os dois filhos. Quanto vai ganhar cada um?

Cada um vai ganhar $\frac{1}{2}$ da barra de chocolate.

Desse modo, a divisão de 1 por 2 resulta no quociente $\frac{1}{2}$.

- $\frac{1}{2}$ equivale à metade de 1 inteiro. Dividindo 1 por 2, obtemos 0,5 como quociente.

Como 5 décimos equivalem à metade de 1 inteiro, escrevemos: $\frac{1}{2} = 0,5$.

- $\frac{3}{2}$ equivalem a 1 inteiro e meio. Dividindo 3 por 2, obtemos 1,5 como quociente.

Como 1 inteiro e 5 décimos equivalem a 1 inteiro e meio, escrevemos: $\frac{3}{2} = 1,5$.

- $\frac{15}{5}$ equivalem a 3 inteiros. Dividindo 15 por 5, obtemos 3 como quociente. Portanto, $\frac{15}{5} = 3$.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

> Toda fração pode representar o quociente da divisão do numerador pelo denominador. O denominador é sempre um número não nulo.

Confira a seguir algumas aplicações.

- Para transformar uma fração em número decimal, dividimos o numerador pelo denominador.

Por exemplo, vamos transformar $\frac{7}{4}$ em número decimal:

```
 7  |4
30   1,75
 20
  0
```

Portanto, $\frac{7}{4} = 1,75$.

- Podemos comparar duas frações de numeradores diferentes e denominadores diferentes transformando-as em números decimais.

Por exemplo, vamos comparar as frações $\frac{11}{25}$ e $\frac{9}{20}$.

```
110 |25      90 |20
100  0,44   100  0,45
  0           0
```

Como $0,44 < 0,45$, concluímos que $\frac{11}{25} < \frac{9}{20}$.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

48. No caderno, transforme cada fração a seguir em número decimal. Depois, indique qual delas é maior. $\frac{21}{5}$ é maior.

a) $\frac{21}{5}$ 4,2

b) $\frac{81}{20}$ 4,05

49. No caderno, compare as frações $\frac{19}{8}$ e $\frac{12}{5}$ usando duas estratégias diferentes:

1ª) reduzindo ambas ao mesmo denominador;

2ª) transformando ambas em números decimais.

Converse com os colegas e o professor sobre qual dos dois modos você achou melhor.

50. Compare as frações $\frac{35}{12}$ e $\frac{43}{15}$ usando duas estratégias diferentes. Nesse caso, qual dos dois modos você achou melhor? Responda no caderno.

51. Fátima montou dois painéis, um quadrangular e outro retangular, ambos com quantidades iguais de azulejos. Ela utilizou azulejos azuis e brancos, todos com formato quadrado e a mesma medida de lado. Sabendo que há azulejos azuis e brancos nos dois painéis e que, no painel quadrangular, $\frac{5}{12}$ dos azulejos são azuis e, no retangular, $\frac{5}{9}$ são azuis, responda no caderno: Em qual dos painéis há mais azulejos azuis? No retangular.

52. Nos bairros Santa Helena e Boa Morada de um município há 24 moradores negros em cada um. Se em Santa Helena esses moradores correspondem a $\frac{2}{3}$ dos moradores do bairro e em Boa Morada são $\frac{3}{5}$ dos moradores do bairro, em qual dos bairros há mais moradores? No bairro Boa Morada.

49. $\frac{19}{8} < \frac{12}{5}$; resposta pessoal. **50.** $\frac{35}{12} > \frac{43}{15}$; resposta pessoal.

Orientações didáticas

Fração como quociente

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades: **EF07MA05** ao propor a resolução de um problema utilizando diferentes algoritmos; **EF07MA08** ao comparar e ordenar frações; e **EF07MA12** ao resolver e elaborar problemas que envolvem as operações com frações e números decimais. As questões propostas em *Atividades* mobilizam com maior ênfase a **CG06**, a **CG09** e a **CG10**. O contexto da atividade **52** favorece ainda o desenvolvimento dos TCTs *Diversidade Cultural e Educação para valorização do multiculturalismo nas matrizes históricas e culturais Brasileiras*.

Neste tópico, é apresentada a ideia de fração como quociente, ou seja, quando a fração indica a divisão do numerador pelo denominador. Se necessário, recorra a figuras para favorecer o entendimento pelos estudantes, remediando possíveis lacunas no aprendizado.

Atividades

Nas atividades **48** a **50** é demandado que os estudantes realizem comparações entre representações fracionárias. Explore outras possibilidades utilizando desenhos em cartolina.

Nas atividades **49** e **50**, a exposição oral de estratégias utilizadas para a resolução promove o desenvolvimento de habilidades argumentativas, bem como o respeito às opiniões e estratégias dos colegas, mobilizando assim a **CG06** e a **CG09**.

As atividades **51** e **52** buscam identificar que fração representa determinada quantidade. Valorize as diferentes estratégias de resolução, que podem incluir figuras, redução das frações ao mesmo denominador, localização na reta numérica, etc.

Aproveite o contexto da atividade **52** para fazer a proposta indicada a seguir.

Se tiver sido concretizada a leitura do livro proposto para os estudantes, promova uma roda de conversa para que eles reflitam criticamente sobre a temática da diversidade étnica e cultural do povo brasileiro, estimulando-os a verbalizarem com autonomia e argumentação. Isso mobiliza a **CG06**, a **CG09** e a **CG10**.

Proposta para o estudante

Este livro é uma novela em que negros, brancos e japoneses convivem e descobrem juntos a cooperação e o respeito mútuo, envolvendo o leitor em uma grande disputa, cujo objetivo é que todos os concorrentes cheguem juntos à melhor premiação: a compreensão de um mundo melhor.

DREWNICK, Raul. *Correndo contra o destino*. São Paulo: Ática, 2018.

Proposta para o professor

A referência a seguir apresenta um vídeo com diversos exemplos de resolução de atividades envolvendo frações.

FERREIRA, Carlos R. Introdução à Matemática: Unidade 1 – Frações. *Educapes*, [*s. l.*], c2022. Disponível em: https://educapes.capes.gov.br/handle/capes/177654.

O artigo a seguir explora a importância do estudo de frações no Ensino Fundamental.

LOPES, Antonio J. O que nossos alunos podem estar deixando de aprender sobre frações, quando tentamos lhes ensinar frações. *Bolema*, Rio Claro (SP), v. 21, n. 31, p. 1-22, 2008. Disponível em: https://www.redalyc.org/pdf/2912/291221883002.pdf. Acessos em: 23 maio 2022.

Orientações didáticas

Porcentagem

Na BNCC

Este capítulo favorece o desenvolvimento das habilidades: **EF07MA02** ao propor a resolução e elaboração de problemas que envolvem porcentagens, fazendo uso de cálculos mentais e escritos, com o apoio da calculadora; e **EF07MA06** ao resolver problemas de mesma estrutura utilizando os mesmos procedimentos. Mobiliza também a **CEMAT05**.

Aproveite o boxe de sugestão complementar para trabalhar com o TCT *Saúde*. Explore o período da pandemia do novo coronavírus e a importância de seguir os protocolos de saúde durante esse período. Desenvolva estratégias de leitura desse trecho de notícia de modo a ajudar os estudantes a realizar inferências elaborativas, nas quais eles buscam complementar o sentido do texto e, também, complementam informações. Para isso, pode ser solicitado aos estudantes que pesquisem dados de algum país especificamente ou a atualização dos dados apresentados na notícia em 2020. Promova um ambiente acolhedor em sala de aula ao tratar desse tema, principalmente se houve casos de internação ou óbitos entre os estudantes, familiares, funcionários da escola e demais membros da comunidade escolar.

Neste capítulo, o foco central é o estudo de porcentagem. Como disparador da discussão, sugerimos a atividade do boxe *Participe* para introduzir o tema da fração centesimal, ou seja, um número dividido por 100 que remete ao conceito de porcentagem.

Ao longo do capítulo são abordadas outras maneiras de trabalhar o conceito, como o uso do cálculo mental e da calculadora. Portanto, é importante verificar se os estudantes possuem calculadora ou se a escola dispõe de aparelhos para o desenvolvimento de algumas atividades propostas.

Após essas abordagens sobre porcentagem e sua utilização em diferentes contextos, a sequência proposta no capítulo possibilita uma ampliação dos conhecimentos envolvendo porcentagem à medida que aborda a discussão sobre aumentos e reduções. Tal discussão pode ser aprofundada, ainda, por meio de reportagens que envolvam temas variados, como o aumento do número de pessoas desempregadas ao longo dos anos, o incremento ou a redução do número de casos de acidentes de trânsito ou o aumento de efeitos climáticos atípicos. Esses contextos favorecem o desenvolvimento dos TCTs *Trabalho*, *Educação para o Trânsito* e *Educação Ambiental*.

É abordada também outra ampliação do conteúdo ao se discutir variação percentual. É importante destacar que muitas atividades que envolvem variação percentual propostas neste capítulo demandam a tomada de decisão pelos estudantes, buscando identificar cenários mais favoráveis ou vantajosos.

CAPÍTULO 3

Cálculo de porcentagens

EF07MA02
EF07MA06

Porcentagem

Leia a seguir o trecho de uma notícia publicada em um jornal em 2020.

[...]

A pandemia do novo coronavírus assusta à medida que avança e mata mais de 230 mil pessoas em todo o mundo. A população mundial contaminada ultrapassa os 3 milhões de pessoas em 207 países. De cada três registros de covid-19 no mundo, um ocorre nos Estados Unidos, que representam 33% de todos os casos diagnosticados até o momento. Somente 20 países apresentaram 86% dos casos registrados no mundo e 93% dessas mortes ocorreram nessas nações.

CRUZ, Márcia Maria. Coronavírus: Brasil tem uma das maiores taxas de letalidade do mundo. *Estado de Minas*, [*s. l.*], 5 maio 2020. Disponível em: https://www.em.com.br/app/noticia/internacional/2020/05/05/interna_internacional,1144336/coronavirus-brasil-tem-uma-das-maiores-taxas-de-letalidade-do-mundo.shtml. Acesso em: 21 mar. 2022.

No *site* https://covid19br.wcota.me/#grafico (acesso em: 10 fev. 2022) você encontra gráficos sobre a covid-19 no Brasil, a quantidade de óbitos e de novos casos, além de outros discriminando a evolução temporal do número de infectados.

As taxas percentuais (33%, 86%, 93%) são uma maneira de representar frações centesimais $\left(\frac{33}{100}, \frac{86}{100}, \frac{93}{100}\right)$.

Vamos recordar um pouco do que estudamos anteriormente sobre frações e porcentagens.

Participe

Faça as atividades no caderno.

Considerando o quadro a seguir, responda no caderno.

Fração irredutível	Fração centesimal	Taxa percentual
$\frac{1}{2}$	$\frac{50}{100}$	50%
$\frac{1}{4}$	$\frac{25}{100}$	25%
$\frac{1}{5}$	$\frac{20}{100}$	20%
$\frac{47}{50}$	$\frac{94}{100}$	94%
$\frac{11}{20}$	$\frac{55}{100}$	55%

a) O que é uma fração irredutível? Uma fração em que o o mdc do numerador e do denominador é igual a 1.

b) O que é uma fração centesimal? Uma fração cujo denominador é 100.

c) Como se transforma uma fração centesimal em taxa percentual? Em uma fração centesimal, a taxa percentual será o próprio numerador.

d) Copie o quadro no caderno e preencha a segunda linha.

e) Como se transforma uma taxa percentual em fração irredutível? Escrevendo a taxa percentual como fração centesimal e simplificando-a.

f) Complete, no caderno, as demais linhas do quadro.

Participe

A atividade apresentada neste *Participe* envolve diferentes maneiras de representar uma mesma quantidade: como fração irredutível, como fração centesimal e como taxa percentual, todas equivalentes entre si. É importante realizá-la antes da formalização do conceito de fração centesimal.

As frações de denominador 100 são chamadas **frações centesimais**.

As frações centesimais também podem ser representadas em forma de taxa percentual. Por exemplo:

$$\frac{7}{100} = 7\%$$

Para transformar uma fração em taxa percentual, podemos transformá-la em uma fração centesimal equivalente ou multiplicá-la por 100 e colocar o símbolo %, pois isso equivale a multiplicá-la por 100 e dividir o resultado por 100.

Por exemplo:

$$\frac{2}{5} = \frac{2^{\times 20}}{5_{\times 20}} = \frac{40}{100} = 40\% \text{ ou } \frac{2}{5} = \left(\frac{2}{5} \cdot 100\right)\% = \frac{200}{5}\% = 40\%$$

Acompanhe outro exemplo: $\frac{1}{3} = \left(\frac{1}{3} \cdot 100\right)\% = \frac{100}{3}\%$, portanto, aproximadamente 33,33%.

Também podemos transformar taxas percentuais em frações mesmo quando são dadas em decimais. Por exemplo:

$$3{,}5\% = \frac{3{,}5}{100} = \frac{35}{1000}$$

Fração como operador

Conforme estudamos anteriormente, para calcular, por exemplo, $\frac{3}{5}$ de 80, basta multiplicar $\frac{3}{5} \cdot 80$, ou seja:

$$\left(\frac{3}{5} \text{ de } 80\right) = \frac{3}{5} \cdot 80 = \frac{3 \cdot 80}{5} = \frac{240}{5} = 48$$

Assim, quando vamos calcular uma porcentagem de um total, por exemplo, 15% de 1 200, multiplicamos a fração centesimal correspondente pelo total:

$$(15\% \text{ de } 1\,200) = \frac{15}{100} \cdot 1\,200 = 15 \cdot 12 = 180$$

Exemplo

Em uma escola há 950 estudantes matriculados; 8% deles no 7º ano. Quantos são os estudantes do 7º ano?

$$(8\% \text{ de } 950) = \frac{8}{100} \cdot 950 = \frac{8 \cdot 95}{10} = \frac{760}{10} = 76$$

Há 76 estudantes matriculados no 7º ano.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1. No caderno, represente cada fração centesimal na forma de taxa percentual.

a) $\frac{19}{100}$ 19% **b)** $\frac{30}{100}$ 30% **c)** $\frac{115}{100}$ 115% **d)** $\frac{201}{100}$ 201%

2. Represente no caderno cada taxa percentual na forma fracionária de modo que o numerador seja sempre um número natural e o denominador uma potência de 10, como no caso a seguir:

$$2{,}5\% = \frac{2{,}5}{100} = \frac{25}{1000}$$

a) 4,7% $\frac{4{,}7}{100} = \frac{47}{1000}$ **b)** 62,3% $\frac{62{,}3}{100} = \frac{623}{1000}$ **c)** 1,15% $\frac{1{,}15}{100} = \frac{115}{10\,000}$ **d)** 23,74% $\frac{23{,}74}{100} = \frac{2\,374}{10\,000}$

3. Considere as taxas percentuais seguir e represente-as, no caderno, como frações centesimais e como frações irredutíveis. A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

75% 10% 80% 15% 213% 100%

Orientações didáticas

Fração como operador

Neste tópico, é apresentada a ideia de fração como operador, ou seja, quando é indicada a fração de uma quantidade e, por meio da multiplicação dessa fração pelo número que representa a quantidade inicial, obtém-se outra quantidade. Se necessário, recorra a figuras para favorecer o entendimento pelos estudantes, remediando possíveis lacunas no aprendizado.

Atividades

As atividades **1** a **3** e **6** demandam que os estudantes representem os números de diferentes formas. Esse exercício é importante devido à diversidade de representações semióticas dos entes matemáticos. Para além dessas propostas do capítulo, explore outras formas de registro, por exemplo, o figural.

Orientações didáticas

Atividades

As atividades **4**, **5** e **7** a **10** buscam evidenciar a aplicabilidade do conceito de porcentagem em diferentes situações do cotidiano. Além disso, proponha aos estudantes que utilizem variadas estratégias, como o uso da calculadora e o cálculo mental.

Aproveite o contexto da fotografia apresentada na atividade **10** para discutir com os estudantes sobre as comunidades quilombolas no Brasil, favorecendo o trabalho com o TCT *Educação para valorização do multiculturalismo nas matrizes históricas e culturais Brasileiras*.

Recordando o cálculo mental

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade **EF07MA02** ao propor a resolução e elaboração de problemas que envolvem porcentagens, fazendo uso de cálculo mental.

Comente com os estudantes a importância do cálculo mental para lidar com situações cotidianas em que são necessários agilidade no raciocínio e julgamento da validade das respostas para a tomada de decisões. Nesse tipo de procedimento, os números e as operações envolvidos devem ser analisados, não há a utilização de algoritmo e as estratégias se apoiam na regularidade do sistema de numeração decimal, nas propriedades das operações e nos conhecimentos prévios de cada pessoa.

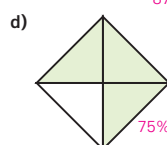
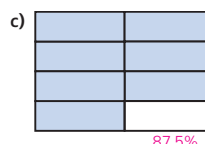
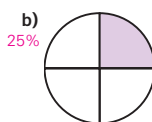
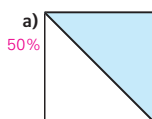
10. Exemplo de resposta: Em uma classe com 30 estudantes, 12 fazem aniversário no segundo semestre. Quantos por cento dos estudantes fazem aniversário no primeiro semestre? Resposta: 60%.

Faça as atividades no caderno.

4. Mariana acertou 80% de uma avaliação de Matemática que continha 30 questões. Quantas questões ela acertou? 24 questões.

5. O Enem 2021 foi realizado no mês de novembro daquele ano. Em números aproximados, teve cerca de 3 100 000 inscritos, mas 30% faltaram. Quantos estudantes, aproximadamente, fizeram as provas? Aproximadamente 2 170 000 estudantes.

6. Sabendo que cada figura está dividida em partes iguais, responda no caderno: Que parte da figura foi colorida? Represente na forma de taxa percentual.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

7. Em uma classe de 7º ano com 40 estudantes, 3 são canhotos. Represente no caderno que porcentagem do total de estudantes representa o número de canhotos. 7,5%

8. Um remédio custa R$ 120,00 e vai ter um aumento de R$ 6,00.
   a) Quanto passará a custar o remédio? R$ 126,00
   b) Qual é o percentual do aumento? 5%

9. Comprei por R$ 120,00 uma calça que custava R$ 150,00.
   a) De quantos reais foi o desconto? R$ 30,00
   b) De quantos por cento foi o desconto? 20%

10. Em uma classe com 30 estudantes, 12 fazem aniversário no segundo semestre. Elabore, em uma folha de papel, um problema sobre porcentagem com esses dados. Depois, troque com um colega e resolva o problema criado por ele.

Luciana Whitaker/Pulsar Imagens

Estudantes no quilombo Boa Esperança, município de Presidente Kennedy (ES). Foto de 2019.

Recordando o cálculo mental

Vamos recordar o cálculo mental de porcentagens.

- 100% é o todo.
  Por exemplo, 100% de 2 400 é 2 400.
- 50% é a metade, ou $\frac{1}{2}$.
  Por exemplo, 50% de 2 400 é $2\,400 : 2 = 1\,200$.
- 25% é a metade da metade, ou $\frac{1}{4}$.
  Por exemplo, 25% de 2 400 é $2\,400 : 4 = 600$.
- 10% é um décimo, ou $\frac{1}{10}$.
  Por exemplo, 10% de 2 400 é $2\,400 : 10 = 240$.
- E quanto é 30% de 2 400?
  $30\% = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$. São 3 décimos, portanto $30\% = 3 \cdot 10\%$.
  30% de 2 400 é $3 \cdot 240 = 720$.
- 1% é um centésimo, ou $\frac{1}{100}$.
  Por exemplo, 1% de 51 000 é $51\,000 : 100 = 510$.
- Se 1% de um número é 234, então o número é: $234 \cdot 100 = 23\,400$.
- Se 6% de um número é 90, então, como $6\% = 6 \cdot 1\%$, 1% do número é $90 : 6 = 15$. Logo, o número é $15 \cdot 100 = 1500$.
- Se 50% de um número é 220, então a metade do número é 220. Logo, o número é $2 \cdot 220 = 440$.
- Se 25% de um número é 1 250, então $\frac{1}{4}$ do número é 1 250. Logo, o número é $4 \cdot 1\,250 = 5\,000$.

Proposta para o professor

O artigo traz reflexões sobre a importância de registros diversos em Matemática.
FLORES, Cláudia R. Registros de representação semiótica em Matemática: história, epistemologia, aprendizagem. *Bolema*, v. 19, n. 26, p. 1-22, 2006. Disponível em: https://www.redalyc.org/pdf/2912/291221866005.pdf.
O artigo a seguir traz uma pesquisa bibliográfica na qual foram levantadas informações de artigos e documentos sobre cálculo mental.
CONTI, Keli C.; NUNES, Laís M. de A. Cálculo mental em questão: fundamentação teórica e reflexões. *Revemop*, v. 1, n. 3, p. 361-378, set./dez. 2019. Disponível em: https://periodicos.ufop.br/revemop/article/view/1784/1668.
Esta outra sugestão de artigo apresenta reflexões sobre o uso da calculadora nas aulas de Matemática.
LONGO, Conceição A. C.; TINTI, Douglas da S. Refletindo sobre os contributos da calculadora a partir de uma experiência de formação com professores que ensinam Matemática. *Dynamis*, v. 25, n. 1, p. 196-217, maio 2019. Disponível em: https://proxy.furb.br/ojs/index.php/dynamis/article/view/7704.
Para compreender como vem sendo desenvolvida a educação nas escolas quilombolas, segue uma indicação de artigo:
SANTOS, Leonardo dos; FRANCO, Sebastião P. *Identidade quilombola*: um olhar dos alunos, pais e professores sobre as escolas quilombolas do Ensino Fundamental em Presidente Kennedy. Teresina: Digital Editora, 2021. Disponível em: https://digitaleditora.com.br/uploads/arquivos/c8623e89615a3ee7ca1555cfa35bf1e414042021144801.pdf.
Acessos em: 23 maio 2022.

Faça as atividades no caderno.

Nesta série de atividades, utilize o cálculo mental para fazer estimativas sobre o resultado em cada uma delas e, em seguida, use a calculadora para fazer a verificação.

11. Responda no caderno: Quanto é:

a) 50% de 480? 240
b) 25% de 1 600? 400
c) 10% de 225? 22,5
d) 17% de 5 120? 870,4
e) 25% de 360? 90
f) 75% de 360? 270
g) 2,5% de 440? 11
h) 1,55% de 2 420,00? 37,51

12. Uma campanha de arrecadação de brinquedos vai distribuir 2 000 bolas coloridas. Se 40% dessas bolas são vermelhas, quantas bolas são de outras cores? 1 200 bolas.

Makistock/Shutterstock

Você já participou de ações solidárias? Que tal organizar uma arrecadação de brinquedos na escola visando atender às comunidades mais próximas?

13. Responda no caderno: Qual é o número?

a) 25% do número é 50. 200
b) 10% do número é 175. 1 750
c) 50% do número é 15. 30
d) 20% do número é 88. 440

14. Com 8% de aumento, o valor de um aluguel subiu R$ 128,00.

a) Se o aumento tivesse sido de 1%, quanto teria subido o valor do aluguel? R$ 16,00
b) Qual era o valor do aluguel antes do aumento? E depois? R$ 1.600,00; R$ 1.728,00.

15. Rosângela disse a uma amiga: "Eu fui promovida, tive um aumento de 20% e passei a ganhar mais R$ 360,00". Qual era o salário de Rosângela antes da promoção? R$ 1.800,00

16. Em uma cidade, 6% dos habitantes são analfabetos e 517 000 sabem ler. Quantos habitantes há nessa cidade? 550 000 habitantes.

17. Elabore, em uma folha de papel, um problema que envolva porcentagem tratando da seguinte situação: Luiza e Sérgio compraram uma casa com entrada de R$ 54.372,00. Depois, troque com um colega e resolva o problema criado por ele.

Exemplo de resposta: Luiza e Sérgio compraram uma casa pagando 30% de entrada e o restante em 25 mensalidades iguais. Se a entrada foi de R$ 54.372,00, qual é o valor de cada mensalidade? Resposta: R$ 5.074,72.

No *site* https://www12.senado.leg.br/noticias/audios/2020/11/brasil-tem-11-milhoes-de-analfabetos-aponta-ibge (acesso em: 22 mar. 2022), o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) informa que o Brasil tem 11 milhões de analfabetos. A meta do Plano Nacional de Educação é erradicar o analfabetismo até 2024, mas com a suspensão das aulas presenciais, por causa da pandemia de covid-19, a alfabetização foi prejudicada.

Orientações didáticas

Atividades

As atividades **11** e **13** contribuem para a destreza nas operações necessárias à resolução de problemas.

As atividades **12** e **14** a **16** buscam evidenciar a aplicabilidade dos conceitos envolvendo porcentagem em diferentes situações do cotidiano. Explore-as conjuntamente com outras que tenham essa mesma característica. Além disso, estimule os estudantes a utilizar estratégias variadas, como a calculadora e o cálculo mental.

Aproveite o contexto da atividade **12** para trabalhar os TCTs *Educação em Direitos Humanos* e *Direitos da Criança e do Adolescente*. Se possível, organize um projeto em parceria com outros professores para a ação solidária proposta na legenda da fotografia no livro. Solicite aos estudantes que pesquisem instituições e comunidades do município da escola que podem receber as doações de brinquedos.

Aproveite o contexto da atividade **15** para difundir de maneira positiva a imagem das mulheres sendo igualitariamente promovidas em seus trabalhos, sem discriminação.

A atividade **16** traz um contexto propício para refletir sobre aspectos relacionados ao analfabetismo e os reflexos disso para o desenvolvimento social e econômico do país; sobre a diversidade social do nosso país e como ela se reflete no percentual de pessoas analfabetas, etc. Solicite aos estudantes que se posicionem com autonomia, sugerindo como esse problema poderia ser resolvido. Esse assunto favorece o trabalho com os TCTs *Direitos da Criança e do Adolescente* e *Educação em Direitos Humanos*.

Se possível, permita que os estudantes acessem o *site* sugerido no boxe como leitura complementar e promova uma roda de conversa para a interpretação de texto e opiniões argumentadas. Comente que pessoas não alfabetizadas devem ser incluídas na sociedade. Além disso, peça aos estudantes que pesquisem qual é a população do Brasil e calculem a porcentagem de pessoas analfabetas no país.

Proposta para o professor

A publicação ilustra, com exemplos práticos, os 7 princípios de empoderamento feminino.
PRINCÍPIOS de empoderamento das mulheres. [*s. l.*]: ONU Mulheres Brasil; Rede Brasil do Pacto Global, [2017?]. Disponível em: https://www.onumulheres.org.br/wp-content/uploads/2016/04/cartilha_ONU_Mulheres_Nov2017_digital.pdf. Acesso em: 24 maio 2022.

Orientações didáticas

Uma porcentagem especial: aumentos e reduções

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades: **EF07MA02** ao propor a resolução e elaboração de problemas que envolvem porcentagens, fazendo uso de cálculos mentais e escritos, com o apoio da calculadora; e **EF07MA06** ao resolver problemas de mesma estrutura utilizando os mesmos procedimentos. Mobiliza também a **CEMAT05**.

Este tópico apresenta conceitos importantes para o estudo da Matemática Financeira, os quais são ferramentas muito úteis no cotidiano, em situações de compra e venda.

Aumentos

Neste tópico, os estudantes calculam os aumentos – também chamados **acréscimos** – percentuais e mais adiante calculam o valor novo após o aumento.

Atividades

As atividades **18** a **21** buscam evidenciar a aplicabilidade dos conceitos envolvendo aumento percentual em diferentes situações do cotidiano. Além disso, pode-se solicitar que os estudantes utilizem estratégias variadas, como a calculadora e o cálculo mental. Estimule a participação deles e a produção coletiva, organizando a turma em pequenos grupos. Não se esqueça de promover um debate sobre as soluções encontradas e os caminhos percorridos por eles.

Na atividade **19**, converse com os estudantes sobre a diferença entre massa e peso. A massa é uma grandeza relacionada à quantidade de matéria de um corpo, e o peso é uma força que mostra a relação entre a medida de massa e a medida de aceleração da gravidade local; mas, por uma questão usual, é comum usarmos peso como sinônimo de massa.

Aproveite o contexto da atividade **20** para explorar a relação entre o dólar e o real. Peça aos estudantes que pesquisem qual era a cotação do dólar em 1994, quando o Plano Real foi implementado, e qual é a cotação atual, comparando as duas. Promova um debate com os estudantes sobre o que pode causar a queda e a alta do dólar e como isso impacta na economia do Brasil. Esse assunto favorece o desenvolvimento do TCT *Educação Financeira*.

Uma porcentagem especial: aumentos e reduções

Aumentos

É comum observarmos situações em que o valor de um dado se altera mediante aumentos ou reduções. Vamos entender como isso funciona.

Por exemplo, se uma cidade tinha 100 000 habitantes e, depois de algum tempo, passou a ter 110 000 habitantes, dizemos que sua população teve um aumento de 10%. Essa taxa percentual de aumento, ou aumento percentual, pode ser calculada da seguinte maneira:

$$\text{aumento percentual} = \left(\frac{(\text{valor novo}) - (\text{valor antigo})}{(\text{valor antigo})} \times 100\right)\%$$

No caso da cidade que teve a população aumentada de 100 000 para 110 000 habitantes, o aumento percentual é:

$$\text{aumento percentual} = \left(\frac{110\,000 - 100\,000}{100\,000} \times 100\right)\% = \left(\frac{10\,000 \times 100}{100\,000}\right)\% = 10\%$$

Logo, a população teve um aumento de 10%.

Exemplo

- Lucas economizou e acumulou R$ 80,00 em uma poupança para o final do ano. Depois de um mês, havia R$ 90,00 nessa poupança. Qual foi o aumento percentual do dinheiro nesse período?

Como o valor novo é R$ 90,00 e o antigo era R$ 80,00, temos:

$$\text{aumento percentual} = \left(\frac{90 - 80}{80} \times 100\right)\% = \left(\frac{10 \times 100}{80}\right)\% = \left(\frac{100}{8}\right)\% = 12{,}5\%$$

Assim, houve um aumento de 12,5% na poupança de Lucas.

O mercado financeiro projetou uma inflação de 5,44% para 2022. Diversos fatores contribuíram para a inflação no Brasil e no mundo, como a pandemia de covid-19.
Para saber mais informações sobre essa crise, acesse o *site* https://agenciabrasil.ebc.com.br/economia/noticia/2022-02/mercado-financeiro-projeta-inflacao-de-544-para-este-ano (acesso em: 23 mar. 2022).

Atividades

Faça as atividades no caderno.

18. A população de uma cidade ficou muito insatisfeita quando a tarifa de ônibus passou de R$ 2,40 para R$ 3,00. Qual foi o aumento percentual da tarifa? 25%

19. Diogo disse: “Minha massa era de 56 kg. Engordei e estou com a massa de 63 kg”. Qual foi o aumento percentual na massa de Diogo? 12,5%

20. Devido à alta do dólar, um produto importado que custava R$ 40,00 passou a custar R$ 80,00. Indique no caderno qual foi o aumento percentual. 100%

Faça as atividades no caderno.

21. Os três problemas anteriores apresentam estrutura parecida e podem ser resolvidos usando a mesma estratégia. Escreva no caderno um texto explicando a estrutura desses problemas e a estratégia que pode ser usada para resolvê-los. Resposta pessoal.

22. Elabore, em uma folha de papel, um problema de cálculo de taxa percentual contendo a seguinte notícia: "Hoje o litro da gasolina aumentou de R$ 6,75 para R$ 7,02".
Depois, troque com um colega e resolva o problema criado por ele.

23. Pesquise dados sobre casos de covid-19 no Brasil e elabore, em uma folha de papel, um problema a ser resolvido com a estratégia descrita na atividade **21** e o uso de calculadora. Depois, troque com um colega e resolva o problema criado por ele.

22. Exemplo de resposta: Hoje o litro da gasolina aumentou de R$ 6,75 para R$ 7,02. De quantos por cento foi o aumento? Resposta: 4%.

Cálculo do valor novo após aumento

O litro do etanol custava R$ 4,20 quando foi anunciado um aumento de 5% no combustível. Quanto passou a custar o litro do etanol?

Note que o aumento será de 5% de R$ 4,20. Portanto: $\frac{5}{100} \cdot 4{,}20 = 0{,}21$.

Assim, o novo preço será: R$ 4,20 + R$ 0,21 = R$ 4,41.

Após um aumento percentual em um valor, o novo valor é calculado da seguinte maneira:

$$\text{valor novo} = (\text{valor antigo}) + (\text{aumento percentual}) \times (\text{valor antigo})$$

23. Exemplo de resposta: Em 19 de outubro de 2021 foram registrados no Brasil 13 233 novos casos de covid-19. No dia seguinte, foram 15 708 casos. De quantos por cento foi aproximadamente o aumento do número de novos casos nessa passagem de um dia para o outro? Resposta: Aproximadamente 18,70%.
Fonte dos dados: NÚMERO de casos confirmados de covid-19 no Brasil. *UFV*, [*s. l.*], [202-]. Disponível em: https://covid19br.wcota.me/#grafico. Acesso em: 23 mar. 2022.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

24. Uma televisão de 40 polegadas custa R$ 1.500,00, mas esse valor sofrerá um aumento de 25%. Qual será o preço da televisão após o aumento? R$ 1.875,00

25. Fátima paga R$ 700,00 pelo aluguel de uma casa. A partir do mês que vem haverá um aumento de 8% no valor do aluguel. Qual será o valor do novo aluguel da casa onde Fátima mora? R$ 756,00

26. Escreva, no caderno, um texto explicando a estrutura dos dois problemas anteriores e como resolvê-los. Resposta pessoal.

27. Elabore, em uma folha de papel, um problema a ser resolvido com a estratégia descrita na atividade anterior e uso de calculadora. Depois, troque com um colega e resolva o problema criado por ele.

27. Exemplo de resposta: Uma peça de teatro teve lotação total em uma sexta-feira e no sábado consecutivo. Os ingressos no sábado eram 15% mais caros do que na sexta. Se foram arrecadados R$ 72.258,00 na sexta, quanto foi arrecadado no sábado? Resposta: R$ 83.096,70.

Reduções

Assim como muitos valores podem aumentar, tendo os aumentos medidos em porcentagem, também é comum o caso em que os valores diminuem. Por exemplo, quando uma loja reduz o preço de uma mercadoria.

Exemplo

- Abigail compra e vende veículos usados. Comprou um automóvel por R$ 50.000,00 e o vendeu por R$ 42.000,00. Ela teve prejuízo? De quanto foi a redução percentual?

  Ela teve prejuízo, pois vendeu o automóvel por um valor mais baixo do que o preço de custo. A redução percentual pode ser calculada da seguinte maneira:

$$\text{redução percentual} = \left(\frac{(\text{valor antigo}) - (\text{valor novo})}{(\text{valor antigo})} \times 100\right)\%$$

demanda que a turma exercite a prática de pesquisa e a elaboração de problemas. Estimule a participação dos estudantes e a produção coletiva, organizando-os em pequenos grupos. Promova um debate sobre as soluções encontradas e os caminhos percorridos por eles.

Na atividade **26**, os estudantes devem escrever um texto explicativo para a estratégia utilizada na resolução dos problemas das atividades **24** e **25**. Isso contribui para o desenvolvimento tanto da argumentação quanto do pensamento computacional. Espera-se que eles percebam que nos 2 problemas é apresentado um valor antigo, o aumento percentual e é pedido que se calcule o valor novo após o aumento. Logo, os estudantes poderão utilizar a fórmula apresentada no livro.

A atividade **27** busca evidenciar a aplicabilidade da mesma estratégia descrita na atividade **26**, agora com o uso da calculadora, em uma situação a ser escolhida pelos estudantes para a elaboração dos problemas. Estimule a participação deles e a produção coletiva, organizando a turma em pequenos grupos. Promova um debate sobre as soluções encontradas e os caminhos percorridos por eles.

Reduções

Neste tópico, os estudantes calculam as reduções – também chamadas **descontos** – percentuais e na sequência calculam o valor novo após a redução.

Orientações didáticas

Atividades

Na atividade **21**, construir texto explicativo sobre a estratégia utilizada contribui para o desenvolvimento tanto da argumentação quanto do pensamento computacional. Espera-se que os estudantes percebam que nos 3 problemas é apresentado um valor antigo, um valor novo e é pedido que se calcule o aumento percentual. Logo, eles poderão utilizar a fórmula apresentada no livro.

Aproveite o boxe de sugestão complementar, apresentado na página anterior do livro, para trabalhar os TCTs *Educação Financeira* e *Educação Fiscal*, desenvolvendo estratégias de leitura e argumentação que ajudem os estudantes a se posicionarem criticamente em relação à notícia apresentada na atividade **22**. Explore o que é inflação e quais os possíveis fatores, internos e externos, que podem influenciar em uma crise econômica. Peça aos estudantes que pesquisem o poder de compra atual de uma cédula de R$ 100,00, por exemplo; assim, eles conseguirão assimilar como a inflação impacta diretamente no preço dos produtos.

A atividade **23** busca evidenciar a aplicabilidade da mesma estratégia utilizada para resolver os problemas **18** a **20**, agora com o uso da calculadora, em uma situação que favorece o trabalho com o TCT *Saúde*. Essa atividade

Orientações didáticas

Atividades

As atividades **28** a **32** buscam evidenciar a aplicabilidade dos conceitos envolvendo os cálculos de redução percentual e do valor novo após a redução em diferentes situações do cotidiano. Além disso, pode-se solicitar que os estudantes utilizem estratégias variadas, como a calculadora e o cálculo mental. Estimule a participação deles e a produção coletiva, organizando-os em pequenos grupos. Não se esqueça de promover um debate sobre as soluções encontradas e os caminhos percorridos por eles.

Aproveite o contexto da atividade **28** para refletir com os estudantes sobre os motivos que fizeram o preço do *videogame* reduzir depois do lançamento. Esse tema pode ser usado para explorar noções de *Educação Financeira* e desenvolver a autonomia deles para que interajam criticamente com a realidade.

A atividade **33** demanda que os estudantes exercitem a elaboração de problemas. Estimule a participação de todos e a produção coletiva, organizando a turma em pequenos grupos. Não se esqueça de promover um debate sobre as soluções encontradas e os caminhos percorridos por eles.

No exemplo, temos:

$$\text{Redução percentual} = \left(\frac{50\,000 - 42\,000}{50\,000} \times 100\right)\% = \left(\frac{8\,000 \times 100}{50\,000}\right)\% = \left(\frac{80}{5}\right)\% = 16\%$$

Logo, a redução percentual do valor do automóvel de Abigail foi de 16%.

Cálculo do valor novo após redução

Raul também compra e vende veículos usados. Comprou um automóvel por R$ 9.000,00 e o vendeu com prejuízo percentual de 20%. Por quanto Raul vendeu o automóvel?

Note que o prejuízo foi de 20% de R$ 9.000,00. Portanto: $\frac{20}{100} \cdot 9\,000 = 1\,800$.

Assim, o preço de venda foi: R$ 9.000,00 − R$ 1.800,00 = R$ 7.200,00.

Após uma redução percentual em um valor, o novo valor é calculado da seguinte maneira:

valor novo = (valor antigo) − (redução percentual) × (valor antigo)

33. Exemplo de respostas:
a) Em 2020 uma escola tinha 800 estudantes e, em 2021, sofreu uma redução de 200 estudantes. Qual é a taxa percentual dessa redução? Resposta: 25%.
b) A renda média do trabalhador de um país era de R$ 40.000,00 por ano. Devido à pandemia de covid-19, essa renda teve queda de 20%. Em quanto ficou? Resposta: R$ 32.000,00 por ano.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

28. No ano passado, quando foi lançado, um *videogame* custava R$ 3.000,00. No mês de janeiro, o preço desse *videogame* sofreu uma redução, passando a custar R$ 2.190,00. Qual foi a redução percentual do preço? 27%

29. Use uma calculadora para verificar se é honesto este anúncio de uma farmácia:
Sim, o desconto é de 24,3884%, aproximadamente 24%.

"**Loção hidratante**,
de R$ **134,90**
por R$ **102,00**.
Desconto de 24%"

Banco de imagens/Arquivo da editora

30. José Ricardo ganha R$ 1.500,00 por mês, mas tem um desconto de 9% que vai para a previdência privada. Quanto resta do salário dele?
R$ 1.365,00

31. Maurício quer comprar uma geladeira. A loja oferece as seguintes condições de pagamento:

- 3 parcelas de R$ 500,00 ou
- pagamento à vista com 10% de desconto.

Quanto Maurício vai desembolsar em cada plano de pagamento?
R$ 1.500,00 ou R$ 1.350,00, respectivamente.

32. Conheça as ofertas de uma loja:

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

a) Qual é a taxa percentual do desconto oferecido na compra do fogão? 3%

b) Quanto vai economizar quem comprar o forno de micro-ondas? R$ 85,00

c) Quem comprar a camiseta vai pagar quanto por ela? R$ 23,50

33. Elabore, em uma folha de papel, um problema de porcentagem para ser resolvido mentalmente em cada contexto.

a) Em 2021 uma escola particular teve 200 estudantes a menos do que em 2020.

b) Por causa da pandemia de covid-19, a renda média do trabalhador de um país caiu 20%.

Depois, troque com um colega e resolva os problemas criados por ele.

Proposta para o estudante

A referência traz um áudio cujo objetivo é compartilhar conhecimento sobre porcentagem.
UFPA Multimídia. *Ciência legal*: Porcentagem.mp3. Belém, 2012. *Podcast*. Disponível em: http://www.multimidia.ufpa.br/jspui/handle/321654/673#. Acesso em: 24 maio 2022.

Uma só estratégia para descobrir variação percentual

Participe

Faça as atividades no caderno.

Um patinete custava R$ 200,00. No mês seguinte, o brinquedo passou a ser vendido por R$ 230,00.

a) Qual é a porcentagem de variação do preço? $\left(\frac{230 - 200}{200} \times 100\right)\% = 15\%$

b) Essa porcentagem foi de aumento ou de desconto? Aumento.

c) Ao comprar um patinete com o preço novo, Marco conseguiu um desconto e pagou R$ 218,50. Qual foi a porcentagem do desconto? $\left(\frac{230 - 218{,}50}{230} \times 100\right)\% = 5\%$

d) Em relação ao preço antigo de R$ 200,00, quantos por cento Marco pagou a mais? **d)** $\left(\frac{218{,}50 - 200}{200} \times 100\right)\% = 9{,}25\%$

As estratégias que apresentamos para descobrir aumento, redução, lucro ou prejuízo percentuais podem ser resumidas em uma só:

$$\text{variação percentual} = \left(\frac{(\text{valor maior}) - (\text{valor menor})}{(\text{valor inicial})} \times 100\right)\%$$

No numerador, calculamos sempre a diferença entre o maior e o menor valor (pode ser final menos inicial ou inicial menos final, dependendo de ser aumento ou redução). No denominador usamos sempre o valor inicial, antes de sofrer a alteração.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

Resolva os problemas seguintes por meio de estratégias pessoais, cálculo mental ou uso de calculadora, se necessário.

34. Devido ao grande aumento no consumo nacional de milho orgânico, um produtor decidiu expandir o plantio, passando de 52 para 65 hectares destinados à plantação. Qual é a variação percentual da área plantada? 25% de aumento.

35. Em uma megaliquidação de uma loja de varejo, um *smartphone* que custava R$ 1.200,00 foi vendido por R$ 720,00. Qual foi o desconto percentual oferecido? 40%

36. Mário trabalhava como analista de mercado de ações. Ao estudar as ações de uma empresa que em dezembro valiam R$ 100,00 cada, percebeu que elas sofreram aumento de 20% em janeiro e queda de 20% em fevereiro. Após esses dois meses, qual era o valor de cada uma dessas ações? R$ 96,00

37. Para se desfazer de um estoque de CDs encalhados, uma loja decidiu reduzir em 25% o preço desses produtos, que era de R$ 40,00 cada. Como isso não foi suficiente para atrair compradores, a loja baixou o novo preço em 10%.

a) Qual foi o preço final dos CDs? R$ 27,00

b) Do preço inicial para o preço final, qual foi a redução percentual concedida? 32,5%

38. Elabore, em uma folha de papel, um problema que possa ter a resolução a seguir.

Preço: R$ 250,00
10% de R$ 250,00 = R$ 25,00
R$ 250,00 + R$ 25,00 = R$ 275,00
5% de R$ 275,00 = R$ 13,75
R$ 275,00 − R$ 13,75 = R$ 261,25

Depois, troque com um colega e resolva o problema criado por ele.

38. Exemplo de resposta: Um comerciante quer aproveitar as vendas do final de semana para liquidar o estoque de mochilas que custam R$ 250,00. Então, fez o seguinte: aumentou o preço em 10% e, depois, anunciou uma oferta com desconto de 5%. Qual ficou sendo o preço da mochila? O comerciante realmente fez uma liquidação? Justifique. Resposta: R$ 261,25; não foi uma liquidação, pois o preço após o aumento e o desconto passou a ser maior do que o preço inicial.

39. Leia o texto a seguir.

> A população brasileira chegou a 213,3 milhões de pessoas em 1º de julho de 2021, segundo estimativa do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). No ano passado, o Brasil tinha 211,7 milhões de habitantes. [...]

ABDALA, Vitor. População brasileira chega a 213,3 milhões de pessoas em 2021. *Agência Brasil*, Brasília, DF, 27 ago. 2021. Disponível em: https://agenciabrasil.ebc.com.br/economia/noticia/2021-08/populacao-brasileira-chega-2133-milhoes-de-pessoas-em-2021. Acesso em: 23 mar. 2022.

De quantos por cento, aproximadamente, foi o aumento da população brasileira de 2020 para 2021? Utilize a calculadora e, no caderno, responda com duas casas decimais. Aproximadamente 0,76%.

Proposta para o professor

A referência traz uma videoaula sobre porcentagem.

BROCH, Siomara C. Porcentagem: conceitos e aplicações. *Educapes*, [*s. l.*], 27 maio 2011. Disponível em: https://educapes.capes.gov.br/handle/capes/599490.

Para conhecer uma experiência de observação e inserção no espaço escolar dos Anos Finais do Ensino Fundamental, sugerimos a leitura deste artigo:

OLIVEIRA, Gabriel S. de; PEREIRA, Geiza B.; SILVA, Américo J. N. da. O uso de recurso didático para o ensino de porcentagem: o relato de uma experiência nos Anos Finais do Ensino Fundamental. *Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação*, v. 7, n. 2, p. 69-78, fev. 2021. Disponível em: https://www.periodicorease.pro.br/rease/article/view/584.

Acessos em: 24 maio 2022.

Orientações didáticas

Uma só estratégia para descobrir variação percentual

Este tópico apresenta a fórmula que pode ser utilizada para o cálculo de variação percentual, que pode ser um aumento ou uma redução percentual.

Participe

Antes de apresentar a fórmula, é importante que os estudantes realizem a atividade do boxe *Participe*, que pode ser em duplas para auxiliar na elaboração de conjecturas. Considerando os conhecimentos sobre aumento e redução percentual, eles devem perceber a unificação desses conceitos como variação percentual.

Atividades

Após os estudantes resolverem as atividades **34** a **39**, construa um painel de estratégias utilizadas e as soluções encontradas, estimulando-os a socializarem as descobertas e os caminhos percorridos.

Aproveite o contexto da atividade **35** para trabalhar o TCT *Educação para o Consumo*. Proponha um debate com a turma sobre o consumismo, o que leva pessoas a trocarem seus aparelhos eletrônicos apenas porque surgiu um novo modelo. Esse debate é uma boa oportunidade para promover a argumentação fundamentada em dados científicos, que podem ser pesquisados pelos estudantes, tais como a produção e venda de *smartphones* no Brasil e a geração de lixo eletrônico.

A atividade **38** demanda que os estudantes exercitem a elaboração de problemas. Estimule a participação de todos e a produção coletiva, organizando a turma em pequenos grupos. Não se esqueça de promover um debate sobre as soluções encontradas e os caminhos percorridos por eles.

O contexto da atividade **39** envolve o recenseamento da população brasileira, assunto que pode ser explorado favorecendo os TCTs *Diversidade Cultural* e *Educação para valorização do multiculturalismo nas matrizes históricas e culturais Brasileiras*. Aproveite essa informação sobre recenseamento e reflita com os estudantes sobre quais aspectos da população brasileira são analisados pelo IBGE. Se achar conveniente, sugira a eles uma pesquisa extraclasse sobre esse tema para auxiliar na reflexão acerca da diversidade econômica e demográfica do Brasil, fazendo um trabalho interdisciplinar com **Geografia**.

Fazer pesquisas complementares ajuda a desenvolver a autonomia dos estudantes, pois eles acessam diferentes fontes de informação e interagem com elas.

Orientações didáticas

Na mídia

Na BNCC

Esta seção mobiliza com maior ênfase a **CG07**, a **CG09** e a **CEMAT07** ao propor reflexões relacionadas ao consumo consciente, favorecendo, assim, o desenvolvimentos dos TCTs *Educação Ambiental*, *Educação Financeira* e *Educação para o Consumo*.

Aproveite o conteúdo abordado nesta seção para orientar os estudantes a reciclar as folhas de papel utilizadas, conservar o material escolar para que possa ser usado no ano seguinte, comprar e doar os livros em sebos, entre outras atitudes que ajudam a economizar e proteger o meio ambiente. Permita, se possível, que eles acessem o *site* sugerido no boxe para que conheçam dicas de economia do material escolar e, assim, realizem a atividade **II** com mais consciência.

A atividade **I** explora aspectos importantes da *Educação Financeira*. A leitura e a interpretação do texto do livro e as questões propostas ajudam os estudantes a se posicionar com pensamento crítico e autonomia.

Organize uma roda de conversa para que os estudantes compartilhem as respostas da atividade **II**. Peça que reflitam sobre o que é supérfluo e o que é realmente necessário. Se considerar oportuno, utilize o texto indicado a seguir para instigar o debate.

ORIENTAÇÃO para Educação Financeira nas escolas brasileira. [*s. l.*], [*s. d.*], p. 18-19. Disponível em: https://www.vidaedinheiro.gov.br/wp-content/uploads/2017/08/DOCUMENTO-ENEF-Orientacoes-para-Educ-Financeira-nas-Escolas.pdf. Acesso em: 23 jun. 2022.

Faça as atividades no caderno.

As imagens não estão representadas em proporção.

Pesquisa de preço de material escolar

O Programa de Defesa do Consumidor (Procon Goiânia) constatou variação de até 558,23% nos valores de itens da lista de material escolar 2021. A pesquisa foi realizada entre os dias 4 e 8 de janeiro, em seis papelarias da capital. Foram analisados 38 produtos e entre os objetos pesquisados estão lápis, borrachas, cadernos, canetas, cola, corretivos, giz de cera, lápis de cor, canetinhas, lapiseira [...] etc.

O preço do lápis preto nº 2 foi o [...] que apresentou a maior, variação, de 558,23%. O menor preço encontrado é de R$ 0,79 e [o] maior de R$ 5,20. A caneta esferográfica teve variação de 500%. Os preços variam de R$ 1,00 até R$ 6,00.

A cola líquida branca de 40 gramas alcançou uma variação de 490%. O menor preço verificado é R$ 1,00 e [o] maior, de R$ 5,90. Já o corretivo líquido foi encontrado de R$ 1,50 até R$ 5,30, uma variação de 253,33%.

Entre os itens pesquisados, os produtos que apresentaram as menores variações foram a lapiseira, lápis de cor de 12 cores, caderno de capa dura e universitário e marcador de texto.

[...]

O lápis de cor com 12 cores apresentou uma diferença de 19,05%. O menor preço foi de R$ 10,50 e o maior preço de R$ 12,50. O marcador de texto apresentou variação de 12,90%, com preços que variam de R$ 3,10 até R$ 3,50.

O Procon Goiânia também fez comparação de preços dos produtos pesquisados neste ano com a lista de material de 2020. A pesquisa constatou que o preço da tesoura sem ponta, em 2020, era R$ 5,90 e agora pode ser encontrada por até R$ 2,25. Uma queda de 61,86%. Outro produto que apresentou diminuição de preço foi o caderno universitário de 16 matérias. No ano passado, o caderno custava R$ 19,90 e neste ano o maior preço verificado foi de R$ 18,50.

[...]

CLEMENTE, Anderson. Procon divulga pesquisa de material escolar. *Prefeitura de Goiânia*, Goiânia, 11 jan. 2021. Disponível em: https://www.goiania.go.gov.br/procon-divulga-pesquisa-de-material-escolar/. Acesso em: 23 mar. 2022.

No *site* https://fusesc.com.br/?p=8381 (acesso em: 23 mar. 2022) há algumas orientações do que podemos fazer para economizar no material escolar e proteger o meio ambiente.

kondratya/Shutterstock

I. Depois de ler atentamente o texto, se necessário, use calculadora para descobrir os dados "escondidos" e responder às questões a seguir.

1. Qual foi a variação percentual no preço da caneta esferográfica? 500%
2. Qual foi o maior preço verificado da cola líquida branca? R$ 5,90
3. Compare os percentuais das diferenças de preços do lápis de cor e do marcador de texto. O menor deles corresponde ao item pesquisado que teve a menor variação percentual nos preços. Que item foi esse? O marcador de texto.
4. De quanto foi a queda percentual no preço da tesoura de 2020 para 2021? 61,86%
5. A queda percentual no preço do caderno universitário, de 2020 para 2021, foi maior ou menor que 10%? Menor.

II. Cite outras ações, além da pesquisa de preços, que podem ser praticadas para economizar na compra do material escolar. Existem itens que podem ser substituídos por outros mais baratos? Há itens que podem ser reaproveitados ou herdados? Respostas pessoais.

Material escolar.

Fotografias: stockphoto-graf/Shutterstock

Na Unidade

Faça as atividades no caderno.

1. Um médico receitou um remédio para Geninha tomar de 8 em 8 horas durante 3 dias. Se ela tomar a primeira dose às 14 horas de segunda-feira, a última dose será às: Alternativa **b**.

a) 22 horas de quarta-feira.
b) 6 horas de quinta-feira.
c) 14 horas de quinta-feira.
d) 22 horas de quinta-feira.

2. **(Saresp)** Ester utiliza diariamente o trem para ir de casa para o trabalho. Ela sabe que, de segunda a sexta, trens passam de 7 em 7 minutos. Ela costuma pegar o trem que passa às 7 horas. Certo dia, ela acordou atrasada e pegou o trem do primeiro horário depois das 8 horas.

Determine o horário em que Ester pegou esse trem. Alternativa **a**.

a) 8 h 3 min **c)** 8 h 5 min
b) 8 h 4 min **d)** 8 h 6 min

3. **(UFRN)** Para os festejos [...], uma fábrica de doces lançará uma caixa de chocolates. O número de chocolates poderá ser dividido igualmente (sem fracioná-los) entre 2, 3, 4, 5 e 6 pessoas, não havendo sobra. O menor número de chocolates que essa caixa deverá conter será: Alternativa **c**.

a) 180. **c)** 60.
b) 120. **d)** 30.

4. **(Fatec-SP)** Um certo planeta possui dois satélites naturais (Lua A e Lua B); o planeta gira em torno do Sol e os satélites, em torno do planeta, de forma que os alinhamentos são os seguintes:

- Sol-planeta-Lua A: ocorre a cada 18 anos;
- Sol-planeta-Lua B: ocorre a cada 48 anos.

Se hoje ocorrer o alinhamento Sol-planeta-Lua A-Lua B, então o fenômeno se repetirá daqui a: Alternativa **d**.

a) 48 anos. **c)** 96 anos.
b) 66 anos. **d)** 144 anos.

5. Dois rolos de linha, um com 80 m e outro com 125 m de comprimento, serão divididos em pedaços com a mesma medida de comprimento. O menor número de pedaços que poderá ser obtido é: Alternativa **b**.

a) 38. **c)** 43.
b) 41. **d)** 52.

6. **(Saresp)** O losango a seguir foi dividido em partes iguais.

A parte pintada corresponde a que porcentagem do losango todo?

a) 4% **c)** 40%
b) 25% **d)** 50% Alternativa **b**.

Banco de imagens/Arquivo da editora

7. **(Etec-SP)** Segundo um pesquisador da Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária (EMBRAPA), a maioria das terras suscetíveis à desertificação no Brasil encontra-se nas áreas semiáridas e subúmidas do Nordeste. A quantificação dessas áreas mostra que cerca de 181 000 km^2 encontram-se em processo de desertificação, o que corresponde a 20% da área semiárida da região Nordeste, aproximadamente.

<http://tinyurl.com/patnldo>. Acesso em: 23 mar. 2022. Adaptado.

De acordo com o texto, a área da região semiárida do Nordeste é, aproximadamente, em quilômetros quadrados: Alternativa **e**.

a) 181 000. **c)** 362 000. **e)** 905 000.
b) 217 200. **d)** 582 400.

8. O motor de um carro popular passará por uma atualização. A versão atual tem potência de 120 cavalos, e a versão reformulada terá uma potência de 144 cavalos. Qual será o aumento percentual da potência nessa reformulação? Alternativa **e**.

a) 16,7 **c)** 26,7 **e)** 20,0
b) 52,8 **d)** 25,0

9. Ao primeiro dia de provas do Enem 2021 compareceram cerca de 2,3 milhões de candidatos. Já no segundo dia, compareceram cerca de 70% dos 3,1 milhões de candidatos inscritos no exame. Logo: Alternativa **c**.

a) no segundo dia compareceram cerca de 6% a mais dos candidatos que haviam comparecido no primeiro dia.
b) no segundo dia compareceram cerca de 10% a mais dos candidatos que haviam comparecido no primeiro dia.
c) no segundo dia compareceram cerca de 6% a menos dos candidatos que haviam comparecido no primeiro dia.
d) no segundo dia compareceram cerca de 10% a menos dos candidatos que haviam comparecido no primeiro dia.

Na Unidade

Na BNCC

Esta seção favorece o desenvolvimento das habilidades exploradas ao longo de toda a Unidade e mobiliza com maior ênfase a **CEMAT02**, a **CEMAT06** e a **CG02** ao propor a resolução de atividades diversas, por meio de diferentes contextos e estratégias de resolução.

Esta seção traz atividades dos principais conteúdos abordados na Unidade que podem ser utilizadas como ferramentas de avaliação. Proponha a resolução das atividades individualmente. Acompanhe os estudantes durante a realização delas e registre avanços e dificuldades para, ao final, propor novas atividades para remediação coletiva ou individual de defasagens, conforme cada caso.

A seguir, listamos algumas sugestões e estratégias para remediação.

Erros de resolução nas atividades **1** a **5** podem indicar dificuldades de interpretação dos dados dos problemas, bem como na determinação de múltiplos, divisores, mmc e mdc. Para superar esse obstáculo, retome a leitura dos enunciados pausadamente e registre na lousa cada dado conforme for avançando a leitura, solicitando ajuda aos estudantes nessa organização, bem como levando-os à interpretação do enunciado e à decisão de quais estratégias devem ser utilizadas. Se necessário, retome os conteúdos do capítulo **1**.

As atividades **6** e **7** envolvem cálculo com porcentagem. Se os estudantes tiverem dificuldade, relacione as porcentagens dos enunciados com frações equivalentes: $\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 25\%$; $20\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$.

Erros nas atividades **8** e **9** podem indicar que os estudantes não compreenderam os conceitos de aumento e redução percentual. Retome o significado das fórmulas para obtenção dessas taxas.

Outras dificuldades diferentes das listadas podem surgir; por isso, é importante o monitoramento individual e contínuo dos estudantes.

Orientações didáticas

Abertura

Na BNCC

A abertura da Unidade permite mobilizar com maior ênfase a **CG02**, a **CEMAT07** e a **CEMAT08** ao explorar um texto com informações de caráter científico e propor a prática de pesquisa. Favorece o desenvolvimento do TCT *Educação Ambiental*, ao propor um debate sobre a poluição dos oceanos.

A abertura da Unidade permite a realização de um trabalho interdisciplinar com os componentes curriculares **Língua Portuguesa**, **Geografia** e **Ciências**.

Proponha aos estudantes que façam a leitura do texto e anotem no caderno todas as palavras das quais não conhecem o significado. Peça a eles que pesquisem os significados dessas palavras em um dicionário.

Ao explorar o parágrafo que menciona os itens encontrados por Victor Vescovo na Depressão Challenger, peça aos estudantes que façam uma reflexão acerca dos impactos da poluição dos oceanos. Solicite que pesquisem o tempo que os materiais encontrados por Victor demoram para se degradar. É possível também pedir à turma que pesquise as consequências da poluição para os animais marinhos.

Reprodução do Livro do Estudante em tamanho reduzido.

Localização aproximada da fossa Marianas no oceano Pacífico.

Entre o atol Ulithi (à esquerda, foto de 2008) e a ilha Cocos (à direita, foto de 2010), que distam cerca de 600 km, está a fossa das Marianas, a localidade mais profunda da superfície terrestre.

Profundezas dos oceanos

Em um estudo que percorreu mais de 75,5 mil quilômetros, cientistas conseguiram medir com precisão os pontos mais profundos de cada um dos cinco oceanos da Terra. Foram 39 mergulhos durante dez meses, entre 2018 e 2019, para criar mapas mais precisos das águas que cobrem a maior parte do globo. E deste trabalho, surgiu uma confirmação: a Fossa das Marianas é a mais profunda de todas.

[...]

Dentro do submersível havia uma ecossonda multifeixe de profundidade total do oceano de última geração. O equipamento emitia uma série de pulsos sonoros para mapear cada parte do fundo do mar. O ex-oficial de inteligência norte-americano Victor Vescovo [...] se tornou a quarta pessoa na história a chegar à Depressão Challenger, ponto mais baixo da superfície terrestre, em maio de 2019. Na Fossa das Marianas, Vescovo encontrou três novas espécies de vida marinha, recuperou o pedaço mais profundo de rocha do manto da Terra e encontrou um saco plástico e um pacote de bombom. Exemplos da distância que a poluição alcançou.

[...]

A Depressão Challenger segue como o local mais profundo dos oceanos, com 10 924 metros de profundidade. No Oceano Pacífico, o segundo lugar mais fundo é a Depressão Horizonte, na Fossa de Tonga, a 10 816 metros de profundidade. Ela é também a segunda maior de todo o globo.

O Oceano Atlântico tem seu ponto mais baixo na Fossa de Porto Rico. A Depressão Brownson fica a 8 378 metros de profundidade. Já o Oceano Ártico tem o menor dos pontos mais profundos entre os cinco oceanos analisados. Lá, a Depressão Molloy mede 5 551 [metros] de profundidade.

[...]

No Índico, o ponto mais baixo fica a 7 187 metros e ainda não tem nome, mas fica localizado na Fossa de Java, perto da costa da Indonésia. [...]

A Depressão Factorian fica no Oceano Austral, com 7 432 metros, na ponta sul da Fossa das ilhas Sandwich do Sul. Há ainda uma informação interessante sobre esse cálculo. O ponto mais profundo da Fossa das ilhas Sandwich do Sul é a Depressão do Meteoro, com 8 265 metros, mas essa parte fica ainda no Oceano Atlântico.

[...]

ALBUQUERQUE, Karol. Conheça os pontos mais profundos dos oceanos. *Olhar Digital*, [*s. l.*], 12 maio 2021. Disponível em: https://olhardigital.com.br/2021/05/11/ciencia-e-espaco/conheca-os-pontos-mais-profundos-dos-oceanos/. Acesso em: 23 mar. 2022.

Você já tinha ouvido falar sobre esses lugares? Faça uma pesquisa sobre a vida marinha existente nesses locais profundos dos oceanos, sobre os países dessas regiões e as características culturais.
Respostas pessoais.

Prática de pesquisa.

Orientações didáticas

Abertura

Pergunte aos estudantes se já tinham ouvido falar dos locais mencionados no texto. Sugira que pesquisem em um atlas ou na internet a localização desses pontos e, posteriormente, procurem mais informações sobre essas localidades. Seria interessante que descobrissem aspectos relativos à cultura dos povos e pudessem compará-los às características da nossa cultura, mobilizando assim o TCT *Diversidade Cultural*.

Em parceria com o professor de **Ciências**, desenvolva um trabalho sobre os animais marinhos das regiões pesquisadas. Os estudantes podem citar alguns vertebrados e invertebrados marinhos, e adaptações que esses seres apresentam para a vida nas profundezas, onde reina a escuridão, o frio constante, a forte pressão da água e há escassez de alimentos. Algumas adaptações: bioluminescência, corpo pequeno e macio (com poucos ossos), cegueira, dentes grandes, etc.). (Fonte dos dados: VIDA marinha nas regiões abissais. *Britannica Escola*, [*s. l.*], [2022]. Disponível em: https://escola.britannica.com.br/artigo/vida-marinha-nas-regi%C3%B5es-abissais/625727; LILLMANS, Giselly. Animais que vivem no fundo do mar. *Perito Animal*, [*s. l.*], 27 mar. 2019. Disponível em: https://www.peritoanimal.com.br/animais-que-vivem-no-fundo-do-mar-22907.html. Acesso em: 16 jun. 2022).

Proposta para o estudante

A referência a seguir traz um vídeo sobre a fauna do mar profundo.

IO-USP. *Seres das profundezas*. São Paulo: Fapesp, ed. 221, 2014. Disponível em: https://www.io.usp.br/index.php/oceanos/videos/apresentacoes-e-entrevistas?ygstart=24. Acesso em: 21 jun. 2022.

Orientações didáticas

Medida de temperatura

Na BNCC

Neste capítulo é considerada a habilidade **EF07MA03** em relação à comparação e ordenação de números inteiros. Representações gráficas, atividades de pesquisa e elaboração de problemas mobilizam com maior ênfase a **CG04**, a **CG09**, a **CEMAT04**, a **CEMAT07** e a **CEMAT08**.

É interessante verificar os conhecimentos prévios da turma sobre os números positivos e os negativos. Comente situações do cotidiano como as diferenças de temperatura diárias na previsão do tempo, a medida de temperatura corporal, acondicionamento de determinados produtos em temperaturas adequadas, etc.

Outra situação do cotidiano é o saldo de gols dos times que participam de um torneio de futebol, que consiste na diferença entre gols marcados e gols sofridos na competição; proponha que comentem sobre o critério de desempate em alguns campeonatos e como o saldo de gols favorece ou prejudica um time.

Escalas termométricas

As escalas termométricas são utilizadas em **Ciências da Natureza** para medir temperaturas de organismos e de localidades. Sugerimos retomar as escalas estudadas em anos anteriores. As escalas Celsius, Fahrenheit e Kelvin foram desenvolvidas em épocas e locais distintos, por diferentes pessoas e com diferentes objetivos. Atualmente são considerados como referências os pontos de fusão e de ebulição da água sob pressão normal.

Participe

O trabalho proposto neste boxe contribui para o desenvolvimento da prática de pesquisa, que foi iniciado em anos anteriores. Converse com os estudantes e peça a eles que indiquem quais passos devem ser seguidos na realização de uma pesquisa. Dê espaço para que se expressem, avaliando seus conhecimentos prévios e retomando questões que eventualmente não tenham sido mencionadas por eles.

Medida de temperatura abaixo de 0 °C

Antes de explorar as baixas temperaturas, proponha a atividade do boxe

Números positivos e números negativos

Medida de temperatura

Escalas termométricas

Participe Faça as atividades no caderno.

Você já deve ter ouvido falar sobre escalas termométricas. Atualmente, as três mais utilizadas são as escalas Celsius, Kelvin e Fahrenheit. No Brasil, a escala mais utilizada é a Celsius.

- Junte-se com um colega e pesquisem sobre essa escala termométrica. Verifiquem por que ela recebe esse nome e em quais parâmetros ela é fundamentada; depois, compartilhem as informações com os colegas da turma. A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

Medida de temperatura abaixo de 0 °C

Participe Faça as atividades no caderno.

Junte-se com dois colegas e pesquisem notícias envolvendo medidas de temperaturas abaixo de 0 °C no Brasil e no mundo. Depois, socializem com os colegas da turma as notícias encontradas. Elaborem duas atividades envolvendo as notícias encontradas e troquem com um dos grupos para resolvê-las. Respostas pessoais.

Agora, leia alguns trechos de notícias envolvendo temperaturas em diferentes regiões do Brasil.

Temperatura em SP cai 17 °C em 24 h; previsão é de mais frio nesta quarta

O frio que chegou a São Paulo nesta terça-feira, [...], fez as temperaturas despencarem na capital paulista. [...] Na segunda-feira, [...], os termômetros no Aeroporto de Congonhas, zona sul da cidade, marcavam 25 °C às 16 horas. No mesmo horário nesta terça, o registro era de apenas 8 °C. [...]

MARQUES, Júlia. Temperatura em SP cai 17 °C em 24 h; previsão é de mais frio nesta quarta. *O Estado de S. Paulo*, São Paulo, 18 jul. 2017. Disponível em: https://sao-paulo.estadao.com.br/noticias/geral,temperatura-em-sp-cai-17c-em-24h-previsao-e-de-mais-frio-nesta-quarta,70001895074. Acesso em: 11 jan. 2022.

Sul tem temperatura de −7 °C, e frio bate recordes pelo país

A intensa massa polar que invadiu o sul do Brasil provocou frio extremo na madrugada desta terça-feira (18). A temperatura mais baixa registrada na região foi −7,4 °C em Bom Jardim da Serra (SC), no Morro da Igreja, segundo as medições oficiais do Instituto Nacional de Meteorologia (Inmet). [...]

SUL tem temperatura de −7 °C, e frio bate recordes pelo país. *Terra*, [*s. l.*], 18 jul. 2017. Disponível em: https://www.terra.com.br/noticias/climatempo/frio-de-7c-no-sul-do-br,6d97cf0b90f4f4994d435862aa99d208a4zu54yy.html. Acesso em: 11 jan. 2022.

Wagner Urbano OnJack/Futura Press

Árvores amanhecem congeladas na cidade de São Joaquim (SC). Foto de 2017.

Participe para os estudantes se envolverem em mais uma prática de pesquisa.

Participe

Ressalte para os estudantes a importância do trabalho em grupo. Entendemos que as pesquisas podem ser feitas na sala de aula ou como tarefa extraclasse. A elaboração e a troca posterior de atividades entre os estudantes contribuem para a autonomia e a socialização deles. Também é uma oportunidade de reforçar que um mesmo problema pode apresentar modos de resolução diferentes.

Temperaturas negativas marcam madrugada no Sul; frio chega a Rio e SP

Uma massa de ar frio derrubou para abaixo de zero a temperatura do sul do Paraná e das serras de Santa Catarina e do Rio Grande do Sul. [...]

No Paraná, por exemplo, a cidade de Inácio Martins marcou −4 °C nesta madrugada. [...]

COPLE, Júlia; SOUTO, Luiza. Temperaturas negativas marcam madrugada no Sul; frio chega a Rio e SP. *O Globo*, [*s. l.*], 18 jul. 2017. Disponível em: https://oglobo.globo.com/brasil/temperaturas-negativas-marcam-madrugada-no-sul-frio-chega-rio-sp-21602327. Acesso em: 9 jan. 2022.

Na primeira notícia, vemos que, em São Paulo (SP), a medida de temperatura era de 25 °C quando começou a esfriar na segunda-feira. Como caiu 17 °C em 24 horas, no dia seguinte, terça-feira, o termômetro marcava 8 °C:

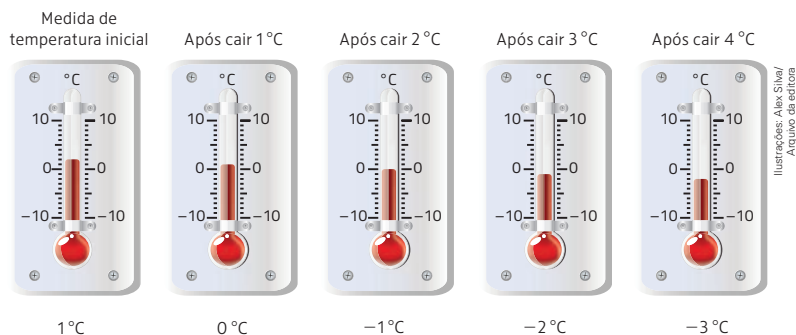
$$25\ °C - 17\ °C = 8\ °C$$

Nas demais notícias aparecem medidas de temperatura como −4 °C e −7 °C. Vamos entender o que significam essas medidas.

Suponha que, em um município, o termômetro indicava a medida de temperatura de 1 °C em determinado horário do dia. Se a medida de temperatura cair 4 °C, qual será a medida de temperatura final?

Para responder a essa pergunta precisamos calcular:

$$1\ °C - 4\ °C$$

É possível fazer esse cálculo? Sim. Acompanhe o raciocínio analisando as marcações do termômetro após cada queda de 1 °C na medida de temperatura:

Note que −1 °C (lemos: "menos um grau Celsius") indica 1 grau abaixo de 0 grau Celsius; do mesmo modo, −2 °C indica 2 graus abaixo de 0 grau Celsius, e assim por diante. Logo, temos:

$$1\ °C - 4\ °C = -3\ °C$$

Se a medida de temperatura cair mais ainda, vai atingir marcas como −4 °C, −5 °C, −6 °C, etc., como aconteceu em alguns dos municípios citados nas notícias anteriores.

- 0 °C é a medida de temperatura do gelo quando está derretendo (passando do estado sólido para o estado líquido da água – fusão).
- 100 °C é a medida de temperatura da água quando está fervendo (passando do estado líquido para o estado gasoso – vaporização), no nível do mar.
- Há medidas de temperatura abaixo de 0 °C (como em um congelador) e acima de 100 °C (como em um forno).

Orientações didáticas

Medida de temperatura abaixo de 0 °C

Aproveite a leitura das notícias apresentadas no Livro do Estudante para incentivar em sala de aula a observação da **variação** das medidas de temperatura informadas nelas.

É interessante propor que os estudantes organizem as informações em um esquema ou quadro associando os locais às temperaturas indicadas. Em seguida, comente que a operação 1 °C − 4 °C não teria significado se utilizássemos apenas o conjunto dos números naturais.

Comente com os estudantes que a Anvisa, em 2017, proibiu a fabricação, a importação e a comercialização dos termômetros e medidores de pressão que utilizam coluna de mercúrio, um metal tóxico para a saúde. A medida também inclui a proibição do uso desses equipamentos em serviços de saúde, que devem realizar o descarte correto dos resíduos sólidos contendo mercúrio.

Orientações didáticas

Números negativos e números positivos

Na BNCC

Neste tópico é considerada a habilidade **EF07MA03**, em relação à ordenação de números inteiros e à utilização em situações que envolvam adição e subtração. Mobiliza com maior ênfase a **CG08** e a **CG10**, além de favorecer o desenvolvimento do TCT *Vida Familiar e Social* ao propor a leitura de um livro paradidático que aborda questões familiares e de bem-estar físico e emocional. A seção *Atividades* permite o trabalho com o TCT *Educação em Direitos Humanos* ao propor um debate sobre atitudes que podem ser tomadas no auxílio a pessoas em situação de rua.

Neste tópico, a subtração de números inteiros é explorada mediante o exemplo de contagem do saldo de gols de 3 equipes.

Inicie e coordene um debate em sala de aula sobre outros usos da palavra "saldo". Espera-se que os estudantes relembrem os saldos de dinheiro em contas bancárias, cartões de crédito, vale-refeição e vale-transporte. Outras possibilidades são o saldo de pontos em programas de recompensas, o saldo de milhas em viagens aéreas, etc. O importante é reforçar o conceito de variação de uma grandeza: uma quantidade subtraída de outra quantidade.

O boxe de sugestão de leitura possibilita o trabalho interdisciplinar com o componente curricular **Língua Portuguesa**. As discussões que podem ser providas em decorrência da leitura do Livro do Estudante possibilitarão que eles atuem, pessoal ou coletivamente, com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões pautadas em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários. Além disso, é possível debater acerca das relações familiares e sociais.

Atividades

Proponha aos estudantes que realizem individualmente as atividades **1** e **2** desta seção. Em seguida, faça a correção coletiva.

Números negativos e números positivos

Os números $-1, -2, -3, -4, -5, -6$, etc. são denominados **números negativos**.

Os números 1, 2, 3, 4, 5, 6, etc. são denominados **números positivos**. Esses números também podem ser representados precedidos do sinal $+$. Assim, $+1 = 1$, $+2 = 2$, $+3 = 3$, etc.

O número 0 (zero) não é positivo nem negativo.

Conhecendo os números negativos, podemos calcular a diferença entre dois números, mesmo quando precisamos subtrair o maior do menor.

Em campeonatos de futebol, por exemplo, o saldo de gols de uma equipe é a diferença entre o número de gols marcados (gols pró) e o número de gols sofridos (gols contra). No caso de empate na classificação, o saldo pode ser usado para desempatar: ganha a equipe que tem saldo maior.

Em um torneio cujos resultados estão indicados a seguir, cada equipe ganhou um jogo e perdeu um. Qual tem o maior saldo? E qual tem o menor?

Resultados das partidas

- Corinthians 5 × 2 Bahia
- Bahia 3 × 2 Flamengo
- Flamengo 4 × 3 Corinthians

Saldo: uma diferença que pode ser positiva, negativa ou nula. A palavra "saldo" é muito utilizada no contexto da contabilidade, no entanto ela pode ser utilizada em outras situações, como no caso de um campeonato de futebol.

Equipe	Gols pró (GP)	Gols contra (GC)	Saldo de gols (GP − GC)
Bahia	$2 + 3 = 5$	$5 + 2 = 7$	$5 - 7 = -2$
Corinthians	$5 + 3 = 8$	$2 + 4 = 6$	$8 - 6 = 2$
Flamengo	$2 + 4 = 6$	$3 + 3 = 6$	$6 - 6 = 0$

O maior saldo de gols é o do Corinthians. O menor saldo de gols é o do Bahia, que teve mais gols contra do que pró. Para calcular o saldo de gols do Bahia, $5 - 7$, podemos pensar assim:

De 5 queremos tirar 7.

Como $7 = 5 + 2$, primeiro subtraímos 5, ficando com 0.

Depois, subtraímos 2, ficando com -2.

Então, $5 - 7 = -2$.

O futebol não é só uma paixão dos brasileiros, é um esporte praticado em várias partes do mundo. Que tal embarcar na aventura do time de futebol 7 do Colégio Soto Alto, em Sevilhota, na Espanha? O time vive um drama ao ficar muito próximo do rebaixamento sob ameaça de ser extinto caso ele realmente ocorra.

SANTIAGO, Roberto. Trad. Paloma Vidal. *Os futebolíssimos*: o mistério dos árbitros adormecidos. 1. ed. São Paulo: Moitará, 2018.

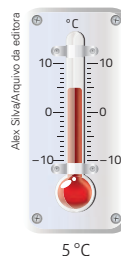
Atividades

Faça as atividades no caderno.

1. Considere a imagem a seguir.

a) Se a medida de temperatura diminuir 3 °C, quanto indicará o termômetro? 2 °C

b) Se a medida de temperatura diminuir 5 °C, quanto indicará o termômetro? 0 °C

5 °C

c) Se a medida de temperatura diminuir 7 °C, quanto indicará o termômetro? −2 °C

d) A medida de temperatura tem que diminuir quantos graus Celsius para o termômetro indicar a medida de − 3 °C? 8 °C

e) A medida de temperatura tem que diminuir quantos graus para o termômetro indicar a medida de − 1 °C ? 6 °C

3. c) Exemplo de resposta: Na etapa seguinte do campeonato, as seleções da Argentina e do Uruguai (Argentina × Uruguai) se enfrentaram. O resultado do jogo foi 0 a 3, com vitória do Uruguai. Qual é o novo saldo de gols dessas seleções? Resposta: Argentina: 4; Uruguai: −4.

Faça as atividades no caderno.

2. Calcule no caderno as diferenças indicadas.

a) 8 − 4 4 **c)** 8 − 8 0 **e)** 8 − 12 −4

b) 8 − 6 2 **d)** 8 − 10 −2 **f)** 8 − 14 −6

3. Copie o quadro a seguir no caderno e calcule o saldo de gols de cada seleção. Depois, faça o que se pede.

País	Gols pró	Gols contra	Saldo de gols
Argentina	13	6	7
Brasil	14	5	9
Colômbia	9	9	0
Paraguai	7	12	−5
Uruguai	4	11	−7

a) A seleção de qual país tem o melhor saldo de gols? Brasil.

b) A seleção de qual país tem o pior saldo de gols? Uruguai.

c) Com base nos dados do quadro, elabore um problema e peça para um colega responder.

4. Um alpinista está escalando uma montanha. As medidas das altitudes e temperaturas estão indicadas na imagem a seguir.

d1sk/Shutterstock

Responda no caderno quantos graus Celsius a medida de temperatura aumenta ou diminui:

a) entre 0 m e 100 m? Diminui 2 °C.

b) entre 100 m e 500 m? Diminui 5 °C.

c) entre 500 m e 1 000 m? Diminui 2 °C.

d) entre 1 000 m e 1 500 m? Diminui 3 °C.

e) entre 1 500 m e 2 000 m? Diminui 3 °C.

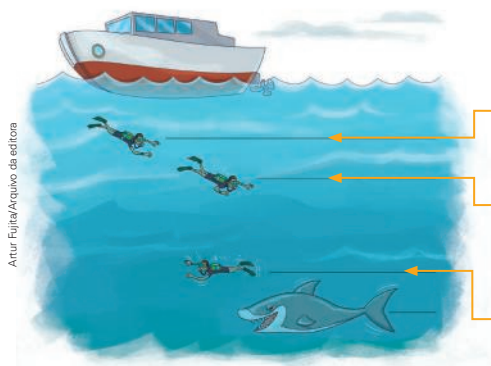
- Por que a medida de temperatura diminui conforme a medida de altitude aumenta? Faça uma pesquisa, depois converse com os colegas e o professor. A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

5. Considere os esquemas a seguir e responda no caderno: Quantas unidades estão sendo diminuídas em cada item?

6. Responda no caderno: Quantas unidades aumentamos em cada item a seguir?

7. Um mergulhador está explorando o fundo do mar. A medida de temperatura, na superfície do mar, é de 15 °C e, no nível do mar, a altitude mede 0 m.

As imagens não estão representadas em proporção.

Artur Fujita/Arquivo da editora

1ª etapa:
O mergulhador desce 5 m e a medida de temperatura cai 3 °C.

2ª etapa:
O mergulhador desce mais 3 m e a medida de temperatura cai 2 °C.

3ª etapa:
O mergulhador desce mais 7 m. Desse ponto, é melhor voltar. A medida de temperatura caiu 5 °C, e 2 m abaixo... há um tubarão.

Orientações didáticas

Atividades

Neste conjunto de atividades são retomadas situações nas quais os números inteiros são utilizados.

Destacamos as atividades **5** e **6**, que podem contribuir para o desenvolvimento e a compreensão dos números negativos. Nelas, há itens que partem de um número positivo e outros, de um número negativo. As perguntas também se dividem em contar unidades para retirar e unidades para completar. Para melhorar a visualização dos processos, deixe uma reta numérica na lousa para que os estudantes relacionem como acontece o aumento ou a diminuição nela.

Proposta para o professor

Uma resposta possível para a pesquisa proposta na atividade **4**, relacionada à questão "Por que a medida da temperatura diminui conforme a medida de altitude aumenta?", pode ser encontrada em:

MUNDO ESTRANHO. Por que a temperatura diminui com a altitude? *Superinteressante*, [*s. l.*], 4 jul. 2018. Disponível em:https://super.abril.com.br/mundo-estranho/por-que-a-temperatura-diminui-com-a-altitude-apesar-da-menor-distancia-do-sol/. Acesso em: 22 jun. 2022.

Orientações didáticas

Atividades

O contexto da atividade **9** contribui para discussões que promovam o exercício da empatia, do diálogo e da cooperação, valorizando o respeito ao outro e aos direitos humanos. Esta atividade, juntamente com o boxe de sugestão de acesso à internet, favorece o desenvolvimento da **CG10** e dos TCTs *Educação em Direitos Humanos* e *Vida Familiar e Social*. Enfatize para os estudantes que, na Declaração Universal dos Direitos Humanos da Organização das Nações Unidas, todos têm direito à vida, à liberdade, à moradia e ao trabalho.

Mais sobre números negativos

Na BNCC

Neste tópico é considerada a habilidade **EF07MA03** em relação à ordenação de números inteiros e à utilização em situações que envolvam adição e subtração, além de apresentar contextos que permitem desenvolver o TCT *Educação Financeira.*

Neste tópico são abordados exemplos envolvendo operações de depósito e saque, determinando saldos em contas bancárias, o que possibilita o trabalho com *Educação Financeira*.

9. a) Exemplo de resposta: Para ajudar pessoas em situação de rua, nos dias mais frios, é possível oferecer caldos e sopas, agasalhos e cobertores, além de procurar o serviço de atendimento social do município.

Faça as atividades no caderno.

a) Copie o quadro a seguir no caderno e, em seguida, descubra os números que o completam. Use números negativos para indicar medidas de altitude abaixo do nível do mar e números positivos para indicar medidas de altitude acima do nível do mar.

9. b) Exemplo de resposta: Promover campanhas de arrecadação de mantimentos e agasalhos na escola.

Etapa	Medida de altitude	Medida de temperatura
1ª	////////// −5 m	////////// 12 °C
2ª	////////// −8 m	////////// 10 °C
3ª	////////// −15 m	////////// 5 °C

b) A que profundidade se encontra o tubarão? A −17 m.

8. Conforme mencionado no texto de abertura desta Unidade, alguns estudos apontaram os pontos mais profundos dos oceanos. Usando números negativos para representar medidas de altitude abaixo do nível do mar, escreva a expressão numérica que representa a diferença de profundidade entre a depressão Challenger, situada na fossa das Marianas, e a depressão Horizonte, na fossa de Tonga.
−10 924 − (−10 816)

9. Nos dias mais frios, sobretudo no sul e no sudeste do país, é comum encontrar pessoas em situação de rua encolhidas em passarelas de estações do metrô, terminais de ônibus ou embaixo de pontes e viadutos. Considerando esse contexto, faça o que se pede em cada item:

a) Junte-se com um colega e pesquisem quais atitudes podem ser tomadas para ajudar as pessoas em situação de vulnerabilidade em dias mais frios. Compartilhem com o restante da turma o resultado da pesquisa.

b) Pesquise com o colega se no município em que moram há alguma política pública de assistência a pessoas em situação de rua. Depois, reflitam sobre atitudes que você e os colegas de turma poderiam tomar para ajudar essas pessoas.

c) Em um fim de semana, a medida de temperatura oscilou entre 10 °C e −2 °C em uma cidade no sul do país. Determine a diferença entre a medida de temperatura maior e a menor. 12 °C.

Para conhecer mais ações em benefício da população em situação de rua, visite: BRASIL. Ministério da Mulher, da Família e dos Direitos Humanos. *População em situação de rua*. Disponível em: https://www.gov.br/mdh/pt-br/navegue-por-temas/populacao-em-situacao-de-rua. Acesso em: 23 mar. 2022.

Mais sobre números negativos

Nas contas bancárias, o saldo indica quanto dinheiro a pessoa tem ou quanto deve ao banco. Quando se faz um depósito, o saldo aumenta. Quando se faz um saque, o saldo diminui.

Acompanhe os exemplos:

- Carlos tinha R$ 60,00 e fez um depósito de R$ 30,00. Qual é o saldo após esse depósito?
  60 + 30 = 90
  Logo, Carlos ficou com R$ 90,00.
- Carlos tinha R$ 90,00 e fez um saque de R$ 50,00. Qual é o saldo após esse saque?
  90 − 50 = 40
  Carlos ficou com R$ 40,00.
- Carlos tinha R$ 40,00 e fez um saque de R$ 110,00. Qual é o saldo após esse saque?
  40 − 110 = //////////
  Sabemos que: 110 = 40 + 70.
  Tirando 40 de 40, ficou com 0; tirando mais 70, ficou com 70 a menos.
  Então, 40 − 110 = −70.
  Nesse caso, Carlos ficou com saldo negativo de 70 reais (−R$ 70,00).

Na ilustração do extrato bancário a seguir, a letra **C** significa crédito, ou seja, é um depósito, e a letra **D** significa débito, ou seja, uma retirada de dinheiro.

BANCO NOVO EXTRATO DE CONTA-CORRENTE

AGÊNCIA 3333 DATA: 11/01/2019 HORA 11.46.55

CONTA 00700-0 CARLOS SAMPAIO

DATA	HISTÓRICO	VALOR
----DEZEMBRO/2018----		
24/12/2018	SALDO	60,00
26/12/2018	DEPÓSITO	30,00 C
27/12/2018	SALDO	90,00
30/12/2018	SAQUE	50,00 D
----JANEIRO/2019----		
02/01/2019	SALDO	40,00
05/01/2019	SAQUE	110,00 D
06/01/2019	SALDO	−70,00

Banco de imagens/Arquivo da editora

O cheque especial ou limite é um valor liberado pelo banco para o cliente que fica com saldo negativo na conta-corrente, ou seja, fica devendo ao banco. Alguns bancos oferecem um período de uso do cheque especial sem a cobrança de juros; no entanto, depois de certo tempo, começam a ser cobrados os juros sobre o valor que ficou em aberto na conta.
(Fonte dos dados: SERASA. *Novas regras do cheque especial*: o que muda? Disponível em: https://www.serasa.com.br/ensina/dicas/novas-regras-do-cheque-especial/. Acesso em: 23 mar. 2022.)

Muitas famílias utilizam o recurso do cheque especial, mas é importante ficar atento para garantir o controle financeiro. O Instituto Brasileiro de Defesa do Consumidor traz algumas dicas importantes. Acompanhe:
IDEC. *Cheque especial*: confira dicas para não cair em armadilhas. Disponível em: https://idec.org.br/dicas-e-direitos/cheque-especial-confira-dicas-para-nao-cair-em-armadilhas. Acesso em: 23 mar. 2022.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

10. A seguir, apresentamos a representação de um extrato da conta bancária de Ricardo em determinado período. Responda no caderno.

Data	Crédito (R$)	Débito (R$)	Saldo (R$)
31/3	200,00	---	120,00
2/4	---	150,00	//////////////
3/4	---	60,00	//////////////
5/4	50,00	---	//////////////
10/4	100,00	---	//////////////

2/4: −R$ 30,00; 3/4: −R$ 90,00; 5/4: −R$ 40,00; 10/4: R$ 60,00.

a) Quais números completam a coluna do saldo?

b) No dia 31/3, foi feito um depósito de R$ 200,00 e o saldo totalizou R$ 120,00. Qual era o saldo anterior? −R$ 80,00

11. Segundo o Instituto Nacional de Meteorologia (Inmet), em 21 de agosto de 2020 foram registradas as seguintes medidas de temperatura: Curitibanos (SC), −2 °C; Quaraí (RS), −5 °C; Colombo (PR), 4,1 °C. Em qual município foi registrada a menor medida de temperatura? E a maior?
Quaraí; Colombo.

Considere apenas as informações do texto a seguir para as atividades **12** e **13**.

Brasil deve ter temperaturas entre −5 °C e −10 °C nesta terça-feira

[...]

Confira as temperaturas registradas às 5 h, conforme o Inmet:

Bom Jardim da Serra (SC): −7,2 °C
São Joaquim (SC): −5 °C
Urupema (SC): −6,5 °C
Urubici (SC): −5,8 °C
São José dos Ausentes (RS): −3,3 °C
Erechim (RS): −2,7 °C
Vacaria (RS): −2,5 °C
Lagoa Vermelha (RS): −2 °C
Bento Gonçalves (RS): −1,3 °C

[...]

BRASIL deve ter temperaturas entre −5 °C e −10 °C nesta terça-feira. *Gazeta Online*, [*s. l.*], 18 jul. 2017. Disponível em: https://www.gazetaonline.com.br/noticias/cidades/2017/07/brasil-deve-ter-temperaturas-entre-5-c-e-10-c-nesta-terca-feira-1014079014.html. Acesso em: 10 jan. 2022.

Orientações didáticas

Mais sobre números negativos

O boxe de sugestão de acesso à internet trata do cheque especial e do cuidado com que as famílias precisam utilizar esse recurso emergencial.

Um comentário adicional sobre transações bancárias seria muito útil para a formação dos jovens. Noções básicas como horários comerciais de funcionamento de bancos, datas-limite de pagamento de faturas, modalidades de transferência de valores, etc. ampliam a perspectiva dos estudantes para observar a componente financeira da rotina familiar.

Atividades

Neste conjunto de atividades, sugerimos que, para a atividade **10**, sejam apresentadas oralmente situações de crédito e débito em contas-correntes para que os estudantes compreendam o quadro apresentado e resolvam a atividade com autonomia. Reforce o porquê de algumas células do quadro estarem preenchidas com “---”. Isso quer dizer que, para cada dia do período considerado, Ricardo realizou apenas uma operação, de saque ou de depósito.

Proposta para o estudante

Sugira aos estudantes que façam uma pesquisa no endereço eletrônico apresentado no boxe de sugestão, sobre as mudanças no cheque especial. Proponha uma discussão na qual eles são convidados a apresentar vantagens e desvantagens da utilização do cheque especial e quais estratégias podem ser utilizadas para zerar as dívidas. Incentive-os a conversar sobre este assunto no ambiente familiar.

Orientações didáticas

Atividades

Nas atividades **12** e **13**, que são problemas relacionados a temperatura, sugira aos estudantes que representem os números na reta numérica para realizar as operações e comparações.

12. Em São Joaquim (SC), foi registrada a medida de temperatura de −5 °C. Em quais municípios foram registradas medidas de temperatura abaixo dessa? Bom Jardim da Serra (SC), Urupema (SC) e Urubici (SC).

13. Considerando as medidas de temperatura apresentadas, responda às perguntas no caderno.

a) Em algum desses municípios foi registrada uma medida de temperatura abaixo de −10 °C? Não.

b) Em quantos desses municípios há registro de medidas de temperatura entre −5 °C e −10 °C, sem contar −5 °C e −10 °C? Em 3 municípios.

c) Em quantos desses municípios há registro de medida de temperatura entre −5 °C e −2 °C, sem contar −5 °C e −2 °C? Em 3 municípios.

14. Anote no caderno o número referido nos seguintes contextos, com o respectivo sinal:

a) A medida de temperatura em São Joaquim (SC) está 8 graus Celsius abaixo de zero. −8

b) No campeonato da escola o time do 7º ano marcou 18 gols e sofreu 10. Assim, ficou com saldo positivo de 8 gols. +8

c) Lucas fez um débito de R$ 59,00 em sua conta. −59

d) A aeronave voava a uma medida de altitude de 1200 metros. +1 200

e) O tubarão estava a uma medida de profundidade de 21 metros. −21

f) Durante a pandemia de covid-19, o lucro de uma multinacional caiu 33 bilhões de reais. −33 000 000 000

g) Recebi um crédito de R$ 25,00 em minha conta. +25

15. Em um campeonato de futebol, todos os times iniciam com 0 ponto. Leia as regras de pontuação:

- Ao vencer uma partida, o time ganha 3 pontos.
- Ao perder uma partida, o time não ganha nem perde pontos.
- Ao empatar uma partida, o time ganha 1 ponto.

a) Analise os resultados das três primeiras rodadas desse campeonato e indique no caderno, para cada time, os pontos ganhos, os gols pró, os gols contra e o saldo de gols. A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

1ª rodada
Rialto 2 × 2 Oliveiras
Quebeque 4 × 3 Saturno

2ª rodada
Oliveiras 2 × 3 Quebeque
Rialto 1 × 4 Saturno

3ª rodada
Quebeque 1 × 3 Rialto
Saturno 2 × 6 Oliveiras

b) Depois das três rodadas, qual é a classificação por pontos ganhos? (Em caso de empate no número de pontos ganhos, vence quem tem maior saldo de gols.) 1º Quebeque; 2º Oliveiras; 3º Rialto; 4º Saturno.

Números inteiros

O que é um número inteiro?

No 6º ano, estudamos que os números 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, ... são chamados **números naturais**. Com o conhecimento de números negativos, podemos efetuar a subtração de dois números naturais quaisquer. Dessa subtração, pode resultar:

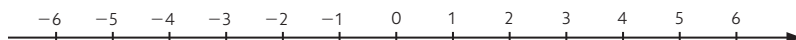
- um número positivo, como em 9 − 4 = **5**, 16 − 5 = **11**, 100 − 20 = **80**;
- o número 0, como em 9 − 9 = **0**, 16 − 16 = **0**, 100 − 100 = **0**;
- um número negativo, como em 9 − 10 = **−1**, 16 − 20 = **−4**, 100 − 200 = **−100**.

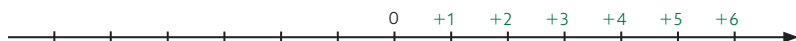
Todos os números em destaque são exemplos de **números inteiros**. Temos:

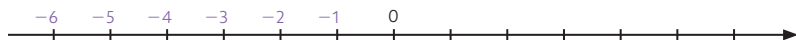
- os números **inteiros positivos:** 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ...
- os números **inteiros negativos:** −1, −2, −3, −4, −5, −6, −7, −8, ...
- o **0**, que também é número inteiro, mas não é positivo nem negativo.

Agora, reflita: podemos dizer que todo número natural é inteiro? E que todo número inteiro é natural? Compartilhe suas respostas com os colegas. Espera-se que os estudantes digam que todo número natural é inteiro, mas que nem todo número inteiro é natural.

Reta numérica

Podemos representar os números inteiros sobre uma reta com pontos igualmente espaçados. A partir da origem, em 0, marcamos os pontos usando a mesma unidade de medida.

Nessa reta numérica, os números inteiros estão dispostos em ordem crescente da esquerda para a direita. A seta na extremidade direita indica o sentido do crescimento dos números: da esquerda para a direita.

Partindo do 0 para a direita, encontramos os números inteiros positivos:

Antes do 0, à esquerda, encontramos os números inteiros negativos:

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Na reta numérica, dois ou mais números inteiros representados por pontos vizinhos são chamados **números inteiros consecutivos**.

Por exemplo:

- −3 e −2 são dois números inteiros consecutivos;
- +4, +5 e +6 são três números inteiros consecutivos;
- −1, 0, +1 e +2 são quatro números inteiros consecutivos.

Orientações didáticas

O que é um número inteiro?

Na BNCC

Neste capítulo é considerada a habilidade **EF07MA03**, em especial por apresentar a associação e representação de números inteiros na reta numérica.

Este capítulo aborda os números inteiros, apresentando os significados de número inteiro, valor absoluto de um número inteiro, números opostos ou simétricos, comparação entre inteiros e localização na reta numérica.

Comece o mais cedo possível pela apresentação dos números na reta numérica. É importante reforçar para a turma que o conjunto dos números naturais visto em anos anteriores passa a ser compreendido como subconjunto do conjunto dos inteiros.

A apresentação de atividades contextualizadas provoca o interesse dos estudantes na realização delas.

Proposta para o professor

Indicamos o artigo a seguir, em que é apresentado um panorama histórico do conceito de número real, que pode ser interessante para a formação do professor.

MEDEIROS, Alexandre; MEDEIROS, Cleide. Números negativos: uma história de incertezas. *Bolema*, Rio Claro, v. 7, n. 8, 1992.

Orientações didáticas

Valor absoluto

O valor absoluto de um número inteiro é também chamado **módulo** e é representado como mostra o exemplo:

$|+4| = 4$ (o valor absoluto de $+4$ é 4)

$|-4| = 4$ (o valor absoluto de -4 é 4)

Números opostos e simétricos

Considerando o exemplo anterior dado aqui, reforce com os estudantes que, como as medidas da distância de $+4$ e de -4 a 0 (zero) na reta numérica são iguais, ou que os módulos desses números são iguais, esses números são opostos ou simétricos.

Participe

Este boxe explora o conceito de número oposto. Trabalhe também a ideia de que um número é oposto a outro se eles forem simétricos em relação ao 0 na reta numérica. Sugerimos que o trabalho com esse boxe seja feito em duplas para que os estudantes desenvolvam as representações dos números na reta numérica e você vá auxiliando em eventuais dúvidas.

Outra ideia para ampliar a simetria é sugerir o exemplo do reflexo num espelho plano. O número 0 estaria na superfície do espelho, os números positivos seriam objetos do "lado de fora" e os números negativos seriam imagens do "lado de dentro" do espelho. Lembre-se de que as imagens refletidas aparentam estar à mesma distância do espelho que os respectivos objetos.

Valor absoluto

A notícia da TV

As medidas de temperatura que o repórter está anunciando na TV são bem diferentes, mas têm algo em comum.

A medida de temperatura -4 °C indica quantos graus abaixo de 0 °C?

A resposta é 4 °C.

E a medida de temperatura $+4$ °C indica quantos graus acima de 0 °C?

A resposta também é 4 °C.

O 4 é chamado **valor absoluto** dos números -4 e $+4$.

Dizemos que o valor absoluto de -4 é 4 e o valor absoluto de $+4$ é 4.

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

O valor absoluto de um número inteiro resulta da comparação do número com 0. Para um número positivo, é quanto ele representa a mais do que 0; para um negativo, é quanto ele representa a menos do que 0.

Acompanhe outros exemplos:

- o valor absoluto de $+8$ é 8 (porque $+8$ representa 8 a mais do que 0);
- o valor absoluto de -8 é 8 (porque -8 representa 8 a menos do que 0);
- o valor absoluto de -5 é 5 (porque -5 representa 5 a menos do que 0);
- o valor absoluto de 0 é 0.

As imagens não estão representadas em proporção.

O saldo do jogo

Repare no resultado de um jogo de futebol entre Brasil e Holanda:

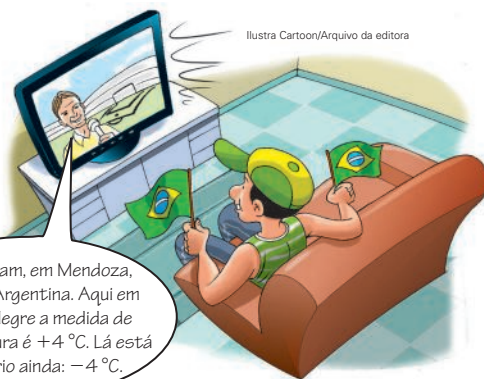
Brasil 3 × 3 Holanda

Qual foi o saldo de gols do Brasil?

$3 - 3 = 0$

E o saldo de gols da Holanda?

$3 - 3 = 0$

Kohei Chibahara/AFP

Jogo entre Brasil e Holanda nos Jogos Olímpicos de Tóquio 2020, em julho de 2021.

Números opostos ou simétricos

Participe — Faça as atividades no caderno.

No caderno, construa uma reta numérica com os números inteiros de -7 a $+7$ (não se esqueça de que a medida da distância entre os pontos deve ser sempre a mesma).

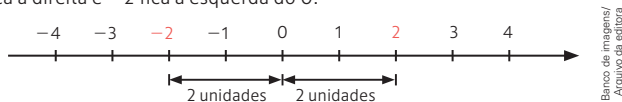
a) Qual é a medida da distância entre os números -1 e 0? E entre os números 0 e 1? 1 unidade; 1 unidade.

b) Qual é a medida da distância entre os números -5 e 0? E entre os números 0 e 5? 5 unidades; 5 unidades.

c) Qual é a medida da distância entre os números -7 e 0? E entre os números 0 e 7? 7 unidades; 7 unidades.

d) Com base nas suas respostas aos itens anteriores, o que você pode concluir sobre as medidas de distância entre os números que têm o mesmo valor absoluto, em relação ao 0, em uma reta numérica?
Exemplo de resposta: Os pontos que representam esses 2 números estão à mesma distância do ponto que representa o 0.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Os números +2 e −2 têm o mesmo valor absoluto (2) e sinais contrários (um positivo, outro negativo). Quando são representados na reta numérica, ficam à mesma distância do ponto que representa o 0, porém em lados opostos: +2 fica à direita e −2 fica à esquerda do 0.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Dizemos que +2 e −2 são números **opostos** ou números **simétricos**.

Portanto:

- −2 é o oposto (ou simétrico) de +2;
- +2 é o oposto (ou simétrico) de −2.

Acompanhe outros exemplos:

- −6 é o oposto de 6;
- 5 é o oposto de −5;
- 21 é o oposto de −21.

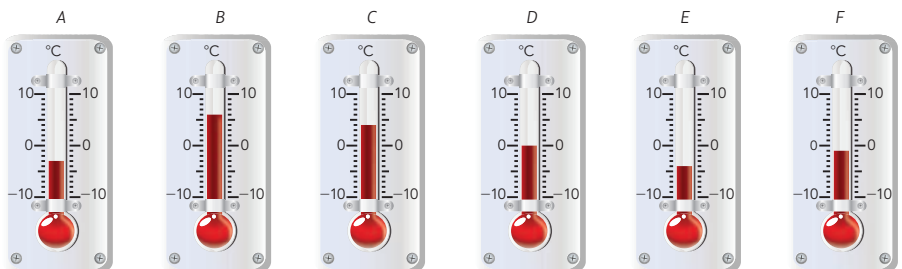
As imagens não estão representadas em proporção.

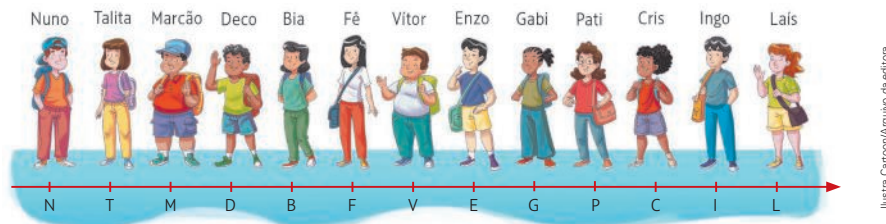
Atividades

Faça as atividades no caderno.

A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

1. No caderno, desenhe uma reta numérica e represente nela os números inteiros de −8 a +8. Depois, marque os pontos *A*, *B*, *C*, *D*, *E* e *F* correspondentes às leituras de cada termômetro.

Ilustrações: Alex Silva/Arquivo da editora

Considere estas informações para fazer as atividades **2** a **4** no caderno. Na reta a seguir, as letras estão no lugar de números inteiros consecutivos. Cada letra é a inicial do nome de um estudante.

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

2. Se **V**, de Vítor, está no lugar do 0 (zero), indique de quem é a inicial que está no lugar de:

a) +6 Laís. **b)** +4 Cris. **c)** −2 Bia. **d)** −4 Marcão.

3. Se **D**, de Deco, está no lugar do −5, indique de quem é a inicial que está no lugar de (note que o ponto que representa a origem da reta não é o mesmo que na atividade **2**):

a) −8 Nuno. **b)** −1 Enzo. **c)** 0 Gabi. **d)** +3 Ingo.

4. Se **C**, de Cris, está no lugar do +6, indique em que número inteiro está a inicial de (note que o ponto que representa a origem da reta não é o mesmo que nas atividades **2** e **3**):

a) Vítor; +2 **b)** Deco; −1 **c)** Talita; −3 **d)** Laís. +8

Orientações didáticas

Atividades

As atividades de **1** a **4** estão focadas na representação de números inteiros na reta numérica e na comparação entre eles. Sugerimos que seja apresentada uma reta numérica com escalas variadas para que os estudantes percebam que os números positivos estão à direita e os negativos estão à esquerda do 0; coloque em cada situação alguns valores a serem descobertos pelos estudantes oralmente. Desloque o 0 para outra posição da reta, e novamente apresente alguns valores a serem descobertos. Depois disso, os estudantes conseguirão realizar as atividades com mais autonomia.

Proposta para o professor

Caso seja possível, existem simuladores no *site* Phet Colorado que podem auxiliar na representação e no desenvolvimento das atividades indicadas. Assim, indicamos o simulador a seguir como referência para complementar o trabalho com a representação na reta numérica.

PHET COLORADO. *Reta numérica*: operações. Disponível em: https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulations/number-line-operations. Acesso em: 22 jun. 2022.

Orientações didáticas

Atividades

Na atividade **5**, proponha que a turma apresente diversas estratégias de resolução para discutir a situação-problema. Uma das estratégias mais efetivas é realizar um esboço da figura e registrar a numeração de cada casa.

Nas atividades de **6** a **12**, indicamos que, no caso de dúvidas, retome a discussão promovida durante a resolução do boxe *Participe*. Proponha que resolvam essas atividades em duplas e socializem as respostas. Se considerar oportuno, proponha o seguinte questionamento: "Dois números que têm sinais contrários são opostos?". Sim, desde que tenham o mesmo valor absoluto.

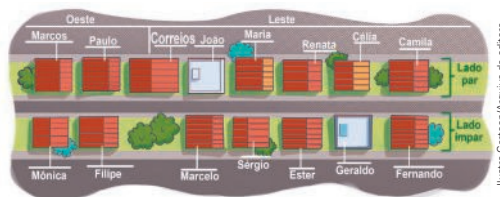
Incentive os estudantes a representar as situações indicadas nas atividades de **13** a **15** na reta numérica. Questione-os sobre a comparação entre dois números positivos, dois negativos e um positivo e outro negativo.

As imagens não estão representadas em proporção.

Faça as atividades no caderno.

5. Responda no caderno.

Alegria é um vilarejo que adotou uma numeração diferente para as casas. Na rua principal, o prédio do Correio fica no número 0, no lado par. A partir dele, a leste (à direita da imagem), as casas são numeradas por 1L, 2L, 3L, etc.; e a oeste (à esquerda), por 1W, 2W, 3W, etc. Casas de numeração par ficam do mesmo lado em que está o Correio; as de numeração ímpar ficam do outro lado.

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

O carteiro precisa entregar cartas nos números 2L, 3W, 5L e 8L. Considerando os dois lados da rua, responda: Quem vai receber carta? João, Mônica, Ester e Célia.

6. Responda no caderno.

Quantos são os números inteiros:

a) de −1 a −5, incluindo esses dois números? 5

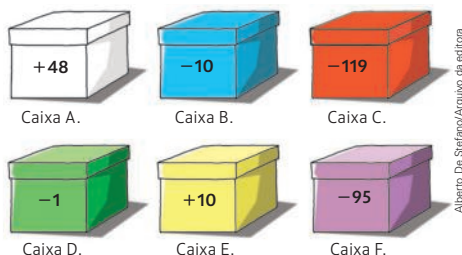
b) de −4 a 3, incluindo esses dois números? 8

7. Responda no caderno: Quanto é o valor absoluto de

a) 7? 7 **b)** −9? 9

8. Indique no caderno qual é a caixa que representa:

Caixa A. Caixa B. Caixa C.
Caixa D. Caixa E. Caixa F.

Alberto De Stefano/Arquivo da editora

a) o número de maior valor absoluto. Caixa C.

b) o número de menor valor absoluto. Caixa D.

c) os números de mesmo valor absoluto. Caixas B e E.

9. Classifique, no caderno, cada afirmação como certa ou errada.

a) 18 e −12 têm sinais contrários. Certa.

b) 18 e −12 são números opostos. Errada.

c) −20 e 20 têm sinais contrários. Certa.

d) −20 e 20 são números opostos. Certa.

10. Verifique, no caderno, se os seguintes números são opostos:

a) +15 e −15; Sim. **c)** +9 e −9; Sim.

b) −14 e +14; Sim. **d)** −4 e +2. Não.

11. Responda no caderno. Qual é o número:

a) simétrico de +10? −10 **c)** oposto de −6? 6

b) oposto de 0? 0 **d)** simétrico de −15? 15

Leia este texto antes de resolver, no caderno, a atividade **12**.

O sinal de subtração colocado antes de um número indica seu oposto. Assim:

- −(+11) é o oposto de +11, portanto: −(+11) = −11;
- −(+9) é o oposto de +9, portanto: −(+9) = −9;
- −(−6) é o oposto de −6, portanto: −(−6) = +6 = 6;
- o oposto de zero é o próprio zero: −(0) = 0.

12. Escreva qual é o número em cada caso.

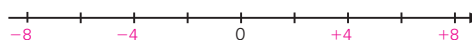
a) −(−1) +1

b) −(−4) +4

c) −(+8) −8

d) o oposto do oposto de 5. +5

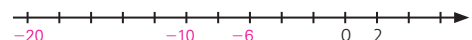
13. No caderno, reproduza a reta numérica a seguir e represente os números +4, −4, +8 e −8. Depois, responda qual das medidas de temperatura é maior:

Banco de imagens/Arquivo da editora

a) −4 °C ou 4 °C? 4 °C **b)** −4 °C ou −8 °C? −4 °C

14. Responda no caderno.

O saldo na conta bancária de Ricardo é de −R$ 50,00. O saldo na conta de Marcelo é de R$ 25,00, e na de Rodrigo, −R$ 68,00. Qual deles tem o maior saldo? E quem tem o menor saldo? Marcelo; Rodrigo.

15. No caderno, reproduza a reta numérica a seguir e represente nela os números −6, −10 e −20. Depois, faça o que se pede em cada item.

Banco de imagens/Arquivo da editora

a) Qual número é maior: −6 ou −10? −6

b) Qual número é menor: −20 ou −10? −20

c) Substitua ▨▨▨ pela palavra que torna a frase verdadeira:

Considerando dois números negativos, o maior é aquele que tem valor absoluto ▨▨▨. menor

Proposta para o estudante

Proponha aos estudantes a seguinte atividade complementar:

Leia as afirmações; em seguida, classifique-as em verdadeiras ou falsas e justifique com exemplos no caderno.

a) Se dois números inteiros têm mesmo valor absoluto, eles são iguais.

Falsa, pois um é um número positivo e o outro, negativo, ou seja, são dois números diferentes. Exemplo: +5 e −5 são números diferentes com mesmo valor absoluto.

b) Se um número inteiro tem valor absoluto menor do que o de outro número inteiro, então o primeiro número é menor do que o segundo.

Falsa, pois o número inteiro que tem o maior valor absoluto pode ser negativo. Exemplo: valores absolutos: 5 < 6, mas +5 > −6.

c) Se um número inteiro é maior do que outro número inteiro, então o valor absoluto do primeiro é maior do que o valor absoluto do segundo.

Falsa, pois depende do valor absoluto e do sinal de cada número inteiro considerado. Exemplo: +5 > −6, mas os valores absolutos: 5 < 6.

Faça as atividades no caderno.

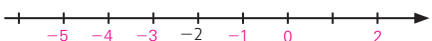
21. a) Sim; +1, pois é o primeiro número inteiro positivo que, na reta numérica, aparece à direita de 0.

21. b) Não, pois os números que estão à direita de 0 na reta numérica são infinitos.

16. Copie cada item no caderno, compare os números e substitua ▨▨▨ pelos símbolos < (menor do que) ou > (maior do que).

a) +20 ▨▨▨ +30 <
b) −20 ▨▨▨ −30 >
c) +20 ▨▨▨ −30 >
d) −20 ▨▨▨ +30 <

17. No caderno, reproduza a reta numérica e represente os números a seguir. Depois, substitua ▨▨▨ pelos símbolos > ou <.

Banco de imagens/Arquivo da editora

a) −4 ▨▨▨ −1 <
b) −4 ▨▨▨ −5 >
c) −2 ▨▨▨ −1 <
d) −5 ▨▨▨ 0 <
e) +2 ▨▨▨ 0 >
f) 0 ▨▨▨ −3 >

18. No caderno, substitua, em cada item, ▨▨▨ pela palavra que torna a frase correta.

a) Na comparação de um número negativo com zero, o maior é ▨▨▨. o zero

b) Na comparação de um número positivo com zero, o maior é ▨▨▨. o número positivo

c) Na comparação de um número negativo com um positivo, o maior é ▨▨▨. o número positivo

19. Indique, no caderno, qual número é maior em cada item.

a) +230 ou +150 +230
b) +230 ou −150 +230
c) −230 ou +150 +150
d) −230 ou −150 −150

20. Agora, indique qual número é menor.

a) −246 ou −247 −247
b) +246 ou −247 −247
c) −470 ou −469 −470
d) −470 ou +469 −470

21. O número apresentado em cada item a seguir existe? Justifique suas respostas e, em caso afirmativo, escreva no caderno o número.

a) Número inteiro positivo menor do que qualquer outro número inteiro positivo.

b) Número inteiro positivo maior do que qualquer outro número inteiro.

c) Número inteiro negativo menor do que qualquer outro número inteiro.

d) Número inteiro negativo maior do que qualquer outro número inteiro negativo.

21. c) Não, pois os números que estão à esquerda de 0 na reta numérica são infinitos.

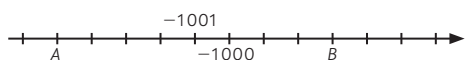
22. Construa no caderno uma reta numérica e localize os números inteiros de −5 a 3.

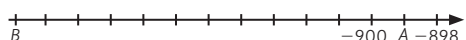
a) Na reta numérica, quantos são os números inteiros negativos maiores do que −3? 2

b) Na reta numérica, quantos são os números inteiros maiores do que −5 e menores do que +3? 7

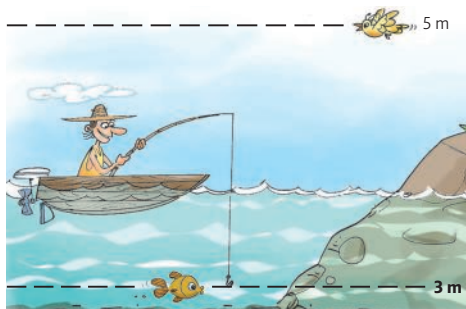
Considere o texto a seguir para as atividades **23** e **24**.

Em cada atividade está representada uma parte da reta numérica. Responda, no caderno, ao que se pede em cada caso. As construções se encontram na seção *Resoluções* deste manual.

23. Quais são os opostos dos números representados por *A* e *B*? 1 005 e 997.

24. Quais são os valores absolutos dos números representados por *A* e *B*? 899; 911

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

25. Na imagem a seguir, na superfície do mar, a medida de profundidade é 0 m. Use números negativos para indicar medidas de profundidade abaixo da superfície do mar e números positivos para indicar medidas de altitude acima da superfície do mar.

As imagens não estão representadas em proporção.

Kanton/Arquivo da editora

a) Qual é a medida de altitude do pássaro? +5 m

b) Qual é a medida de profundidade do peixe? −3 m

c) Qual é a diferença entre as duas medidas, indicadas nos itens **a** e **b**? +8 m

21. d) Sim; −1; pois é o primeiro número inteiro negativo que, na reta numérica, aparece à esquerda de 0.

Orientações didáticas

Atividades

As atividades de **16** a **25** abordam a comparação entre números inteiros. Proponha comparações entre números negativos oralmente para diagnosticar se ainda restam dúvidas sobre a ordenação dos números na reta numérica. A atividade **21** possibilita ao estudante desenvolver a argumentação na produção das justificativas de cada item.

Proposta para o professor

O jogo MATIX utiliza a comparação entre números positivos e negativos. Se julgar pertinente, construa o jogo e organize os estudantes para jogarem em duplas. Aproveite para questioná-los sobre a comparação entre dois números positivos, dois negativos e um positivo e outro negativo. Na referência a seguir é apresentada uma experiência com a utilização desse jogo.

D'ANTONIO, Sandra R.; GUIRADO, João C.; D'ANTONIO, Solange C. MATIX: construindo novos conceitos nas aulas de Matemática. *Schème: Revista Eletrônica de Psicologia e Epistemologia Genéticas*, v. 4, n. 2, p. 50-72, 2012. Disponível em: https://doi.org/10.36311/1984-1655.2012.v4n2.p50-72. Acesso em: 22 jun. 2022.

Orientações didáticas

Adição de números inteiros

Na BNCC

Neste capítulo são consideradas as habilidades **EF07MA03** e **EF07MA04**, especialmente em relação às operações de adição e subtração de números inteiros e à resolução e elaboração de problemas envolvendo esses números.

Para iniciar a discussão sobre a adição de números inteiros e suas propriedades, aborde com a turma situações do cotidiano, como depósitos ou saques de dinheiro em conta bancária, pontuação de jogos, etc.

O jogo de golfe vem se popularizando no mundo, e as transmissões de torneios internacionais são cada vez mais frequentes: a presença do golfe nos Jogos Olímpicos do Rio, em 2016, foi um exemplo. Peça aos estudantes que pesquisem a contagem de pontos nesse esporte. Eles devem perceber que, quanto mais negativa a contagem do jogador, melhor. Isso significa que ele acertou os buracos em um número de tacadas menor que o previsto pela organização do torneio.

Participe

Permita que os estudantes façam individualmente as atividades propostas no boxe. Acompanhe-os durante as resoluções, auxiliando aqueles que tiverem dúvidas. Depois promova a correção coletiva das atividades.

Adição e subtração de números inteiros

EF07MA03
EF07MA04

Adição de números inteiros

Quantia de dinheiro na conta bancária

Vamos imaginar que em cada situação apresentada a seguir o saldo inicial de uma conta bancária é igual a 0. Com que valor essa conta ficará em cada situação a seguir?

a) Um depósito de R$ 120,00 e outro de R$ 95,00.
Isso é o mesmo que fazer um depósito de valor igual à soma dos valores dos dois depósitos: $120 + 95 = 215$. A conta ficará com saldo de R$ 215,00.

b) Um saque de R$ 85,00 e outro de R$ 150,00.
Isso é o mesmo que fazer um saque de valor igual à soma dos valores de dois saques: $85 + 150 = 235$. A conta ficará com saldo negativo de R$ 235,00, ou seja, com um saldo de −R$ 235,00.

c) Um depósito de R$ 120,00 e um saque de R$ 85,00.
Como o valor do depósito é maior que o valor da retirada, isso é o mesmo que fazer um depósito de valor igual à diferença dos valores: $120 - 85 = 35$. A conta ficará com saldo de R$ 35,00.

d) Um depósito de R$ 120,00 e um saque de R$ 150,00.
Como o valor de saque é maior que o valor do depósito, isso é o mesmo que fazer um saque de valor igual à diferença dos valores: $150 - 120 = 30$. A conta ficará com saldo de −R$ 30,00.

e) Um depósito de R$ 85,00 e um saque de R$ 85,00.
Como o depósito e o saque têm o mesmo valor, o saldo será R$ 0,00.

Você já parou para pensar na maneira pela qual um caixa eletrônico funciona? O microprocessador embutido nesses equipamentos faz a mesma coisa que um caixa humano: identifica o cliente, confere se há saldo suficiente para sacar o dinheiro, transmite as informações do valor solicitado e libera o valor ao cliente. Esses equipamentos surgiram no Brasil em meados da década de 1980 e de lá para cá se tornaram cada vez mais modernos. Para saber mais sobre o assunto, visite: PIMENTEL, João Paulo. Caixa eletrônico faz 40 anos. *Gazeta do povo*, 25 jun. 2007. Disponível em: https://www.gazetadopovo.com.br/economia/caixa-eletronico-faz-40-anos-aiwkw248ujv2421mvdzen9xzi/. Acesso em: 28 mar. 2022.

Saldo bancário

Participe — Faça as atividades no caderno.

Em uma conta bancária, depósitos são créditos, e saques são débitos. Os créditos são representados por números positivos, e os débitos, por números negativos. O saldo da conta é a quantidade de dinheiro que existe nela. Considere que uma conta bancária tem saldo de R$ 250,00.

Responda no caderno.

a) Quanto dinheiro existe na conta? +R$ 250,00.

Começamos fazendo dois depósitos: +R$ 30,00 e +R$ 60,00.

b) Qual o valor total depositado? $30 + 60 = 90$; +R$ 90,00.

Fotos: Reprodução/Casa da Moeda do Brasil/Ministério da Fazenda

Cédulas do Sistema Monetário Brasileiro.

c) Qual é o novo saldo da conta, após esses depósitos? 250 + 90 = 340; +R$ 340,00.

Em seguida, fazemos dois saques: −R$ 150,00 e −R$ 80,00.

d) Quanto foi retirado da conta? 150 + 80 = 230; R$ 230,00.

e) Qual é o novo saldo, após essa retirada? 340 − 230 = 110; +R$ 110,00.

Agora, fazemos um depósito e um saque, respectivamente: +R$ 90,00 e −R$ 50,00.

f) O saldo vai aumentar ou diminuir? Em quanto? Aumentar em R$ 40,00.

g) Qual é o novo saldo, após essas transações bancárias? 110 + 40 = 150; +R$ 150,00.

Em seguida, fazemos outro depósito e outro saque: +R$ 70,00 e −R$ 270,00.

h) O saldo vai aumentar ou diminuir? Em quanto? Diminuir em R$ 200,00.

i) Qual é o novo saldo? 200 − 150 = 50; −R$ 50,00.

Adição de números inteiros positivos

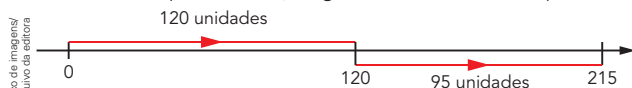
Como você resolveria esta operação?

$$(+120) + (+95)$$

Resolvê-la é o mesmo que adicionar dois depósitos de valores iguais a R$ 120,00 e R$ 95,00.

$$\begin{array}{r} \overset{1}{1}\,2\,0 \\ +\quad 9\,5 \\ \hline 2\,1\,5 \end{array} \quad \text{ou } (+120) + (+95) = +215$$

Considere a reta numérica. Partindo da marca 0, seguindo 120 unidades para a direita e, depois, mais 95 unidades também para a direita, chegamos à marca 215. Acompanhe:

Banco de imagens/ Arquivo da editora

Na reta numérica, consideramos o sentido crescente sempre da esquerda para a direita.

Para não usar parênteses, deixamos de indicar o sinal + da operação. Ficam apenas os sinais dos números:

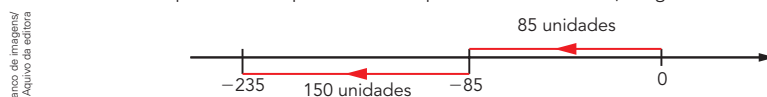
$$+120 + 95 = +215$$

Ou, simplesmente, 120 + 95 = 215.

Note que adicionar dois números inteiros positivos é o mesmo que adicionar dois números naturais; é efetuar a adição que você já conhece.

Adição de números inteiros negativos

Considere a reta numérica. Partindo da marca 0, seguindo 85 unidades para o sentido oposto ao sentido crescente indicado pela seta e depois outras 150 para o mesmo sentido, chegamos à marca −235. Acompanhe:

Banco de imagens/ Arquivo da editora

Na reta numérica:

- Partimos da marca 0.
- O valor absoluto do número indica quantas unidades se deve seguir.
- O sinal dá o sentido: + para a direita; − para a esquerda.
- A marca da “chegada” é o resultado da adição.

Orientações didáticas

Adição de números inteiros positivos

Reproduza a situação proposta no Livro do Estudante na lousa, resolvendo passo a passo o algoritmo da adição.

Adição de números inteiros negativos

Neste primeiro momento, em que é apresentada a adição de números inteiros negativos, reforce que essa operação apresenta uma ideia de sentido. Sendo assim, nos primeiros exemplos, use a representação das operações na reta numérica e peça que eles verifiquem a existência de padrões nas operações apresentadas. Entendemos que essa atividade prévia pode possibilitar o desenvolvimento do pilar do reconhecimento de padrões do pensamento computacional e evitar a simples memorização de regras de sinais.

Proposta para o professor

No artigo a seguir são discutidos aspectos didáticos e epistemológicos relacionados a regras de sinais e que podem ser considerados no ensino das operações com números inteiros.

POMMER, Wagner M. Diversas abordagens das regras de sinais nas operações elementares em $\mathbb{Z}$. *Seminários de Ensino de Matemática/SEMA-FEUSP*, p. 1-13, 2010. Disponível em: http://www.nilsonjosemachado.net/sema20100316.pdf. Acesso em: 22 jun. 2022.

Orientações didáticas

Adição de números inteiros de sinais contrários

Para contextualizar a adição de números inteiros de sinais contrários, utilizamos a situação relacionada ao saldo bancário para associar o resultado da operação a um crédito ou débito. Peça aos estudantes que observem e tentem caracterizar quando o resultado da operação foi um valor positivo, valor negativo ou nulo.

As setas vermelhas presentes nas imagens do texto são muito úteis para reforçar a ideia de sentido na reta numérica.

Pergunte aos estudantes: “O valor absoluto da soma de 2 números inteiros é sempre igual à soma dos valores absolutos desses 2 números inteiros?”. Espera-se que eles concluam que não e forneçam exemplos, como $(-8) + (+5) = -3$ e $8 + 5 = 13$.

Qual é o valor de $(-85) + (-150)$?

Resolver essa operação é o mesmo que adicionar dois saques de valores iguais a R$ 85,00 e R$ 150,00.

$$\begin{array}{r} \overset{1}{}85 \\ +\ 150 \\ \hline 235 \end{array} \quad \text{ou} \quad (-85) + (-150) = -235$$

Eliminando os parênteses, deixamos de indicar o sinal + da operação. Ficam apenas os sinais dos números:

$$-85 - 150 = -235$$

Note que, para chegar ao resultado, adicionamos os valores absolutos $(85 + 150 = 235)$ e consideramos o sinal negativo, por se tratar de um débito.

Na reta numérica adicionamos os dois deslocamentos à esquerda do 0.

> Para adicionar números negativos, adicionamos os valores absolutos deles e colocamos o sinal negativo no resultado.

Outros exemplos:

- $(-12) + (-16) = -12 - 16 = -28$

$$\begin{array}{r} 12 \\ +\ 16 \\ \hline 28 \end{array}$$

- $(-300) + (-100) = -300 - 100 = -400$

$$\begin{array}{r} 300 \\ +\ 100 \\ \hline 400 \end{array}$$

Adição de números inteiros de sinais contrários

Como você resolveria esta operação?

$$(+120) + (-85)$$

Resolvê-la é o mesmo que adicionar um depósito de R$ 120,00 a um saque de R$ 85,00. Nesse caso, o depósito é maior que o saque, portanto, equivale ao depósito da diferença entre os dois valores:

$$\begin{array}{r} \overset{0}{\cancel{1}}\overset{11}{\cancel{2}}\overset{1}{}0 \\ -\ \ 85 \\ \hline 35 \end{array}$$

Ou $(+120) + (-85) = +35$.

Na reta numérica, partindo da marca 0, seguimos 120 unidades para a direita, depois, 85 para a esquerda e chegamos à marca 35.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Eliminando os parênteses: $+120 - 85 = +35$.

Ou, simplesmente: $120 - 85 = 35$.

Para chegar ao resultado, subtraímos os valores absolutos e colocamos o sinal positivo no resultado, porque o valor absoluto do crédito é maior que o do débito. Essa operação resultou em um crédito.

Agora repare na operação a seguir. Ela pode ser representada por um depósito de R$ 120,00 e um saque de R$ 150,00.

$$(+120) + (-150)$$

Como o saque é maior que o depósito, a operação equivale a um saque da diferença:

$$\begin{array}{r} 150 \\ -\ 120 \\ \hline 30 \end{array}$$

Então: $(+120) + (-150) = -30$.

Ou, simplesmente: $120 - 150 = -30$.

Proposta para o professor

Na dissertação a seguir são apresentadas sugestões de materiais manipuláveis que podem ser utilizados para auxiliar na redução dos obstáculos de aprendizagem de estudantes.

FANTINI, Patrícia. *Sugestões de materiais didáticos manipuláveis a fim de diminuir os obstáculos na aprendizagem dos números inteiros.* 2018. 113 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2018. Disponível em: https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/55/55136/tde-29102018-110034/pt-br.php. Acesso em: 22 jun. 2022.

Na reta numérica, partindo da marca 0, seguimos 120 unidades para a direita, depois, 150 para a esquerda e chegamos à marca −30.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Também subtraímos os valores absolutos (150 − 120 = 30). Colocamos o sinal negativo no resultado, porque o valor absoluto do débito é maior que o do crédito. Essa operação resultou em um débito.

Mais um exemplo: (+85) + (−85) = 0.

Ou, simplesmente: 85 − 85 = 0.

Nessa operação não resultou crédito nem débito. Considerando a reta numérica, isso seria partir da marca 0, seguir 85 unidades no sentido crescente da reta indicado pela seta e, depois, 85 unidades para o sentido contrário ao indicado pela seta, voltando à marca 0.

> Para adicionar um número positivo a um número negativo, subtraímos o menor valor absoluto do maior e colocamos o sinal do número de maior valor absoluto no resultado. Caso sejam números opostos, a soma é 0.

Acompanhe outros exemplos:

- (+50) + (−40) = 50 − 40 = 10

$$\begin{array}{r} 50 \\ -\ 40 \\ \hline 10 \end{array}$$

- (+50) + (−70) = 50 − 70 = −20

$$\begin{array}{r} 70 \\ -\ 50 \\ \hline 20 \end{array}$$

- (−600) + (+100) = −600 + 100 = −500

$$\begin{array}{r} 600 \\ -\ 100 \\ \hline 500 \end{array}$$

- (−600) + (+800) = −600 + 800 = 200

$$\begin{array}{r} 800 \\ -\ 600 \\ \hline 200 \end{array}$$

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1. Construa no caderno uma reta numérica com os números de −10 a 15. Depois, indique, partindo da marca 0, em que marca termina o percurso de:

a) 8 unidades para a direita e, depois, 6 para a direita? É o mesmo que (+8) + (+6). +14

b) 5 unidades para a esquerda e, depois, 4 para a esquerda? É o mesmo que (−5) + (−4). −9

c) 13 unidades para a direita e, depois, 7 para a esquerda? É o mesmo que (+13) + (−7). +6

d) 6 unidades para a esquerda e, depois, 6 para a direita? É o mesmo que (−6) + (+6)? 0

2. Os quadros a seguir representam extratos de contas bancárias de alguns clientes. Calcule o novo saldo de cada cliente e os indique no caderno.

a)

Nélson			
Data	Crédito (R$)	Débito (R$)	Saldo (R$)
1º/4	---	---	250,00
2/4	500,00	---	+750,00

b)

Carlos			
Data	Crédito (R$)	Débito (R$)	Saldo (R$)
1º/4	---	---	536,00
2/4	---	588,00	−52,00

c)

Cleide			
Data	Crédito (R$)	Débito (R$)	Saldo (R$)
1º/4	---	---	−80,00
2/4	650,00	---	+570,00

Dados elaborados para fins didáticos.

Orientações didáticas

Atividades

Para auxiliar no desenvolvimento destas atividades, proponha aos estudantes que utilizem a representação da reta numérica para registrar o valor inicial, o deslocamento e o valor final. Além disso, essa orientação objetiva que os estudantes desenvolvam autonomia para utilizar esse tipo de representação quando julgarem conveniente. Outra possibilidade é registrar a adição na reta numérica e usar as regras apresentadas nos tópicos anteriores; a mesma estratégia pode ser usada no tópico "Subtração de números inteiros".

Proposta para o professor

Para que você possa se aprofundar no recurso da problemateca, sugerimos a seguinte referência.

SMOLE, Katia S.; DINIZ, Maria I. *Resolução de problemas nas aulas de Matemática*: o recurso da problemateca. Porto Alegre: Penso, 2016.

Orientações didáticas

Atividades

Retome a discussão realizada no boxe *Participe* para que os estudantes resolvam as atividades relacionadas a saldo bancário (atividades **3**, **5** e **8**).

Na atividade **3**, enfatize os conceitos de lucro e prejuízo de uma empresa.

Na atividade **5**, aparece o pagamento com cheques – veja se os estudantes conhecem essa forma de pagamento.

Para a atividade **6**, cada lacuna deve ser preenchida com o resultado da adição entre uma parcela da linha e outra parcela da coluna. Auxilie os estudantes com a utilização da calculadora. Dependendo da calculadora a ser utilizada, verifique se existe uma tecla para mudar o sinal de um número (símbolo ±).

Na atividade **7**, é abordada a adição de duas ou mais parcelas. Apresente uma das operações na lousa e peça que os estudantes a efetuem usando estratégias diferentes. Indique que o fato de podermos modificar a ordem das parcelas sem alterar o resultado é conhecido como propriedade associativa da adição.

3. Em três anos consecutivos uma quitanda teve lucro de 52 mil reais no primeiro ano, prejuízo de 48 mil reais no segundo e prejuízo de 7 mil reais no terceiro. Indique no caderno empregando adição de inteiros e calculando:

a) o saldo considerando só os dois primeiros anos desse triênio; (+52) + (−48) = +4; +4 mil reais.

b) o saldo considerando só os dois últimos anos desse triênio; (−48) + (−7) = −55; −55 mil reais.

c) o saldo dos três anos. (+52) + (−48) +(−7)= −3; −3 mil reais.

4. Elabore um problema que possa ser resolvido com a adição de inteiros negativos. Depois, troque-o com um colega e peça a ele que o resolva. Exemplo de resposta: Em uma noite de inverno, o termômetro de uma cidade marcava −2 °C. Quanto marcou o termômetro depois de a temperatura cair 5 °C? Resposta: −7 °C.

5. Minha conta bancária tinha um saldo de −R$ 520,00. Depositei R$ 810,00 e paguei com cheques as seguintes contas:

- aluguel: R$ 440,00;
- supermercado: R$ 180,00.

Descontando os cheques, qual vai ser o saldo da minha conta bancária? −R$ 330,00

6. No caderno, reproduza o quadro a seguir e complete-o. Se desejar, use uma calculadora para conferir os resultados.

+	(+71)	(−102)	(+93)	(−38)	(−207)
(−46)	+25	−148	+47	−84	−253
(−150)	−79	−252	−57	−188	−357
(+63)	+134	−39	+156	+25	−144
(+19)	+90	−83	+112	−19	−188

Considere o texto a seguir para responder, no caderno, à atividade **7**.

Para adicionar três ou mais números inteiros, podemos adicionar os dois primeiros; em seguida, adicionar o resultado ao número seguinte, e assim por diante. Acompanhe o exemplo:

$$\underbrace{-4 + 15}_{11} - 18 - 7 = \underbrace{11 - 18}_{-7} - 7 = -7 - 7 = -14$$

7. Calcule no caderno:

a) 45 − 35 − 25 − 15 −30
b) −35 + 15 − 25 + 5 −40
c) −5 + 25 − 35 + 15 0
d) 5 − 35 + 15 − 45 −60

8. Copie e complete o quadro no caderno indicando o saldo da conta nos dias 2, 3 e 4/10.

Data	Crédito (R$)	Débito (R$)	Saldo (R$)
1º/10	---	---	−180,00
2/10	---	160,00	−340,00
3/10	---	45,00	−385,00
4/10	360,00	---	−25,00

9. No jogo de basquete, o saldo de pontos é a diferença entre os pontos marcados e os pontos sofridos.

Nos jogos panamericanos disputados em Lima, no Peru, em 2019, as partidas das semifinais e finais do basquete feminino tiveram os seguintes resultados:

semifinais: Brasil 62 × 48 Colômbia
Estados Unidos 62 × 59 Porto Rico
disputa do 3º lugar: Colômbia 55 × 66 Porto Rico
finais: Brasil 79 × 73 Estados Unidos

As imagens não estão representadas em proporção.

Fonte dos dados: PAN-basquete feminino. Tabela. *globo.com*. Disponível em: https://ge.globo.com/jogos-pan-americanos/pan-basquete-feminino/. Acesso em: 28 mar. 2022.

a) Calcule o saldo de pontos de cada seleção nessas partidas. Brasil +20, Estados Unidos −3, Porto Rico +8 e Colômbia −25.

b) Quanto é a soma dos quatro saldos? 0

10. Exemplo de resposta: Alexandre entrou no elevador do prédio em que mora no 5º andar. Como havia outras pessoas, o elevador subiu 6 andares, depois desceu 9 andares e, finalmente, desceu mais 4 andares e chegou ao andar que Alexandre queria. Em que andar ele saiu do elevador? Resposta: −2 ou 2º subsolo.

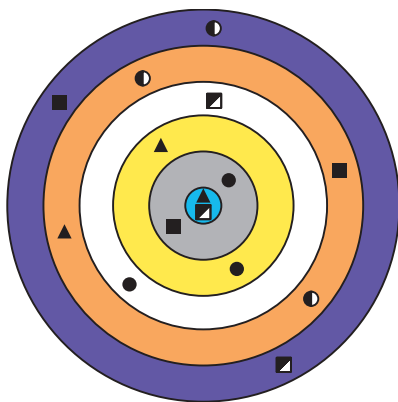
Cris Bouroncle/AFP

Jogo de basquete feminino entre Brasil e Estados Unidos da América. Lima, Peru, 2019.

A prática esportiva é essencial para a manutenção de uma vida saudável. Você sabia que no Brasil há uma lei que incentiva o investimento em práticas esportivas? A Lei de Incentivo ao Esporte – Lei 11.438/2006 – permite que empresas e pessoas físicas invistam parte do que pagariam de Imposto de Renda em projetos esportivos aprovados pela Secretaria Especial do Esporte do Ministério da Cidadania. Para saber mais, visite: BRASIL. Ministério da cidadania. *Lei de Incentivo ao Esporte*. Disponível em: https://www.gov.br/cidadania/pt-br/acoes-e-programas/lei-de-incentivo-ao-esporte. Acesso em: 28 mar. 2022.

10. No caderno, elabore um problema em que seja necessário efetuar uma adição de pelo menos três números inteiros, incluindo positivos e negativos.

11. No jogo de dardos, é preciso calcular a soma dos pontos obtidos nos lançamentos. Cada cor no alvo equivale a uma pontuação, conforme indicado na tabela a seguir. Sabendo que cada jogador atirou três dardos, indique no caderno quantos pontos cada jogador fez. André: +9; Cristina: −4; Gabriel: −12; Fernando: +4; Eliana: +7.

Ilustrações: Alberto De Stefano/Arquivo da editora

Pontuações

Cor	Pontuação
Roxo	−6
Laranja	−3
Branco	0
Amarelo	+2
Cinza	+5
Azul	+10

Dados elaborados para fins didáticos.

12. Usando a adição de inteiros, elabore no caderno um problema que tenha como resposta a expressão $(-13) + (+30)$. Exemplo de resposta: Um vendedor de água teve, na sexta-feira, um prejuízo de 13 reais. No sábado, porém, teve um lucro de 30 reais. Qual expressão representa esta situação? Resposta: (−13) + (+30).

Orientações didáticas

Atividades

Proponha a leitura coletiva dos enunciados das atividades **9** e **11** e peça que os estudantes comentem como compreenderam as situações-problema. Sugira que elaborem estratégias de resolução; algumas opções são o preenchimento de uma tabela ou a elaboração de uma lista.

Neste conjunto de atividades, há problemas que contêm enunciados mais extensos ou que apresentam um número grande de informações e dados – inclusive exibidos em diversas linguagens: escrita, visual, em tabela, etc.

Solicite aos estudantes que organizem as informações desses enunciados para que verifiquem quais delas são relevantes ou não. Proponha que as diferentes maneiras de organização e de resolução que foram desenvolvidas sejam socializadas na lousa.

Proposta para o estudante

Em atividades de elaboração de problemas, como a atividade **10**, proponha aos estudantes que organizem uma “problemateca” – um arquivo com problemas inusitados de cada assunto. Para isso, eles precisam elaborar problemas em folhas de papel avulsas com a autoria e colocá-los em uma caixa ou pasta com sacos plásticos. Defina em quais momentos eles podem utilizar os problemas, resolvê-los e verificar a resposta com o autor.

Orientações didáticas

Atividades

Na atividade **13** é apresentada uma tirinha, que utiliza a técnica literária da sátira e pode ser explorada em uma atividade interdisciplinar com o componente curricular **Língua Portuguesa**, para que seu conteúdo possa ser interpretado. Proponha aos estudantes que respondam às questões em duplas ou trios e solicite que organizem as informações do enunciado para que verifiquem quais delas são relevantes ou não.

A sátira está justamente no fato de a pergunta feita pelo apresentador do programa não levar em conta nenhum dos dados numéricos subsequentes de entrada e saída de passageiros a cada estação. Espera-se que os estudantes percebam que "nem tudo que reluz é ouro", ou seja, às vezes, informações contidas em enunciados de problemas podem ser meras distrações em relação ao objetivo principal.

Oriente que coloquem as diferentes estratégias de resolução na lousa para que possam compartilhá-las.

Propriedades da adição

Neste tópico é apresentada uma situação na qual os estudantes podem trabalhar com as propriedades associativa e comutativa da adição de números inteiros. Uma primeira sugestão, no caso da propriedade comutativa, é pedir aos estudantes que procurem em um dicionário o significado da palavra "comutar" (comutar: trocar, permutar).

13. Leia esta tirinha e, depois, no caderno, responda às perguntas.

Piratas do Tietê/Laerte

COUTINHO, Laerte. Piratas do Tietê. *Jornal Valor*, jun. 2001.

a) Contando os que entram e descontando os que saem, quantos passageiros são adicionados em cada estação? 2ª: −3; 3ª: −12; 4ª: +32; 5ª: −5; 6ª: +27.

b) Com quantos passageiros o trem parte da terceira estação? 57

c) De que estação o trem parte com mais passageiros? Com quantos? 6ª; 111.

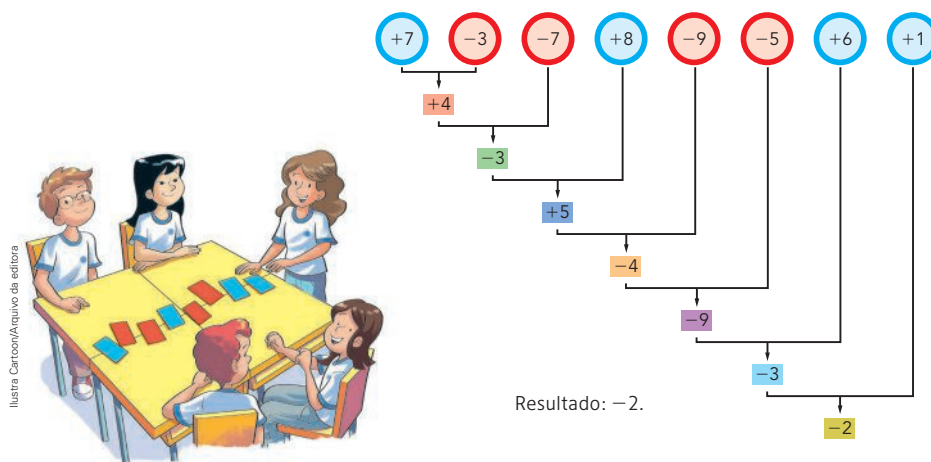
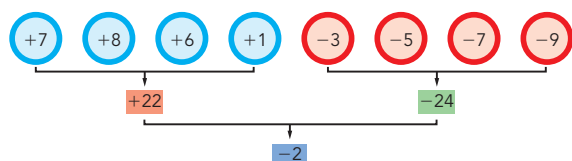
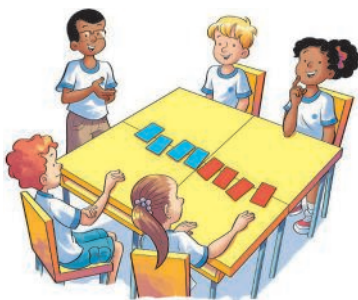
Propriedades da adição

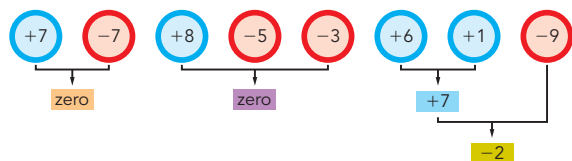
As três resoluções

O professor de Matemática distribuiu os estudantes da turma de Talita em três grupos.

Cada grupo recebeu 8 fichas (4 azuis, com números positivos, e 4 vermelhas, com números negativos) e a instrução de adicionar os números das 8 fichas recebidas.

Repare como cada grupo procedeu:

No grupo de Talita, os estudantes adicionaram os números das fichas um a um, na ordem em que as receberam.

No grupo de João, os estudantes adicionaram separadamente os números das fichas azuis e os números das fichas vermelhas.

Resultado: −2.

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

No grupo de Pedro, os estudantes eliminaram algumas fichas cuja soma dos números dava zero. Depois, adicionaram os números das fichas restantes.

Resultado: −2.

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

Os três grupos encontraram o mesmo resultado. Você acha que os três procedimentos estão corretos? Coloque as fichas em outra ordem a sua escolha e calcule a soma dos números. Qual é o resultado? Resposta pessoal. Resposta esperada: −2.

Propriedade comutativa:
Em uma adição de dois ou mais números inteiros, a ordem das parcelas não altera a soma (resultado).

Estudamos a propriedade comutativa da adição ao explorar os números naturais no 6º ano.

Para efetuar uma adição de números inteiros, −50 e 30, por exemplo, podemos comutá-los, ou seja, colocá-los na ordem de nossa preferência:

$$(-50) + 30 = -20 \text{ ou } 30 + (-50) = -20$$

Outro exemplo:

$$\begin{array}{r} {}^{1}\,{}^{1}\quad \\ 3\;7\;8 \\ +\;6\;4\;2 \\ \hline 1\;0\;2\;0 \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{r} {}^{1}\,{}^{1}\quad \\ 6\;4\;2 \\ +\;3\;7\;8 \\ \hline 1\;0\;2\;0 \end{array}$$

Propriedade associativa:
Em uma adição de três números inteiros, se começarmos associando os dois primeiros ou os dois últimos, obtemos somas (resultados) iguais.

Também estudamos a propriedade associativa da adição ao explorar os números naturais nos anos anteriores.

Considere a seguinte adição de três parcelas.

$$(-25) + 11 + 54$$

Orientações didáticas

Propriedades da adição

Peça aos estudantes que deem exemplos de aplicação da propriedade comutativa visando verificar os conhecimentos prévios.

Para a propriedade associativa, indique que, na adição de diversas parcelas, podemos fazer as associações que acharmos mais convenientes. Por exemplo, começar adicionando as parcelas de mesmo sinal. A estratégia predileta de cada um serve para simplificar os cálculos. É importante dar liberdade para que cada estudante utilize sua preferência na resolução de cada problema.

Orientações didáticas

Propriedades da adição

São apresentadas também as propriedades do elemento neutro da adição e da existência do oposto aditivo. Retome a discussão do conceito de oposto apresentada no capítulo anterior e, também, a reta numérica para representar tanto o elemento neutro (0) quanto o oposto de um número inteiro.

Atividades

Nas atividades **14** e **15**, sugerimos que sejam apresentadas diferentes maneiras de efetuar as adições propostas. Permita aos estudantes que usem estratégias diferentes e as apresentem a um colega. Estimule que debatam entre si para que verifiquem quais são as estratégias que acharam interessantes. Oriente-os a registrar as diversas possibilidades de resolução.

Para os dois problemas subsequentes, proponha que seja realizada uma leitura coletiva e esclareça as dúvidas relacionadas aos enunciados, bem como outras que emergirem. As representações na reta numérica, tabelas e listas são algumas das estratégias que podem ser utilizadas. Peça que compartilhem na lousa as resoluções produzidas.

Para adicionar essas três parcelas, podemos começar pelas duas primeiras:

$\underbrace{[(-25) + 11]}_{-14} + 54 = (-14) + 54 = 40$

ou

Podemos, também, começar pelas duas últimas:

$(-25) + \underbrace{(11 + 54)}_{65} = (-25) + 65 = 40$

Em ambas as associações, encontramos o mesmo resultado.

Propriedade do elemento neutro da adição:
Quando adicionamos um número a zero, o resultado é o próprio número. O zero é o elemento neutro da adição.

Por exemplo:

$21 + 0 = 21$ $\quad (-6) + 0 = -6$

Propriedade da existência do oposto:
Todo número inteiro tem um oposto. A soma de um número inteiro com seu oposto é zero.

Por exemplo:

$(-18) + (+18) = 0$ $\quad (+39) + (-39) = 0$

Então, respondendo à pergunta inicial, concluímos que os três grupos utilizaram procedimentos corretos. Repare:

Talita.

João.

Pedro.

Ilustrações: Ilustra Cartoon/ Arquivo da editora

Atividades

Faça as atividades no caderno.

14. No caderno, calcule agrupando as parcelas de sinais iguais:

a) $(+12) + (-18) + (+10) + (+3) + (-2)$ +5

b) $(+6) + (-10) + (+3) + (+9) + (-4)$ +4

15. Qual é a soma de todos os inteiros compreendidos entre -5 e $+3$? Responda no caderno. −7

16. Numa conta bancária com saldo de R$ 120,00 foram feitos um depósito de R$ 150,00 e dois saques, um de R$ 180,00 e outro de 150,00. Que saldo ficou na conta? −R$ 60,00

17. Carlos Alberto costuma pagar as despesas com cartão de débito da conta bancária. Certo dia ele tinha um saldo de R$ 500,00 e fez as seguintes transações financeiras:

- Pagou pelo café da manhã: R$ 12,00
- Pagou conta de água: R$ 86,00
- Pagou o almoço: R$ 32,00
- Recebeu um depósito na conta: R$ 75,00
- Pagou conta de luz: R$ 147,00

a) Escreva no caderno uma expressão numérica para calcular o saldo da conta ao final desse dia.

b) Agora, calcule o saldo da conta de Carlos Alberto ao final desse dia.

a) Saldo: R$ 500,00 − R$ 12,00 − R$ 86,00 − R$ 32,00 + R$ 75,00 − R$ 147,00.
b) +R$ 298,00

18. Numa aula sobre números inteiros a professora entregou a cada um destes três estudantes, Francisco, Rodrigo e Valéria, um cartão com duas expressões que deveriam ser calculadas mentalmente.

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

$(+8) + (-3) + (-8) + (-1) + (+2)$

$(-10) + (-7) + (-4) + (-1) + (+4) + (+7)$

−2 e −11.

$(+32) + (-2) + (-16) + (+4) + (-32) + (+16) + (-4) + (+5) + (-1)$

$(+372) + (-28) + (-372) + (+104) + (-28) + (-104)$

+2 e −56.

$(-1\,234) + (-735) + (+498) + (+735) + (-498) + (+1\,234)$

$(-231) + (+64) + (-587) + (+644) + (+231) + (+587)$

0 e +708.

Francisco apresentou dois resultados negativos e Rodrigo apresentou um resultado igual a zero. Todos eles acertaram as respostas. Calcule você também, mentalmente, e responda:

a) Qual é a cor do cartão de Francisco? Azul.

b) Qual foi o outro resultado encontrado por Rodrigo, além do zero? +708

c) Qual foi a soma dos resultados encontrados por Valéria? −54

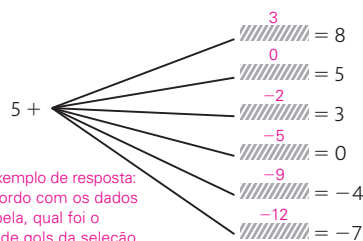
19. Com base na tabela seguir, elabore, no caderno, um problema a ser resolvido com uma expressão numérica de adição de inteiros positivos e negativos.

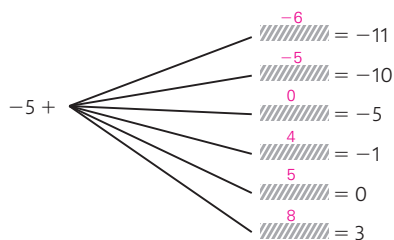
Jogos da seleção brasileira de handebol feminino nos Jogos Olímpicos de Tóquio 2020

Jogo	Resultado
Rússia × Brasil	24 × 24
Brasil × Hungria	33 × 27
Espanha × Brasil	27 × 23
Brasil × Suécia	31 × 34
França × Brasil	29 × 22

Fonte dos dados: OLÍMPIADA TODO DIA. *Handebol feminino.* Disponível em: https://www.olimpiadatododia.com.br/toquio-2020/jogos-olimpicos/handebol/handebol-feminino/. Acesso em: 28 mar. 2022.

20. Faça o que se pede em cada item.

a) Copie o esquema no caderno e substitua cada ////////// pelo número que devemos adicionar a 5 para obter os resultados indicados.

19. Exemplo de resposta: De acordo com os dados da tabela, qual foi o saldo de gols da seleção brasileira? Resposta: −8.

b) Copie o esquema no caderno e substitua cada ////////// pelo número que devemos adicionar a −5 para obter os resultados indicados.

21. Um termômetro de rua em São José dos Ausentes (RS) marcava 1 °C às 20 horas, e até a meia-noite a medida de temperatura baixou 3 °C. Às 6 horas da manhã do dia seguinte, o mesmo termômetro marcava −6 °C. Qual foi a variação da medida de temperatura da meia-noite até às 6 horas da manhã do dia seguinte? Diminuiu em 4 °C.

Orientações didáticas

Atividades

Na atividade **18**, observamos 3 cartões com 2 adições de inteiros em cada um. Reforce com os estudantes que eles são independentes para realizar as operações na sequência que preferirem. Ao final, eles devem comparar seus resultados com as condições expostas no enunciado.

A atividade **19** possibilita a cada estudante elaborar seu próprio enunciado para um problema relacionado aos jogos da equipe feminina de handebol nos Jogos Olímpicos de Tóquio 2020. Espera-se que apareçam questionamentos relacionados ao saldo de gols do Brasil na competição ou à diferença de gols entre duas equipes quaisquer.

Na atividade **20**, coloque na lousa um exemplo semelhante e peça que algum estudante responda. Os outros estudantes devem avaliar se está correto.

Orientações didáticas

Subtração de números inteiros

Na BNCC

Neste tópico são consideradas as habilidades **EF07MA03** e **EF07MA04**, especialmente em relação às operações de adição e subtração de números inteiros e à resolução e elaboração de problemas envolvendo esses números. O contexto introdutório do tópico permite desenvolver o TCT *Saúde*. Na seção *Atividades,* são explorados os TCTs *Educação Alimentar e Nutricional* e *Educação Financeira.*

A apresentação da subtração de números inteiros é contextualizada, utilizando situações que tentam ser próximas à realidade dos estudantes dessa faixa etária, como as práticas e competições esportivas. Enquanto observam o saldo de gols do campeonato de handebol, converse com os estudantes sobre as vantagens da prática esportiva.

Subtração de números inteiros

Recordando o saldo de gols

Analise no quadro a seguir o saldo de gols de cada equipe em um campeonato estudantil de handebol.

Equipe	Gols pró	Gols contra	Saldo de gols
Leões	22	12	$22 - 12 = 10$
Tigres	16	20	$16 - 20 = -4$
Touros	12	18	$12 - 18 = -6$
Ursos	14	14	$14 - 14 = 0$

Quando a equipe tem mais gols pró do que contra, o saldo é positivo; quando tem mais gols contra do que pró, o saldo é negativo.

Se a equipe marcou a mesma quantidade de gols que sofreu, o saldo é 0.

Para calcular o saldo, realizamos uma operação de subtração. Nem sempre é possível realizar a subtração no conjunto dos números naturais; nos inteiros, isso é possível.

Por exemplo:

- $16 - 20 \rightarrow$ não é possível efetuar no conjunto dos números naturais;
- $16 - 20 = -4 \rightarrow$ efetua-se no conjunto dos números inteiros;
- $22 - 12 = 10 \rightarrow$ efetua-se no conjunto dos números naturais e no dos números inteiros.

No conjunto dos números naturais, não podemos subtrair de um número outro maior do que ele. Só podemos subtrair um número menor, obtendo como resultado outro número natural.

Já no conjunto dos números inteiros, podemos subtrair de um número outro menor ou maior do que ele, obtendo como resultado outro número inteiro que pode ser positivo ou negativo, respectivamente.

Até a década de 1960, o handebol, no Brasil, era praticado somente em São Paulo, trazido pelos imigrantes alemães. Posteriormente, ele passou a ser praticado nas demais escolas Brasil afora.

Para saber um pouco mais sobre a história do handebol no Brasil, visite: FEDERAÇÃO PAULISTA DE HANDEBOL. *História do handebol no Brasil*. Disponível em: https://fphand.com.br/home/historia-do-handebol-no-brasil/. Acesso em: 28 mar. 2022.

Diferença entre 2 números inteiros

Participe

Faça as atividades no caderno.

Responda no caderno.

I. Nas tabelas a seguir, estão registradas, de hora em hora, as medidas de temperatura de um dia de inverno no município de São Joaquim, em Santa Catarina, onde faz muito frio.

Medidas de temperatura em São Joaquim até o meio-dia

Horário (em h)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Medida de temperatura (em °C)	−6	−7	−8	−8	−7	−6	−5	−3	−2	0	0	+2

Dados elaborados para fins didáticos.

Proposta para o professor

Esse contexto permite mobilizar o TCT *Saúde*, além de realizar um trabalho interdisciplinar com **Educação Física** e **Ciências** ao discutir benefícios do esporte na saúde das crianças e adolescentes. Sugerimos a leitura do artigo: ESTADÃO. 8 benefícios do esporte para crianças e adolescentes. *Estadão*, [*s. l.*], 14 jun. 2018. Disponível em: http://patrocinados.estadao.com.br/esporteparatodos/menos-tv-e-internet-veja-oito-beneficios-das-atividades-fisicas-para-criancas-e-adolescentes/. Acesso em: 22 jun. 2022.

Medidas de temperatura em São Joaquim depois do meio-dia

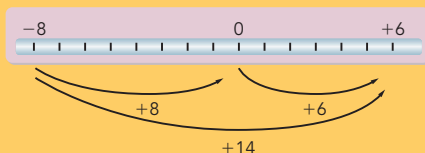
Horário (em h)	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Medida de temperatura (em °C)	+3	+5	+6	+5	+5	+4	+2	0	−1	−2	−3	−4

Dados elaborados para fins didáticos.

a) Qual foi a medida de temperatura máxima (a maior) registrada nesse dia? A que horas? +6 °C, às 15 h.

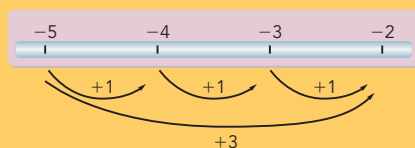
b) Qual foi a medida de temperatura mínima (a menor) registrada nesse dia? A que horas? −8 °C, às 3 h e às 4 h.

Para saber quantos graus variou a medida de temperatura nesse dia, precisamos obter a diferença entre a medida de temperatura máxima e a mínima. Quanto é a diferença $(+6) - (-8)$?

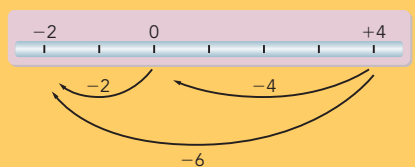
Como estamos subtraindo de $(+6)$ um número menor do que ele, a diferença deve ser positiva. Acompanhe:

Para subir a medida de temperatura de −8 °C a 0 °C, é necessário um aumento de 8 °C. De 0 °C a +6 °C, é preciso aumentar mais 6 °C. Portanto, para subir a medida de temperatura de −8 °C a +6 °C, é necessário um aumento de 14 °C.

Então: $(+6) - (-8) = +14$.

Nesse dia, a medida de temperatura variou +14 °C.

Das 7 h às 9 h, a medida de temperatura aumentou ou diminuiu? Quantos graus variou a medida de temperatura? A variação da medida de temperatura entre dois instantes é a diferença entre o valor final e o inicial.

A medida de temperatura às 7 h foi de −5 °C e, às 9 h, de −2 °C.

Portanto, aumentou 3 °C. Então: $(-2) - (-5) = +3$.

De (-2) subtraímos um número menor do que ele. A diferença é positiva.

Das 18 h às 22 h, a medida de temperatura aumentou ou diminuiu? Quantos graus? Das 18 h às 22 h, a medida de temperatura passou de +4 °C para −2 °C.

Portanto, diminuiu 6 °C. Então: $(-2) - (+4) = -6$.

De (-2) subtraímos um número maior do que ele. A diferença é negativa.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

II. Considerando os dados apresentados na atividade anterior, responda às perguntas.

a) Das 8 h às 10 h, a medida de temperatura aumentou ou diminuiu? Quantos graus? Quanto é $0 - (-3)$? Aumentou 3 °C; +3.

b) Das 10 h às 12 h, a medida de temperatura aumentou ou diminuiu? Quantos graus? Quanto é $(+2) - (0)$? Aumentou 2 °C; +2.

c) Das 8 h às 12 h, quantos graus a medida de temperatura variou? Quanto é $(+2) - (-3)$? Aumentou 5 °C; +5.

d) Das 19 h às 23 h, quantos graus variou a medida de temperatura? Quanto é $(-3) - (+2)$? Diminuiu 5 °C; −5.

Município de São Joaquim (SC), após uma madrugada de frio intenso, em 2021.

Cesar Diniz/Pulsar Imagens

Orientações didáticas

Diferença entre 2 números inteiros

Inicie a conversa com os estudantes perguntando: "Como podemos calcular uma diferença de inteiros empregando a adição?". Permita que os estudantes respondam livremente, em seguida, peça que resolvam a atividade proposta no boxe *Participe*.

Participe

Sugerimos utilizar as questões propostas no boxe para auxiliar no levantamento de conhecimentos prévios dos estudantes. É possível utilizá-lo diretamente em sala de aula, como atividade individual ou como atividade de sala de aula invertida, solicitando que os estudantes pesquisem os conceitos (em casa) para depois realizar um debate sobre a aplicação deles (em sala de aula).

Em qualquer uma das possibilidades de utilização é fundamental incentivar a elaboração de conjecturas antes de formalizar o raciocínio para a elaboração final das respostas. Essas conjecturas podem ser apresentadas e defendidas pelos estudantes, auxiliando-os assim no desenvolvimento de habilidades que permitem a reflexão sobre conceitos matemáticos e a construção deles.

A situação apresentada neste boxe está relacionada ao registro de temperaturas a cada hora em um dia de inverno para ilustrar o que acontece com a diferença entre 2 números inteiros. Nesse momento, sugerimos que divida o grupo de estudantes em duplas e peça que discutam e resolvam as atividades do boxe. Quando finalizarem, peça que resolvam cada item na lousa e façam a correção conjunta das atividades.

Orientações didáticas

Diferença entre 2 números inteiros

Nesta página, é apresentada, por meio de exemplos, a equivalência entre a diferença de 2 números inteiros e a soma do primeiro número com o oposto do segundo.

Pergunte aos estudantes: "O valor absoluto da diferença de 2 números inteiros é sempre igual à diferença dos valores absolutos desses 2 números inteiros?". Espera-se que eles concluam que não e forneçam exemplos, como $(-8) - (+5) = -13$ e $8 - 5 = 3$.

Atividades

Para o desenvolvimento da atividade **22**, organize os estudantes em grupos para a construção das fichas. Enquanto realizam a atividade, converse com os estudantes com vista a analisar como estão compreendendo o conteúdo. Caso estejam com dificuldade, crie perguntas para que reavaliem a estratégia de cálculo com números inteiros. Se considerar adequado, troque os componentes dos grupos e peça que elaborem novas fichas e registrem as subtrações. A discussão entre colegas e a socialização das estratégias de cálculo possibilita que compreendam o conteúdo.

A existência de 2 faces nas fichas com números opostos facilita a posterior simplificação da regra mnemônica de sinais do "menos com menos é mais" e "mais com menos é menos".

Você estudou que: $22 - 12 = 10$, porque $10 + 12 = 22$.

A diferença entre dois números dados em certa ordem é o número que, adicionado ao segundo, dá como resultado o primeiro. Assim:

- $16 - 20 = -4$, porque $(-4) + 20 = 16$;
- $(-2) - (-5) = 3$, porque $3 + (-5) = -2$;
- $(+6) - (-8) = 14$, porque $14 + (-8) = 6$;
- $(-2) - (+4) = -6$, porque $(-6) + 4 = -2$.

Usando nosso conhecimento do oposto de um número, podemos calcular uma diferença de inteiros empregando a adição. Acompanhe:

- $16 - 20$ (diferença entre 16 e 20) dá o mesmo que $16 + (-20)$ (adição de 16 com o oposto de 20 resulta em -4)
- $(-2) - (-5)$ (diferença entre -2 e -5) dá o mesmo que $(-2) + 5$ (adição de -2 com o oposto de -5 resulta em $+3$)
- $(+6) - (-8)$ (diferença entre 6 e -8) dá o mesmo que $6 + 8$ (adição de 6 com o oposto de -8 resulta em $+14$)
- $(-2) - (+4)$ (diferença entre -2 e 4) dá o mesmo que $(-2) + (-4)$ (adição de -2 com o oposto de 4 resulta em -6)

A diferença entre 2 números inteiros é igual à soma do primeiro com o oposto do segundo.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

22. Esta atividade deve ser feita no caderno e em grupos com 4 ou 5 estudantes.

Vocês vão precisar de cartolina colorida cortada em pedaços de 4 cm × 6 cm. Recortem alguns cartões e escrevam um número em cada um. Por exemplo:

+10 | −3 | +6 | −2 | +7 | −9

Escrevam, no verso de cada cartão, o oposto do número que está na frente.

Para calcular a subtração:

+10 − −3

mantemos o primeiro cartão e adicionamos o número que está no verso do segundo.

+10 + +3 = 13

Vamos calcular o resultado de mais algumas subtrações? Estas são sugestões utilizando os cartões deste exemplo.

a) −9 − +6

−9 + ▨ = ▨ (−6) −15

b) +7 − −2

▨ + ▨ = ▨ +7 (+2) 9

c) −3 − +7

▨ + ▨ = ▨ −3 (−7) −10

d) −2 − −9

▨ + ▨ = ▨ −2 (+9) 7

Depois de resolver essas operações, elaborem outras propostas para que os outros grupos resolvam. Para isso, produzam outros cartões. Resposta pessoal.

23. A fotografia mostra o Rockefeller Center, na cidade de Nova York, nos Estados Unidos, em um dia de dezembro muito frio no hemisfério norte.

MB_Photo/Alamy/Fotoarena

Anton Shahrai/Shutterstock\ Brovko Serhii/Shutterstock

O inverno no hemisfério norte começa no fim de dezembro e termina na segunda quinzena de março. Devido à medida de temperatura muito baixa e ao clima da região, é uma tradição as pistas de patinação no gelo serem feitas nessa época do ano. Uma das mais famosas é a Rockefeller Center, em Nova York (EUA). De outubro a abril a pista fica aberta diariamente e tem capacidade para 150 pessoas. Foto de 2019.

As imagens não estão representadas em proporção.

Fontes dos dados: ANGHEBEN, Fabio. *Rockefeller Center*: rinque de patinação no gelo em Nova York. [*s. l.*]. Disponível em: https://dicasnovayork.com.br/patinacao-gelo-rockefeller-center/. Acesso em: 12 maio 2022; MUNDO E EDUCAÇÃO. *Inverno*. [*s. l.*]. Disponível em: https://mundoeducacao.uol.com.br/geografia/inverno.htm. Acesso em: 12 maio 2022.

A tabela a seguir mostra as medidas de temperatura registradas em algumas cidades naquele dia.

Medidas de temperatura em algumas cidades dos EUA

Cidade	Mínima	Máxima
Miami	+4 °C	+11 °C
Atlanta	−2 °C	+6 °C
Nova York	−6 °C	0 °C
Boston	−10 °C	−2 °C
Chicago	−12 °C	−3 °C

Dados elaborados para fins didáticos.

Quanto variaram as medidas de temperatura em cada cidade?
Miami: +7 °C; Atlanta: +8 °C; Nova York: +6 °C; Boston: +8 °C; Chicago: +9 °C.

Orientações didáticas

Atividades

Para o desenvolvimento da atividade **23**, converse sobre amplitude térmica ou oscilação de temperatura.

A diferença entre as medidas de temperatura máxima e mínima de um determinado lugar pode ser avaliada com uma frequência diária, mensal ou anual. Se considerar adequado, proponha um trabalho interdisciplinar com o componente curricular **Geografia**.

Reforce que as cidades estadunidenses mencionadas na tabela estão em maiores latitudes que as cidades do Brasil – ou seja, estão mais distantes do Equador e mais próximas ao polo. Isso explica, em grande parte, o fato de as temperaturas médias de inverno nesses locais serem bem menores que as registradas nas capitais brasileiras para a mesma estação do ano.

Proposta para o professor

Caso os estudantes apresentem dúvidas com relação à resolução de problemas, indicamos as etapas propostas por Polya. Indique que a elaboração de um esboço é uma das estratégias que pode ser utilizada na resolução de problemas desta seção.

POLYA. G. *A arte de resolver problemas*. Rio de Janeiro: Interciências, 1978.

Orientações didáticas

Atividades

Converse sobre a diferença de temperatura: a maior (máxima) menos a menor (mínima).

Utilize o assunto da atividade **24**, a conservação de alimentos, como uma oportunidade de trabalhar o TCT *Educação Alimentar e Nutricional*. Proponha a leitura coletiva do boxe de sugestão sobre alimentação saudável. Crie perguntas para que os estudantes compartilhem o que sabem sobre preparo, conservação e valor nutritivo dos alimentos. Caso considere adequado, proponha que, em grupos, pesquisem tópicos diferentes sobre educação alimentar e apresentem suas descobertas para os colegas, utilizando a metodologia de sala de aula invertida. Essa discussão contribui para que os estudantes compreendam os principais aspectos da educação alimentar e, com isso, sejam capazes de fazer escolhas adequadas para uma vida saudável.

Aproveite o contexto da atividade **25** para comentar com os estudantes os motivos possíveis que levaram Aníbal a ter saldos negativos em suas contas e como ele poderia ter evitado essa situação, valorizando assim o TCT *Educação Financeira*.

Caso considere pertinente, para o desenvolvimento da atividade **27**, reproduza a situação com os estudantes, elabore algumas expressões em cartões ou coloque-as na lousa. Peça que respondam mentalmente e anotem as respostas no caderno. Depois, verifique quais estudantes acertaram o resultado da expressão.

24. Sílvia conserva alimentos em um congelador a −4 °C e em um *freezer* a −15 °C. Qual é a diferença entre as medidas de temperatura do congelador e do *freezer*? +11 °C

25. Aníbal tem duas contas bancárias com saldos negativos que, juntas, totalizam −R$ 620,00. Se o saldo de uma delas é −R$ 280,00, qual é o saldo da outra? Explique, no caderno, com suas palavras como você chegou à resposta. −R$ 340,00

26. A conta bancária de Soraia tem um limite de R$ 2.000,00. Isso significa que ela pode ficar com um saldo devedor de até R$ 2.000,00, de modo que o banco pague os débitos em sua conta até esse valor. Se o saldo devedor exceder esse limite, o banco não paga. Considere que a conta de Soraia está com saldo de − R$ 1.750,00.

a) Se Soraia quiser sacar R$ 500,00 em um caixa eletrônico, ela vai conseguir? Por quê? Não. Porque o limite disponível é menor do que o valor a ser sacado.

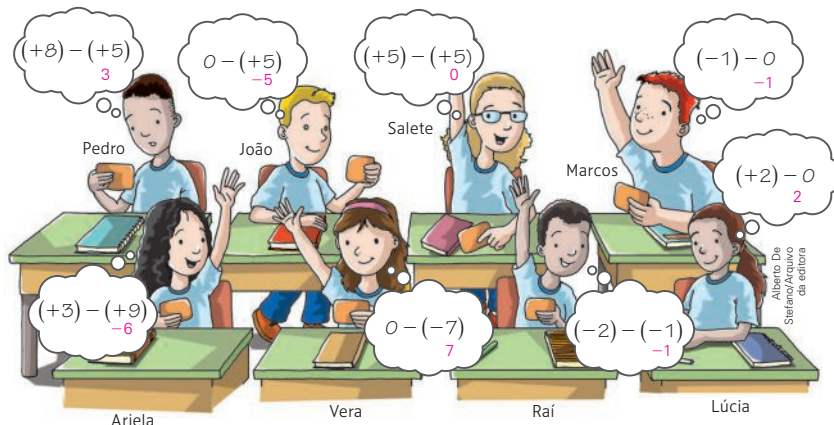
b) Se Soraia emitir um cheque de R$ 200,00, o banco vai pagar esse cheque? Por quê? Sim. Porque o limite disponível é maior do que o valor do cheque a ser pago.

c) Para que o banco pague um cheque, qual é o valor máximo que ele pode ter? R$ 250,00.

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

> Para garantir uma alimentação saudável é necessário, além de escolher os alimentos com maior valor nutritivo, saber prepará-los, conservá-los (avaliando a temperatura ideal de armazenamento) e rotulá-los de maneira adequada, sem esquecer de tomar todos os cuidados de higiene pessoal e do ambiente em que serão preparados e guardados. O Ministério da Saúde tem um material informativo que aborda diversos aspectos relacionados aos cuidados com os alimentos. Para saber mais visite: BRASIL. Ministério da saúde. *Cuidado com os alimentos*. Disponível em: https://bvsms.saude.gov.br/bvs/publicacoes/cuidado_alimentos.pdf. Acesso em: 28 mar. 2022.

27. A professora distribuiu um cartão com uma expressão para cada estudante. Eles deviam efetuar a subtração "de cabeça", sem anotações. Depois, ela pediu que levantasse a mão quem havia encontrado resultado negativo. Ariela, Raí, Salete, Vera e Marcos levantaram. Conferindo os cartões de todos, a professora descobriu quem acertou e quem errou.

Alberto De Stefano/Arquivo da editora

Calcule mentalmente, verifique quem deveria levantar a mão e responda no caderno: Quem errou? Vera, Salete e João.

Proposta para o estudante

Nas atividades **25** e **26**, proponha uma discussão relacionada ao TCT *Educação Financeira*. Aproveite para comentar que bancos cobram juros a partir do primeiro dia de utilização do limite, enquanto outros oferecem carência de alguns dias.

CAPOMACCIO, Sandra. Educação financeira pode ajudar consumidor a evitar o cheque especial. *Jornal da USP*, [São Paulo], 13 fev. 2020. Disponível em: https://jornal.usp.br/atualidades/educacao-financeira-pode-ajudar-consumidor-a-evitar-cheque-especial/. Acesso em: 22 jun. 2022.

28. Exemplo de resposta: Em relação ao nível do mar, a medida de altitude de um avião é +2 500 metros e a medida de altitude de um submarino é −400 metros. De quanto é a diferença entre as medidas de altitude do avião e do submarino? Resposta: 2 900 metros.

Faça as atividades no caderno.

28. No caderno, elabore um problema em que seja necessário calcular uma diferença entre dois números inteiros de sinais contrários.

29. Qual é o sinal? Copie as igualdades a seguir no caderno e, em seguida, descubra o sinal, + ou −, que deve ser colocado no lugar de cada ▨ para que fiquem corretas.

a) (-8) ▨ $(-13) = -21$ +

b) (-9) ▨ $(+9) = -18$ −

c) (-3) ▨ (-2) ▨ $(+1) = -6$ +; −.

d) (-2) ▨ $(+2)$ ▨ (-2) ▨ $(-4) = -2$ −; +; −; ou +; −; +.

e) (-1) ▨ (-1) ▨ $(-1) = -1$ +; −; ou −; +.

f) (-3) ▨ $(+2) = -5$ −

30. No caderno, elabore e resolva um problema que possa ser solucionado operando inteiros negativos.
Exemplo de resposta: Em certo dia do mês de abril, a previsão era que a medida de temperatura no pico do Everest iria variar de −31 °C a −22 °C. Se confirmada a previsão, em quantos graus variou a medida de temperatura nesse dia? Resposta: +9 °C.

Na olimpíada

Qual conta fazer?

(Obmep) Mário gosta de escrever dois números de cinco algarismos usando todos os algarismos de 0 a 9 e depois subtrair o menor do maior. Por exemplo, ele escreveu os números 78 012 e 39 654 e calculou a diferença entre eles (78 012 − 39 654 = 38 358). Qual é a menor diferença que ele pode obter? Alternativa **c**.

a) 237 **b)** 239 **c)** 247 **d)** 249 **e)** 269

Os cartões do Caetano

(Obmep) Caetano fez cinco cartões, cada um com uma letra na frente e um número atrás. As letras formam a palavra OBMEP e os algarismos são 1, 2, 3, 4 e 5. Observe os quadrinhos e responda: qual é o algarismo atrás do cartão com a letra M? Alternativa **d**.

Reprodução/Obmep, 2013.

a) 1 **b)** 2 **c)** 3 **d)** 4 **e)** 5

Que conta ela fez?

(Obmep) Vânia preencheu os quadradinhos da conta abaixo com os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 e 8. Ela usou todos os algarismos e obteve o maior resultado possível. Qual foi esse resultado? Alternativa **d**.

a) 402 **b)** 609 **c)** 618 **d)** 816 **e)** 876

Orientações didáticas

Atividades

Para o caso de os estudantes ainda terem dificuldades na formulação dos problemas propostos nas atividades **28** e **30**, sugira que observem os problemas resolvidos anteriormente, façam o novo enunciado em uma folha de papel avulsa com a autoria, registrem a resolução e a resposta no caderno e coloquem na problemateca. Defina o momento adequado para resolverem os problemas dos colegas.

Para a atividade **29**, coloque algumas igualdades na lousa e peça a alguns estudantes que as resolvam. Depois, pergunte aos outros se está correto, justificando. Aponte que precisam observar se os módulos são somados ou subtraídos para que escolham o sinal corretamente.

Orientações didáticas

Multiplicação de números inteiros positivos

Na BNCC

Neste capítulo são consideradas as habilidades **EF07MA03** e **EF07MA04**, especialmente em relação às operações de multiplicação, divisão e potenciação de números inteiros e à resolução e elaboração de problemas envolvendo esses números.

O capítulo começa com exemplos do cotidiano, um envolvendo a contagem de azulejos em disposição retangular e outro relativo ao parcelamento na compra de um fogão.

O segundo problema foi intencionalmente resolvido como produto de fatores positivos, apesar de se tratar de uma dívida que retira periodicamente valores negativos do saldo da conta de Lara – a resolução alternativa desse exemplo como produto de um fator positivo por um negativo fica para o tópico seguinte.

CAPÍTULO 7 Multiplicação, divisão e potenciação de números inteiros

NA BNCC
EF07MA03
EF07MA04

Multiplicação de números inteiros positivos

A quantidade de azulejos

Analise ilustração a seguir e responda: Quantos azulejos haverá nesta parede se ela for revestida com 18 fileiras de 25 azulejos?

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

$$\underbrace{25 + 25 + 25 + 25 + \ldots + 25}_{\text{18 parcelas de 25}} = 18 \times 25 = 450$$

Haverá 450 azulejos.

Multiplicar dois números inteiros positivos é o mesmo que multiplicar dois números naturais. Podemos utilizar a multiplicação quando precisamos adicionar parcelas iguais.

Exemplos:

- $(+42) + (+42) + (+42) + (+42) + (+42) = 5 \times (+42) = 5 \times 42 = 210$
- $(+13) \times (+100) = 13 \times 100 = 1\,300$

As imagens não estão representadas em proporção.

O débito de parcelas iguais

Lara tinha certa quantia guardada em sua conta bancária. Ela comprou um fogão e pagou em 6 prestações de R$ 133,00, debitadas, nos 6 meses subsequentes à compra, dessa conta poupança. Depois de pagar a última parcela, qual foi o total debitado de sua conta?

Cada prestação acarreta um débito de R$ 133,00 na conta. O débito total foi de:

$$6 \times 133 = 798$$

> Quando multiplicamos **dois números inteiros positivos** obtemos como resultado **um número inteiro positivo**.

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

Do saldo da conta, foram subtraídos R$ 798,00.

Outra possibilidade: cada prestação acarreta uma retirada de dinheiro da conta poupança; portanto, adiciona ao saldo um número negativo. Temos, então, uma adição de 6 parcelas negativas:

$$\underbrace{-133 - 133 - 133 - 133 - 133 - 133}_{\text{6 parcelas de } (-133)} = -798$$

Multiplicação de números inteiros de sinais contrários

Note que:

$$-133 -133 -133 -133 -133 -133 = (+6) \times (-133) = -798$$

Da mesma maneira, $(+5) \times (-10)$ corresponde à adição de 5 parcelas de -10.

$$(+5) \times (-10) = -10 -10 -10 -10 -10 = -50$$

Note que:

$$(+6) \times (-133) = -(6 \times 133) = -798$$
$$(+5) \times (-10) = -(5 \times 10) = -50$$

Como se faz a multiplicação quando o primeiro fator é negativo?

- $(-133) \times (+6) = -(+133) \times (+6) = -(+798) = -798$
- $(-10) \times (+5) = -(+10) \times (+5) = -(+50) = -50$
- $(-1) \times (+1\,000) = -(+1) \times (+1\,000) = -(+1\,000) = -1\,000$
- $(-11) \times (+20) = -(+11) \times (+20) = -(+220) = -220$

Quando multiplicamos **um número inteiro positivo** por **um número inteiro negativo** obtemos como resultado **um número inteiro negativo**.

1. Exemplos de resposta: Érica comprou um forno de micro-ondas e vai pagá-lo em 12 parcelas de R$ 50,00. Quanto custou o forno de micro-ondas que Érica comprou? Se a cada parcela paga são adicionados -50 reais à conta de Érica, ao final do pagamento das 12 parcelas do forno de micro-ondas quanto será adicionado? Resposta: R$ 600,00; -600 reais.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1. No caderno, elabore um problema que possa ser resolvido pela multiplicação $(+12) \times (+50)$ e pela multiplicação $(+12) \times (-50)$. Depois, peça a um colega que resolva o problema que você criou enquanto você resolve o dele.

2. No caderno, calcule os produtos:

a) $(+3) \times (-5)$ -15

b) $(-4) \times (+8)$ -32

c) $(+4) \times (-25)$ -100

d) $(-10) \times (+33)$ -330

e) $(+20) \times (-36)$ -720

f) $(-45) \times (+6)$ -270

g) $(+111) \times (-2)$ -222

h) $(-300) \times (+50)$ $-15\,000$

3. Efetue as multiplicações a seguir no caderno:

a) 9×11 99
$(+9) \times (+11)$ $+99$
$(+9) \times (-11)$ -99
$(-9) \times (+11)$ -99

b) 75×4 300
$(+75) \times (+4)$ $+300$
$(+75) \times (-4)$ -300
$(-75) \times (+4)$ -300

c) $44 \times 1\,000$ 44 000
$(+44) \times (+1\,000)$ $+44\,000$
$(+44) \times (-1\,000)$ $-44\,000$
$(-44) \times (+1\,000)$ $-44\,000$

d) 27×37 999
$(+27) \times (+37)$ $+999$
$(+27) \times (-37)$ -999
$(-27) \times (+37)$ -999

Orientações didáticas

Multiplicação de números inteiros de sinais contrários

Na BNCC

Neste tópico são consideradas as habilidades **EF07MA03** e **EF07MA04**, especialmente em relação à operação de multiplicação de números inteiros. Há a formulação e resolução de problemas que envolvem multiplicação com números inteiros.

Considere os exemplos apresentados neste tópico e questione os estudantes: “O resultado das operações apresentadas foi positivo ou negativo?”. Deixe que exponham suas impressões e, ao final, formulem uma conclusão dessa discussão em conjunto. Multiplicar um número inteiro negativo por um número inteiro positivo equivale a multiplicar o valor absoluto do primeiro pelo oposto do segundo.

Atividades

Nas atividades de **1** a **3** é abordada operação de multiplicação com números inteiros. Se julgar conveniente, proponha que façam essas atividades em duplas. Ao final da resolução de cada atividade, peça para representantes de algumas duplas irem à lousa apresentar a estratégia utilizada na resolução e discuta as dificuldades encontradas com a turma.

Orientações didáticas

Multiplicação de inteiros negativos

Na BNCC

Neste tópico são consideradas as habilidades **EF07MA03** e **EF07MA04**, especialmente em relação à operação de multiplicação de números inteiros. Há a formulação e resolução de problemas que envolvem multiplicação com números inteiros. A seção *Atividades* favorece o desenvolvimento do TCT *Diversidade Cultural*.

A explicação deste tópico se dá baseada em dois exemplos numéricos que são inicialmente abordados como a multiplicação de um número inteiro negativo por um número inteiro positivo, que equivale a multiplicar o valor absoluto do primeiro pelo oposto do segundo. Isso é feito para o entendimento do sinal do produto quando os dois fatores são números inteiros negativos.

Multiplicação de números inteiros negativos

Como calculamos $(-3) \times (-7)$ e $(-5) \times (-12)$?

Vamos perceber que, mesmo nesse caso, a multiplicação pode estar representando uma adição de parcelas iguais. Acompanhe.

Já sabemos que $(-3) \times (+7) = -(+3) \times (+7) = -21$, e que $(+3) \times (-7) = -(+3) \times (+7) = -21$.

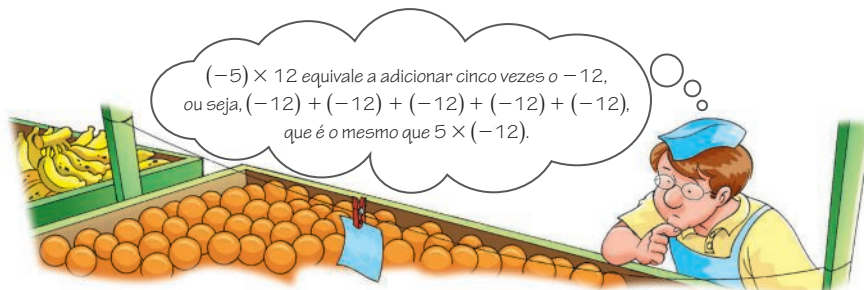
Então:

$$(-3) \times (+7) = (+3) \times (-7) = \underbrace{-7 - 7 - 7}_{\text{3 parcelas de } (-7)}$$

Além do estudo na escola, é importante realizá-lo em casa.

Do mesmo modo:

As imagens não estão representadas em proporção.

$$(-5) \times 12 = 5 \times (-12) = \underbrace{(-12) + (-12) + (-12) + (-12) + (-12)}_{\text{5 parcelas de } (-12)}$$

Quando o primeiro fator é negativo, seu valor absoluto indica a quantidade de parcelas que devemos adicionar; as parcelas são iguais ao oposto do segundo fator.

Proposta para o professor

No artigo a seguir é apresentado um relato de uma experiência com atividades para a apresentação da multiplicação de números inteiros.

ALCÂNTARA, Jusleni B. N. A compreensão dos conceitos da “regra de sinais” no Ensino Fundamental. *Cadernos PDE*, v. II. Santo Antônio da Platina: UENP, 2013. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2013/2013_uenp_mat_pdp_jusleni_barbosa_nalesso_alcantara.pdf. Acesso em: 22 jun. 2022.

Também podemos pensar assim quando os dois fatores são negativos.
Então:
$(-3) \times (-7)$ é o mesmo que adicionar 3 parcelas iguais ao oposto de (-7):

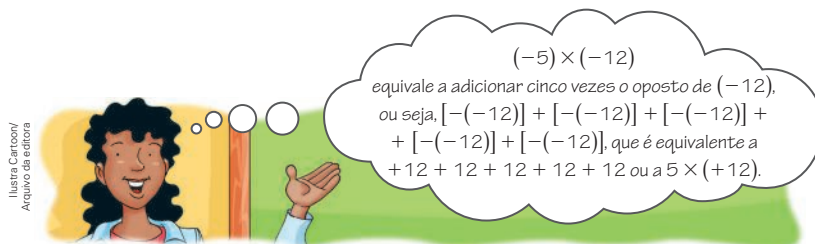
$$(-3) \times (-7) = \underbrace{-(-7) - (-7) - (-7)}_{3 \text{ parcelas de } -(-7)} = 7 + 7 + 7 = 21$$

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

Assim, $(-5) \times (-12)$ é o mesmo que adicionar 5 parcelas iguais ao oposto de (-12):

$$(-5) \times (-12) = \underbrace{[-(-12)] + [-(-12)] + [-(-12)] + [-(-12)] + [-(-12)]}_{5 \text{ parcelas de } -(-12)} =$$

$$= 12 + 12 + 12 + 12 + 12 = 60$$

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

Para concluir, note que:

$$(-3) \times (-7) = 21 = +(3 \times 7)$$

$$(-5) \times (-12) = 60 = +(5 \times 12)$$

Quando multiplicamos **dois números inteiros negativos** obtemos como resultado **um número inteiro positivo**.

Exemplos:

- $(-6) \times (-6) = +(6 \times 6) = 36$
- $(-9) \times (-11) = +(9 \times 11) = 99$
- $(-75) \times (-4) = +(75 \times 4) = 300$
- $(-44) \times (-1\,000) = +(44 \times 1\,000) = 44\,000$

Atenção! Não se deve escrever os sinais $\times$, da operação, e $-$, do número, um junto do outro sem parênteses. Assim, não se escreve 5×-3 nem $5 \cdot -3$. Deve-se escrever $5 \times (-3)$, $5 \cdot (-3)$ ou, simplesmente, $5(-3)$.

Orientações didáticas

Multiplicação de inteiros negativos

Utilizando a estratégia exposta inicialmente, chegamos ao ponto de analisar a multiplicação envolvendo dois fatores negativos.

A partir dessa ideia, o produto de dois números inteiros negativos é equivalente ao produto do valor absoluto do primeiro pelo oposto do segundo.

Solicite que a turma leia com muita atenção as duas passagens simbólicas de registro de adição dos opostos dos números negativos, mostradas nos balões de pensamento dos personagens, com colchetes e parênteses. São elas:

$[-(-7)] + [-(-7)] + [-(-7)]$ e

$[-(-12)] + [-(-12)] + [-(-12)] +$

$+ [-(-12)] + [-(-12)]$

Espera-se que os estudantes concordem com a conclusão de que o produto de dois fatores inteiros negativos equivale ao produto de dois fatores positivos, que é positivo.

Orientações didáticas

Atividades

Nas atividades **4** a **6** é abordada a multiplicação com números inteiros positivos e negativos. Se julgar conveniente, proponha aos estudantes que façam essas atividades em duplas. Ao final da resolução de cada atividade, peça que representantes das duplas apresentem as estratégias utilizadas na resolução e discutam dificuldades encontradas com a turma.

Com relação à representação na reta numérica, abordada na atividade **7**, discuta com os estudantes o que acontece em termos de deslocamento quando multiplicamos um número inteiro negativo por um inteiro positivo e vice-versa. Auxilie a turma a localizar na reta os exemplos de cada item e tente formular uma conclusão em conjunto.

Multiplicação de 3 ou mais números inteiros

São dados exemplos nos quais os dois primeiros fatores são escolhidos da esquerda para a direita. Aproveite para mostrar que a sequência de fatores escolhida poderia ser diferente, mas com resultado igual.

Ao final, generalize para a turma que é suficiente fazer o produto dos valores absolutos dos fatores e acrescentar o sinal do produto depois.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

4. No caderno, copie o quadro a seguir e determine os números que devem entrar no lugar de cada ▨.

Número	Número × (−10)
+5	−50
+4	−40
+3	−30
+2	−20
+1	−10
0	0
−1	+10
−2	+20
−3	+30
−4	+40
−5	+50

5. Indique no caderno os números que devem entrar no lugar de cada ▨. Copie quando necessário.

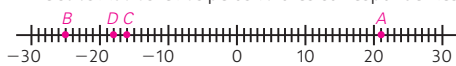
a) $(-2) \cdot (-4) =$ ▨ +8
b) $(-5) \cdot (-6) =$ ▨ +30
c) $(-8) \cdot (-1) =$ ▨ +8
d) $(-9) \cdot (-10) =$ ▨ +90

6. Copie o quadro a seguir no caderno e o complete indicando o valor que deve ser colocado no lugar de cada ▨.

×	−10	−5	0	+5	+10
+4	−40	−20	0	+20	+40
+2	−20	−10	0	+10	+20
0	0	0	0	0	0
−2	+20	+10	0	−10	−20
−4	+40	+20	0	−20	−40

Assim como na multiplicação de números naturais, na multiplicação de números inteiros, se um fator é zero, o produto é zero.

7. Resolva as multiplicações e determine os valores representados pelos pontos *A*, *B*, *C* e *D* na reta numérica, em seguida, copie a reta numérica no caderno e substitua as letras pelos valores correspondentes.

Banco de imagens/Arquivo da editora

A: $(-3) \cdot (-7)$ +21
C: $(-4) \cdot (+4)$ −16
B: $(+5) \cdot (-5)$ −25
D: $(-9) \cdot (+2)$ −18

Agora, determine a diferença entre:

a) *A* e *B*; +46
b) *C* e *D*. +2

Multiplicação de 3 ou mais números inteiros

Para multiplicar 3 ou mais números inteiros, podemos multiplicar os 2 primeiros, depois, multiplicar o resultado pelo número seguinte, e assim por diante. Por exemplo:

- $\underbrace{12 \cdot (-1)}_{-12} \cdot (-3) = (-12) \cdot (-3) = +36 = 36$
- $\underbrace{(-4) \cdot 5}_{-20} \cdot (-2) \cdot (-6) = \underbrace{(-20) \cdot (-2)}_{+40} \cdot (-6) = 40 \cdot (-6) = -240$

Na multiplicação de números inteiros, podemos verificar primeiro qual é o sinal do produto e, depois, multiplicar os valores absolutos.

$$\underbrace{\underbrace{(-3) \cdot (+7)}_{-} \cdot (-10)}_{+} = +(3 \cdot 7 \cdot 10) = 210$$

Proposta para o professor

No livro indicado a seguir são apresentadas mais situações que podem auxiliar o professor no ensino das operações de multiplicação e divisão de números inteiros.
LANDIM, Evanilson. *Menos com menos é menos ou é mais?* Resolução de problemas de multiplicação e divisão de números inteiros na sala de aula. Curitiba: Appris, 2015.

Faça as atividades no caderno.

8. Para responder às perguntas seguintes no caderno, calcule o resultado das expressões:

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

$(+3) \cdot (-2) \cdot (-5)$ +30

$(+6) \cdot (+3) \cdot (-2)$ −36

$(-4) \cdot (+5) \cdot (-3) \cdot (-1)$ −60

$(-1) \cdot (-10) \cdot (+2) \cdot (-15)$ −300

$6 \cdot (-5) \cdot 27$ −810

$(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1)$ −1

$(-4) \cdot (+3) \cdot (-5)$ +60

$(-2) \cdot (-1) \cdot (-5) \cdot (+10)$ −100

$(-6) \cdot (-6) \cdot (+5)$ +180

$(+10) \cdot (-10) \cdot (+10)$ −1 000

$1 \cdot (-2) \cdot 3 \cdot (-4) \cdot 5$ +120

$73 \cdot (-21)$ −1 533

Colocando os resultados em ordem crescente, as bandeiras associadas às expressões ficam nesta sequência: Acre, Alagoas, Amazonas, Sergipe, Maranhão, Rio Grande do Norte, Santa Catarina, Espírito Santo, Paraná, Rondônia, Minas Gerais, Goiás. Consulte um atlas, se necessário.

a) Qual é o resultado correspondente à bandeira de Rondônia? +60

b) De que estado é a bandeira que corresponde ao resultado −100? Maranhão.

c) Você já pesquisou acerca da bandeira do seu estado e do seu município? Junte-se com um colega e verifique o significado dessas duas bandeiras. Respostas pessoais.

9. Responda no caderno.

Qual é o sinal do produto na multiplicação de:

a) três números positivos? +

b) três números negativos? −

c) quatro números negativos? +

10. Sem utilizar o número 1 nem o −1, escreva no caderno:

a) 2 números inteiros cujo produto seja igual a −32. −2 e +16; +2 e −16; −4 e +8; +4 e −8.

b) 3 números inteiros diferentes cujo produto seja igual a −40.

c) 3 números inteiros consecutivos cujo produto seja igual a −210. −7, −6 e −5.

b. −2, +4 e +5; +2, −4 e +5; +2, +4 e −5; −2, −4 e −5; −2, +2 e +10.

As bandeiras dos estados possuem grande importância, uma vez que representam, identificam e diferenciam cada um deles. São também símbolos de pertencimento, identidade cultural, política e histórica. A bandeira de Sergipe, por exemplo, foi oficializada em 1920 e a parte em verde e amarelo representa a integração nacional. Já as estrelas estão relacionadas às cinco barras sergipanas das fozes dos rios São Francisco, Japaratuba, Sergipe, Vaza Barris, Piauí e Real. Fonte dos dados: GOVERNO DO ESTADO DE SERGIPE. *Bandeira e hino sergipanos revelam curiosidades sobre o estado*. Disponível em: https://www.se.gov.br/noticias/governo/bandeira-e-hino-sergipanos-revelam-curiosidades-sobre-estado. Acesso em: 1º abr. 2022.

Inclusive, em Aracaju, capital sergipana, localiza-se o único Memorial da Bandeira do Brasil. Lá é possível conhecer a história do Brasil por meio de exposições de longa e curta duração. Para saber mais, visite: PREFEITURA DE ARACAJÚ. *Memorial da Bandeira de Aracajú guarda história de Sergipe e do Brasil*. Disponível em: https://www.aracaju.se.gov.br/index.php?act=leitura&codigo=37049. Acesso em: 1º abr. 2022.

Orientações didáticas

Atividades

Sugerimos que você formule e traga para a aula outras expressões com multiplicação de números inteiros positivos e negativos para os estudantes resolverem e justificarem se estão corretas ou não.

Na atividade **8**, cada expressão está associada à bandeira de um estado brasileiro. Use essa informação para conversar com os estudantes sobre as diferenças culturais de cada estado, como: a vestimenta, a culinária e as tradições, entre outros pontos. Saliente a importância de respeitar as diferenças.

Se considerar pertinente, proponha um projeto interdisciplinar sobre multiculturalismo com os componentes curriculares **História** e **Geografia**, com uma feira que apresente a diversidade cultural das regiões ou de cada unidade da federação. Essa é uma oportunidade para trabalhar o TCT *Diversidade Cultural*.

As atividades **9** e **10** têm o objetivo de verificar se os estudantes utilizam corretamente a propriedade associativa da multiplicação.

Proposta para o professor

Caso você queira se aprofundar em como valorizar a diversidade cultural em sala de aula, segue a referência: GOMES, Manoel M. A diversidade de culturas no Brasil: como valorizá-las na prática educativa da sala de aula? *Revista Educação Pública*, Rio de Janeiro, v. 19, n. 30, 19 nov. 2019. Disponível em: https://educacaopublica.cecierj.edu.br/artigos/19/30/a-diversidade-de-culturas-no-brasil-como-valoriza-las-na-pratica-educativa-da-sala-de-aula. Acesso em: 22 jun. 2022.

Orientações didáticas

Atividades

Nos problemas apresentados nas atividades **11** e **12**, proponha aos estudantes que façam a leitura coletiva dos enunciados, resolvam em duplas e compartilhem as soluções.

Na atividade **13**, oriente os estudantes a elaborar um problema com fator negativo e comente as situações-problema do início do capítulo para que as usem como referência.

Propriedades da multiplicação

Retome os resultados da atividade **14** para apresentar as propriedades comutativa e associativa da multiplicação de números inteiros. Caso os estudantes apresentem dúvida, sugira outras expressões para que eles possam comparar.

11. Professor Maurício aplicou um simulado, para um concurso, contendo 20 testes de múltipla escolha. As instruções eram as seguintes:

- cada resposta certa vale $+5$ pontos;
- cada resposta errada vale (-2) pontos;
- resposta deixada em branco vale 0 ponto.

Claudia acertou 12 testes, errou 3 e não respondeu a 5 testes. Wesley respondeu a todos os testes e acertou 13. Quem conseguiu mais pontos? Quanto a mais? Claudia; 3 pontos.

12. Na primeira rodada do Campeonato Brasileiro de Futebol masculino da série A, em 2021, a equipe do Bahia jogou 19 vezes. Ganhou 1 jogo por diferença de 3 gols, 2 jogos por diferença de 2 gols e 3 por 1 gol. Perdeu 6 jogos por diferença de 1 gol, 2 por diferença de 2 gols, 1 por diferença de 3 gols e 1 por 5 gols.

Fonte dos dados: CONFEDERAÇÃO BRASILEIRA DE FUTEBOL. *Campeonato Brasileiro de Futebol* – Série A – 2021. Disponível em: https://www.cbf.com.br/futebol-brasileiro/competicoes/campeonato-brasileiro-serie-a/2021. Acesso em: 1º abr. 2022.

a) Qual foi o saldo de gols do Bahia nessa campanha? -8 gols.

b) Em quantos jogos o Bahia empatou nesse turno do brasileirão? 3 jogos.

13. Elabore um problema cuja resolução envolva, obrigatoriamente, uma multiplicação com fator negativo.

14. No caderno, calcule os resultados das expressões e os compare.

a) $[5 \cdot (-2)] \cdot 6$ e $5 \cdot [(-2) \cdot 6]$ -60; -60; iguais.

b) $[(-7) \cdot (-3)] \cdot 10$ e $(-7) \cdot [(-3) \cdot 10]$ $+210$; $+210$; iguais.

13. Exemplo de resposta: Um feirante levou para sua barraca 80 embalagens de frutas tendo pagado R$ 12,00 cada uma. Conseguiu vender 56 embalagens a R$ 20,00 cada; baixou o preço para R$ 15,00 e vendeu mais 15 embalagens. No final, liquidou as embalagens restantes por R$ 10,00 cada uma. Quanto ele lucrou com a venda das frutas? Resposta: Ele lucrou R$ 475,00.

Propriedades da multiplicação

Com a atividade **14**, introduzimos as propriedades da multiplicação de números inteiros, que vamos enunciar a seguir, apresentando novos exemplos. As propriedades são as mesmas que estudamos para os números naturais em anos anteriores.

Propriedade comutativa:
Em uma multiplicação de dois ou mais números inteiros, a ordem dos fatores não altera o produto (resultado).

Assim, por exemplo, $34 \cdot 105 = 105 \cdot 34$.

Banco de imagens/Arquivo da editora

E, também: $(-34) \cdot (+105) = -3\,570$ e $(+105) \cdot (-34) = -3\,570$.

Propriedade associativa:
Na multiplicação de três números inteiros, associando os dois primeiros ou os dois últimos, obtemos o mesmo produto (resultado).

Confira os resultados da atividade **14**.

Por exemplo:

$\underbrace{10 \cdot (-50)} \cdot (-20) =$
$= (-500) \cdot (-20) =$
$= +10\,000$

$10 \cdot \underbrace{(-50) \cdot (-20)} =$
$= 10 \cdot (+1\,000) =$
$= +10\,000$

$(-50) \cdot \underbrace{10 \cdot (-20)} =$
$= (-50) \cdot (-200)$
$= +10\,000$

No cálculo de expressões como $(-35) \cdot 17 \cdot (-4)$, podemos:

- descobrir o sinal:

$$\underbrace{(-) \cdot (+)} \cdot (-)$$
$$\underbrace{(-) \cdot (-)}$$
$$(+)$$

- multiplicar os números:

$$\begin{array}{r} {}^{2}3\ 5 \\ \times\quad 4 \\ \hline 1\ 4\ 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} {}^{2}1\ 4\ 0 \\ \times\quad 1\ 7 \\ \hline {}^{1}\ 9\ 8\ 0 \\ +\ 1\ 4\ 0\ \ \\ \hline 2\ 3\ 8\ 0 \end{array}$$

Em uma multiplicação de diversos fatores, podemos fazer as associações que acharmos mais convenientes. Então, $(-35) \cdot 17 \cdot (-4) = +2\,380$.

Propriedade do elemento neutro:
O produto de um número inteiro por +1 é igual ao próprio número.
O número +1 é o elemento neutro da multiplicação.

Analise as multiplicações a seguir:

$$(-4) \cdot (+1) = -4$$
$$(+1) \cdot (100) = 100$$

Propriedade distributiva
O produto de um número inteiro por uma soma indicada por duas ou mais parcelas é igual à soma dos produtos daquele número inteiro pelas parcelas.

Por exemplo:

$= 5 \cdot (80 + 7) =$
$= 400 + 35 = 435$

$2 \cdot (15 - 6) =$
$30 - 12 = 18$

Orientações didáticas

Propriedades da multiplicação

Ao final, são mencionadas as propriedades do elemento neutro da multiplicação e a distributiva. Cuide para que não haja confusão dos estudantes entre o elemento neutro da adição (0) e o elemento neutro da multiplicação (1).

Um modo interessante de ilustrar a propriedade distributiva é a divisão de um retângulo de lados a e $(b + c)$ em 2 retângulos de lados a e b e a e c. A soma das medidas de área dos retângulos menores equivale à medida de área do retângulo original.

Orientações didáticas

Atividades

Espera-se que os estudantes consigam realizar a multiplicação com dois ou mais fatores, proposta nas atividades **15** e **16**. Se considerar necessário, peça que elaborem fichas com valores de −5 a 5, organizem-se em duplas, selecionem 3 fichas, multipliquem os valores dessas fichas e registrem o cálculo. Depois, repitam essa atividade com 4 ou 5 fichas sucessivamente.

Na atividade **17**, promova uma conversa com os estudantes sobre as operações inversas. Apresente outros exemplos envolvendo multiplicação de números positivos e negativos nos quais falte um fator. Solicite que um dos estudantes resolva na lousa, enquanto os colegas justificam a resolução e propõem alternativas de resolução.

Faça as atividades no caderno.

15. Júlio tem como tarefa multiplicar todos os números das fichas que estão sobre a mesa.

As imagens não estão representadas em proporção.

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

a) Qual será o sinal do produto? −

b) Associe as fichas como preferir e descubra a resposta que Júlio deve obter. −43 200

16. Cecília deve calcular o produto dos números de todas as fichas sobre a mesa. A quarta ficha está virada, de modo que o número não pode ser visto por ela.

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

Qual é o resultado se na ficha virada há:

a) o número +1? −2 640

b) o número −1? +2 640

c) o número 0? 0

17. No caderno, substitua pelos números adequados para obter os resultados.

18. Copie os itens a seguir no caderno e substitua ▨ pelos números adequados para que as igualdades sejam verdadeiras.

a) $(▨) \cdot (-7) = +49$ −7

b) $(-8) \cdot (▨) = +8$ −1

c) $(+3) \cdot (▨) = -9$ −3

d) $(+8) \cdot (▨) = +32$ +4

e) $(+6) \cdot (▨) = -30$ −5

f) $(-2) \cdot (▨) = -16$ +8

g) $(-5) \cdot (▨) = +25$ −5

h) $(-7) \cdot (▨) = 0$ 0

i) $(▨) \cdot (+3) = -3$ −1

19. Nelson tinha um saldo de R$ 256,00 em sua conta bancária. Após fazer 3 saques de mesmo valor, o saldo ficou negativo e igual a −R$ 20,00. Qual foi o valor de cada saque? R$ 92,00

20. Soraia usou o limite de sua conta bancária para comprar um aparelho televisor no valor de R$ 1.250,00. Nas semanas subsequentes à compra da TV, ela fez 4 depósitos em sua conta, no valor de R$ 325,00 cada, de modo que o saldo de sua conta ficou igual a 0. Qual era o saldo da conta antes da compra da TV? −R$ 50,00

21. Elabore e resolva um problema que possa ser resolvido pelas seguintes operações:

$(+13) \cdot (+5) + (+4) \cdot (-2) = +65 - 8 = +57$

Resposta pessoal. A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

Divisão de números inteiros

Recordando a divisão

Ana comprou uma caixa com 20 bombons de chocolate para presentear igualmente cinco amigos. Quantos bombons cada um vai ganhar?

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

Vamos recordar a operação de divisão de números naturais:

$20 : 5 = 4$, porque $4 \cdot 5 = 20$

quociente: 4; divisor: 5; dividendo: 20

Em uma divisão exata, o **quociente** é o número que, multiplicado pelo divisor, resulta no dividendo.

Portanto, cada um dos amigos de Ana vai ganhar 4 bombons.

Orientações didáticas

Atividades

Proponha que, nas atividades **19** e **20**, os estudantes façam a leitura coletiva dos enunciados e os comentem para compreender cada situação-problema. Apresente questões com a intenção de que eles percebam que os depósitos conseguiram cobrir o gasto com a TV e o saldo negativo que a conta bancária apresentava antes da compra.

Divisão de números inteiros

Na BNCC

Neste tópico são consideradas as habilidades **EF07MA03** e **EF07MA04**, especialmente em relação à operação de divisão de números inteiros. Há a formulação e resolução de problemas que envolvem divisão com números inteiros.

A página se encerra com um exemplo de divisão exata de bombons entre 5 amigos para recordar conhecimentos prévios. Nesse caso particular de divisão exata, as operações de multiplicação e divisão são inversas entre si.

Orientações didáticas

Participe

Neste boxe são propostos questionamentos que auxiliam o estudante a perceber a relação inversa entre a multiplicação e a divisão exata envolvendo números inteiros com sinais contrários. Sugerimos que as atividades desse boxe sejam feitas em duplas e, ao final, seja feita uma resolução coletiva, em que se destaca na lousa o significado dessa relação. A conversa em duplas pode enriquecer o aprendizado.

Estudo de sinais na divisão de números inteiros

Na continuação da página, menciona-se o zero como dividendo e são dados dois exemplos para justificar que o quociente também é nulo nesses casos.

Por fim, usa-se o argumento de unicidade do resultado de uma operação para concluir que não existe divisão por zero.

Como sugestão, construa coletivamente um quadro multiplicativo que sistematize o estudo de sinais nas operações de adição, subtração, multiplicação e divisão.

Estudo de sinais na divisão de números inteiros

Participe — Faça as atividades no caderno.

Para dividir um número inteiro por outro, raciocinamos como na divisão de naturais: queremos determinar o número que, multiplicado pelo segundo, dá o primeiro. Porém é preciso prestar atenção nos sinais.

I. Vamos dividir inteiros positivos.

a) Que número multiplicado por $(+6)$ dá $(+18)$? +3

b) Então, quanto é $(+18):(+6)$? +3

c) Quanto é $(+100):(+4)$? Por quê? +25. Porque $(+4)\cdot(+25) = +100$.

d) Quando dividimos dois inteiros positivos, qual é o sinal do quociente? Positivo.

II. Vamos dividir inteiros com sinais contrários.

a) Que número multiplicado por $(+6)$ dá (-18)? −3

b) Então, quanto é $(-18):(+6)$? −3

c) Quanto é $(-100):4$? Por quê? −25. Porque $(+4)\cdot(-25) = -100$.

d) Quanto é $(+18):(-6)$? Por quê? −3. Porque $(-3)\cdot(-6) = +18$.

e) Quanto é $100:(-4)$? Por quê? −25. Porque $(-4)\cdot(-25) = +100$.

f) Quando dividimos dois inteiros com sinais contrários, o quociente tem sinal positivo ou negativo? Negativo.

III. Vamos dividir inteiros negativos.

a) Que número multiplicado por (-6) dá (-18)? +3

b) Então, quanto é $(-18):(-6)$? +3

c) Quanto é $(-100):(-4)$? Por quê? +25. Porque $(-4)\cdot(+25) = -100$.

d) Quando dividimos dois inteiros negativos, qual é o sinal do quociente? Positivo.

Para **dividir números inteiros com o mesmo sinal**, dividimos os valores absolutos e colocamos o sinal positivo no quociente. Para **dividir números inteiros com sinais contrários**, dividimos os valores absolutos e colocamos o sinal negativo no quociente.

Acompanhe outros exemplos, nos quais, primeiramente, determinamos o sinal do quociente:

- $(+56):(+7) = +(56:7) = 8$
- $(-60):(-1) = +(60:1) = 60$
- $(+32):(-16) = -(32:16) = -2$
- $200:(-40) = -(200:40) = -5$
- $(-5):(+5) = -(5:5) = -1$
- $-72:12 = -(72:12) = -6$

Note as seguintes afirmações:

- Os sinais $:$, da operação, e $-$, do número, não devem ser escritos um junto do outro sem o uso de parênteses. Por exemplo, não se escreve $15:-3$. Deve-se escrever $15:(-3)$.
- Zero dividido por outro número, diferente de zero, dá zero. Por exemplo:
  $0:(+9) = 0$, porque $0\cdot 9 = 0$
  $0:(-5) = 0$, porque $0\cdot(-5) = 0$
- Não existe divisão por zero. Por quê?
  Toda operação, quando aplicada a dois números, deve apresentar um e apenas um resultado. Por exemplo, $5:0$ não apresenta resultado, porque nenhum número multiplicado por 0 dá 5. E $0:0$ não tem um resultado definido, porque todo número multiplicado por 0 dá 0. Por isso, não existe divisão por zero.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

22. Resolva no caderno. Justificativas pessoais.

Qual é o quociente? Justifique sua resposta.

a) $(+36):(+9)$ +4
b) $(+55):(-5)$ −11
c) $(-27):(+3)$ −9
d) $(-40):(-4)$ +10
e) $(+15):(-1)$ −15
f) $(-26):(-26)$ +1
g) $(+63):(+21)$ +3
h) $(+48):(-8)$ −6
i) $(-85):(+5)$ −17

23. No caderno, calcule o resultado das expressões:

a) $10:5-4$ −2
b) $-3+12:4$ 0
c) $-2+3\cdot5-12:6$ +11
d) $(-16):4\cdot(-4)$ +16
e) $4\cdot8:(-2)$ −16

24. Que números devemos colocar no lugar de ▨ para que as igualdades sejam verdadeiras? Escreva no caderno.

a) (▨) : (−3) = +8 −24
b) (▨) : (−12) = −10 +120
c) (▨) : (−25) = −1 +25
d) (−352) : (▨) = −8 +44
e) 1 836 : (▨) = −36 −51
f) (−1 050) : (▨) = +21 −50

25. Mantendo a regularidade analisada em cada sequência, escreva os dois termos seguintes de cada uma:

a) −1, −2, −4, −8, ?, ? −16, −32
b) −64, −32, −16, −8, ?, ? −4, −2
c) 5, −10, 20, −40, ?, ? 80, −160
d) −800, 400, −200, 100, ?, ? −50, 25

26. Mantendo a regularidade analisada, escreva o termo seguinte e calcule a soma dos 5 primeiros termos da sequência:

$100:(-2), 200:4, 400:(-8), 800:(16),\ldots$

1 600 : (−32); −50

27. No caderno, escreva o resultado de cada expressão indicado em uma das fichas.

+2 −2 +108 +15 +10 +10

28. Rubens está com saldo de −R$ 120,00 em sua conta bancária e Rosana também está com saldo negativo, mas deve ao banco a metade do que Rubens deve.

a) Se Rubens depositar na conta a quinta parte de sua dívida, quanto ficará o saldo? −R$ 96,00

b) Se Rosana fizer um depósito e passar a ter um saldo de R$ 50,00, quanto ela terá depositado? R$ 110,00

29. Uma loja vende uma caixa de cápsulas de café a R$ 25,00 cada uma. Numa promoção de vendas, anunciou:

a) Por quanto saía cada caixa, na promoção, levando 5 caixas? R$ 20,00

b) De quantos por cento era o desconto dado, na promoção, levando 5 caixas? 20%

30. Elabore um problema que possa ser resolvido com multiplicação e divisão de inteiros, em seguida troque-o com um colega e peça a ele que o resolva. Exemplo de resposta: Para uma festa de aniversário Marta comprou 5 dúzias de refrigerantes pagando com débito de R$ 180,00 em sua conta. Quanto custou cada garrafa? Resposta: R$ 3,00.

Orientações didáticas

Atividades

Com as atividades desenvolvidas no estudo da multiplicação de números inteiros, espera-se que os estudantes utilizem estratégias análogas para efetuar as divisões. Converse com eles sobre o modo de resolver expressões numéricas e de descobrir regularidade em sequências. Compartilhar as resoluções é uma possibilidade de acompanhar o processo de ensino e aprendizagem desse conteúdo.

Nas atividades de **28** a **30**, proponha aos estudantes que formem duplas para facilitar a organização das informações de cada enunciado. Espera-se que eles resolvam esses problemas e elaborem outros inéditos, com autonomia. A discussão sobre a resolução dos problemas favorece a compreensão de que um mesmo problema apresenta diferentes modos de resolução.

Orientações didáticas

Potenciação de números inteiros

Na BNCC

Neste tópico são consideradas as habilidades **EF07MA03** e **EF07MA04**, especialmente em relação à operação de potenciação de números inteiros. Há a formulação e resolução de problemas que envolvem potenciação com números inteiros.

A potenciação é retomada, inclusive relembrando os termos e a nomenclatura, por meio de um exemplo envolvendo doses de remédio em gotas.

Depois, é lembrada a propriedade de uma potência de base diferente de 0, com expoente nulo, ser igual a 1. Por fim, a definição é ampliada para bases inteiras e negativas. Nesse momento, a potenciação é vista como a multiplicação de parcelas iguais. Ressalte o que ocorre no caso dos números inteiros, quando os sinais das parcelas devem ser avaliados para se determinar o sinal da potência.

Potenciação de números inteiros

Quantas gotas?

Virgínia toma 7 gotas de um remédio 7 vezes ao dia. Quantas gotas ela toma em 7 semanas?

Em um dia, Virgínia toma $7 \cdot 7$ gotas. Em uma semana, são $7 \cdot 7 \cdot 7$ gotas. Então, em 7 semanas, são $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$ gotas. Temos: $7 \cdot 7 = 49$, $49 \cdot 7 = 343$ e $343 \cdot 7 = 2\,401$. Portanto, em 7 semanas, Virgínia toma 2 401 gotas do remédio.

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

Já estudamos em outro ano que:

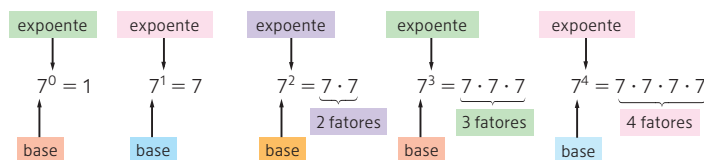
- $7 \cdot 7 = 7^2 \rightarrow$ lemos "sete ao quadrado".
- $7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^3 \rightarrow$ lemos "sete ao cubo".
- $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^4 \rightarrow$ lemos "sete elevado a quatro" ou "sete à quarta".

Ao efetuar uma multiplicação de fatores iguais, estamos realizando uma operação chamada **potenciação**.

Na potenciação:

- a **base** é o fator que se repete;
- o **expoente** é a quantidade de vezes que o fator se repete.

Observação: Em uma potência cuja base é diferente de 0 e cujo expoente é igual a 0, o resultado é igual 1.

O livro *Objetos de poder*: o enigma dos dados, de Marcos Mota (São Paulo: Talentos da Literatura Brasileira, 2014), conta a história de Issac Samus, um jovem de 13 anos fascinado por Matemática e por desvendar mistérios. Essa obra une aventura, mistério e fantasia aos cálculos da matemática, num exercício de lógica e de magia ao mesmo tempo.

A base da potência pode ser um número inteiro qualquer, positivo, negativo ou zero. Para calcular a potência, fazemos as multiplicações. Acompanhe os exemplos:

- $(+8)^3 = (+8) \cdot (+8) \cdot (+8) = 64 \cdot 8 = +512$
- $0^4 = 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0$
- $(-5)^2 = (-5) \cdot (-5) = +25$
- $(-2)^5 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -32$
- $(+1)^3 = (+1) \cdot (+1) \cdot (+1) = +1$
- $(-1)^2 = (-1) \cdot (-1) = +1$

Faça as atividades no caderno.

31. Resolva no caderno.

$(-10) \cdot (-10) \cdot (-10) \cdot (-10) \cdot (-10)$ é o produto de 5 fatores iguais a (-10). Por isso, pode ser representado por $(-10)^5$. Que potências representam os produtos a seguir?

a) $(-6) \cdot (-6) \cdot (-6)$ $(-6)^3$

b) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ 2^8

c) $(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1)$ $(-1)^4$

d) $1\,001 \cdot 1\,001$ $1\,001^2$

32. No caderno, calcule o valor das potências:

a) $(+2)^4$ +16 **b)** $(-2)^5$ −32 **c)** 0^6 0

33. Responda às perguntas no caderno.

a) Em que potências se lê a base elevada "ao quadrado"? Nas potências em que o expoente é 2.

b) Quanto é $(+3)^2$ e $(-3)^2$? +9; +9.

34. Considerando as potências indicadas a seguir, elabore um problema e peça a um colega responder. Em seguida, verifique se ele respondeu corretamente.

2^2 $(-3)^3$

35. Responda às perguntas no caderno.

a) Em que potências se lê a base elevada "ao cubo"? **35. a)** Nas potências em que o expoente é 3.

b) Quanto é $(+2)^3$ e $(-2)^3$? +8; −8.

36. No caderno, indique o valor de:

a) $(+10)^1$; +10

b) $(+10)^0$; +1

c) $(-10)^1$; −10

d) $(-10)^0$. +1

37. Calcule a potência:

a) de base (-6) e expoente 3; −216

b) de expoente 5 e base (-10). −100 000

38. Faça o que se pede nos itens a seguir.

a) Calcule as seguintes potências de base −2:

$(-2)^0, (-2)^1, (-2)^2, (-2)^3, (-2)^4, (-2)^5, (-2)^6, (-2)^7$ e $(-2)^8$. +1, −2, +4, −8, +16, −32, +64, −128 e +256.

b) Para quais expoentes o resultado é positivo? 0, 2, 4, 6, 8 (os pares).

c) Para quais expoentes o resultado é negativo? 1, 3, 5, 7 (os ímpares).

39. No caderno, calcule a soma do quinto com o sexto termo da sequência: −90 000

$(-10)^0, (-10)^1, (-10)^2, (-10)^3, (-10)^4, (-10)^5, (-10)^6$.

40. O orçamento da despesa do governo federal do Brasil se aproxima dos 3 trilhões de reais. O número 3 trilhões é 3 vezes a potência de 10 com qual expoente? 12

41. O resultado da expressão A dividido pelo resultado da expressão B dá um inteiro negativo. Verdadeiro ou falso? Responda no caderno. Falso; não dá inteiro.

A: $(-12)^2 - 4^3$ +80

B: $4 \cdot (-2)^5 + 2 \cdot (-5)^2 - 75 \cdot (-1)^1$ −3

34. Exemplo de resposta: Pensei em dois números: o primeiro elevado a ele mesmo tem como resultado 4. O segundo número é negativo e elevado ao oposto dele, tem como resultado −27. Em que números eu pensei? Resposta: 2 e −3.

Faça as atividades no caderno.

Só dá Alemanha?

(Obmep) Um torneio de futebol foi disputado por seis seleções. Cada uma delas disputou exatamente um jogo com cada uma das outras cinco. A tabela seguinte indica a classificação final do torneio, no qual foram atribuídos 3 pontos por vitória, 1 ponto por empate e 0 ponto por derrota. Alternativa **a**.

Time	Vitórias	Pontos
Alemanha	3	10
Bolívia	2	8
Camarões	2	7
Dinamarca	1	6
Espanha	1	4
França	0	4

Se a Alemanha ganhou da França, com qual seleção a Alemanha empatou?

a) Com a seleção da Dinamarca.

b) Com a seleção da Espanha.

c) Com a seleção da Bolívia.

d) Com a seleção de Camarões.

e) Com nenhuma das seleções.

Orientações didáticas

Atividades

Nas atividades de **31** a **33**, comente com os estudantes o uso ou não de parênteses quando a base é negativa. Se julgar adequado, apresente exemplos.

Para a atividade **34**, é possível propor aos estudantes que, usando a linguagem natural, criem frases para que o colega descubra a base ou o expoente das potências.

Na sequência de atividades de **35** a **39** os estudantes devem perceber que, quando a base é negativa, podem avaliar o sinal pelo expoente.

Aproveite o contexto da atividade **40** para refletir com os estudantes sobre quais seriam as despesas do governo federal e qual é a fonte de recursos; desse modo é possível desenvolver o TCT *Educação Fiscal*. Esse também seria um potencial tema da realidade para desenvolver uma pesquisa sobre quais são os gastos nas esferas dos governos federal, estadual e municipal.

Proposta para o professor

Para se aprofundar no TCT *Educação Fiscal*, sugerimos o documentário indicado a seguir. Nele são apresentados um breve panorama sobre o surgimento do dinheiro, como eram as tributações, para o que serviam os impostos e como chegamos ao conceito de educação fiscal ligada à cidadania e democracia.

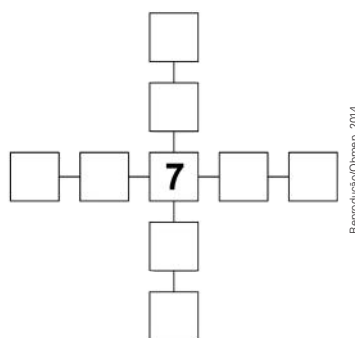
EDUCAÇÃO Fiscal e Cidadania – Tributos: que história é essa? [*S. l.: s. n.*], 2011. 1 vídeo (20 min). Publicado pelo canal TV Escola. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=YNZqtHbAMHA. Acesso em: 22 jun. 2022.

Orientações didáticas

Na olimpíada

A seção apresenta quatro questões desafiadoras de múltipla escolha que apareceram nas Olimpíadas Brasileiras de Matemática da Escola Pública (Obmep). Todas elas envolvem conteúdos já contemplados em anos anteriores. Estimule os estudantes a aceitarem os desafios como tarefas para casa.

Equilibre

(Obmep) Na figura, o número 7 ocupa a casa central. É possível colocar os números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8 e 9, um em cada uma das casas restantes, de modo que a soma dos números na horizontal seja igual à soma dos números na vertical. Qual é essa soma? Alternativa **e**.

a) 22
b) 23
c) 24
d) 25
e) 26

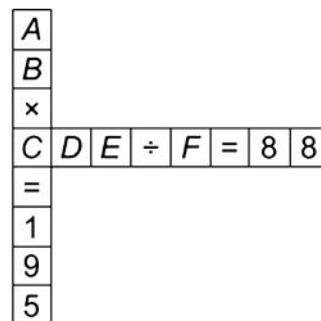
Presente

(Obmep) Télio deu para sua mãe uma caixa com 13 bombons, dos quais 5 são brancos e os demais escuros. Desses 13 bombons, 7 são recheados. Qual é a menor quantidade possível de bombons escuros recheados nessa caixa?

a) 1 Alternativa **b**.
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

Contas cruzadas

(Obmep) As contas $AB \times C = 195$ e $CDE \div F = 88$ estão corretas, sendo A, B, C, D, E e F algarismos diferentes. O número AB é formado pelos algarismos A e B, e o número CDE é formado pelos algarismos C, D e E. Qual é o algarismo representado pela letra F?

Alternativa **d**.

a) 1
b) 2
c) 4
d) 6
e) 8

Proposta para o professor

Sugerimos a exploração do *site* a seguir, que possui simulados e resoluções de provas anteriores da Obmep, além de materiais complementares para o estudo de tópicos da Matemática.

SBM. *Olimpíadas Brasileiras de Matemática das Escolas Públicas*. 2022. Disponível em: http://www.obmep.org.br/. Acesso em: 22 jun. 2022.

Números negativos

A noção de número negativo demorou muito a surgir na história da Matemática. Egípcios, babilônios e gregos, povos responsáveis por muitas realizações matemáticas importantes, não trabalharam com esse tipo de número.

Até onde se sabe, os números negativos surgiram inicialmente na China, há pouco mais de dois milênios. Entre outros fatores, a dificuldade de comunicação entre povos distantes, na época, impediu que essa contribuição chinesa chegasse logo ao Ocidente.

Na obra *Os nove capítulos da arte da matemática* (século III a.C.), a mais influente da Matemática chinesa na Antiguidade, podem ser encontradas as regras de sinais para a adição e a subtração: "Para a subtração, com os mesmos sinais, tire um do outro; tirar positivo do nada dá negativo; tirar negativo do nada dá positivo. Para a adição com sinais diferentes, tire um do outro; com os mesmos sinais, acrescente um ao outro; positivo com nada dá positivo; negativo com nada dá negativo".

No entanto, não há nenhum registro na Matemática chinesa do uso da regra de sinais da multiplicação e da divisão antes do século XIII.

Os chineses desenvolveram a prática de operar com números inteiros usando barras de bambu estendidas sobre um tabuleiro. Para distinguir número positivo de número negativo, adotaram a seguinte convenção: barras vermelhas indicavam números positivos, e barras pretas, números negativos.

Depois dos chineses, acredita-se que os hindus foram o primeiro povo a trabalhar consistentemente com números negativos. A finalidade inicial era indicar dívidas. Entre os matemáticos hindus, o primeiro a discorrer sobre os números negativos foi Brahmagupta, no século VII, que enunciou a regra de sinais para a multiplicação: "Positivo dividido por positivo ou negativo dividido por negativo é positivo".

Os árabes assimilaram o sistema de numeração na Índia, onde foi criado e desenvolvido entre o século III e o século IX. Como os árabes o difundiram é chamado **sistema de numeração indo-arábico**.

Artur Fujita/Arquivo da editora

Orientações didáticas

Na História

Na BNCC

Esta seção é uma oportunidade para o desenvolvimento da **CG01** e da **CEMAT01**, visto que é possível valorizar e utilizar conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo, especialmente em relação ao desenvolvimento dos números inteiros.

Entendemos que esta seção auxilia na reflexão sobre o desenvolvimento histórico do conceito de números negativos nas diversas civilizações. Depois, comenta-se o início dos registros sobre as operações com esses números negativos. Esta é uma excelente oportunidade para os estudantes compreenderem que as conquistas científicas são fruto do trabalho de muitas pessoas, e não conquistas pessoais. Essas conquistas dependem da época e do local onde são produzidas, e sempre há a possibilidade de atualizar os conceitos para a realidade do momento.

Orientações didáticas

Na História

Para instigar uma boa prática de pesquisa, proponha aos estudantes que construam um esquema indicando, numa linha do tempo, cada um dos episódios, personagens e locais citados no texto que contribuíram para a evolução da noção de número negativo.

Se possível, oriente para que a apresentação seja feita por algum aplicativo que organize apresentações em *slides*. Desse modo, as informações podem vir acompanhadas de mídias (fotos, arquivos de som) que enriqueçam as sensações de visitar virtualmente as culturas mencionadas.

Como atividade complementar, solicite que os estudantes busquem informações para responder a uma questão gerada a partir da leitura, por exemplo: "Como a aceitação e a utilização dos números negativos impulsionou o desenvolvimento tecnológico ao longo do tempo?".

No ano 825, o matemático Al-Khowarizmi, natural da Pérsia (atual Irã), descreveu esse sistema de maneira completa em um pequeno tratado. A tradução dessa obra para o latim, no começo do século XII, mostrava claramente a superioridade do sistema de numeração criado pelos hindus sobre o sistema de numeração romano. Porém, somente por volta do ano 1500, os europeus ocidentais passaram a adotar o atual sistema.

A ideia de números negativos também foi absorvida pelos árabes, mas preferiram deixá-los de lado.

Na realidade, os números negativos foram evitados ou rejeitados pelos matemáticos ocidentais até por volta do século XVII. Por exemplo, no século XV, o francês Nicolas Chuquet (1445-1488) e, no século XVI, o alemão Michael Stifel (1487-1567) referiam-se a eles como **números absurdos**. François Viète (1540-1603), importante matemático francês do século XVI, ignorou-os em sua obra. E o também francês Blaise Pascal (1623-1662), importante matemático e inventor da primeira máquina de calcular, assim se pronunciou na sua obra *Pensamentos*: "Conheci gente incapaz de entender que ao se tirar 4 de zero o que resta é zero".

No século XIX, o matemático britânico Augustus De Morgan (1806-1871) achou absurda a resposta -2 a um problema cuja pergunta era "Daqui a quantos anos?". Ele poderia ter interpretado essa resposta como "dois anos atrás". Sugeriu então que a pergunta do problema fosse colocada como "Há quantos anos...?".

MehmetO/Shutterstock

Monumento a Al-Khowarizmi, em Khiva, no Uzbequistão. Foto de 2017.

Fonte dos dados: BOYER, C. B. *História da Matemática*. Edgard Blucher: São Paulo, 1991; BERLINGHOFF, W. P.; GOUVÊA, F. Q. *A Matemática através dos tempos*. Edgard Blucher: São Paulo, 2012; DUNHAM, W. *The Mathematical Universe*. John Wiley & Sons, Inc.: Nova York, 1994.

As respostas encontram-se na seção *Resoluções* deste Manual

1. No caderno, desenhe e pinte 10 palitos de fósforo de vermelho e 10 de preto. Raciocinando como os chineses da Antiguidade, como você explicaria as igualdades a seguir?

   a) $(+4) + (-7) = -3$

   b) $(-3) + (-5) = -8$

2. Resolva no caderno.

   O primeiro matemático a interpretar geometricamente os números negativos foi o francês Albert Girard (1595-1632). "O negativo em Geometria indica retrocesso e o positivo, avanço", dizia ele. Como você interpreta essa afirmação em termos da reta numérica?

3. Em 1299, o governo da cidade de Florença baixou um decreto proibindo o uso, nas transações comerciais, dos números escritos no sistema de numeração indo-arábico. O registro em papel era reservado apenas para os resultados dos cálculos efetuados com o ábaco. A justificativa era que os cálculos no papel, com esse sistema, facilitavam as fraudes. Contudo, no século XVIII, o ábaco já havia praticamente desaparecido da Europa ocidental. Como você interpreta isso?

4. Resolva mentalmente: Dois irmãos têm 12 anos e 7 anos, respectivamente. Há quantos anos a idade do mais velho foi o dobro da idade do mais novo?

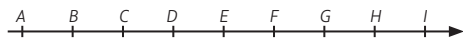
Na Unidade

Faça as atividades no caderno.

1. Resolva no caderno.

Na reta numérica a seguir, o ponto *B* corresponde ao inteiro −6 e *C*, ao inteiro −4.

A B C D E F G H I

Banco de imagens/Arquivo da editora

Nessa reta, o ponto correspondente ao inteiro +5 estará: Alternativa **c**.

a) entre os pontos *B* e *C*.
b) entre os pontos *F* e *G*.
c) entre os pontos *G* e *H*.
d) à direita do ponto *I*.

2. **(Saresp)** Leia a notícia a seguir:

> Uma onda de frio já causou 46 mortes nos últimos dias nos países da Europa Central. No centro da Romênia, a medida de temperatura chegou a −32 °C na noite passada. No noroeste da Bulgária, a medida de temperatura era de −22 °C e as ruas ficaram cobertas por uma camada de 10 cm de gelo. Foram registradas as marcas de −30 °C na República Tcheca e de −23 °C na Eslováquia.

Segundo a notícia, o país em que a medida de temperatura estava mais alta é: Alternativa **b**.

a) Romênia. **b)** Bulgária. **c)** República Tcheca. **d)** Eslováquia.

3. Num jogo com a reta numérica, os deslocamentos no sentido positivo são sinalizados por "+" e, no sentido negativo, por "−". Alternativa **d**.

Partindo do ponto correspondente a +5 e fazendo os deslocamentos −7, +12 e −8, paramos em:

a) −3. **b)** −1. **c)** 0. **d)** +2.

4. Resolva no caderno.

Se uma medida de temperatura de −8 °C diminuir +12 °C, quanto ficará? Alternativa **a**.

a) −20 °C **b)** −4 °C **c)** 4 °C **d)** 20 °C

5. **(Saresp)** Calculando $(-2) \times (-1) \times (-5)$ obtemos:

a) 10. **b)** 8. **c)** −8. **d)** −10.
Alternativa **d**.

Texto para os testes **6** e **7**.

Na tabela a seguir encontram-se a medida de temperatura mínima e a medida de temperatura máxima de cada mês em uma cidade.

Medidas de temperatura máxima e mínima

Mês	Mínima	Máxima
Janeiro	−10 °C	14 °C
Fevereiro	−9 °C	16 °C
Março	−8 °C	21 °C
Abril	−2 °C	26 °C
Maio	−1 °C	30 °C
Junho	5 °C	33 °C
Julho	7 °C	34 °C
Agosto	6 °C	38 °C
Setembro	3 °C	30 °C
Outubro	−4 °C	26 °C
Novembro	−5 °C	19 °C
Dezembro	−7 °C	15 °C

Dados elaborados para fins didáticos.

6. Resolva no caderno.

Em que mês ocorre a medida de temperatura mínima do ano? Alternativa **a**.

a) Janeiro. **b)** Maio. **c)** Setembro. **d)** Dezembro.

7. Resolva no caderno. Alternativa **c**.

Em que mês a variação da medida de temperatura (diferença entre máxima e mínima) é a maior?

a) Março. **b)** Maio. **c)** Agosto. **d)** Outubro.

8. Resolva no caderno.

Se o ponto preto vale +1 e o ponto vermelho −1, quanto está representado na figura a seguir?

a) 6^2
b) $6^2 - 2$
c) $6^2 - 1$
d) $6^2 + 1$

Alternativa **b**.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Orientações didáticas

Na Unidade

Na BNCC

Esta seção favorece o desenvolvimento das habilidades exploradas ao longo de toda a Unidade e mobiliza com maior ênfase a **CEMAT02**, a **CEMAT06** e a **CG02** ao propor a resolução de atividades diversas, por meio de diferentes contextos e estratégias de resolução.

Esta seção traz atividades dos principais conteúdos abordados na Unidade que podem ser utilizadas como ferramentas de avaliação. Proponha a resolução das atividades individualmente. Acompanhe os estudantes durante a realização delas e registre avanços e dificuldades para, ao final, propor novas atividades para remediação coletiva ou individual de defasagens, conforme cada caso.

A seguir, listamos algumas sugestões e estratégias para remediação.

Para verificar se os estudantes conseguem associar números inteiros a pontos da reta numérica, incluímos a atividade **1**. Se alguns estudantes estiverem com dificuldade, proponha que construam as próprias retas numéricas com régua milimetrada – faça questão de que a distância entre os pontos da reta seja uma quantidade fixa, por exemplo, 1 cm entre cada ponto.

Identificar e comparar números inteiros é um objetivo que foi contemplado nas atividades **2**, **6** e **7**. Reforce que, apesar de o número –5 ter um valor absoluto maior do que o número –3, ele é menor, por isso aparece mais à esquerda na reta numérica.

Para resolver e elaborar problemas que envolvem adição e subtração de números inteiros em diferentes situações, indicamos as atividades **3** e **4**. Assim, em caso de dúvidas, revise a realização das operações de adição e subtração entre inteiros.

Nas atividades **5** e **8** são abordadas as operações de multiplicação e potenciação de números inteiros.

Outras dificuldades diferentes das listadas podem surgir; por isso, é importante o monitoramento individual e contínuo dos estudantes.

Orientações didáticas

Abertura

Na BNCC

A abertura da Unidade permite mobilizar com maior ênfase a **CG01**, a **CG07**, a **CEMAT07** e a **CEMAT08** ao propor aos estudantes que analisem imagens e um texto que promove positivamente a imagem da mulher e façam pesquisa sobre o tema proposto. Favorece, ainda, o desenvolvimento dos TCTs *Educação em Direitos Humanos*, uma vez que permite discutir a necessidade de participação plena e efetiva das mulheres e a igualdade de oportunidades em todos os níveis; e *Saúde*, ao explorar a importância da prática de atividades físicas.

O contexto da abertura da Unidade permite a realização de um trabalho interdisciplinar com os componentes curriculares **Educação Física**, **Ciências** e **História**. Proponha aos estudantes que se organizem em grupos para pesquisar acerca da participação feminina em Jogos Olímpicos.

Inicie o trabalho perguntando aos estudantes qual a importância do incentivo à prática esportiva. Espera-se que eles respondam que os esportes podem contribuir para a manutenção da saúde física e emocional dos praticantes.

Comente com a turma que a participação de mulheres nos Jogos Olímpicos de Tóquio foi considerada um marco histórico, uma vez que, dos quase 11 mil atletas no evento, cerca de 49% eram mulheres. Na primeira edição dos Jogos, em 1896, nenhuma mulher participou. Em 1900, nos Jogos Olímpicos de Paris, foi autorizada a participação delas, mesmo que com muitas limitações de modalidades – elas compunham menos de 3% do total de atletas daquela edição (fonte dos dados: GUEDES, Larissa. O protagonismo das mulheres nos jogos olímpicos: a luta por igualdade de gênero e pelo fim da sexualização dos corpos femininos. *Associação dos Docentes da Universidade Rural*. Rio de Janeiro: ADUR-RJ, 30 jul. 2021. Disponível em: http://www.adur-rj.org.br/portal/o-protagonismo-das-mulheres-nos-jogos-olimpicos-a-luta-por-igualdade-de-genero-e-pelo-fim-da-sexualizacao-dos-corpos-femininos/. Acesso em: 10 maio 2022.).

Proponha aos estudantes que reflitam sobre os motivos que podem ter levado à proibição e à baixa adesão das mulheres nos Jogos Olímpicos por tantos anos.

Rebeca Andrade disputando prova nas barras assimétricas nos Jogos Olímpicos de Tóquio 2021.

Reprodução do Livro do Estudante em tamanho reduzido.

Proposta para o estudante

Para incentivar a reflexão, sugerimos que apresente aos estudantes o texto: SWAN, Isabel. Mulher no esporte é resistência. *Comitê Olímpico do Brasil*, [*s. l.*], 29 out. 2021. Disponível em: https://www.cob.org.br/pt/galerias/noticias/mulher-no-esporte-e-resistencia-/. Acesso em: 10 maio 2022.

A RICARDO/Shutterstock

Rayssa Leal disputando prova com *skate* nos Jogos Olímpicos de Tóquio 2021.

Mulheres nos Jogos Olímpicos

Os Jogos Olímpicos, um dos principais eventos esportivos do mundo, reúnem atletas de vários países para disputar diferentes modalidades esportivas. Na Era Moderna, a competição surgiu em 1896 e, desde então, a participação das mulheres mudou completamente. Pela primeira vez na história da competição, na edição de Tóquio 2021, o número total de atletas foi praticamente igual entre homens e mulheres. Nessa mesma edição, as atletas brasileiras tiveram o melhor desempenho em relação a todas as edições de que participaram.

> [...]
>
> Em Tóquio, elas ultrapassaram barreiras que pareciam intransponíveis. A baiana Ana Marcela Cunha se tornou a primeira nadadora do país a conquistar uma medalha de ouro, feito obtido após dramática disputa na maratona aquática. Na ginástica, a paulista Rebeca Andrade passou a ser a primeira brasileira a ganhar duas medalhas – ouro e prata – em uma mesma edição olímpica. Na vela, a fluminense Martine Grael e a paulista Kahena Kunze entraram no seletíssimo time de bicampeões olímpicos do país. Beatriz Ferreira, no boxe, Mayra Aguiar, no judô, Rayssa Leal, no *skate*, Luisa Stefani e Laura Pigossi, no tênis, também cravaram, com medalhas inéditas, seus nomes na história esportiva brasileira.

GIANNINI, Alessandro; SEGALLA, Amauri. A extraordinária participação feminina nos Jogos de Tóquio. *Placar*, [*s. l.*], 23 set. 2021. Disponível em: https://placar.abril.com.br/esporte/nos-resultados-e-causas-a-extraordinaria-participacao-feminina-em-toquio/. Acesso em: 5 maio 2022.

Entre as várias modalidades de esporte que compõem os Jogos Olímpicos, nem todas são praticadas da mesma maneira por homens e mulheres. Um exemplo ocorre na ginástica artística: a prova das barras assimétricas – duas barras paralelas posicionadas em diferentes alturas – faz parte apenas da competição feminina. Já a prova das barras paralelas – duas barras posicionadas paralelamente e na mesma altura – faz parte apenas da competição masculina.

Você já assistiu a alguma disputa nos Jogos Olímpicos? Se sim, de qual modalidade? Faça uma pesquisa para conhecer um pouco da história dos Jogos Olímpicos e as modalidades que participam desse evento, inclusive as praticadas exclusivamente por homens ou mulheres. Anote no caderno as informações encontradas para apresentá-las aos colegas. Respostas pessoais.

Proposta para o professor

Sugerimos a leitura do artigo a seguir:
GIGLIO, Sergio Settani *et al*. Desafios e percalços da inserção da mulher nos Jogos Olímpicos (1894-1965). *Recorde*: Revista de História do Esporte, v. 11, n. 1, 2018. Disponível em: https://revistas.ufrj.br/index.php/Recorde/article/view/17868/10860. Acesso em: 11 maio 2022.

Orientações didáticas

Abertura

Para ampliar o debate sobre a participação feminina nos esportes, comente com a turma que, em 2021, o Prêmio Brasil Olímpico teve uma novidade: pela primeira vez, o evento contou com uma premiação para atletas mulheres que são exemplo dentro e fora do esporte, tendo como vencedora Rayssa Leal. Pergunte aos estudantes se eles acreditam que prêmios como esse podem incentivar a participação de meninas nos esportes.

Peça à turma que se organize em grupos para a realização das atividades propostas. Amplie as discussões propondo que os estudantes pesquisem sobre o objetivo dos Jogos Olímpicos e o significado dos símbolos olímpicos. Podem pesquisar também os esportes que têm suas regras modificadas para homens e mulheres. Por exemplo, *beisebol* e *softbol* têm regras específicas e diferenças claras. Apenas homens praticam o primeiro, enquanto o segundo é um esporte exclusivamente feminino. A modalidade exclusivamente masculina é a luta greco-romana, e as modalidades praticadas somente por mulheres são: ginástica rítmica e nado sincronizado (ou natação artística). (Fontes dos dados: OLIMPÍADAS: conheça a história, os símbolos e a importância dos jogos. *Galileu*, [*s. l.*], 23 jul. 2021. Disponível em: https://revistagalileu.globo.com/Sociedade/Historia/noticia/2021/07/olimpiadas-conheca-historia-os-simbolos-e-importancia-dos-jogos.html. COSTA, Guilherme. Apesar do avanço, 8 modalidades terão mais homens que mulheres em Tóquio 2020. *GE*, [*s. l.*], 8 mar. 2018. Disponível em: https://ge.globo.com/blogs/brasil-em-toquio/noticia/apesar-do-avanco-oito-das-49-modalidades-terao-mais-homens-que-mulheres-em-toquio-2020.ghtml. Acessos em: 1 jun. 2022.)

Comente sobre as modalidades novas que são incluídas à critério da nação anfitriã dos jogos. Nos Jogos Olímpicos de Paris 2024, por exemplo, será incluído o *breaking*, o que dialoga com as culturas juvenis e visa atrair esse público para os jogos.

Orientações didáticas

O que é um ângulo?

Na BNCC

Este tópico mobiliza com maior ênfase a **CG02** e a **CEMAT02** ao exercitar a curiosidade intelectual, a investigação, a análise crítica, a criatividade e a produção de argumentos recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.

É importante apresentar de maneira contextualizada os conteúdos que abordam ângulos e ressaltar a importância do trabalho do professor na aprendizagem dos estudantes. São várias as experiências no cotidiano que envolvem o conceito de ângulo: por exemplo, quando viramos uma esquina, nos ponteiros de um relógio ou se verificamos a inclinação de um telhado. Nesse sentido, cabe ao professor considerar esse conhecimento, a experiência e a cultura dos estudantes, em que pesem as discussões e trocas de experiências em atividades entre pares. Apesar de sua aparente simplicidade, é um item com diversos significados, como giro, região, inclinação e orientação.

CAPÍTULO 8

Ângulo

O que é um ângulo?

A ideia de ângulo

Alguns objetos transmitem a ideia de ângulo. Analise a seguir exemplos em que é possível associar um objeto à ideia de um ângulo.

As imagens não estão representadas em proporção.

IB Photography/Shutterstock

Na abertura de uma tesoura.

Prostock-studio/Shutterstock

Nos pedaços de uma *pizza*.

Frame Art/Shutterstock

Nos cantos da moldura de um quadro.

Vamos recordar o conceito de ângulo em Geometria, que estudamos no 6º ano.

Analise a figura formada por duas semirretas: $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$.

O ponto O é origem da semirreta $\overrightarrow{OA}$ e também da semirreta $\overrightarrow{OB}$.

As semirretas $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$ formam um ângulo: o ângulo $A\hat{O}B$.

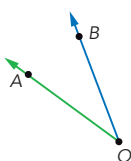
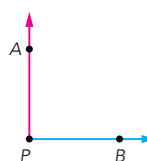
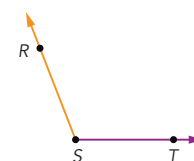
A união de duas semirretas de mesma origem é um **ângulo**.

Banco de imagens/Arquivo da editora

O ponto O é o **vértice** do ângulo $A\hat{O}B$.

As semirretas $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$ são os **lados** do ângulo $A\hat{O}B$.

$A\hat{O}B$ é uma maneira simbólica de representar o ângulo; é um nome para o ângulo. Outra maneira de representá-lo é $B\hat{O}A$.

Confira outros exemplos de ângulos e as representações simbólicas:

Ângulo: $A\hat{O}B$ ou $B\hat{O}A$
Vértice: O
Lados: $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$

Ângulo: $A\hat{P}B$ ou $B\hat{P}A$
Vértice: P
Lados: $\overrightarrow{PA}$ e $\overrightarrow{PB}$

Ângulo: $R\hat{S}T$ ou $T\hat{S}R$
Vértice: S
Lados: $\overrightarrow{SR}$ e $\overrightarrow{ST}$

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Proposta para o professor

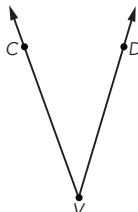
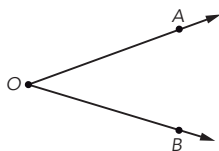
Relacionando o conteúdo com a história da Matemática, pode-se fazer uma breve descrição sobre um possível surgimento do conceito da divisão dos ângulos.

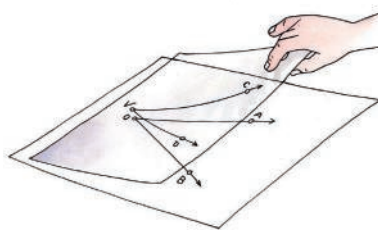
A divisão do círculo em 360 partes iguais é decorrente da crença dos babilônicos de que o Sol girava em torno da Terra, em órbita circular, realizando uma volta completa em 360 dias. Com isso, possuíam um calendário de 12 meses lunares, com 30 dias em cada mês. Assim, a cada dia, o Sol percorria um arco correspondente a $\frac{1}{360}$ da circunferência, determinando um ângulo central que se chama **grau**. Os ângulos menores do que um grau foram obtidos pela divisão por 60, dando origem ao sistema sexagesimal. Desse modo, utilizamos o minuto e o segundo para escrever essas medidas menores de que um grau.

Fontes dos dados: BOYER, Carl B. *História da Matemática*. São Paulo: Edgard Blücher, 1974. EVES, Howard. *Introdução à História da Matemática*. Campinas: Unicamp, 1997.

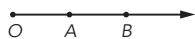
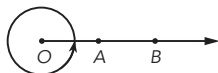
Ângulos congruentes

A única grandeza associada a um ângulo é a **abertura**. Nesta coleção, para simplificar a notação de medida, omitiremos a grandeza e usaremos as expressões "medir o ângulo" ou "medida do ângulo" em vez de "medir a abertura do ângulo" ou "medida de abertura do ângulo".

Dois ângulos são **congruentes** quando têm a mesma medida.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Os ângulos $A\hat{O}B$ e $C\hat{V}D$ são congruentes. Se copiarmos $C\hat{V}D$ em um papel vegetal ou transparente e, em seguida, deslocarmos o desenho fazendo V coincidir com O e $\overrightarrow{VC}$ coincidir com $\overrightarrow{OA}$, notaremos que $\overrightarrow{VD}$ também coincidirá com $\overrightarrow{OB}$.

Cecília Iwashita /Arquivo da editora

Medida de um ângulo

Caso duas semirretas de mesma origem, $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$, sejam coincidentes, obtemos 2 ângulos: o **ângulo nulo** e o **ângulo de uma volta**.

O ângulo $A\hat{O}B$ é nulo.

O ângulo $A\hat{O}B$ é de uma volta.

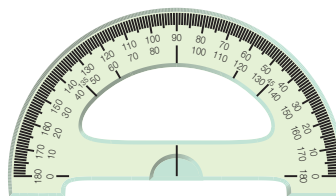
Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Para medir ângulos, usamos um instrumento chamado **transferidor**, que é dividido em graus. Nem sempre a medida de um ângulo é um número inteiro.

A unidade para medir ângulos é o grau (°).
1 grau é representado por **1°**.

O grau, assim como outras unidades de medida que já estudamos, também tem submúltiplos: o **minuto** (′) e o **segundo** (″).

1 grau é subdividido em 60 minutos (**1° = 60′**).
1 minuto é subdividido em 60 segundos (**1′ = 60″**).

As imagens não estão representadas em proporção.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Transferidor de 180°.

Orientações didáticas

Ângulos congruentes

Na BNCC

Este tópico mobiliza com maior ênfase a **CEMAT02** ao exercitar a investigação e a análise crítica do que são ângulos congruentes.

Nesse momento, verifique se os estudantes têm um conhecimento claro do que é um ângulo e do que são ângulos congruentes. O objetivo é refinar as ideias a respeito da congruência, apresentando-as em uma situação concreta.

Para isso, sugira aos estudantes que levem papel vegetal para a sala de aula e realizem o procedimento descrito no livro, em que eles copiarão o ângulo $A\hat{O}B$ e, em seguida, colocarão o papel vegetal com o ângulo copiado em cima do ângulo $C\hat{V}D$, posicionando o vértice O de modo a coincidir com o vértice V. Após a verificação da igualdade entre os ângulos, explique que ângulos congruentes são ângulos de mesma medida. Além disso, é interessante destacar que a expressão "ângulos iguais" seria usada se fosse o mesmo ângulo. Aqui, estamos trabalhando com ângulos diferentes, mas que têm a mesma medida. Desenhe na lousa algumas retas paralelas cortadas por uma reta transversal, com o intuito de ilustrar que, apesar de os ângulos terem a mesma medida, eles não são iguais. Assim, essa expressão fará mais sentido aos estudantes.

Medida de um ângulo

Na BNCC

Este tópico mobiliza com maior ênfase a **CG02** e a **CEMAT02** ao exercitar a curiosidade intelectual, a investigação, a análise crítica, a criatividade e a produção de argumentos recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.

Sugerimos que, nesse momento, os estudantes sejam incentivados a utilizar o transferidor como instrumento para verificação, validando, assim, a compreensão. Na introdução do uso do transferidor no ensino de Matemática para auxiliar em desenhos e medições de ângulos, é necessário conhecer o manuseio dele, tendo cuidado com o lado cujo ângulo se quer identificar, pois, como podemos observar, o transferidor é graduado nos dois sentidos.

Como os estudantes já estudaram o conceito de ângulo no 6º ano, esse momento tem por objetivo resgatar esse conhecimento e fixar a definição de ângulo, bem como semirretas, pontos e vértice do ângulo.

Explique que todo transferidor tem um centro, que devemos sobrepor ao vértice do ângulo e alinhar um dos lados do ângulo com a base do transferidor. A escala é graduada em graus, da esquerda para a direta e da direta para a esquerda, sendo preciso ter muita atenção ao analisar qual é a abertura angular e qual escala vamos utilizar para medi-la.

Comente que o ângulo nulo e o ângulo de uma volta têm a mesma configuração, o mesmo desenho, mas que um tem a medida de 0°, e o outro, de 360°.

Orientações didáticas

Adição de medidas dos ângulos

Na BNCC

Este tópico mobiliza com maior ênfase a **CG02**, a **CEMAT02**, a **CEMAT03** e a **CEMAT06** ao propor a associação entre medida de abertura angular e objetos do mundo físico e que os estudantes expressem suas respostas e sintetizem suas conclusões utilizando diferentes registros e linguagens.

Os estudantes deverão associar determinado horário, em hora e minuto, à medida do ângulo, em grau, minuto e segundo, formado pela menor abertura dos ponteiros do relógio e resolver a situação efetuando a operação de adição das medidas dos ângulos. O objetivo é fazer com que o estudante identifique e compreenda as relações dos diferentes ângulos que podem ser verificados nos relógios, demonstrando que a Matemática está presente no nosso cotidiano e é essencial ao desenvolvimento da humanidade.

Neste capítulo, também será abordado o conteúdo de classificação dos ângulos; porém, os estudantes já devem ter um conhecimento prévio a respeito do ângulo reto. Se achar conveniente, aproveite esse momento para relembrá-los de que um ângulo reto tem abertura correspondente a 90°, preparando-os para o conteúdo que será retomado em momento futuro.

Atividades

Na atividade **1**, os estudantes terão de identificar a medida de abertura dos ângulos formados entre cada ponteiro e a linha vertical que passa no centro da circunferência do relógio e fazer a operação de adição entre as medidas desses ângulos.

Na atividade **2**, o desenho de 3 semirretas tendo o mesmo ponto de origem representa 2 aberturas com as medidas de seus ângulos descritas e uma terceira abertura que resulta da soma entre as medidas dos ângulos dessas 2 aberturas. Os estudantes terão de realizar a adição dessas medidas de ângulos para encontrar o valor da medida do ângulo da terceira abertura.

Os estudantes já devem ter o conhecimento da adição com agrupamentos e os algoritmos dessa operação. Porém, cabe ressaltar que, em medidas de ângulo, o sistema de numeração é sexagesimal, portanto, o agrupamento se dará de 60 em 60, ou seja, 60 segundos são trocados por 1 minuto, e 60 minutos são trocados por 1 grau. Reforce com os estudantes sobre a importância de se preencher corretamente os números e suas ordens na utilização do algoritmo da adição, ou seja, graus abaixo de graus, minutos abaixo de minutos e segundos abaixo de segundos.

Adição de medidas dos ângulos

Ao meio-dia e 45 minutos

Exatamente ao meio-dia, os ponteiros de um relógio se sobrepõem, apontando para a marca 12 do mostrador. Quarenta e cinco minutos depois, faltando 15 minutos para as 13 horas, o ponteiro dos minutos aponta para a marca 9 e o ponteiro das horas aponta em uma direção entre as marcas 12 e 1.

Sabendo que o ponteiro das horas, a partir do meio-dia, fez um giro que corresponde a um ângulo que mede 22° 30', qual é a medida do menor ângulo formado pelos 2 ponteiros às 12 h 45 min?

Ao meio-dia.

Às 12 h 45 min.

Ilustrações: Alex Silva/Arquivo da editora

Conforme indicamos na imagem dos relógios, à direita, a medida do menor ângulo dos ponteiros dos minutos e das horas, às 12 h 45 min, é a soma da medida de um ângulo reto (90°) com 22° 30'. Portanto, essa medida é:

$$90° + 22° 30' = 90° + 22° + 30' = 112° + 30' = 112° 30'$$

Vamos verificar outro exemplo de como adicionar medidas de ângulos.

Exemplo

Vamos calcular 27° 90' 15" + 3° 22' 25".

	1 1		1
	2 7°	9 0'	1 5"
+	3°	2 2'	2 5"
	3 1°	1 2'	4 0"

Logo, 27° 90' 15" + 3° 22' 25" = 31° 12' 40".

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1. Calcule, no caderno, a medida do menor ângulo formado pelos ponteiros das horas e dos minutos de acordo com os dados de cada imagem.

a) Às 12 h 55 min: 57° 30'

b) Às 3 h 5 min: 62° 30'

Ilustrações: Alex Silva/Arquivo da editora

2. Na figura, $A\hat{O}B$ mede 32° 30' e $B\hat{O}C$ mede 77° 50'.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Quanto mede $A\hat{O}C$? 110° 20'

Subtração de medidas dos ângulos

Ao meio-dia e 15 minutos

Em 15 minutos, o ponteiro dos minutos de um relógio faz um giro que corresponde a um ângulo reto (mede 90°). Nesse mesmo tempo, o ponteiro das horas faz um movimento correspondente a um ângulo que mede 7° 30'. Qual é a medida do menor ângulo formado pelos ponteiros às 12 h 15 min?

Ao meio-dia.

Ao meio-dia e 15 min.

Ilustrações: Alex Silva/Arquivo da editora

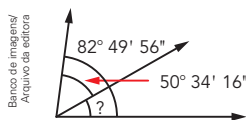
Conforme indicamos na imagem dos relógios, à direita, a medida do menor ângulo formado pelos ponteiros dos minutos e das horas, às 12 h 15 min, é a diferença entre a medida de um ângulo reto (90°) e 7° 30'. Portanto, essa medida é:

$$90° \rightarrow \begin{array}{r} 89° \; 60' \\ - \; 7° \; 30' \\ \hline 82° \; 30' \end{array}$$

$$90° - 7° 30' = 89° 60' - 7° 30' = 82° 30'$$

Agora, vamos analisar outro exemplo de subtração de medidas de ângulos.

Exemplo

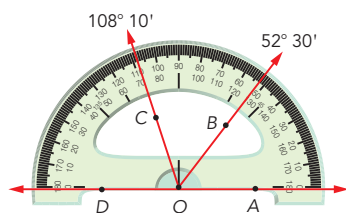
Vamos calcular 82° 49' 56" − 50° 34' 16".

Banco de imagens/Arquivo da editora

$$\begin{array}{r} 82° \; 49' \; 56'' \\ - \; 50° \; 34' \; 16'' \\ \hline 32° \; 15' \; 40'' \end{array}$$

Logo, 82° 49' 56" − 50° 34' 16" = 32° 15' 40".

Atividades

Faça as atividades no caderno.

3. Quanto mede:

As imagens não estão representadas em proporção.

Banco de imagens/Arquivo da editora

a) o ângulo $B\hat{O}C$? 55° 40'

b) o ângulo $C\hat{O}D$? 71° 50'

Orientações didáticas

Subtração de medidas dos ângulos

Na BNCC

Este tópico mobiliza com maior ênfase a **CG02**, a **CEMAT02**, a **CEMAT03** e a **CEMAT06** ao propor a associação entre medida de abertura angular e objetos do mundo físico e que os estudantes expressem suas respostas e sintetizem suas conclusões utilizando diferentes registros e linguagens.

Assim como na abordagem da operação da adição, o relógio será o objeto comum aos estudantes para associar determinado horário, em hora e minuto, à medida do ângulo, em grau, minuto e segundo, formado pela menor abertura dos ponteiros do relógio e resolver a situação efetuando a operação de subtração das medidas dos ângulos.

No primeiro exemplo proposto, há a necessidade de utilizar o recurso da subtração trocando 1 grau por 60 minutos. Se achar conveniente, relembre o procedimento de subtração por agrupamento, no sistema decimal.

Atividades

Na atividade **3**, os estudantes devem compreender as medidas de ângulo indicadas e efetuar a subtração para calcular as medidas de ângulo que não estão indicadas na imagem. Essa atividade tem por objetivo fazer com que o estudante desenvolva a percepção necessária para interpretar as informações e reconheça as operações que deverão ser realizadas.

Orientações didáticas

Atividades

A atividade **4** tem por objetivo resolver uma situação-problema que envolve a operação de subtração entre medidas de ângulo, possibilitando aos estudantes que desenvolvam a capacidade de abstrair o contexto, aprendendo relações e significados para aplicá-los em outros contextos.

Multiplicação de medidas dos ângulos por um número natural

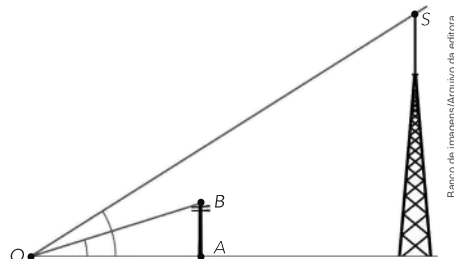
Na BNCC

Este tópico mobiliza com maior ênfase a **CG02**, a **CEMAT02** e a **CEMAT03** ao propor a associação entre medida de abertura angular e objetos do mundo físico e que os estudantes expressem suas respostas e sintetizem suas conclusões utilizando diferentes registros e linguagens.

A abordagem inicial deste tópico também parte do contexto do objeto comum dos estudantes, o relógio. A situação envolve a operação de multiplicação de medidas de ângulo por números naturais utilizando o algoritmo da multiplicação.

Apresente o algoritmo da multiplicação da medida de ângulo, enfatizando a organização na montagem dos cálculos para multiplicar segundos, minutos e graus dentro do sistema sexagesimal.

4. Um engenheiro (ponto *O*) vê a torre de uma antena de TV sob o ângulo $A\hat{O}S$. Analise a figura.

O teodolito é um instrumento óptico capaz de realizar medições de ângulos verticais e horizontais. No *site* https://www.monolitonimbus.com.br/teodolito-o-que-e-e-como-usar/ (acesso em: 5 maio 2022) encontramos mais informações sobre esse instrumento e um vídeo de como usá-lo.

Entre ele e a torre há um poste, visto pelo engenheiro por um ângulo $A\hat{O}B$, que mede 17° 35'.
Se $A\hat{O}S$ mede 32° 20', quanto mede o ângulo $B\hat{O}S$? 14° 45'

Multiplicação de medidas dos ângulos por um número natural

As imagens não estão representadas em proporção.

O movimento dos ponteiros

O ponteiro dos minutos de um relógio faz um giro que corresponde a um ângulo reto em 15 minutos. Em 1 minuto, ele percorre um ângulo de quantos graus? E em 8 minutos?

ponteiro dos minutos após 1 min
ponteiro dos minutos após 8 min
ponteiro dos minutos após 15 min
Alex Silva/Arquivo da editora

O ponteiro dos minutos percorre um ângulo que mede 90° em 15 minutos. Então, em 1 minuto, percorre um ângulo que mede:

$$90° : 15 = 6° \; (A\hat{O}C \text{ mede } 6°)$$

Em 8 minutos, percorre um ângulo que mede:

$$8 \cdot 6° = 48° \; (A\hat{O}D \text{ mede } 48°)$$

Em 1 minuto, percorre um ângulo que mede 6° e, em 8 minutos, um ângulo que mede 48°.

O ponteiro das horas desse mesmo relógio leva 3 horas, ou seja, 180 minutos, para percorrer um ângulo reto. Em 1 minuto, ele percorre um ângulo de quantos graus? E em 15 minutos?

O ponteiro das horas percorre um ângulo que mede 90° em 180 minutos. Então, em 1 minuto, percorre um ângulo que mede:

$$90° : 180 = 0{,}5°$$

Se 1° equivale a 60', temos que:

$$90° : 180 = (90 \cdot 60') : 180 = 30'$$

Logo, 0,5° equivale a 30'.

Em 15 minutos:

$$15 \cdot 0{,}5° = 7{,}5° = 7°\,30'$$
$$(A\hat{O}C \text{ mede } 7{,}5° \text{ ou } 7°\,30')$$

Em 1 minuto, ele percorre um ângulo que mede 0,5° (ou 30'); em 15 minutos, um ângulo que mede 7,5° (ou 7° 30').

A seguir, confira como podemos multiplicar a medida de um ângulo por um número natural.

Exemplo

Vamos calcular 5 · 25° 32' 52"

	2		1		1	
	2	5°	3	2'	5	2"
×						5
1	2	5°	1 6	0'	2 6	0"

Substituindo 260" por 4' 20", temos:

125° 160' 260" = 125° 160' + 4' 20" = 125° 164' 20"

Substituindo 164' por 2° 44', temos:

125° 164' 20" = 125° + 2° 44' + 20" = 127° 44' 20"

Logo, 25° 32' 52" · 5 = 127° 44' 20".

Divisão de medidas dos ângulos por um número natural

Vamos calcular (40° 26' 58") : 2.

- 1º passo

  Dividimos os graus.

4 0°	2 6'	5 8"	2
0 0°			20°

- 2º passo

  Dividimos os minutos.

4 0°	2 6'	5 8"	2	
0 0°	0 0'		20°	13'

- 3º passo

  Dividimos os segundos.

4 0°	2 6'	5 8"	2		
0 0°	0 0'	0 0"	20°	13'	29"

Logo, (40° 26' 58") : 2 = 20° 13' 29".

Faça as atividades no caderno.

5. Em relação ao relógio a seguir, responda às perguntas no caderno.

Alex Silva/Arquivo da editora

a) Das 12 h às 12 h 25 min, o ponteiro dos minutos percorre o ângulo $A\hat{O}B$. Se em 1 min, ele percorre um ângulo que mede 6°, quanto mede $A\hat{O}B$? 150°

b) Das 12 h às 12 h 25 min, o ponteiro das horas percorre o ângulo $A\hat{O}C$. Se em 1 min, ele percorre um ângulo que mede 0,5°, quanto mede $A\hat{O}C$? 12,5° (ou 12° 30')

c) O menor ângulo entre os ponteiros às 12 h 25 min é o ângulo $C\hat{O}B$. Quanto mede esse ângulo? 137,5° (ou 137° 30')

Orientações didáticas

Divisão de medidas dos ângulos por um número natural

Na BNCC

Este tópico mobiliza com maior ênfase a **CG02**, a **CEMAT02** e a **CEMAT03** ao propor que os estudantes expressem suas respostas e sintetizem suas conclusões utilizando diferentes registros e linguagens.

Este tópico aborda a operação de divisão de medidas de ângulo por números naturais, utilizando o algoritmo da divisão, que será útil na resolução de problemas.

Se achar pertinente, retome com os estudantes esse procedimento nos cálculos com o sistema de numeração decimal, ratificando o conhecimento do algoritmo da divisão.

Atividades

As atividades desta seção têm por objetivo fixar o conteúdo abordado, utilizando o momento para que os estudantes realizem, de forma autônoma, os cálculos necessários para obter os resultados.

Orientações didáticas

Atividades

A atividade **6** tem por objetivo reconhecer qual operação deverá ser realizada para descobrir o ângulo pedido em cada item. No item **a**, espera-se que os estudantes percebam que o ângulo de 90° está divido em 4 partes iguais. No item **b**, há alguns modos de se chegar ao resultado esperado – a adição de parcelas iguais, a multiplicação da medida de um dos 4 ângulos por 3 ou, até mesmo, a subtração entre o ângulo $A\hat{O}B$ e $A\hat{B}E$. Explore todas as opções possíveis com os estudantes.

A atividade **8** é um momento oportuno para relembrar as ordens de uma expressão numérica, pois a subtração dentro dos parênteses é realizada antes da divisão por 4.

Ângulos adjacentes

A presente abordagem tem a finalidade de demonstrar aos estudantes o que são ângulos adjacentes. Explore o significado da palavra "adjacente". Pode-se enfatizar que é um adjetivo que qualifica algo que está ao lado de, ou seja, junto ou próximo de determinada coisa.

Bissetriz de um ângulo

Na BNCC

Este tópico mobiliza com maior ênfase a **CG02** e a **CEMAT02** ao propor a reflexão, a investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes.

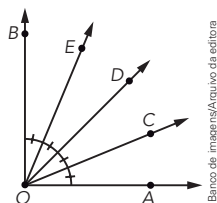
Semirreta interna a um ângulo

A presente abordagem tem por finalidade explorar o conceito de semirreta, garantindo a compreensão dos estudantes a fim de prepará-los para o entendimento do conceito de bissetriz, que será estudado nesta Unidade.

Bissetriz

Esse momento visa a compreensão dos estudantes acerca do conceito de bissetriz. Aproveite para relembrar o conceito de ângulos congruentes.

6. Na figura a seguir, a abertura do ângulo $A\hat{O}B$ está dividida em 4 partes iguais pelas semirretas $\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{OD}$ e $\overrightarrow{OE}$. Além disso, $A\hat{O}B$ mede 90°.

Banco de imagens/Arquivo da editora

a) Quanto mede $A\hat{O}C$? 22° 30'

b) Quanto mede $A\hat{O}E$? 67° 30'

c) Dividindo a abertura de $A\hat{O}C$ em 4 partes iguais, quanto mede cada parte? 5° 37' 30"

7. Em 1 h, o ponteiro das horas percorre um ângulo que mede 30°. Quanto mede o ângulo que ele percorre em:

a) 35 min? 17° 30'

b) 2 h 5 min? 62° 30'

8. Calcule:

(27° 53' 11" − 2° 45' 31") : 4 6° 16' 55"

Ângulos adjacentes

Banco de imagens/Arquivo da editora

Analise a figura formada pelos ângulos $A\hat{O}B$ e $B\hat{O}C$.

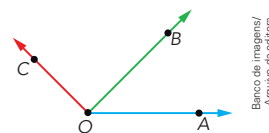
$\overrightarrow{OB}$ é lado comum aos ângulos $A\hat{O}B$ e $B\hat{O}C$.

Os pontos da semirreta $\overrightarrow{OB}$ estão no ângulo $A\hat{O}B$ e no ângulo $B\hat{O}C$.

O ponto *P* pertence à região delimitada pelo ângulo $A\hat{O}B$, mas não pertence à região delimitada pelo ângulo $B\hat{O}C$.

O ponto *Q* pertence à região delimitada pelo ângulo $B\hat{O}C$, mas não pertence à região delimitada pelo ângulo $A\hat{O}B$.

Não há pontos em comum pertencentes às regiões delimitadas pelos ângulos $A\hat{O}B$ e $B\hat{O}C$.

Dizemos que os ângulos $B\hat{O}C$ e $A\hat{O}B$ são **ângulos adjacentes**.

Dois **ângulos são adjacentes** quando têm em comum o vértice e um dos lados e não há pontos em comum pertencentes às regiões delimitadas por eles.

Bissetriz de um ângulo

Semirreta interna a um ângulo

Banco de imagens/Arquivo da editora

Considere a figura.

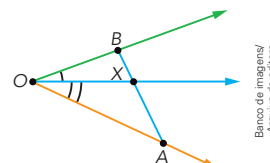
As semirretas $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ e $\overrightarrow{OX}$ têm a mesma origem.

Tomando um ponto *A* em $\overrightarrow{OA}$ e um ponto *B* em $\overrightarrow{OB}$, o segmento de reta $\overline{AB}$ encontra a semirreta $\overrightarrow{OX}$ em um ponto *X*, que é um ponto interno ao ângulo $A\hat{O}B$.

Dizemos que a semirreta $\overrightarrow{OX}$ é **interna** ao ângulo $A\hat{O}B$.

Bissetriz

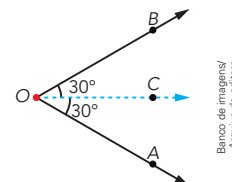
B, C, A, O, 30°, 30°

Banco de imagens/Arquivo da editora

Verifique a figura.

A semirreta $\overrightarrow{OC}$ é interna ao ângulo $A\hat{O}B$.

O ângulo $A\hat{O}C$ mede 30°, e o ângulo $B\hat{O}C$ também mede 30°.

Os ângulos $A\hat{O}C$ e $B\hat{O}C$ são congruentes.

Dizemos que $\overrightarrow{OC}$ é **bissetriz** do ângulo $A\hat{O}B$ ou que $\overrightarrow{OC}$ divide o ângulo $A\hat{O}B$ ao meio.

Bissetriz de um ângulo é uma semirreta interna ao ângulo, com origem em seu vértice e que determina, com seus lados, 2 ângulos congruentes.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

9. Analise a figura.

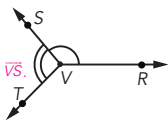
Os ângulos $R\hat{V}S$ e $S\hat{V}T$:

a) têm algum lado em comum? Se sim, qual? Sim; $\overrightarrow{VS}$.

b) têm pontos internos em comum? Se sim, quais? Não.

c) são adjacentes? Sim.

11. a) A, B, C, O — $A\hat{O}B$ e $B\hat{O}C$ são adjacentes.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

10. Confira os ângulos $R\hat{O}S$, $S\hat{O}T$ (adjacentes) e o ângulo $R\hat{O}T$ da figura.

Se $R\hat{O}T$ mede 134° 51' e $R\hat{O}S$ mede 40° 30', qual é a medida de $S\hat{O}T$? 94° 21'

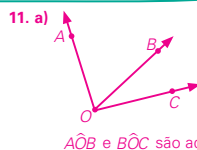
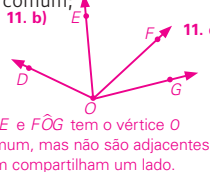
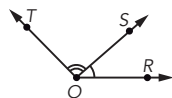
T, S, R, O

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

11. No caderno, represente e dê nomes a: Exemplos de respostas:

a) dois ângulos adjacentes;

b) dois ângulos de mesmo vértice, não adjacentes e sem lado comum;

c) dois ângulos não adjacentes que tenham um lado comum.

$D\hat{O}E$ e $F\hat{O}G$ têm o vértice O comum, mas não são adjacentes nem compartilham um lado.

$H\hat{O}I$ e $H\hat{O}J$ têm o lado $\overrightarrow{OH}$ comum, mas não são adjacentes.

Classificação de ângulos

Ladrilhos e ângulos

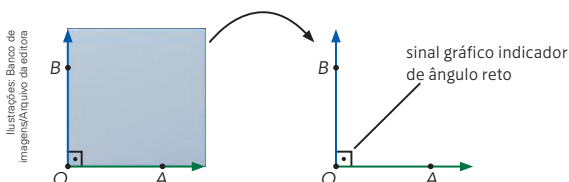
Na foto a seguir, os azulejos da parede se encaixam perfeitamente. O encaixe perfeito dos azulejos ocorre por causa dos ângulos desses objetos.

Mathier/iStock

Os azulejos da foto se encaixam perfeitamente.

Ângulo reto

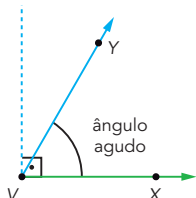
Ao representarmos um ângulo sobre 2 lados consecutivos de um desses azulejos, temos um **ângulo reto**. O ângulo reto mede 90°.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Se $A\hat{O}B$ é um ângulo reto, indicamos $med(A\hat{O}B) = 90°$.

A notação "med($A\hat{O}B$)" equivale à expressão "a medida do ângulo $A\hat{O}B$".

Ângulo agudo

Denominamos **ângulo agudo** todo ângulo não nulo e menor do que o ângulo reto. A medida de um ângulo agudo, portanto, está entre 0° e 90°.

Se $X\hat{V}Y$ é um ângulo agudo, $0° < med(X\hat{V}Y) < 90°$.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Orientações didáticas

Atividades

A atividade **9** aborda o conteúdo de ângulo adjacente de modo construtivo, ou seja, os itens dela vão construindo a definição dos ângulos adjacentes representados na figura.

Na atividade **10**, os estudantes deverão utilizar o conteúdo sobre subtração de medidas de ângulo, abordado no capítulo, para calcular um dos ângulos adjacentes.

Na atividade **11**, os estudantes farão a construção de ângulos, podendo adotar instrumentos de desenho como maneira de aplicar a compreensão acerca de ângulos adjacentes.

Classificação de ângulos

Na BNCC

Este tópico mobiliza com maior ênfase a **CG02** e a **CEMAT02** ao propor a reflexão, a investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes.

Este tópico requer reconhecer a abertura dos ângulos e, com relação às suas medidas, classificá-los em reto, agudo ou obtuso.

Ângulo reto

Os ladrilhos, com formato quadrado, representados pelos azulejos em uma parede, são utilizados para facilitar a visualização da medida de abertura do ângulo reto, que mede exatamente 90°.

Ângulo agudo

Tendo como referência o ângulo reto, a definição de ângulo agudo é apresentada como aquele que tem medida de abertura maior do que 0° e menor do que 90°. Se achar conveniente, apresente imagens ou alguns objetos que tenham abertura nessa faixa.

Orientações didáticas

Ângulo obtuso

Tendo como referência o ângulo reto, a definição de ângulo obtuso é apresentada como aquele que tem medida de abertura maior do que 90° e menor do que 180°. Se achar conveniente, apresente imagens ou alguns objetos que tenham abertura nessa faixa. É importante ressaltar que o ângulo cuja abertura mede exatamente 180° é denominado **ângulo raso**.

Atividades

A atividade **12** requer reconhecer a medida de abertura dos ângulos e, com relação às suas medidas, classificá-los em agudo ou obtuso.

A atividade **13** visa à fixação e ao aprimoramento do conteúdo de classificação de ângulos, avaliando se os estudantes já têm o conhecimento conceitual, pois, sem o uso de imagem, eles deverão fazer uma comparação entre as nomenclaturas estudadas até aqui.

Ângulos complementares

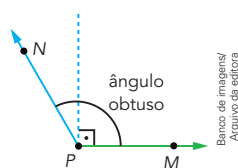
Na BNCC

Este tópico mobiliza com maior ênfase a **CG02** e a **CEMAT02** ao propor a reflexão, a investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes.

A análise das figuras ilustradas com as indicações dos ângulos propõe introduzir o conceito de ângulos complementares. Por meio delas, os estudantes deverão visualizar que os ângulos se complementam para formar um ângulo reto.

Ângulo obtuso

Denominamos **ângulo obtuso** todo ângulo maior do que o ângulo reto e não raso. A medida de um ângulo obtuso, portanto, está entre 90° e 180°.

Banco de imagens/ Arquivo da editora

Ângulo raso é o ângulo que mede 180°.

Se $M\hat{P}N$ é um ângulo obtuso, $90° < med(M\hat{P}N) < 180°$.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

12. Em cada caso, $A\hat{O}B$ é um ângulo agudo ou obtuso? Use o transferidor, se necessário.

a)

Obtuso.

b)

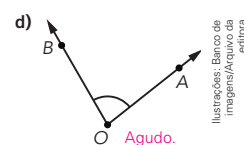
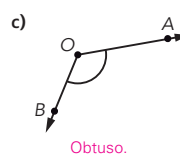
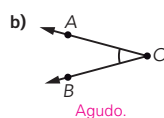
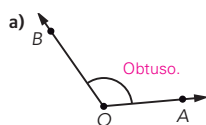
Agudo.

c)

Obtuso.

d)

Agudo.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

13. Qual tem medida maior:

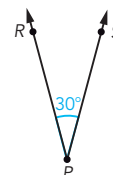
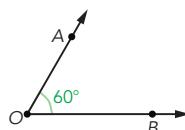
a) um ângulo reto ou um ângulo obtuso? Obtuso.

b) um ângulo reto ou um ângulo agudo? Reto.

c) um ângulo obtuso ou um ângulo agudo? Obtuso.

Ângulos complementares

Analise as figuras a seguir. Quanto é a soma das medidas dos ângulos $A\hat{O}B$ e $R\hat{P}S$?

Ilustrações: Banco de imagens/ Arquivo da editora

Temos: $60° + 30° = 90°$. Portanto, a soma das medidas desses ângulos é 90°.

Dizemos, por isso, que os ângulos $A\hat{O}B$ e $R\hat{P}S$ são **complementares**.

Na linguagem da Geometria, também se diz:

- $A\hat{O}B$ é complementar de $R\hat{P}S$;
- 60° é **complemento** de 30°;
- $R\hat{P}S$ é complementar de $A\hat{O}B$;
- 30° é **complemento** de 60°.

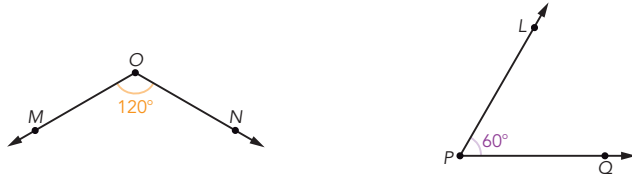
Dois ângulos são **complementares** quando a soma de suas medidas é 90°.

Proposta para o estudante

Confira um jogo de classificação de ângulos ao visitar o *site* a seguir. O conteúdo trabalhado interativamente é o mesmo que foi abordado neste capítulo. Como não há necessidade de baixar nenhum conteúdo, basta apenas acessar o *link*, escolher a modalidade e jogar.

WORDWALL. *Questionário*: Classificação dos ângulos. Disponível em: https://wordwall.net/pt/resource/20794422/classifica%C3%A7%C3%A3o-dos-%C3%A2ngulos. Acesso em: 10 maio 2022.

Ângulos suplementares

Quanto é a soma das medidas dos ângulos $M\hat{O}N$ e $L\hat{P}Q$ a seguir?

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Temos: 120° + 60° = 180°. Portanto, a soma das medidas desses ângulos é 180°.

Dizemos, por isso, que os ângulos $M\hat{O}N$ e $L\hat{P}Q$ são **suplementares**.

Também se diz:

- $M\hat{O}N$ é suplementar de $L\hat{P}Q$;
- 120° é **suplemento** de 60°;
- $L\hat{P}Q$ é suplementar de $M\hat{O}N$;
- 60° é **suplemento** de 120°.

Dois ângulos são **suplementares** quando a soma de suas medidas é 180°.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

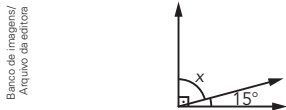
14. Responda no caderno às perguntas sobre os ângulos $X\hat{V}Y$ e $R\hat{P}S$.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

a) Esses ângulos são adjacentes? Justifique. Não, pois não tem vértice e nem lado em comum.

b) Esses ângulos são complementares? Justifique. Sim, pois a soma das medidas dos ângulos é 90°.

15. Os ângulos representados a seguir são adjacentes e complementares. Qual é o valor, em graus, de x? $x = 75°$

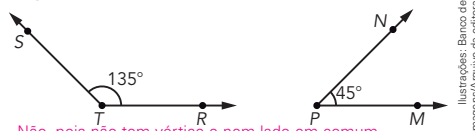
Banco de imagens/Arquivo da editora

16. Qual é o complemento de:

a) 20°? 70°

b) 70°? 20°

c) 50°? 40°

17. A metade do complemento da medida de um ângulo $A\hat{O}B$ é 26° 2' 30". Quanto mede $A\hat{O}B$? 37° 55'

18. Responda, no caderno, às perguntas sobre os ângulos $R\hat{T}S$ e $M\hat{P}N$.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

a) Esses ângulos são adjacentes? Justifique. Não, pois não tem vértice e nem lado em comum.

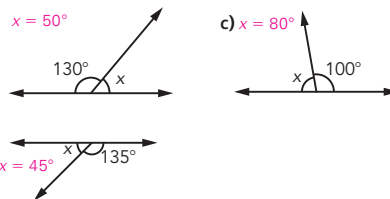
b) Esses ângulos são suplementares? Justifique. Sim, pois a soma das medidas dos ângulos é 180°.

19. Em cada item a seguir, os ângulos são adjacentes e suplementares. Qual é o valor de x, em graus, em cada caso?

a) $x = 50°$

c) $x = 80°$

b) $x = 45°$

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

20. O dobro do suplemento da medida de um ângulo $A\hat{O}B$ é 163° 11' 52". Quanto mede $A\hat{O}B$? 98° 24' 4"

21. O dobro do complemento de um ângulo é 150°. Quanto mede esse ângulo? 15°

Orientações didáticas

Ângulos suplementares

Na BNCC

Este tópico mobiliza com maior ênfase a **CG02** e a **CEMAT02** ao propor a reflexão, a investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes.

De modo análogo ao tópico anterior, as figuras ilustradas com as indicações dos ângulos têm a finalidade de representar a soma das medidas dos ângulos que resulta em 180°, explorando, assim, o conceito de ângulo suplementar.

Atividades

Nas atividades **14** e **18**, por meio das figuras apresentadas, os estudantes devem produzir argumentos matemáticos convincentes para justificar se os ângulos são adjacentes, complementares ou suplementares.

Aproveite o momento para avaliar a compreensão dos estudantes acerca dos conteúdos abordados ao longo do capítulo, sanando as dificuldades.

Orientações didáticas

Posições relativas de duas retas

Na BNCC

Este capítulo favorece o desenvolvimento da habilidade **EF07MA23** ao propor a verificação das relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal. Além disso, mobiliza com maior ênfase a **CG03** ao explorar a posição das retas nos quadros do pintor Wassily Kandinsky, contribuindo para o exercício da curiosidade intelectual e a valorização das manifestações artísticas e culturais.

A articulação entre Geometria e Artes Visuais é um excelente contexto para incentivar criatividade e a percepção visual dos estudantes. Se achar conveniente, proponha, em parceria com o professor de **Arte**, a releitura da tela ou a produção de outra inspirada no abstracionismo.

Por meio da exposição e apreciação da arte de um dos maiores artistas do século XX, o conceito de posições de retas é explorado no início do capítulo. O contexto utilizado é ideal, pois, além de apresentar de maneira prática o conteúdo, enriquece o conhecimento cultural e histórico dos estudantes, dado que a arte expressa sentimentos, técnicas e habilidades, além de ser uma importante manifestação humana de comunicação. Um dos objetivos também é apontar a Geometria como ferramenta importante para representar e descrever o mundo que nos rodeia. Dessa maneira, ela fica sendo um campo fértil para se lidar com situações-problema, em que o trabalho pode ser realizado a partir da exploração dos objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato. A Geometria permite aos estudantes estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento.

Retas coplanares

Neste tópico, é desenvolvido o conteúdo de retas coplanares com o objetivo de explorar a definição e ampliar o conhecimento dos estudantes na construção de várias retas em um mesmo plano.

Participe

Neste boxe, o objetivo é fazer com que os estudantes realizem de maneira autônoma cada uma das atividades descritas nos itens e visualizem o conceito de retas coplanares.

CAPÍTULO 9

Retas e ângulos

NA BNCC
EF07MA23

Posições relativas de duas retas

As retas e a arte

O conhecimento das posições relativas de retas pode ser utilizado, por exemplo, na pintura, para criar efeitos especiais. O quadro a seguir é do pintor russo Wassily Kandinsky (1866-1944) e representa o emprego de elementos geométricos na pintura.

Reprodução/Museu Solomon R. Guggenheim, Nova York, EUA.

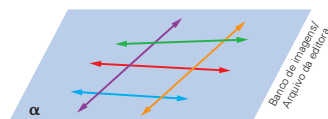
Composição VIII, de Wassily Kandinsky, 1923 (óleo sobre tela de 140 cm × 201 cm).

Pioneiro do abstracionismo nas artes visuais, o pintor russo Wassily Kandinsky foi um dos maiores artistas do século XX. Kandinsky, Piet Mondrian (1872--1944) e Kazimir Malevich (1879-1935) também se destacam nas obras com abstração.

No vídeo disponível em https://www.youtube.com/watch?v=F5_f-fpID8I (acesso em: 5 maio 2022), é apresentada a exposição *Kandinsky: Tudo começa num ponto*, que esteve em cartaz em São Paulo (SP), em 2015. A exposição apresentou obras de Kandinsky, de contemporâneos dele e de artistas que o influenciaram.

Retas coplanares

Na figura a seguir, representamos algumas retas em um plano α.

Banco de imagens/Arquivo da editora

O símbolo α é uma letra grega, lida como **"alfa"**.

As retas estão contidas no plano α. Dizemos, por isso, que são **retas coplanares**.

Duas ou mais retas contidas em um mesmo plano são **retas coplanares**.

Acesse a plataforma Museusbr (disponível em: https://renim.museus.gov.br/; acesso em: 16 abr. 2022) e pesquise por algum museu em seu município. Outra possibilidade, é entrar em contato com a Secretaria de Cultura da prefeitura ou estado em que você reside e verificar quais são as exposições em cartaz próximas da escola. Nessas mostras, tente identificar características similares às obras de Kandinsky.

Participe

Dado um ponto P em um plano, responda no caderno.

a) Nesse plano, é possível traçar uma reta por esse ponto? Sim.

b) Nesse plano, é possível traçar outra reta distinta da primeira por esse ponto? Sim.

c) Nesse plano, podemos traçar quantas retas passando por esse ponto? Infinitas.

d) O que essas retas têm em comum? Passam pelo ponto P e estão contidas no mesmo plano (são coplanares).

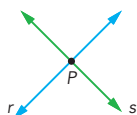
Proposta para o estudante

Ao falar sobre Kandinsky, pode ser incentivado um trabalho de pesquisa e análise das obras dele e confecção de pinturas (física ou digitalmente) que apresentem características identificadas pela turma nas obras do pintor. Acesse o *site* a seguir para localizar um museu mais próximo para apreciar as mostras de arte em seu município/região.

MUSEUSBR. *Rede nacional de identificação de museus*. Disponível em: https://renim.museus.gov.br/. Acesso em: 11 maio 2022.

Retas concorrentes

Na figura, as retas coplanares *r* e *s* cruzam-se no ponto *P*.

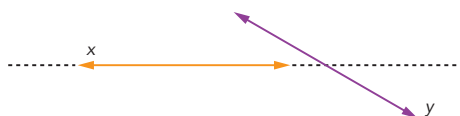
Banco de imagens/ Arquivo da editora

As retas *r* e *s* só têm um ponto em comum, o ponto *P*. Por isso, são chamadas **retas concorrentes**.

Duas retas coplanares que têm um único ponto em comum são **retas concorrentes.**

O ponto *P* é o ponto de interseção das retas *r* e *s*. Por isso, também dizemos que *r* e *s* se intersectam em *P*. Quando duas retas *r* e *s* são concorrentes, indicamos: $r \times s$.

Confira mais um exemplo.

As retas coplanares *x* e *y* são retas concorrentes: $x \times y$.

Banco de imagens/ Arquivo da editora

Retas perpendiculares

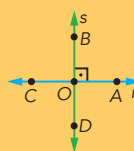
Participe — Faça as atividades no caderno.

Na figura, as retas concorrentes *r* e *s* determinam 4 ângulos: $A\hat{O}B$, $B\hat{O}C$, $C\hat{O}D$ e $D\hat{O}A$.

a) Entre esses ângulos, indique os pares que são ângulos adjacentes.

b) Os ângulos $A\hat{O}B$, $B\hat{O}C$, $C\hat{O}D$ e $D\hat{O}A$ têm medidas iguais. Quanto mede cada um? 90°

a) $A\hat{O}B$ e $B\hat{O}C$, $B\hat{O}C$ e $C\hat{O}D$, $C\hat{O}D$ e $D\hat{O}A$, $D\hat{O}A$ e $A\hat{O}B$.

Banco de imagens/ Arquivo da editora

Dizemos que *r* e *s* são **retas perpendiculares** e indicamos: $r \perp s$.

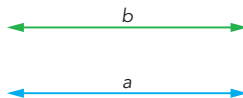
Na figura do *Participe*, o sinal ⊾ indica que *r* e *s* são retas perpendiculares. Esse sinal também é usado para indicar ângulos retos.

Duas retas que determinam ângulos adjacentes de medidas iguais são **retas perpendiculares.**

Retas paralelas

A figura a seguir indica duas retas coplanares *a* e *b* que, mesmo prolongadas para um lado ou para o outro, nunca se intersectarão.

Banco de imagens/ Arquivo da editora

As retas *a* e *b* não têm ponto em comum. Por isso, dizemos que são **retas paralelas** e indicamos: $a \mathbin{/\!/} b$.

Duas retas em um mesmo plano e sem um ponto em comum são **retas paralelas.**

Orientações didáticas

Retas concorrentes

No conceito de retas concorrentes, é explorada a definição de retas coplanares que têm um único ponto em comum entre elas. Reforce com os estudantes a simbologia utilizada para representar quando 2 retas são concorrentes.

Retas perpendiculares

Além de abordar a definição de retas perpendiculares e de apresentar a simbologia utilizada para a representação, faça a relação entre retas perpendiculares e retas concorrentes, visto que as retas perpendiculares têm um único ponto em comum.

Participe

Neste boxe, os estudantes são conduzidos a encontrar a definição de retas perpendiculares por meio de questões acerca da representação geométrica. É imprescindível que eles tenham clareza quanto aos conceitos de ângulo reto e de ângulos adjacentes, estudados anteriormente.

Retas paralelas

Sobre o conteúdo de retas paralelas, comente com os estudantes que, verificando o conceito de paralelismo, as retas mantêm sempre a medida de distância entre si. Se achar necessário, reproduza na lousa alguns exemplos de retas que não têm nenhum ponto em comum, mas cuja medida de distância entre si não se mantém, e, por isso, prolongando-as, em algum ponto elas irão se intersectar.

Orientações didáticas

Retas coincidentes

Ressalte que retas coincidentes obrigatoriamente estão no mesmo plano. Sendo assim, por definição, elas também são retas coplanares.

Comente com os estudantes que a reta que passa pelos pontos colineares *A*, *B*, *C* e *D*, além de ser nomeada como reta $\overleftrightarrow{AB}$ ou reta $\overleftrightarrow{CD}$, também pode ser nomeada como reta $\overleftrightarrow{AC}$, $\overleftrightarrow{AD}$, $\overleftrightarrow{BC}$ ou $\overleftrightarrow{BD}$, pois todas essas nomenclaturas definem a mesma reta.

Atividades

As atividades têm como objetivo reforçar os conceitos de retas coplanares, concorrentes, perpendiculares, paralelas e coincidentes a partir da observação de figuras geométricas, além de oportunizar situações para que se utilizem nomenclaturas corretas.

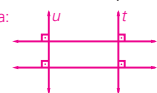
Caso os estudantes apresentem dúvidas durante a resolução das atividades, retome os conceitos estudados nesta Unidade.

Retas coincidentes

Na figura a seguir, os pontos *A*, *B*, *C* e *D* são colineares. A reta que passa por eles pode ser nomeada, por exemplo, reta $\overleftrightarrow{AB}$ ou reta $\overleftrightarrow{CD}$. Assim, podemos afirmar que $\overleftrightarrow{AB}$ e $\overleftrightarrow{CD}$ são retas que têm todos os pontos em comum. Por isso, são chamadas **retas coincidentes**.

A B C D

Banco de imagens/Arquivo da editora

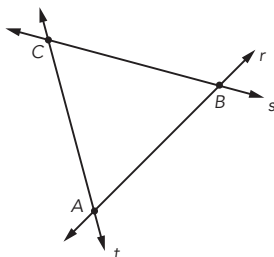
3. Exemplo de resposta:

Banco de imagens/Arquivo da editora

Duas retas que têm todos os pontos em comum são **retas coincidentes**.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

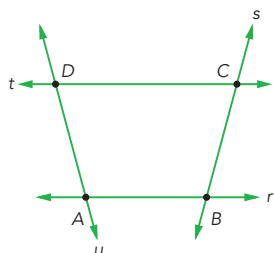
1. Na figura a seguir, indicamos como *r*, *s* e *t* as retas que contêm os lados de um triângulo *ABC*.

Banco de imagens/Arquivo da editora

a) Qual é a interseção das retas *r* e *s*? O ponto *B*.

b) Qual é a posição relativa das retas *r* e *t*? Concorrentes.

c) Qual é a posição relativa das retas *s* e *t*? Concorrentes.

2. As retas *r*, *s*, *t* e *u* contêm os lados do trapézio *ABCD*, conforme indica esta figura.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Qual é a posição relativa das retas:

a) *r* e *s*? Concorrentes.

b) *s* e *t*? Concorrentes.

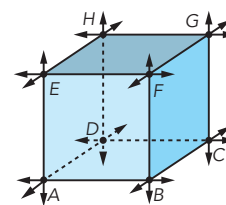
c) *r* e *t*? Paralelas.

d) *s* e *u*? Concorrentes.

3. No caderno, represente 4 retas que contenham os lados de um retângulo. Dê nomes às retas e responda: Exemplos de respostas:

a) Quais são os pares de retas perpendiculares? *r* e *t*; *r* e *u*; *s* e *t*; *s* e *u*.

b) Quais são os pares de retas paralelas? *r* e *s*; *t* e *u*.

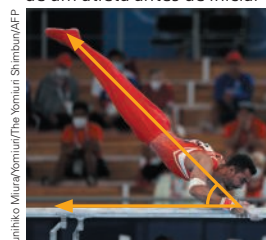
4. Considerando as retas que contêm as arestas do cubo *ABCDEFGH*, indique: Exemplos de resposta:

Banco de imagens/Arquivo da editora

a) três pares de retas concorrentes; $\overleftrightarrow{EA}$ e $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{FG}$ e $\overleftrightarrow{CG}$, $\overleftrightarrow{DC}$ e $\overleftrightarrow{HD}$.

b) três pares de retas paralelas. $\overleftrightarrow{EF}$ e $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{EH}$ e $\overleftrightarrow{FG}$, $\overleftrightarrow{HD}$ e $\overleftrightarrow{GC}$.

5. Em uma competição de ginástica artística, durante a apresentação de um atleta nas barras paralelas, é possível identificar diversos ângulos formados pelas barras e pelo tronco do atleta.

Confira a imagem a seguir, que apresenta a posição de um atleta antes de iniciar um movimento.

Kunihiko Miura/Yomiuri/The Yomiuri Shimbun/AFP

Ginasta masculino na competição de barras paralelas. Foto de 2021.

Considerando que, nessa posição, a medida do menor ângulo formado entre as barras e o tronco do atleta é 56°, responda:

a) Qual é a medida do ângulo suplementar ao menor ângulo formado pelas barras e pelo tronco do atleta? 124°

b) Qual é a medida do menor ângulo que falta para que o tronco do atleta fique em uma posição perpendicular às barras? 34°

Proposta para o estudante

A apresentação dos *slides* a seguir mostra o passo a passo da construção de retas paralelas e perpendiculares com régua e esquadro.

OLIVEIRA, Arminda. *Como traçar retas?* [*s. l.*: *s. n.*], 2012. Disponível em: https://pt.slideshare.net/ArmindaOliveira/como-traar-retas.

O vídeo indicado a seguir apresenta a construção das retas paralelas com o uso de esquadros.

STEFANILLI, Eduardo J. *Desenho geométrico*: retas paralelas utilizando o par de esquadros. [*s. l.*: *s. n.*], 2011. 1 vídeo (12 s). Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=DOS6VcF5EBU.

Acessos em: 11 maio 2022.

Ângulos de duas retas concorrentes

Confira a figura apresentada.

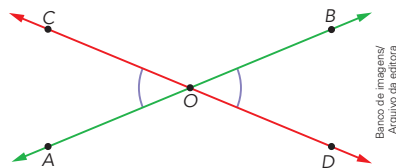
$\overleftrightarrow{AB}$ e $\overleftrightarrow{CD}$ são retas concorrentes que se intersectam em O.

As retas $\overleftrightarrow{AB}$ e $\overleftrightarrow{CD}$ determinam 4 ângulos: $A\hat{O}C$, $C\hat{O}B$, $B\hat{O}D$ e $D\hat{O}A$.

Banco de imagens/ Arquivo da editora

Nessa representação, destacamos os ângulos $A\hat{O}C$ e $B\hat{O}D$:

- os lados $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$ são semirretas opostas;
- os lados $\overrightarrow{OC}$ e $\overrightarrow{OD}$ são semirretas opostas.

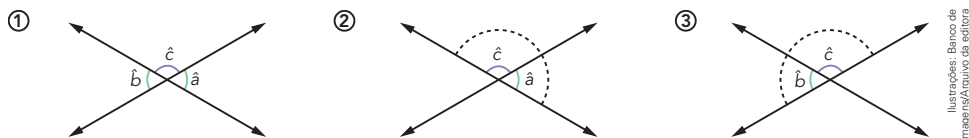
$A\hat{O}C$ e $B\hat{O}D$ são chamados **ângulos opostos pelo vértice**.

> Dois ângulos são **opostos pelo vértice (o.p.v.)** quando os lados de um deles são semirretas opostas aos lados do outro.

Propriedade dos ângulos opostos pelo vértice

Nestas figuras, analise os ângulos $\hat{a}$, $\hat{b}$ e $\hat{c}$, que medem, respectivamente, a, b e c, em graus.

①

②

③

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Na figura **2**, $\hat{a}$ e $\hat{c}$ são suplementares; na figura **3**, $\hat{b}$ e $\hat{c}$ são suplementares.

Então, a é o suplemento de c, assim como b é o suplemento de c. Logo, $a = b$. Assim, concluímos que ângulos opostos pelo vértice têm medidas iguais.

> Dois ângulos opostos pelo vértice têm medidas iguais.

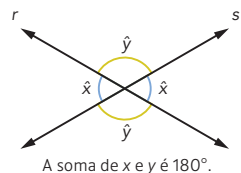
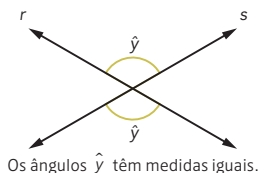
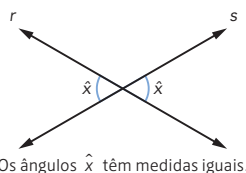
Duas retas concorrentes, r e s, formam 4 ângulos ($\hat{a}$, $\hat{b}$, $\hat{c}$ e $\hat{d}$) que medem, respectivamente, a, b, c e d, em graus. Note que:

- os ângulos $\hat{a}$ e $\hat{b}$ são opostos pelo vértice, ou seja, $a = b$;
- os ângulos $\hat{c}$ e $\hat{d}$ são opostos pelo vértice, ou seja, $c = d$.

Além disso, podemos identificar que:

- os ângulos $\hat{a}$ e $\hat{c}$ são adjacentes e suplementares, ou seja, $a + c = 180°$;
- os ângulos $\hat{b}$ e $\hat{c}$ são adjacentes e suplementares, ou seja, $b + c = 180°$;
- os ângulos $\hat{a}$ e $\hat{d}$ são adjacentes e suplementares, ou seja, $a + d = 180°$;
- os ângulos $\hat{b}$ e $\hat{d}$ são adjacentes e suplementares, ou seja, $b + d = 180°$.

Banco de imagens/ Arquivo da editora

Em resumo, considerando as retas concorrentes r e s, que formam os ângulos $\hat{x}$ e $\hat{y}$ de medidas, respectivamente, x e y, em graus, temos:

Os ângulos $\hat{x}$ têm medidas iguais.

Os ângulos $\hat{y}$ têm medidas iguais.

A soma de x e y é 180°.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Orientações didáticas

Ângulos de duas retas concorrentes

Na BNCC

Este tópico mobiliza com maior ênfase a **CG02** e a **CEMAT02** ao propor a reflexão, a investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes.

Nesse momento, a finalidade é construir com os estudantes o conceito de ângulos opostos pelo vértice. Para isso, eles deverão analisar a figura representando 2 retas concorrentes e os ângulos formados na intersecção entre elas.

Propriedade dos ângulos opostos pelo vértice

Visa reconhecer a igualdade entre as medidas dos ângulos que são opostos pelo vértice, além de fazer uso do conceito de ângulos complementares e suplementares, já abordados anteriormente.

Aproveite os exemplos dados nas figuras e relembre o conteúdo trabalhado até o momento. Em cada um deles, há retas coplanares, retas concorrentes, ponto de intersecção, ângulos adjacentes, complementares e suplementares. Avalie a compreensão dos estudantes acerca dessas nomenclaturas.

Orientações didáticas

Atividades

Para realizar a atividade **6**, os estudantes terão de utilizar os conhecimentos adquiridos acerca das propriedades dos ângulos opostos pelo vértice para encontrar a solução em cada situação.

Na atividade **7**, além das propriedades dos ângulos opostos pelo vértice, os estudantes utilizarão os conceitos de ângulos suplementares. Espera-se que eles percebam que o ângulo indicado adicionado ao ângulo x terá de resultar em 180°, pois são suplementares.

Ângulos de duas retas com uma transversal

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade **EF07MA23** ao propor a verificação das relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal.

Tem por objetivo demonstrar o conceito e a definição de reta transversal, bem como ajudar os estudantes a compreender as regiões internas e externas ao feixe de retas paralelas cortadas por essa transversal. Esses conceitos se tornam importantes à medida que auxiliam a compreensão dos ângulos internos e externos em relação a essas retas.

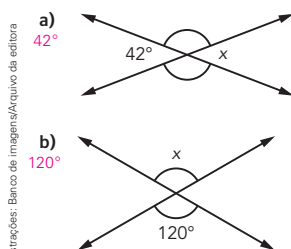
1ª propriedade

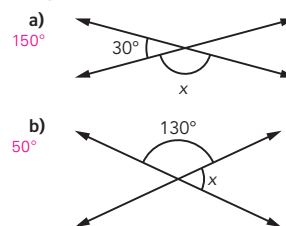
Para compreender essa propriedade, os estudantes terão de recorrer ao conteúdo de retas paralelas e conferir suas características, como se são pertencentes a um mesmo plano, se não têm nenhum ponto em comum e se têm a mesma inclinação e a mesma medida de distância entre si. Assim, deverão fazer a relação entre os ângulos correspondentes nos pontos de intersecção entre essas retas e uma reta transversal.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

6. Determine, em cada figura, o valor de x, em graus.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

7. Determine o valor de x, em graus, nos casos a seguir.

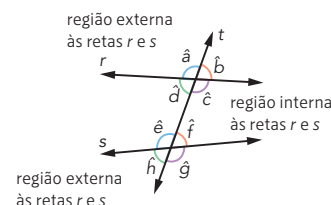
Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Ângulos de duas retas com uma transversal

Na figura apresentada, verifique os ângulos formados pelas retas r e t e pelas retas s e t.

Dizemos que a reta t é uma **transversal** de r e s.

As retas r, s e t determinam oito ângulos ($\hat{a}$, $\hat{b}$, $\hat{c}$, $\hat{d}$, $\hat{e}$, $\hat{f}$, $\hat{g}$ e $\hat{h}$):

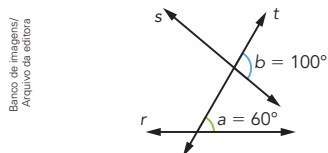
- $\hat{a}$ e $\hat{e}$ são ângulos correspondentes;
- $\hat{b}$ e $\hat{f}$ são ângulos correspondentes;
- $\hat{c}$ e $\hat{g}$ são ângulos correspondentes;
- $\hat{d}$ e $\hat{h}$ são ângulos correspondentes.

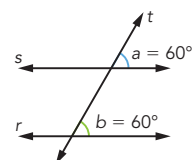
Banco de imagens/Arquivo da editora

Dadas duas retas cortadas por uma transversal, **ângulos correspondentes** são pares de ângulos não adjacentes, situados no mesmo lado da reta transversal, um na região interna e o outro na região externa às retas cortadas por essa transversal.

Agora, vamos estudar algumas propriedades importantes para duas retas cortadas por uma transversal.

1ª propriedade

Nas figuras a seguir, temos as retas r e s e a transversal t e marcamos os ângulos correspondentes $\hat{a}$ e $\hat{b}$ que medem, respectivamente, a e b, em graus.

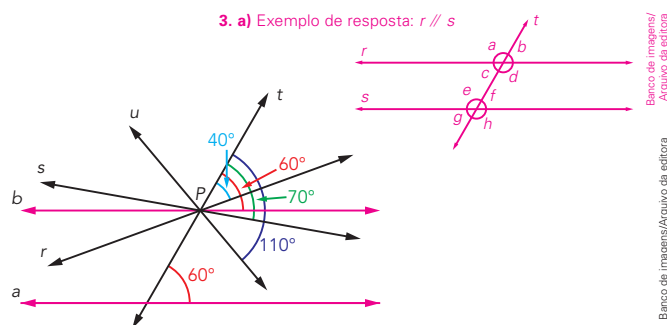
Banco de imagens/Arquivo da editora

As retas r e s não são paralelas, são concorrentes.
Os ângulos correspondentes têm medidas diferentes.

Banco de imagens/Arquivo da editora

As retas r e s são paralelas.
Os ângulos correspondentes têm medidas iguais.

Se duas retas formam com uma transversal ângulos correspondentes de medidas iguais, então são retas paralelas.

2ª propriedade

Analise a figura.

3. a) Exemplo de resposta: $r \parallel s$

Das retas que passam pelo ponto P (retas r, b, s, u e t), a **única** que é paralela à reta a é a reta b.

> Por um ponto P fora de uma reta a passa uma única reta paralela à reta a.

3ª propriedade

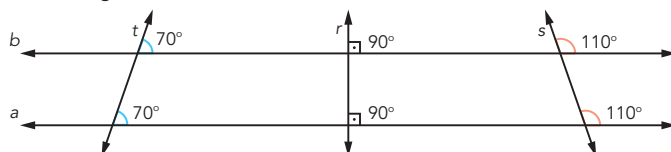
Participe — Faça as atividades no caderno.

Faça o que se pede. Exemplos de respostas:

a) No caderno, represente duas retas paralelas e uma terceira reta que intersecte as duas primeiras.

b) Meça com um transferidor os ângulos formados pelo encontro da reta inclinada com as retas paralelas e anote as medidas encontradas. $a = d = e = h = 120°$; $b = c = f = g = 60°$

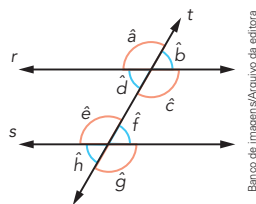
c) Compare as medidas e responda: O que você identifica ao comparar as medidas dos ângulos correspondentes? Os ângulos correspondentes têm medidas iguais.

Na figura a seguir, as duas retas paralelas a e b formam com qualquer transversal (t ou r ou s) ângulos correspondentes de medidas iguais.

> Se duas retas paralelas intersectam uma transversal, então os ângulos correspondentes têm medidas iguais.

Conclusões práticas

Na figura apresentada, as retas r e s são paralelas e t é transversal. Essas retas formam os ângulos $\hat{a}$, $\hat{b}$, $\hat{c}$, $\hat{d}$, $\hat{e}$, $\hat{f}$, $\hat{g}$ e $\hat{h}$, que medem, respectivamente, a, b, c, d, e, f, g e h, em graus.

Temos 4 pares de ângulos correspondentes ($\hat{a}$ e $\hat{e}$, $\hat{b}$ e $\hat{f}$, $\hat{c}$ e $\hat{g}$, $\hat{d}$ e $\hat{h}$). Pela 3ª propriedade de ângulos de duas retas cortados por uma transversal, temos:

- $a = e$; (1)
- $b = f$; (2)
- $c = g$; (3)
- $d = h$. (4)

Orientações didáticas

2ª propriedade

A análise da figura permitirá visualizar várias retas concorrentes e os diferentes ângulos formados no ponto de intersecção entre elas. Porém, faz-se necessário verificar, entre todas as retas que passam pelo ponto P, que apenas uma delas é, de fato, paralela à reta a.

3ª propriedade

A figura com as retas coplanares explora 3 situações em que as retas paralelas são cortadas por retas transversais com diferentes inclinações, a fim de demonstrar e comprovar a 3ª propriedade do conteúdo abordado.

Participe

Tem por objetivo seguir os passos e as orientações na construção geométrica e na medição dos ângulos por meio de um transferidor, para fazer as comparações necessárias entre os ângulos e compreender melhor o conteúdo abordado.

Os PCNs (BRASIL, *Parâmetros Curriculares Nacionais*. Matemática. Secretaria da Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.) orientam que, ao realizar construções, demonstrações e atividades, os estudantes podem visualizar conceitos, compreendendo os conteúdos de Matemática abordados, uma vez que os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática. O uso de tecnologias é uma forma importante para a compreensão de conceitos matemáticos, sobretudo de Geometria, por meio da construção e da exploração.

No item **c**, reconhecer um padrão ou uma tendência é um dos pilares do pensamento computacional.

Proposta para o professor

No texto sugerido a seguir, é apresentado o traçado de linhas retas paralelas, perpendiculares e oblíquas com o auxílio de esquadros e régua paralela ou somente com esquadros.

CARMO, João. *Linhas retas*: construções geométricas. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte. Página inicial. Disponível em: https://docente.ifrn.edu.br/joaocarmo/disciplinas/aulas/desenho-geometrico/linhas-retas-construcoes-geometricas. Acesso em: 11 maio 2022.

Orientações didáticas

Conclusões práticas

Visa consolidar o aprendizado dos estudantes de maneira que sejam capazes de reconhecer as regiões internas e externas formadas por 2 retas interceptadas por uma transversal e as propriedades que norteiam esse conteúdo.

Para concretizar a abordagem, pode-se formalizar um resumo do conteúdo que está sendo trabalhado a partir das seguintes afirmações:

- quando há 2 retas paralelas cortadas por uma transversal, é possível traçar 8 ângulos;
- esses ângulos se relacionam, sendo possível encontrar a medida de cada um deles utilizando a correspondência entre eles;
- ângulos correspondentes são congruentes;
- ângulos colaterais são suplementares;
- ângulos alternos internos ou alternos externos também são congruentes.

Atividades

As atividades têm como objetivo reforçar os conceitos de retas paralelas cortadas por uma transversal a partir da observação de figuras geométricas, além de oportunizar situações para que se utilizem nomenclaturas corretas.

Caso os estudantes apresentem dúvidas durante a resolução das atividades, retome os conceitos estudados nesta Unidade.

Em relação às retas *r* e *t*, podemos identificar 2 pares de ângulos o.p.v. ($\hat{a}$ e $\hat{c}$, $\hat{b}$ e $\hat{d}$). Pela propriedade dos ângulos o.p.v., temos:

- $a = c$; (5)
- $b = d$. (6)

Considerando as igualdades (1), (3) e (5), temos: $a = c = e = g$.

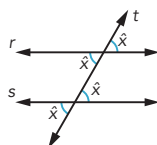
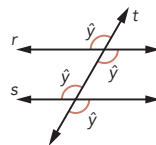
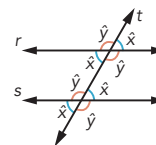
Considerando as igualdades (2), (4) e (6), temos: $b = d = f = h$.

Na figura, ainda podemos identificar alguns pares de ângulos suplementares, como $\hat{a}$ e $\hat{d}$, $\hat{b}$ e $\hat{c}$. Assim, temos:

- $a + d = 180°$; (7)
- $b + c = 180°$. (8)

Logo, podemos afirmar:

- pelas igualdades (4) e (7), $a + h = 180°$;
- pelas igualdades (3) e (8), $b + g = 180°$;
- pelas igualdades (1) e (7), $d + e = 180°$;
- pelas igualdades (2) e (8), $c + f = 180°$.

Agora, podemos generalizar as relações identificadas na figura anterior para as retas *r* e *s* paralelas e *t* transversal, que formam os ângulos $\hat{x}$ e $\hat{y}$ de medidas, respectivamente, *x* e *y*, em graus.

Os ângulos $\hat{x}$ têm medidas iguais.

Os ângulos $\hat{y}$ têm medidas iguais.

Os ângulos $\hat{x}$ e $\hat{y}$ são suplementares, ou seja, $x + y = 180°$.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Atividades

Faça as atividades no caderno.

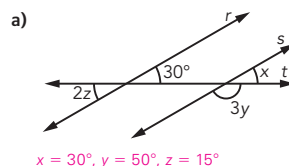
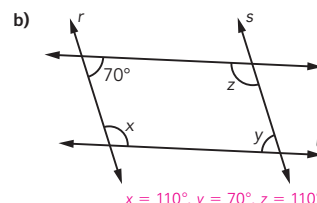
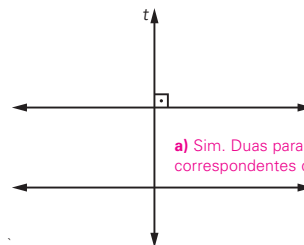
8. Em cada figura, considerando que $r \parallel s$, calcule *x*, *y* e *z*, em graus. No item **b**, considere também que $t \parallel u$.

a)

$x = 30°$, $y = 50°$, $z = 15°$

b)

$x = 110°$, $y = 70°$, $z = 110°$

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

9. Na figura a seguir, temos duas retas *r* e *s* paralelas e uma reta *t* perpendicular à reta *r*.

Banco de imagens/Arquivo da editora

a) As retas *t* e *s* são perpendiculares? Por quê?

a) Sim. Duas paralelas formam com uma transversal ângulos correspondentes de mesma medida.

b) Quantos ângulos retos são formados pelas retas *r*, *s* e *t*? 8 ângulos retos.

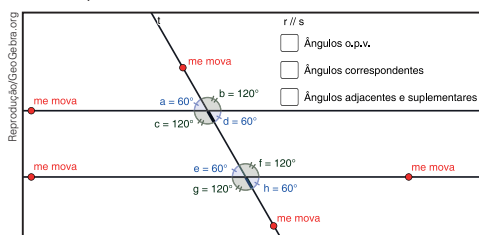
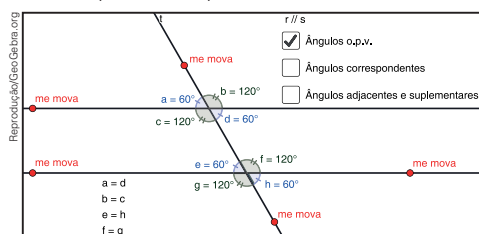
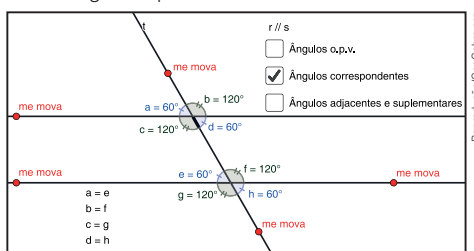
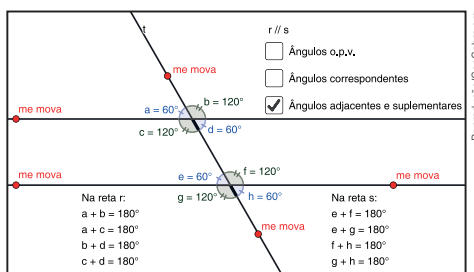
Faça as atividades no caderno.

As imagens apresentadas a seguir são da versão *on-line* do GeoGebra.

Verificando ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal

Agora, vamos utilizar o GeoGebra para investigar as relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal. O GeoGebra é um *software* gratuito de Geometria dinâmica que pode ser utilizado em computadores, realizando o *download* no *site* www.geogebra.org/download (acesso em: 21 jan. 2022); em *smartphones*, baixando o aplicativo na loja oficial de aplicativos do sistema operacional do aparelho; ou virtualmente no *site* https://www.geogebra.org/geometry (acesso em: 21 jan. 2022).

Para verificar as relações utilizando o GeoGebra, execute os seguintes passos:

1º) Acesse o *link* https://www.geogebra.org/m/tdh9thjx (acesso em: 1º fev. 2022), que vai direcioná-lo para a simulação "Ângulos formados por duas retas paralelas e uma transversal".

2º) Selecione a opção "Ângulos o.p.v." nas caixas do canto superior direito para o *software* apresentar a relação das medidas de todos os ângulos opostos pelo vértice da construção. Dessa maneira, é possível verificar quais ângulos têm a mesma medida por serem o.p.v.

3º) Selecione a opção "Ângulos correspondentes" nas caixas do canto superior direito para o *software* apresentar a relação das medidas de todos os ângulos correspondentes da construção. Dessa maneira, é possível verificar quais ângulos têm a mesma medida por serem correspondentes e identificar que estão na mesma posição em relação às retas paralelas e à transversal.

4º) Agora, selecione a opção "Ângulos adjacentes e suplementares" nas caixas do canto superior direito para o *software* apresentar a relação das medidas de todos os pares de ângulos adjacentes e suplementares da construção. Dessa maneira, é possível verificar os pares de ângulos cuja soma das medidas é 180°.

A simulação apresenta também os botões "me mova", que permitem o deslocamento das retas paralelas e da reta transversal. Dessa maneira, você pode mudar os ângulos formados na figura enquanto as retas *r* e *s* se mantêm paralelas.

Agora é sua vez! Explore a ferramenta e tire suas conclusões sobre as relações entre os ângulos formados por diferentes posicionamentos de retas. Verifique se as conclusões apresentadas anteriormente se mantêm. Resposta pessoal.

Orientações didáticas

Matemática e tecnologias

Na BNCC

Esta seção favorece o desenvolvimento da habilidade **EF07MA23** e mobiliza com maior ênfase a **CG02**, a **CEMAT02**, a **CEMAT03** e a **CEMAT05** ao apresentar todo o conteúdo estudado na Unidade usando um *software* dinâmico, o GeoGebra, propondo aos estudantes, em seguida, que analisem e reflitam sobre os elementos geométricos estudados. Mobiliza também o TCT *Ciência e Tecnologia*.

Aplicar ferramentas tecnológicas para facilitar ou verificar processos contribui para o desenvolvimento do pensamento computacional.

O trabalho proposto nesta seção apresenta o algoritmo para a construção de retas paralelas cortadas por uma transversal com o uso do *software* de geometria GeoGebra. Amplie a atividade solicitando que os estudantes tracem mais retas, e, depois, abra espaço para que comentem a experiência que tiveram durante a execução da atividade. Avalie a compreensão deles acerca do conteúdo abordado, ressalte pontos importantes e esclareça o que não foi compreendido. Incentive a utilização de ferramentas digitais e a produção multimídia para desenhar, desenvolver e apresentar figuras para demostrar conhecimento e resolver problemas.

Para que os estudantes ampliem sua compreensão acerca do conteúdo proposto, a utilização do *software* ajudará na visualização das medidas dos ângulos. Ao final do processo, eles devem identificar e classificar os pares de ângulos formados por 2 retas paralelas e uma transversal; já os ângulos opostos pelo vértice se explicam por si só. Os pares de ângulos correspondentes recebem esse nome por ocuparem a mesma posição em relação a cada uma das retas paralelas. É importante esclarecer aos estudantes que os pares de ângulos alternos ocupam lados alternados em relação à reta transversal. Já os pares de ângulos colaterais ocupam o mesmo lado em relação à reta transversal. A manipulação das retas dentro do GeoGebra facilita a compreensão do conceito geométrico. É importante aproveitar esse momento para ampliar o conteúdo e enfatizar que os ângulos alternos são, de fato, congruentes.

Outro objetivo desse momento é fazer com que os estudantes reconheçam ângulos complementares e suplementares.

Aproveite o uso dessa importante ferramenta para ampliar a compreensão dos estudantes e explorar a criatividade deles, fazendo-os comprovar os conceitos abordados.

Os meios tecnológicos são indispensáveis para a construção do conhecimento. De acordo com Kenski, "não há dúvidas de que as novas tecnologias de comunicação e informação trouxeram mudanças consideráveis e positivas para a educação. Vídeos, programas educativos na televisão e no computador, *sites* educacionais, *softwares* diferenciados transformam a realidade da aula tradicional, dinamizam o espaço de ensino e aprendizagem, onde, anteriormente, predominavam a lousa, o giz, o livro e a voz do professor." (KENSKI, Vani M. *Educação e tecnologia*: o novo ritmo da Informação. Campinas: Papirus, 2007. p. 46)

Orientações didáticas

Na mídia

Na BNCC

Este tópico mobiliza com maior ênfase a **CG03** e o TCT *Educação para valorização do multiculturalismo nas matrizes históricas e culturais Brasileiras* ao propor a valorização de diversas manifestações artísticas e culturais.

Desenvolva estratégias de leitura e interpretação de texto de modo que os estudantes reflitam sobre a obra *Cacau* como uma expressão da cultura juvenil e, também, como um modo de representar a diversidade econômica, demográfica e cultural do Brasil. Reflita, também, sobre diferenças e semelhanças entre o jovem retratado na obra e os jovens que vivem na Região Metropolitana de São Paulo. Se desejar, sugira que os estudantes pesquisem em diferentes fontes informações para subsidiar essa conversa.

Nesta seção, por meio da apresentação de uma obra de arte, os estudantes terão a oportunidade de aprimorar e fixar o conhecimento relacionado ao conteúdo trabalhado até o momento. Contudo, antes relembrar o conteúdo de retas e ângulos, explore o pensamento artístico dos estudantes de modo a desenvolver criticidade sobre a arte. Se achar conveniente, apresente aos estudantes outras obras da série Etnias, de Eduardo Kobra.

Agora, utilizando a obra como auxílio para trabalhar o conteúdo, os estudantes terão de identificar ângulos congruentes e retas paralelas na imagem em destaque.

O item **a** da atividade **2** oportuniza que o estudante utilize o raciocínio matemático para descrever a situação proposta na atividade, favorecendo o desenvolvimento da habilidade de argumentação.

Faça as atividades no caderno.

Um dos maiores murais do mundo

© KOBRA, Eduardo/AUTVIS, Brasil, 2022. Cesar Diniz/Pulsar Imagens

Painel *Cacau*, de Kobra, na fachada de uma fábrica de chocolates em Itapevi, SP. Foto de 2017.

[...]

Com 5 742 metros quadrados, a nova obra do artista brasileiro [Eduardo Kobra, um dos nomes mais conhecidos da arte urbana atualmente,] avança sobre a parede de uma fábrica de chocolates na região metropolitana de São Paulo, onde o muralista deixa sua marca há mais de uma década.

O mural inédito, de 30 metros de altura e 200 [metros] de largura, reproduz uma cena do processo de colheita do cacau na Amazônia brasileira e olha de frente para uma movimentada estrada que atravessa o município de Itapevi. Com cores fortes, o artista que saiu da periferia e hoje é reconhecido mundialmente retrata em seu novo projeto um jovem indígena navegando com uma canoa carregada de cacau sobre um rio de chocolate.

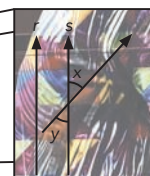
[...]

SANTANDREU, Alba. Kobra estabelece novo recorde com maior mural do mundo em São Paulo. *Estadão*, São Paulo, 31 mar. 2017. Disponível em: http://cultura.estadao.com.br/noticias/artes,kobra-estabelece-novo-recorde-com-maior-mural-do-mundo-em-sao-paulo,70001721679. Acesso em: 21 jan. 2022.

1. No mural de Eduardo Kobra, é possível identificar segmentos de retas contidos em retas paralelas e em retas concorrentes. Escolha alguns pares de segmentos dessas retas e compartilhe suas escolhas com os colegas. Resposta pessoal.

2. Analise a imagem a seguir. **a)** Sim, pois $\hat{x}$ e $\hat{y}$ são ângulos o.p.v.

© KOBRA, Eduardo/AUTVIS, Brasil, 2022. Cesar Diniz/Pulsar Imagens

Detalhe da foto.

a) É correto afirmar que os ângulos $\hat{x}$ e $\hat{y}$ destacados, de medidas x e y, respectivamente, são congruentes? Justifique sua resposta.

b) Qual é a posição relativa das retas r e s destacadas na camiseta do jovem indígena? São retas paralelas.

Proposta para o estudante

O *site* apresenta várias obras do artista Eduardo Kobra, com traços similares à obra apresentada nesta seção. KOBRA, Eduardo. *Etnias*. Rio de Janeiro, 2016. Disponível em: https://eduardokobra.com/projeto/26/etnias. Acesso em: 11 maio 2022.

Na Unidade

Faça as atividades no caderno.

1. Se $A\hat{O}B$ e $B\hat{O}C$ são 2 ângulos adjacentes que medem, respectivamente, 38°37" e 40°19'40", então $A\hat{O}C$ mede: Alternativa **b**.

a) 78° 56' 40".
b) 78° 20' 17".
c) 78° 19' 17".
d) 78° 19' 7".

2. A quinta parte da medida de um ângulo medindo 44° é um ângulo de medida: Alternativa **a**.

a) 8° 48'
b) 8° 4'
c) 8° 8'
d) 8° 12'

3. Indique no caderno a afirmação verdadeira: Alternativa **d**.

a) A soma da medida de um ângulo com seu suplemento é igual à medida de um ângulo reto.

b) A soma da medida de um ângulo com o seu complemento é igual à medida de um ângulo obtuso.

c) Se 2 ângulos são complementares e um deles é agudo, então o outro é obtuso.

d) Se 2 ângulos são suplementares e um deles é agudo, então o outro é obtuso.

4. Indique no caderno a afirmação falsa. Alternativa **b**.

a) Se 2 ângulos são opostos pelo vértice, então eles têm medidas iguais.

b) Se 2 ângulos têm medidas iguais, então eles são opostos pelo vértice.

c) Se 2 ângulos têm medidas iguais, então eles são congruentes.

d) Se 2 ângulos são opostos pelo vértice, então seus lados são semirretas opostas.

5. Duas retas são paralelas e outra é perpendicular a ambas. Quantos ângulos retos essas 3 retas determinam? Alternativa **d**.

a) 2
b) 4
c) 6
d) 8

6. Esta ilustração representa um relógio marcando exatamente meio-dia.

As imagens não estão representadas em proporção.

Alex Silva/Arquivo da editora

Exatamente 3 horas depois do meio-dia, o menor ângulo formado pelos ponteiros medirá: Alternativa **d**.

a) 15°.
b) 30°.
c) 60°.
d) 90°.

7. Leia esta tirinha.

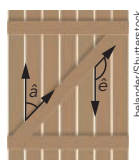
© Jean Galvão/Acervo do cartunista

GALVÃO, Jean. *Tirinhas pedagógicas de Jean Galvão.* Disponível em: https://tiroletas.wordpress.com/2022/04/20/345/. Acesso em: 5 maio 2022.

Depois do acidente, o menor ângulo formado pela parte do poste que se inclinou e pela parte do poste que permaneceu vertical mede aproximadamente: Alternativa **d**.

a) 45°.
b) 60°.
c) 90°.
d) 135°.

8. Rafael é carpinteiro e está construindo um portão conforme mostrado na imagem a seguir, com 7 tábuas paralelas na vertical, 2 tábuas paralelas na horizontal e 1 tábua na diagonal. Se o ângulo $\hat{a}$ mede 36°, qual é a medida do ângulo $\hat{e}$? 144°

belander/Shutterstock

9. O pedreiro Josias está construindo um muro de tijolos. Para garantir que cada fiada de tijolos fique rigorosamente paralela à fiada debaixo dela, ele utiliza uma linha bem esticada entre as extremidades do muro nos pontos D e E, como mostra a imagem a seguir. Se Josias esticar uma linha entre os pontos A e C do muro e encontrar que o ângulo mede $B\hat{A}C = 35°$, qual será a medida do ângulo $\hat{e}$ sabendo que $A\hat{B}C = 90°$ e $B\hat{C}A = 55°$? 125°

Best_Vector_Icon/Shutterstock

Orientações didáticas

Na Unidade

Na BNCC

Esta seção favorece o desenvolvimento das habilidades exploradas ao longo de toda a Unidade e mobiliza com maior ênfase a **CEMAT02**, a **CEMAT06** e a **CG02** ao propor a resolução de atividades diversas por meio de diferentes contextos e estratégias de resolução.

Esta seção traz atividades dos principais conteúdos abordados na Unidade que podem ser utilizadas como ferramentas de avaliação. Proponha a resolução das atividades individualmente. Acompanhe os estudantes durante a realização delas e registre avanços e dificuldades para, ao final, propor novas atividades para remediação coletiva ou individual de defasagens, conforme cada caso.

A seguir, listamos algumas sugestões e estratégias para remediação.

As atividades **1** e **2** têm por objetivo trabalhar as operações com as medidas de ângulo. Erros nas resoluções dessas atividades podem ser indicativos de alguma dificuldade no entendimento dos algoritmos, das operações e do sistema sexagesimal.

As atividades **3**, **4** e **7** têm por objetivo trabalhar os conceitos de classificação dos ângulos em complementares, suplementares, opostos pelo vértice e congruentes. Na atividade **7** peça aos estudantes que interpretem o humor contido na tirinha: a medida de temperatura foi confundida com a medida do ângulo. Verifique se os estudantes identificaram que 45° é a medida do ângulo (formado pelo poste inclinado com a parte que se manteve) suplementar ao ângulo de medida 135° (pedido). Erros nas resoluções dessas atividades podem ser indicativos de alguma dificuldade no entendimento sobre a definição de cada nomenclatura. Relembre cada uma delas e, se possível, peça aos estudantes para fazerem um resumo das definições.

Já as atividades **5** e **6** abordam o conceito de classificação dos ângulos em relação à medida de abertura, como ângulo agudo, reto ou obtuso. Retome na lousa as características desses ângulos e uma possível representação geométrica de cada um deles.

As atividades **8** e **9** abordam o conceito de retas paralelas cortadas por uma transversal. Pelo fato de os contextos das atividades representarem algo que pode ser do cotidiano dos estudantes, eles podem apresentar dificuldades em assimilar a realidade com a representação geométrica de 2 retas paralelas cortadas por uma transversal. Com isso, pergunte como eles poderiam fazer a representação geométrica e, enquanto eles descrevem, faça o desenho na lousa, para melhor visualização e interpretação.

Outras dificuldades diferentes das listadas podem surgir; por isso, é importante o monitoramento individual e contínuo dos estudantes.

Orientações didáticas

Abertura

Na BNCC

O trabalho com esta abertura de Unidade favorece o desenvolvimento da **CG06**, que busca valorizar a diversidade cultural por apresentar a situação de povos indígenas e quilombolas; e da **CEMAT07**, por debater uma questão de urgência social durante a pandemia de covid-19. Permite ainda desenvolver os TCTs *Diversidade Cultural*, *Educação para a valorização do multiculturalismo nas matrizes históricas e culturais Brasileiras* e *Saúde*.

A abertura trata de agrupamentos de brasileiros de origens indígena e quilombola. Comente com os estudantes que o Censo 2010 realizou a contagem de localidades tanto de aldeias quanto de quilombos. A partir dos dados detalhados, é possível planejar políticas públicas mais eficientes de cidadania, como a inclusão desses cidadãos nos sistemas de ensino e saúde e o incentivo à preservação cultural e à divulgação artística em nossa sociedade.

Reprodução do Livro do Estudante em tamanho reduzido.

Proposta para o professor

Para enriquecer e ampliar o trabalho com o texto de abertura da Unidade, acesse o *link*:
FERREIRA, Adriana; CRUZ, Isabela; PEREIRA, Jeferson; MIRANDA, Rafaela; PAULA, Rosana R. de; SILVA, Judit G. da. Desafios e estratégias de comunidades quilombolas frente à covid-19. *Sipad*, UFPR, 2020. Disponível em: http://www.sipad.ufpr.br/portal/desafios-e-estrategias-de-comunidades-quilombolas-frente-a-covid-19-atualizado/. Acesso em: 3 maio 2022.

Oca, típica habitação indígena brasileira, localizada em Campinápolis (MT). Foto de 2021.

Indígenas brasileiros em protesto relacionado à demarcação de territórios, em Brasília-DF. Foto de 2021.

Povos indígenas e povos quilombolas no Brasil

Os povos indígenas e os povos quilombolas no Brasil estão presentes em todo o território nacional. Ao longo da história, esses grupos contribuíram para a preservação da biodiversidade e da cultura brasileira. O IBGE divulgou informações sobre as localidades desses povos tradicionais para ajudar com o enfrentamento da pandemia de covid-19.

[...] Segundo essa divulgação sobre os Indígenas e Quilombolas [se] estima que, do Censo 2010 até o ano de 2019, o número de localidades indígenas saltou de 1856 para 7 103.

O estudo aponta que as localidades indígenas estão distribuídas em 827 municípios brasileiros. Desse total, 632 seriam terras indígenas oficialmente delimitadas. O restante faz parte de 5494 agrupamentos indígenas, sendo 4648 pertencentes a terras indígenas e 846 fora desses territórios. As outras 977 são denominadas "outras localidades indígenas", ou seja, aquelas onde há presença desses povos, mas a uma distância mínima de 50 metros entre os domicílios. O IBGE considera localidade todo lugar do território nacional onde exista um aglomerado permanente de habitantes. Já os agrupamentos são o conjunto de 15 ou mais indivíduos em uma ou mais moradias contíguas (até 50 metros de distância) e que estabelecem vínculos familiares ou comunitários.

O maior número de localidades indígenas, 4504, está concentrado na região Norte; o que representa 63,4% do total. Nordeste vem em seguida com 1211; Centro-Oeste com 713; Sudeste com 374; e o Sul com 301 localidades indígenas.

Dos estados brasileiros, o Amazonas é o que reúne o maior número de localidades indígenas: 2602. Roraima vem em seguida com 587; Pará é o terceiro e soma 546; e Sergipe é o estado com a menor concentração: quatro no total.

[...]

IBGE educa. Localidades indígenas na base territorial do próximo censo. *IBGE*, [*s. l.*], [202?]. Disponível em: https://educa.ibge.gov.br/jovens/materias-especiais/21245-localidades-indigenas-na-base-territorial.html. Acesso em: 29 mar. 2022.

No estado em que você vive, há povos indígenas e/ou quilombolas? Faça uma pesquisa sobre a presença desses povos no estado, anote no caderno as principais características culturais deles e quais foram as ações tomadas para o enfrentamento da pandemia de covid-19. Converse com os colegas sobre como vocês avaliam as medidas sanitárias tomadas com a intenção de proteger esses povos.
Resposta pessoal.

Orientações didáticas

Abertura

Aproveite o contexto da abertura desta Unidade e promova uma conversa com os estudantes sobre temáticas relativas aos TCTs *Diversidade Cultural* e *Saúde*, sendo possível realizar um trabalho interdisciplinar com os componentes curriculares **Geografia**, **História** e **Ciências**. Cada um desses componentes pode auxiliar no aprofundamento dos assuntos citados. Por exemplo, sobre como foi para os povos indígenas e quilombolas o enfrentamento da pandemia de covid-19. Entendemos que, pelo componente Matemática, podem ser tratadas informações de dados numéricos e de medidas, além de dados estatísticos.

Incentive os estudantes à prática de pesquisa bibliográfica, cujas etapas foram estudadas no 6º ano e serão retomadas mais adiante neste volume.

Proposta para o professor

Para enriquecer e ampliar o trabalho com o texto de abertura da Unidade, conheça as seguintes referências:
BRASIL. Ministério da Saúde. *Boletim epidemiológico da SESAI*, 2022. Disponível em: http://www.saudeindigena.net.br/coronavirus/mapaEp.php#abrirModal_id6.
OPAS. *Impacto da covid-19 nos povos indígenas da região das Américas*: perspectivas e oportunidades. Relatório da reunião regional de alto nível, 30 de outubro de 2020. OPAS, 2021. Disponível em: https://iris.paho.org/bitstream/handle/10665.2/53539/OPASEGCCOVID-19210001_por.pdf?sequence=1&isAllowed=y.
Acessos em: 3 maio 2022.

Orientações didáticas

Razão

Na BNCC

Neste capítulo são consideradas as habilidades **EF07MA02**, **EF07MA08**, **EF07MA09** e **EF07MA10**, por promover a associação entre os conceitos de razão, porcentagem e fração e solicitar a comparação de frações e decimais e a representação desses números na reta numérica, além de utilizar esses conteúdos na resolução de problemas.

Neste tópico é explorado o conceito de razão envolvendo grandezas de mesma espécie, de modo que os estudantes compreendam mais um dos significados de uma fração, aquele que indica comparação.

Na situação "Consumo de energia elétrica", para comparar os consumos em alguns meses, os estudantes devem, analisando o gráfico fornecido, montar as razões entre os valores determinados. Peça a eles que, em duplas, elaborem outros contextos para exemplificar um aumento relativo e uma redução relativa.

Sugerimos que seja feito um debate com a turma sobre o significado de cada razão obtida, verificando como os estudantes aplicam os conhecimentos já construídos sobre esse assunto.

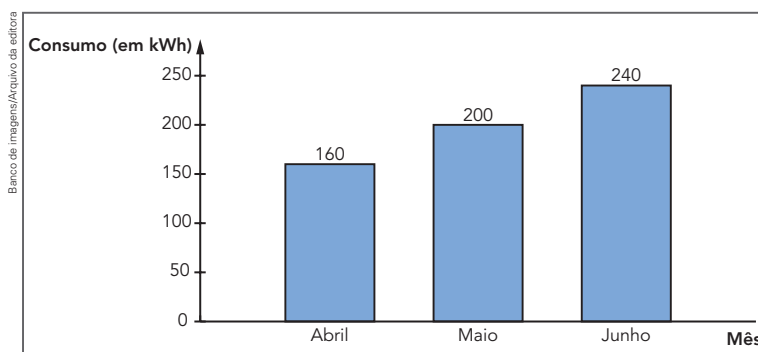
Os números racionais

EF07MA02
EF07MA08
EF07MA09
EF07MA10

Razão

Consumo de energia elétrica

A seguir está representado o consumo de energia elétrica de uma residência, em quilowatts-hora, no segundo trimestre do ano.

Consumo de energia elétrica

Dados elaborados para fins didáticos.

Quilowatt-hora (kWh) é a unidade usada para medir o consumo de energia elétrica.

- O consumo em maio equivale a quantas vezes o de abril?
  Para responder, devemos calcular:
  $$\frac{200}{160} = \frac{5}{4} = 1{,}25$$
  O consumo em maio equivale a 1,25 vez o de abril.
- O consumo em junho equivale a quantas vezes o de maio?
  $$\frac{240}{200} = \frac{6}{5} = 1{,}20$$
  O consumo em junho equivale a 1,20 vez o de maio.
- Em que mês ocorreu o maior aumento de consumo relativamente ao mês anterior?
  Como $1{,}25 > 1{,}20$, o maior aumento de consumo relativo ao mês anterior ocorreu em maio.
  Note que, em quilowatt-hora, de abril para maio, o aumento foi de $200 - 160 = 40$. De maio para junho, foi de $240 - 200 = 40$. Porém, o aumento relativo ocorrido em maio foi de 40 sobre os 160 de abril, enquanto o aumento ocorrido em junho foi de 40 sobre os 200 de maio.
  Você percebe que aumentar 40 quando se tinha 160 é mais significativo do que aumentar 40 quando se tinha 200?
  Como $\frac{40}{160} > \frac{40}{200}$, o maior aumento relativo ocorreu em maio.

Proposta para o estudante

Assim como determinamos razões entre 2 grandezas de mesma espécie – ou seja, de mesma natureza –, como a razão entre consumos de energia elétrica ou a razão entre populações, podemos determinar razões entre grandezas de espécies diferentes.

a) Dê 2 exemplos de razões desse tipo. Troque ideias com um colega ou pesquise, se for necessário.
Espera-se que os estudantes citem velocidade, densidade demográfica, entre outros.

b) A densidade demográfica, em habitantes por quilômetro quadrado, é a razão entre o número de habitantes de uma localidade e a medida de área da região ocupada por essa população. Calcule a densidade demográfica de seu município. Pesquise os dados necessários para isso. Que dados devem ser esses?
A resposta depende dos dados do município. Espera-se que os estudantes percebam que precisam da população do município e da medida de área territorial dele.

Participe

Faça as atividades no caderno.

A notícia a seguir traz uma pesquisa divulgada em 2020 pelo IBGE.

O IBGE divulga hoje as estimativas das populações residentes nos 5 570 municípios brasileiros, com data de referência em 1º de julho de 2020. Nessa data, a população do Brasil chegou a 211,8 milhões de habitantes, crescendo 0,77% em relação a 2019.

O município de São Paulo continua sendo o mais populoso, com 12,3 milhões de habitantes, seguido pelo Rio de Janeiro (6,75 milhões), Brasília (3,05 milhões) e Salvador (2,88 milhões). Os 17 municípios do país com população superior a um milhão de habitantes concentram 21,9% da população nacional e 14 deles são capitais estaduais. [...]

A região metropolitana de São Paulo continua sendo a mais populosa do País, com 21,9 milhões de habitantes, seguida pelas regiões metropolitanas do Rio de Janeiro (13,1 milhões) e Belo Horizonte (6,0 milhões), além da Região Integrada de Desenvolvimento (RIDE) do Distrito Federal e Entorno (4,7 milhões). [...]

Fonte dos dados: IBGE. *Atlas geográfico escolar*. 8. ed. Rio de Janeiro: IBGE, 2018. p. 90.

No *ranking* dos estados, São Paulo segue como o mais populoso, com 46,3 milhões de habitantes, concentrando 21,9% da população total do país, seguido de Minas Gerais, com 21,3 milhões de habitantes, e do Rio de Janeiro, com 17,4 milhões de habitantes. Os cinco estados menos populosos, aglutinando cerca de 5,7 milhões de pessoas, estão na Região Norte: Roraima, Amapá, Acre, Tocantins e Rondônia. [...]

IBGE divulga estimativa da população dos municípios para 2020. *Agência IBGE*, [s. l.], 27 ago. 2020. Disponível em: https://censos.ibge.gov.br/agencia-sala-de-imprensa/2013-agencia-de-noticias/releases/28668-ibge-divulga-estimativa-da-populacao-dos-municipios-para-2020. Acesso em: 29 mar. 2022.

b) $\frac{11}{3}$ (ou aproximadamente 3,7).

d) $\frac{22}{100}$; 0,22; $\frac{11}{50}$ e) $\frac{1}{2}$; 50% f) $\frac{28}{53}$; aproximadamente 53%.

De acordo com a pesquisa do IBGE, em 2020 o município de São Paulo tinha cerca de 12 milhões de habitantes e Brasília, cerca de 3 milhões. Já a região metropolitana de São Paulo tinha cerca de 22 milhões de habitantes e a de Belo Horizonte, 6 milhões. Além disso, concluiu-se que, entre os estados, São Paulo, com cerca de 46 milhões de habitantes, era o mais populoso, seguido de Minas Gerais, com cerca de 21 milhões.

Em dupla, analisem os dados da notícia e respondam às perguntas considerando que:

- o país tinha cerca de 212 milhões de habitantes;
- a razão entre duas populações é o quociente da divisão da primeira pela segunda.

a) A população do município de São Paulo era cerca de quantas vezes a de Brasília? 4 vezes.

b) Qual era a razão entre as populações das regiões metropolitanas de São Paulo e Belo Horizonte?

c) Qual era a razão entre as populações do Brasil e do estado de Minas Gerais? A população do Brasil era cerca de quantas vezes a população de Minas Gerais? $\frac{212}{21}$ (aproximadamente 10,1); 10 vezes.

d) Os 17 municípios com mais de 1 milhão de habitantes somavam cerca de 22% da população do país. Como se representam 22% em fração centesimal? E em número decimal? E em fração irredutível?

e) Que fração da população da região metropolitana de Belo Horizonte (cerca de 6 milhões de habitantes) representa a população do município de Belo Horizonte (cerca de 3 milhões)? Como se apresenta essa fração em porcentagem?

f) Os estados mais populosos do país (SP, MG, RJ, BA e PR) somavam cerca de 112 milhões de habitantes. Que fração da população do país representavam esses 112 milhões? Qual é esse valor em porcentagem?

Orientações didáticas

Participe

O boxe traz uma atividade que decorre da leitura de um texto sobre a estimativa da população no Brasil em 2020.

Aparecem no texto referências às populações das maiores cidades do país, das maiores regiões metropolitanas e dos estados da Federação. De posse dessas informações, é possível calcular razões entre as populações de diferentes locais.

Aproveite a oportunidade para verificar se os estudantes sabem a diferença entre o município de São Paulo e a Região Metropolitana de São Paulo. Mostre a eles essas localidades num mapa. Pode-se propor, ainda, um trabalho interdisciplinar com os componentes curriculares **Geografia** e **História**, em que os estudantes, reunidos em grupos, possam pesquisar e levantar mais informações sobre as regiões metropolitanas de uma cidade principal; quais são todas essas regiões do Brasil; que fatores geográficos e históricos contribuíram para suas formações, entre outros tópicos, sob a supervisão dos professores dessas áreas.

Orientações didáticas

Atividades

Nessas atividades é explorado o conceito de razão entre grandezas de mesma espécie. Sugerimos que sejam realizadas individualmente para que se verifiquem o conhecimento construído e possíveis dúvidas de cada estudante.

Com as atividades **1** e **2**, espera-se que os estudantes compreendam que a porcentagem também expressa uma comparação, que pode ser da parte com o todo ou da parte com outra parte. Por exemplo, no item **a** da atividade **1**, eles podem verificar que a razão entre o número de meninos e o número de meninas pode ser dada como "o número de meninos é 75% do número de meninas" (relação entre as partes); e, no item **b** da atividade **2**, podem verificar que 57% dos estudantes da classe são meninas (relação parte com o todo).

Vamos conhecer os números racionais

Na BNCC

Este tópico favorece a habilidade **EF07MA09** por promover a associação entre os conceitos de razão e fração e solicitar que eles sejam utilizados na resolução de problemas.

Considerando o problema "Consumo de energia elétrica", podemos dizer que a razão entre o consumo em maio e o consumo em abril é igual a:

$$\frac{200}{160} \quad \text{ou} \quad \frac{5}{4} \quad \text{ou} \quad 1{,}25$$

Também podemos dizer que a razão entre o consumo em junho e o consumo em maio é igual a:

$$\frac{240}{200} \quad \text{ou} \quad \frac{6}{5} \quad \text{ou} \quad 1{,}20 \quad \text{ou} \quad 1{,}2$$

A **razão** entre dois números (ou entre duas medidas) é o quociente da divisão do primeiro número pelo segundo (não nulo).

As razões podem ser usadas, por exemplo, para fazer comparações. Voltaremos a tratar desse assunto mais adiante.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1. Em uma sala de aula com 18 meninos e 24 meninas:

a) Qual é a razão entre o número de meninos e o número de meninas? $\frac{3}{4}$

b) O número de meninos equivale a quantas vezes o número de meninas? 0,75

2. Considerando a atividade anterior, responda no caderno:

a) Qual é a razão entre o número de meninas e o número de estudantes da turma? $\frac{4}{7}$

b) Quantos por cento, aproximadamente, dos estudantes da turma são meninas? 57%

3. Em 2020, segundo estimativa do IBGE, o município de São Paulo (SP) tinha aproximadamente 12,3 milhões de habitantes, enquanto Porto Alegre (RS) tinha cerca de 1,5 milhão de habitantes.

a) Qual é a razão entre as populações aproximadas dos municípios de São Paulo e de Porto Alegre? 8,2

b) A população do município de São Paulo equivale a quantas vezes a de Porto Alegre? Cerca de 8 vezes.

Vamos conhecer os números racionais

Já estudamos os números naturais (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ...) e os números inteiros (..., −4, −3, −2, −1, 0, 1, 2, 3, 4, ...). Agora, vamos estudar os números racionais. Para começar, leia a pergunta de Cíntia e reflita sobre a divisão de dois números inteiros.

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

O resultado da divisão de dois números inteiros será sempre um número inteiro? Acompanhe as possibilidades a seguir:

- Se o valor absoluto do primeiro número for múltiplo do valor absoluto do segundo, o quociente é um número inteiro. Se os dois números tiverem o mesmo sinal, o quociente é positivo; se tiverem sinais contrários, o quociente é negativo.

Exemplos

$$(+6) : (+2) = \frac{+6}{+2} = +3 = 3 \qquad (-6) : (+2) = \frac{-6}{+2} = -3$$

$$(+6) : (-2) = \frac{+6}{-2} = -3 \qquad (-6) : (-2) = \frac{-6}{-2} = +3 = 3$$

- Se o valor absoluto do primeiro número não for múltiplo do valor absoluto do segundo, mas os dois números tiverem o mesmo sinal, o quociente é um número positivo que pode ser representado por uma fração ou por um número decimal.

Exemplos

$$(+15) : (+6) = \frac{+15}{+6} = +\frac{15}{6} = \frac{15}{6} = \frac{5}{2} = 2{,}5$$

$$(-16) : (-25) = \frac{-16}{-25} = +\frac{16}{25} = \frac{16}{25} = 0{,}64$$

- Se o valor absoluto do primeiro número não for múltiplo do valor absoluto do segundo e os dois números tiverem sinais contrários, o quociente é um número negativo que pode ser representado por uma fração ou por um número decimal precedidos do sinal "−".

Exemplos

$$(-15) : (+6) = \frac{-15}{+6} = -\frac{15}{6} = -\frac{5}{2} = -2{,}5$$

$$(+16) : (-25) = \frac{+16}{-25} = -\frac{16}{25} = -0{,}64$$

Todos os números resultantes da divisão de dois números inteiros, e só eles, são denominados **números racionais**.

A palavra **racional** vem do latim *ratio*, que significa "razão".

> Denominamos **número racional** todo número que pode ser representado pela razão $\frac{a}{b}$, sendo *a* e *b* números inteiros e *b* não nulo.

É importante saber que:

- um mesmo número racional pode ser representado por diferentes frações, todas equivalentes entre si.

Exemplos

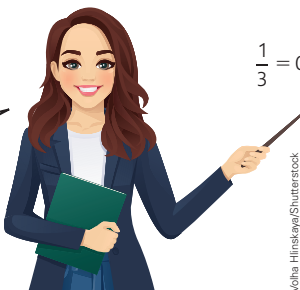
$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{-1}{-2} = \frac{-2}{-4} = \frac{-3}{-6} = \ldots$$

$$-\frac{3}{4} = \frac{3}{-4} = \frac{-3}{4} = \frac{6}{-8} = \frac{-6}{8} = \frac{9}{-12} = \ldots$$

- um número racional pode ser representado por um número decimal, que pode ser exato ou periódico.

Exemplos

$$\frac{10}{5} = 2 \qquad -\frac{3}{4} = -0{,}75 \qquad \frac{1}{3} = 0{,}33333\ldots$$

Volha Hlinskaya/Shutterstock

Orientações didáticas

Vamos conhecer os números racionais

Neste tópico tratamos da ampliação do campo numérico dos números racionais, incluindo os racionais negativos, em que os estudantes vão mobilizar conhecimentos já construídos sobre frações – estudados no 6º ano, quando eram considerados os números racionais positivos (o numerador e o denominador eram números naturais) – e sobre os números negativos, estudados na Unidade sobre números inteiros.

A reflexão proposta tem como objetivo compor o conceito de número racional, que será dado por meio de uma fração que representa a divisão de um número inteiro por outro (ou seja, fração como quociente).

Os exemplos são diversificados em: razões de inteiros múltiplos entre si, com quociente inteiro; e razões de inteiros primos entre si, com resultados expressos em fração ou em escrita decimal.

Ao final, são revisitados o conceito de fração equivalente e a escrita das dízimas periódicas.

Proposta para o estudante

Peça aos estudantes que elaborem um quadro contendo exemplos de números racionais que sejam números inteiros positivos, negativos ou nulo e que sejam números não inteiros positivos e não inteiros negativos, expressos na forma de fração e na forma decimal.

Orientações didáticas

Atividades

Nas atividades **4** a **7**, os estudantes devem mobilizar os conhecimentos construídos sobre número racional. Esse bloco de atividades também é indicado para que eles resolvam as questões propostas individualmente, visando verificar o aprendizado e dando oportunidades para que exponham as dúvidas. Para correção, solicite a alguns estudantes voluntários que apresentem na lousa a maneira como resolveram algumas delas.

Um destaque também é feito na atividade **6**, em que é possível incentivar os estudantes a justificarem suas respostas oralmente ou por escrito, desenvolvendo, assim, a capacidade de argumentação matemática.

A escrita de números decimais como frações irredutíveis é estratégia largamente utilizada em anos posteriores como simplificadora de cálculos com números grandes. Reforce a importância da estratégia desenvolvida na atividade **7**.

Os números racionais e a reta numérica

Na BNCC

Neste tópico é considerada a habilidade **EF07MA10** ao serem propostas atividades nas quais os estudantes localizam números racionais na reta numérica.

Como já comentado no Manual do Professor do 6º ano, se uma reta numérica tem cada intervalo, entre 2 pontos igualmente espaçados, dividido em 10 partes iguais, podemos localizar um número decimal exato que tenha algarismos conhecidos até a ordem dos décimos de unidade. Por exemplo: 0,7. A representação de um número decimal que tenha algarismos conhecidos em ordens menores do que o décimo pode ser feita de maneira aproximada nessa reta numérica citada. Por exemplo: 5,186.

O raciocínio é análogo para representarmos quaisquer números decimais nos quais a representação decimal tenha mais algarismos do que as divisões que temos em cada unidade da reta numérica.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

4. Qual é o quociente? Dê o resultado como fração, simplificando-a quando for possível.

a) $(-9) : (+4)$ $-\frac{9}{4}$

b) $(+22) : (+6)$ $\frac{11}{3}$

c) $(-12) : (-8)$ $\frac{3}{2}$

d) $(+27) : (-21)$ $-\frac{9}{7}$

e) $(-32) : (+20)$ $-\frac{8}{5}$

f) $(-50) : (-35)$ $\frac{10}{7}$

5. Por qual número devemos substituir ▨ para que a igualdade em cada item seja verdadeira?

a) $(+12) : (\text{▨}) = \frac{12}{5}$ +5

b) $(-13) : (\text{▨}) = \frac{13}{7}$ −7

c) $(\text{▨}) : (-2) = -\frac{11}{2}$ +11

d) $\frac{6}{5} = \frac{\text{▨}}{-10}$ −12

e) $\frac{\text{▨}}{14} = \frac{2}{7}$ +4

f) $\frac{\text{▨}}{-33} = -\frac{8}{11}$ +24

g) $\frac{15}{\text{▨}} = -\frac{3}{2}$ −10

h) $(\text{▨}) : (+3) = -\frac{10}{3}$ −10

6. Classifique como verdadeira (V) ou falsa (F) cada uma das seguintes sentenças e justifique sua resposta.

a) $(-15) : (-6) = \frac{5}{2}$

b) $\frac{3}{10}$ é um número racional.

c) $(-15) : (+3) = 5$

d) 702 é um número racional.

e) $(+12) : (-18) = -\frac{3}{2}$

b) V, pois é um número representado por uma razão entre números inteiros.
c) F, pois o quociente da divisão entre dois números que têm sinais contrários é negativo.

7. No caderno, escreva como fração irredutível cada um dos seguintes números racionais:

a) 0,31 $\frac{31}{100}$

b) −0,125 $-\frac{1}{8}$

c) −2,625 $-\frac{21}{8}$

d) −918,5 $-\frac{1837}{2}$

e) 31,47 $\frac{3147}{100}$

f) 0,05 $\frac{1}{20}$

g) −0,55 $-\frac{11}{20}$

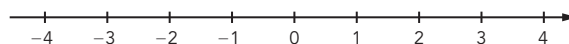
h) 1,020 $\frac{51}{50}$

6. d) V, pois é um número que pode ser representado por uma razão entre números inteiros, por exemplo, $\frac{1404}{2}$.

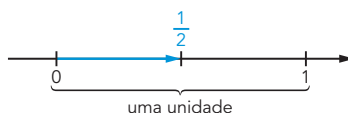
6. e) F, pois o resultado correto é $-\frac{2}{3}$.

6. a) V, pois o quociente da divisão entre dois números que têm o mesmo sinal é positivo e $\frac{-15}{-6} = \frac{15}{6} = \frac{5}{2}$.

Os números racionais e a reta numérica

Já estudamos que os números inteiros podem ser representados por pontos igualmente espaçados sobre uma reta numérica e estão em ordem crescente da esquerda para a direita. Do 0 para a direita estão os números positivos e do 0 para a esquerda, os números negativos.

Banco de imagens/Arquivo da editora

O segmento de reta com extremidades em 0 e 1 representa uma unidade. Então, se queremos representar o número racional $\frac{1}{2}$, marcamos um segmento de comprimento igual à metade da unidade, a partir de 0, para a direita. Assim:

Banco de imagens/Arquivo da editora

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

Note, nos exemplos a seguir, a representação geométrica de alguns números racionais na reta numérica.

Para determinar, por exemplo, a representação geométrica do número racional $\frac{5}{2}$, que é maior do que 1, podemos transformar a fração imprópria $\frac{5}{2}$ em número misto:

$$\frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$$

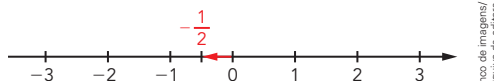
Em seguida, marcamos um segmento de comprimento igual a 2 unidades mais $\frac{1}{2}$ unidade, a partir de 0, para a direita.

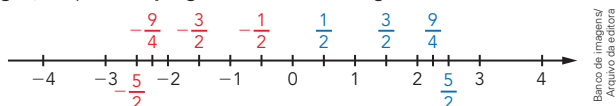
Banco de imagens/Arquivo da editora

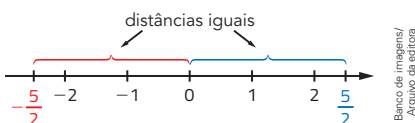
Outro exemplo

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

Marcamos, a partir de 0, para a esquerda, um segmento de comprimento igual à metade da unidade:

Banco de imagens/Arquivo da editora

Acompanhe, a seguir, a representação geométrica de mais alguns números racionais:

Banco de imagens/Arquivo da editora

Verifique, agora, a representação geométrica dos números $\frac{5}{2}$ e $-\frac{5}{2}$:

Banco de imagens/Arquivo da editora

Repare que os dois pontos obtidos estão situados à mesma distância de 0, um à esquerda e o outro à direita dele.

Dizemos que os números $\frac{5}{2}$ e $-\frac{5}{2}$ são **opostos** e a distância entre cada um deles e o 0 é chamada **valor absoluto** ou **módulo** desses números. Assim, $\frac{5}{2}$ é módulo ou valor absoluto de $+\frac{5}{2}$ e de $-\frac{5}{2}$.

Indicamos:

$\left|-\frac{5}{2}\right| = \frac{5}{2}$ (lemos: "o módulo de menos cinco meios é cinco meios")

$\left|+\frac{5}{2}\right| = \frac{5}{2}$ (lemos: "o módulo de mais cinco meios é cinco meios")

Verifique outros exemplos:

$\left|\frac{11}{5}\right| = \frac{11}{5}$ $\qquad$ $\left|-\frac{7}{3}\right| = \frac{7}{3}$ $\qquad$ $|0| = 0$

Todo número positivo é o valor absoluto dele mesmo e do seu oposto.

Orientações didáticas

Os números racionais e a reta numérica

Com auxílio de construções geométricas, é possível localizar, de maneira exata, todos os números racionais e alguns números irracionais, independentemente da escala da reta numérica. Essas representações serão abordadas nos próximos volumes desta coleção.

Retome na lousa a localização de números inteiros na reta numérica. Garanta que todos tenham entendido o sentido crescente e o sentido decrescente da reta numérica e que saibam localizar nela um número inteiro qualquer.

Para essa proposta, são fundamentais o uso da régua milimetrada e o conceito de proporção entre as medidas das posições dos pontos na reta e a escala utilizada. Sugira diversos números para a turma e comente caso os estudantes obtiverem corretamente as posições dos pontos que os representam.

Proposta para o estudante

Antes de apresentar os exemplos do livro, questione os estudantes sobre:

- Como podemos localizar as frações positivas nessa reta numérica, como $+\frac{1}{4}$?
- E as frações negativas, como $-\frac{1}{3}$?
- E números racionais positivos expressos na forma decimal, como +2,5?
- E números racionais negativos expressos na forma decimal, como −2,5?

Converse com os estudantes sobre as hipóteses deles e proponha que façam a localização desses números em uma reta numérica desenhada na lousa.

Orientações didáticas

Atividades

Nas atividades **8** a **12**, os estudantes devem mobilizar seus conhecimentos sobre localização de números racionais na reta numérica, números racionais opostos e módulo de um número racional. Sugerimos que essas atividades sejam realizadas individualmente, a fim de verificar o aprendizado de cada estudante. Depois, corrija cada atividade para que o estudante possa ampliar suas estratégias e utilizá-las nas demais atividades.

Destacamos que, na atividade **8**, para representar a reta numérica, os estudantes podem escolher uma unidade de medida para representar o comprimento de cada intervalo, por exemplo, 1 cm. A partir daí, é possível localizar aproximadamente qualquer número racional por meio de uma proporção entre o valor absoluto do número desejado e a escala utilizada.

Comparação de números racionais

Na BNCC

Este tópico propõe atividades nas quais será necessário comparar e ordenar números racionais e associá-los a pontos da reta numérica, sendo uma oportunidade para o desenvolvimento das habilidades **EF07MA08** e **EF07MA10**.

Neste tópico é feita a comparação de números racionais expressos na forma de fração com o auxílio da reta numérica.

Participe

São apresentados questionamentos em que se quer alcançar os seguintes objetivos: compreender o significado de comparar 2 números; perceber que, quanto mais à direita o número se localiza na reta numérica, maior ele é e, sendo assim, concluir que o zero é maior do que qualquer número negativo; concluir que todo número positivo é maior do que qualquer número negativo.

Debata com os estudantes os objetivos propostos e registre as conclusões na lousa.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

8. Desenhe, no caderno, uma reta numérica e, nela, localize:

- os pontos que representam os números inteiros de −5 a 5;
- os números racionais $+\frac{1}{2}$; $-\frac{3}{5}$; +1,5; −3,5; $+\frac{7}{10}$ e $-\frac{7}{10}$.

Banco de imagens/Arquivo da editora

9. Determine o oposto de cada número.

a) $\frac{2}{7}$ $-\frac{2}{7}$

b) −0,34 0,34

c) $-\frac{5}{3}$ $\frac{5}{3}$

10. Qual é o módulo de cada número?

a) $+\frac{7}{11}$ $\frac{7}{11}$

b) $-\frac{7}{11}$ $\frac{7}{11}$

c) $+\frac{5}{4}$ $\frac{5}{4}$

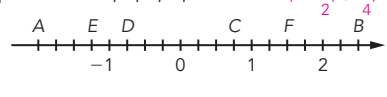
11. Determine o valor absoluto de cada número.

a) $\frac{21}{8}$ $\frac{21}{8}$

b) $-\frac{23}{7}$ $\frac{23}{7}$

c) $\frac{11}{23}$ $\frac{11}{23}$

12. Na reta numérica a seguir, as marcas indicam a divisão do segmento de reta $\overline{AB}$ em partes iguais. Que números estão representados pelas letras A, B, C, D, E e F? A: −2; B: $\frac{5}{2}$; C: $\frac{3}{4}$; D: $-\frac{3}{4}$; E: $-\frac{5}{4}$; F: $\frac{3}{2}$.

A E D C F B
−1 0 1 2

Banco de imagens/Arquivo da editora

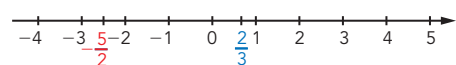
Comparação de números racionais

Vamos agora comparar números racionais. Acompanhe, na imagem, as perguntas de Bruna e Pedro.

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

Temos $-\frac{5}{2} < 0$ e $0 < \frac{2}{3}$; então $-\frac{5}{2} < \frac{2}{3}$.

Portanto, $\frac{2}{3}$ é maior do que $-\frac{5}{2}$.

Na reta numérica, os números estão dispostos em ordem crescente da esquerda para a direita.

Banco de imagens/Arquivo da editora

O número $\frac{2}{3}$ é representado à direita de $-\frac{5}{2}$, então, $\frac{2}{3} > -\frac{5}{2}$.

As frações $\frac{3}{7}$ e $\frac{5}{7}$ são positivas e têm o mesmo denominador (7). Nesse caso, a maior é aquela que tem o maior numerador, ou seja, $\frac{5}{7} > \frac{3}{7}$.

Participe

Faça as atividades no caderno.

Pense e responda:

a) O que significa comparar dois números? Verificar qual é o maior e qual é o menor entre eles, ou se eles são iguais.

b) É possível comparar dois números racionais? Sim.

c) Compare $-\frac{7}{3}$ e $\frac{3}{4}$. O que podemos concluir? Por quê?

d) Agora compare −3 e $\frac{4}{5}$, qual é menor?

e) Comparando um número positivo com outro negativo, qual é o maior? O número positivo.

c) Que $-\frac{7}{3}$ é menor do que $\frac{3}{4}$, porque $-\frac{7}{3} < 0$ e $0 < \frac{3}{4}$. E, também, porque $-\frac{7}{3}$ é representado à esquerda de $\frac{3}{4}$ na reta numérica.

d) Concluímos que −3 é menor do que $\frac{4}{5}$.

Proposta para o estudante

Para os estudantes que apresentarem dificuldades na localização de números inteiros na reta numérica, indicamos o seguinte simulador:
PHET COLORADO. *Reta numérica:* inteiros. Disponível em: https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulations/number-line-integers. Acesso em: 4 maio 2022.

Comparando dois números negativos

Recordemos que, na comparação entre dois números inteiros negativos, o maior número é aquele que tem o valor absoluto menor, ou seja, a distância entre esse número e o zero na reta numérica é menor.

Ilustra Cartoon/ Arquivo da editora

Ambos são números racionais negativos. O maior é o que tem o menor valor absoluto.

Como $\frac{1}{3} < \frac{11}{3}$, concluímos que $-\frac{1}{3} > -\frac{11}{3}$. Assim, o maior é $-\frac{1}{3}$.

Comparando frações de denominadores diferentes

Quando as frações têm denominadores diferentes, para compará-las, podemos transformá-las em frações equivalentes com o mesmo denominador.

Uma maneira de fazer isso é calcular o mínimo múltiplo comum (mmc) dos denominadores e determinar a fração equivalente a cada uma utilizando o mmc como denominador comum.

Ilustra Cartoon/ Arquivo da editora

Como o mmc$(4, 6) = 12$, temos:

As imagens não estão representadas em proporção.

Volha Hlinskaya/Shutterstock

Comparando os numeradores, temos $15 > 14$, então, $\frac{15}{12} > \frac{14}{12}$, portanto, $\frac{5}{4} > \frac{7}{6}$.

Concluímos, então, que $\frac{5}{4}$ é maior do que $\frac{7}{6}$.

Orientações didáticas

Comparando dois números negativos

Retome com os estudantes que ao comparar dois números inteiros negativos, o maior número é aquele que tem o valor absoluto menor. Mostre mais alguns exemplos além dos citados no Livro do Estudante.

Comparando frações de denominadores diferentes

Neste tópico, ampliamos a comparação de frações (positivas e negativas) para denominadores diferentes. O processo descrito no livro utiliza o conceito de frações equivalentes às frações dadas com mesmo denominador, obtidas por meio do cálculo do mmc entre os denominadores.

Ao final do primeiro exemplo, mencione que há outra maneira de realizar a comparação, expressando cada fração na forma decimal correspondente, por meio da divisão do numerador pelo denominador. Com as formas decimais obtidas, a comparação fica mais simples.

Analise os exemplos apresentados. Proponha que alguns estudantes criem outros exemplos na lousa para que um colega faça a comparação com o auxílio da turma.

Orientações didáticas

Atividades

Nestas atividades, os estudantes devem mobilizar seus conhecimentos sobre comparação de números racionais e aplicá-los na resolução de problemas. Sugerimos que essas atividades sejam feitas em duplas, promovendo a troca de ideias e a ampliação do repertório de estratégias dos estudantes.

Na atividade **18**, verifique se os estudantes identificam as razões indicadas pelas informações "2 de cada 5 pontos", "4 de cada 9 pontos" e "7 de cada 15 pontos" e se compreendem o significado de "mais bem classificada" e "menos bem classificada".

Reforce que também é possível realizar a comparação de racionais ao escrevê-los na forma decimal. Se sobrar tempo, realize com a turma a correção das atividades com essa estratégia alternativa.

Acompanhe outro exemplo:

Qual é maior: $-\frac{11}{3}$ ou $-\frac{16}{5}$?

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

Como o mmc(3, 5) = 15, temos:

$-\frac{11}{3} = -\frac{55}{15}$ e $-\frac{16}{5} = -\frac{48}{15}$

Comparando os valores absolutos: $\frac{55}{15} > \frac{48}{15}$

Então, $-\frac{55}{15} < -\frac{48}{15}$; portanto, $-\frac{11}{3} < -\frac{16}{5}$.

Assim, concluímos que $-\frac{16}{5}$ é maior do que $-\frac{11}{3}$.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

13. Em cada item, verifique qual fração é maior. Explique seu raciocínio. Explicação pessoal.

a) $-\frac{3}{5}$ ou $\frac{7}{11}$ $\frac{7}{11}$ **b)** $\frac{12}{7}$ ou $\frac{141}{7}$ $\frac{141}{7}$ **c)** $-\frac{13}{9}$ ou $-\frac{19}{9}$ $-\frac{13}{9}$

14. Marco Antônio leu $\frac{5}{8}$ de um livro para uma prova de Língua Portuguesa. Pedro, até agora, leu $\frac{8}{15}$ do mesmo livro. Quem leu mais? Marco Antônio.

15. Determine qual fração é maior em cada item. Explique seu raciocínio. Explicação pessoal.

a) $\frac{3}{5}$ ou $\frac{2}{3}$ $\frac{2}{3}$ **b)** $\frac{4}{3}$ ou $\frac{13}{10}$ $\frac{4}{3}$ **c)** $\frac{13}{3}$ ou $\frac{13}{4}$ ou $\frac{21}{5}$ $\frac{13}{3}$ **d)** $\frac{8}{5}$ ou $\frac{9}{5}$ ou $\frac{7}{4}$ $\frac{9}{5}$

16. Aline e Danilo fizeram as provas de testes do Enem. Aline acertou $\frac{4}{5}$ das questões e Danilo, $\frac{5}{6}$. Quem acertou mais questões? Danilo.

17. Milton deu algumas figurinhas para os netos Nuno, Nicole e Lara colarem em seus álbuns. Nuno pegou $\frac{7}{24}$ das figurinhas, Nicole pegou $\frac{3}{10}$ e Lara, $\frac{4}{15}$. Quem pegou menos figurinhas? Lara.

18. Em um campeonato de futebol, a equipe Alfa ganhou 2 de cada 5 pontos disputados, a equipe Beta ganhou 4 de cada 9 pontos disputados e a equipe Sigma, 7 de cada 15 pontos disputados. Qual dessas equipes terminou mais bem classificada? E qual terminou menos bem classificada? Sigma; Alfa.

19. Escreva, no caderno, em ordem crescente, estes números racionais: $-\frac{7}{2}, -\frac{5}{2}, -\frac{5}{3}, 0, \frac{7}{4}, \frac{7}{3}, \frac{7}{2}$

$\frac{7}{2}$ $\frac{7}{3}$ $-\frac{5}{3}$ $-\frac{5}{2}$ 0 $\frac{7}{4}$ $-\frac{7}{2}$

20. Em cada item, compare as frações e substitua ////////// por <, > ou =.

a) $\frac{1}{2}$ ////////// $\frac{2}{4}$ = **d)** $\frac{2}{5}$ ////////// $-\frac{4}{3}$ > **g)** $-\frac{1}{3}$ ////////// $-\frac{3}{9}$ =

b) $\frac{3}{5}$ ////////// $\frac{7}{5}$ < **e)** $-\frac{1}{10}$ ////////// $-\frac{7}{10}$ > **h)** $\frac{7}{4}$ ////////// $\frac{7}{3}$ <

c) $+\frac{9}{7}$ ////////// $\frac{5}{7}$ > **f)** $-\frac{1}{3}$ ////////// 0 <

21. Elabore um problema que envolva comparação entre frações. Depois, troque com um colega e cada um resolve o problema que o outro elaborou.
Exemplo de resposta: Artur abriu seu cofrinho e contou as moedas que tinha. Do total de moedas, $\frac{1}{3}$ eram de 1 real e $\frac{1}{4}$ eram de 50 centavos. Havia mais moedas de 1 real ou de 50 centavos? Resposta: Havia mais moedas de 1 real.

Operações com racionais

EF07MA09
EF07MA11
EF07MA12

Adição

Sem pressa, com prudência

Quando Nelson viaja de carro do Rio de Janeiro a São Paulo, ele costuma fazer duas paradas: a primeira, ao ter completado $\frac{1}{3}$ do percurso, e a segunda, após ter percorrido mais $\frac{4}{9}$ da estrada.

Quanto Nelson percorre até a segunda parada? Que fração do percurso resta para ele chegar a São Paulo?

$$\frac{1}{3}+\frac{4}{9}=\frac{3}{9}+\frac{4}{9}=\frac{3+4}{9}=\frac{7}{9} \qquad \frac{9}{9}-\frac{7}{9}=\frac{9-7}{9}=\frac{2}{9}$$

Portanto, até a segunda parada Nelson percorre $\frac{7}{9}$ da estrada. Ficam faltando $\frac{2}{9}$ para ele chegar a São Paulo.

Acompanhe a pergunta do professor de Matemática na cena a seguir.

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

A adição de números racionais representados por frações pode ser realizada transformando-as em frações equivalentes com o mesmo denominador positivo e adicionando os numeradores. Verifique:

$$\frac{2}{3}+\left(-\frac{5}{2}\right)=\frac{4}{6}+\left(\frac{-15}{6}\right)=\frac{4+(-15)}{6}=\frac{-11}{6}=-\frac{11}{6}$$

Outros exemplos

- $\left(-\frac{3}{4}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{-3}{4}\right)+\left(\frac{-2}{4}\right)=\frac{(-3)+(-2)}{4}=\frac{-5}{4}=-\frac{5}{4}$
- $\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(+\frac{3}{5}\right)=\frac{-5}{15}+\frac{9}{15}=\frac{(-5)+9}{15}=\frac{4}{15}$

Agora, verifique outra pergunta do professor de Matemática.

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

Para adicionar dois números racionais que estão representados na forma decimal, procedemos da seguinte maneira.

- Se eles têm o mesmo sinal, adicionamos os valores absolutos desses números e damos o mesmo sinal à soma.

Orientações didáticas

Adição

Na BNCC

Neste capítulo são apresentadas as operações com números racionais, sendo esta uma oportunidade para o trabalho com as habilidades **EF07MA09**, **EF07MA11** e **EF07MA12** e a **CEMAT05** por promover a associação entre os conceitos de razão, porcentagem e fração e a aplicação das operações para modelar e resolver problemas matemáticos.

Antes de avançar para os exemplos do Livro do Estudante, sugerimos que os estudantes sejam questionados sobre números racionais, verificando os conhecimentos prévios deles sobre esse assunto. Faça um resumo na lousa das principais conclusões.

Em seguida, proponha adições com números racionais representados tanto na forma fracionária quanto na forma decimal, para que os estudantes levantem hipóteses sobre o resultado do cálculo. Verifique se eles utilizam estratégias semelhantes às que utilizaram para a adição de números inteiros. Peça que verifiquem suas hipóteses usando uma calculadora.

Após o debate sobre as estratégias, analise os exemplos apresentados no livro.

Proposta para o estudante

Proponha a seguinte atividade complementar, se julgar pertinente:

Reproduza cada frase no caderno e complete-as, tornando-as verdadeiras.

a) O número ////////////// adicionado a $-0{,}3$ resulta em zero. Resposta: $(+0{,}3)$ ou 0,3

b) Adicionando $-4{,}5$ a 4,5, obtemos //////////////. Resposta: zero

c) O número racional que deve ser adicionado a $-0{,}05$ para que o resultado da operação seja igual a $-0{,}05$ é //////////////. Resposta: zero

d) Em uma adição, uma das parcelas é menos quatro quintos e a outra é zero, então a soma é igual a //////////////. Resposta: menos quatro quintos

Orientações didáticas

Atividades

Neste bloco de atividades, o estudante deve mobilizar conhecimentos sobre a operação de adição com números racionais. Sugerimos que as atividades sejam feitas individualmente para a verificação do conhecimento construído pelo estudante. Acompanhe-os nessa tarefa, registrando dúvidas e avanços para serem debatidos na correção coletiva.

Na atividade **6**, estão embutidas as propriedades de elemento neutro da adição e a propriedade comutativa da adição, estendidas para o universo dos racionais. Aguarde o momento de correção para relacionar esse fato ao resumo das propriedades na página seguinte.

Destacamos a atividade **7**, em que se procura verificar se o estudante utiliza corretamente o conceito de oposto de um número racional. Se julgar necessário, retome esse conceito baseando-se no que foi visto com números inteiros.

Na atividade **8**, explique aos estudantes como foi feita a aproximação para representar as quantidades na forma fracionária. Por exemplo:

A região Nordeste comparece com 1 211 localidades de um total de 7 103 no Brasil. Efetuamos a divisão:

$7\,103 : 1\,211 \simeq 0{,}17 = \frac{17}{100}$.

1. a) $-\frac{4}{5}$; $(+0{,}6) + (-1{,}4) = -0{,}8$; os resultados são iguais **1. b)** $-\frac{1}{4}$; $(-1{,}5) + (+1{,}25) = -0{,}25$; os resultados são iguais

Exemplos

$(-1{,}2) + (-3{,}5) = -4{,}7$

$$\begin{array}{r} 1{,}2 \\ +\,3{,}5 \\ \hline 4{,}7 \end{array}$$

$(-1{,}5) + (-2{,}07) = -3{,}57$

$$\begin{array}{r} 1{,}50 \\ +\,2{,}07 \\ \hline 3{,}57 \end{array}$$

$(2{,}1) + (0{,}98) = 3{,}08$

$$\begin{array}{r} \overset{1}{2}{,}10 \\ +\,0{,}98 \\ \hline 3{,}08 \end{array}$$

- Se eles têm sinais contrários, subtraímos o menor valor absoluto do maior e damos ao resultado o sinal do número racional que tem maior valor absoluto.

Exemplos

$(-1{,}7) + (2{,}05) = 0{,}35$

$$\begin{array}{r} 2{,}05 \\ -\,1{,}70 \\ \hline 0{,}35 \end{array}$$

$(4{,}37) + (-5{,}37) = -1$

$$\begin{array}{r} 5{,}37 \\ -\,4{,}37 \\ \hline 1{,}00 \end{array}$$

$(0{,}002) + (-1{,}9) = -1{,}898$

$$\begin{array}{r} 1{,}900 \\ -\,0{,}002 \\ \hline 1{,}898 \end{array}$$

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1. Em cada item, calcule a adição das frações. Depois, transforme-as em números decimais e calcule novamente a adição para comparar os resultados.

a) $\left(+\frac{3}{5}\right) + \left(-\frac{7}{5}\right)$ **b)** $\left(-\frac{3}{2}\right) + \left(+\frac{5}{4}\right)$

2. Qual é o resultado?

a) $\left(+\frac{4}{7}\right) + \left(-\frac{11}{7}\right) + \left(-\frac{19}{7}\right)$ $-\frac{26}{7}$

b) $(-1{,}47) + (-2{,}5) + (-0{,}03)$ -4

c) $(+0{,}01) + (-0{,}11) + (+1{,}11)$ $1{,}01$

3. Calcule novamente as adições dos itens **b** e **c** da atividade anterior, agora transformando os números decimais em frações e compare os resultados. Para cada item, os resultados são iguais.

4. Calcule e compare os resultados.

a) $\frac{10}{3} + \left(-\frac{3}{5}\right)$ $\frac{41}{15}$ **b)** $\left(-\frac{3}{5}\right) + \frac{10}{3}$ $\frac{41}{15}$

5. Calcule e compare os resultados. Os resultados são iguais.

a) $\left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{5}{4}\right)$ $-\frac{1}{12}$

b) $\frac{1}{2} + \left[\frac{2}{3} + \left(-\frac{5}{4}\right)\right]$ $-\frac{1}{12}$

c) $\frac{1}{2} + \left(-\frac{5}{4}\right) + \frac{2}{3}$ $-\frac{1}{12}$

Note que no item **b** usamos colchetes [ ] para associar duas parcelas.

6. Efetue as adições.

a) $\left(-\frac{2}{5}\right) + 0$ $-\frac{2}{5}$ **b)** $\frac{2}{5} + 0$ $\frac{2}{5}$ **c)** $0 + \frac{2}{5}$ $\frac{2}{5}$ **d)** $0 + \left(-\frac{2}{5}\right)$ $-\frac{2}{5}$

7. Adicione cada número racional ao oposto dele. O que você percebe? O resultado de todas as adições é zero.

a) $\frac{3}{8}$ **b)** $-\frac{4}{7}$ **c)** $\frac{1}{5}$ **d)** $-\frac{7}{3}$ **e)** 0,75 **f)** −1,04

8. Vamos retomar os valores referentes às localidades indígenas nas regiões do Brasil apresentados no texto da abertura desta Unidade.

A seguir utilizamos o recurso de aproximação para representar as quantidades na forma fracionária.

Região	Fração
Norte	$\frac{64}{100}$
Nordeste	$\frac{17}{100}$
Centro-Oeste	$\frac{1}{10}$
Sudeste	$\frac{1}{20}$
Sul	$\frac{1}{25}$

a) Qual é a soma das frações que indicam as localidades indígenas das regiões Nordeste, Centro-Oeste, Sudeste e Sul? $\frac{36}{100} = \frac{9}{25}$

b) O que se pode concluir ao comparar essa soma com a fração relativa à região Norte?

A região Norte concentra mais localidades indígenas do que as demais regiões juntas.

Proposta para o professor

Para saber mais sobre pensamento computacional, explorado no tópico “Propriedades da adição”, indicamos o curso oferecido pelo MEC, disponível em: https://avamec.mec.gov.br/#/instituicao/seb/curso/3801/informacoes. Acesso em: 2 jun. 2022.

Propriedades da adição

As atividades anteriores exemplificam as propriedades da adição.

Propriedade comutativa da adição:
Em uma adição de números racionais, a ordem das parcelas não altera o resultado (soma).

Propriedade associativa da adição:
Em uma adição de três números racionais, associando as duas parcelas iniciais ou as duas finais, obtemos resultados iguais.

Propriedade do elemento neutro da adição:
A soma de um número racional qualquer com 0 é igual ao próprio número; o 0 é uma parcela que não altera o resultado de uma adição.

Propriedade do elemento oposto ou simétrico:
Todo número racional tem um oposto e a adição de um número racional a seu oposto e sempre igual a 0.

Subtração

Assim como fazemos com números inteiros, a operação de subtração de números racionais pode ser realizada adicionando o primeiro número ao oposto do segundo. Acompanhe os exemplos a seguir.

Na subtração $\left(+\frac{1}{2}\right) - \left(+\frac{2}{3}\right)$, você sabe qual é o resultado?

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

- $\left(+\frac{1}{2}\right) - \left(+\frac{2}{3}\right) = \left(+\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{3}{6} + \left(-\frac{4}{6}\right) = -\frac{1}{6}$

Outros exemplos

- $\left(+\frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{1}{3}\right) = \left(+\frac{1}{2}\right) + \left(+\frac{1}{3}\right) = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$
- $\left(-\frac{1}{3}\right) - \left(+\frac{5}{6}\right) = \left(-\frac{1}{3}\right) + \left(-\frac{5}{6}\right) = -\frac{2}{6} + \left(-\frac{5}{6}\right) = -\frac{7}{6}$
- $(-0{,}4) - \left(-\frac{3}{5}\right) = \left(-\frac{4}{10}\right) - \left(-\frac{3}{5}\right) = \left(-\frac{4}{10}\right) + \left(+\frac{3}{5}\right) = -\frac{4}{10} + \frac{6}{10} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$
- $(-0{,}76) - (0{,}29) = (-0{,}76) + (-0{,}29) = -1{,}05$

Adição algébrica

Acompanhe como podemos transformar uma expressão com números racionais em uma adição algébrica:

$$\frac{2}{3} - \frac{5}{4} - 0{,}7 = \left(+\frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{5}{4}\right) + (-0{,}7)$$

Adição algébrica é uma expressão matemática que contém somente adições de números positivos, negativos ou nulos.

Como obtivemos uma expressão somente com adições, podemos aplicar as propriedades estudadas anteriormente.

Orientações didáticas

Propriedades da adição

Neste tópico, ampliamos o trabalho com as propriedades da adição. Essas propriedades foram consideradas em atividades anteriores. A propriedade associativa foi abordada na atividade **5**; na atividade **4**, é sugerida a validade da propriedade comutativa da adição; a propriedade do elemento neutro aditivo é apresentada na atividade **6**; e, por fim, a existência do inverso aditivo é abordada na atividade **7**.

O reconhecimento de padrões é um dos pilares do pensamento computacional. Antes de apresentar as propriedades da adição, retome as atividades anteriores e deixe que os estudantes expressem as suas conclusões sobre tais propriedades.

Subtração

Inicialmente, questione os estudantes sobre a maneira como efetuam a subtração com números inteiros, verificando os conhecimentos que eles já construíram acerca desse tema.

Em seguida, proponha algumas subtrações com números racionais representados tanto na forma fracionária quanto na forma decimal para que os estudantes levantem hipóteses sobre o valor do resto a ser obtido. Verifique se nessas subtrações eles utilizam estratégias semelhantes às utilizadas para a subtração de números inteiros. Peça que verifiquem suas hipóteses usando uma calculadora.

Adição algébrica

Na BNCC

Neste tópico, é apresentada a operação de adição algébrica de números racionais, sendo essa uma oportunidade para o trabalho com a **EF07MA12** ao resolver problemas envolvendo essa operação.

Adição algébrica

Neste tópico, apresentamos a adição algébrica com números racionais, que consiste em expressões numéricas que envolvem apenas adições. Auxilie os estudantes a entender que, se uma expressão contém, além de adições, subtrações, essas últimas podem ser convertidas em adições com números negativos, de modo a termos uma adição algébrica.

Se preferir, destaque as regrinhas mnemônicas para a turma:

$(+)(+) = (+)$
$(-)(-) = (+)$
$(-)(+) = (-)$
$(+)(-) = (-)$

Contudo, não deixe de lembrá-los de que esses não são resultados que vêm "do nada", eles foram verificados no capítulo que tratava da adição de números inteiros.

Orientações didáticas

Multiplicação

Na BNCC

Neste tópico, são desenvolvidas as habilidades **EF07MA11** e **EF07MA12** por meio da utilização de operações com números racionais na formulação e resolução de problemas e da compreensão das propriedades operatórias da multiplicação. Os contextos das questões propostas em *Atividades* permitem desenvolver os TCTs *Educação Alimentar e Nutricional* e *Educação Financeira*.

Neste tópico, exploramos a operação de multiplicação envolvendo os números racionais representados tanto na forma fracionária quanto na forma decimal, já estudada no 6º ano, quando foram considerados números racionais positivos.

12. Exemplo de resposta: Marcela foi ao mercado e comprou um xampu de R$ 16,29 e um sabão em pó de R$ 10,20. Ao passar as compras no caixa, ela pagou com uma cédula de R$ 50,00 e percebeu que houve um desconto de R$ 2,74. Qual foi o valor do troco recebido?

Atividades

Faça as atividades no caderno.

9. Paulo tinha uma jarra com $\frac{3}{4}$ de litro de água, que usou para encher um copo de $\frac{1}{8}$ de litro. Quanto sobrou de água na jarra? $\frac{5}{8}$ de litro de água.

10. Qual é a diferença?

a) $\left(+\frac{4}{3}\right) - \left(+\frac{7}{4}\right)$ $-\frac{5}{12}$

b) $\left(+\frac{11}{3}\right) - \left(-\frac{5}{6}\right)$ $\frac{9}{2}$

c) $(-0,47) - (-0,85)$ 0,38

d) $\left(-\frac{7}{6}\right) - \left(+\frac{11}{9}\right)$ $-\frac{43}{18}$

11. Escreva as expressões como adições algébricas e calcule o resultado.

a) $\frac{1}{6} - \frac{5}{6}$ $-\frac{2}{3}$

b) $-\frac{9}{8} + \frac{7}{8}$ $-\frac{1}{4}$

c) $-\frac{3}{10} - \frac{7}{10}$ -1

d) $-0,2 + 0,7 - 0,9 - 1,4$ $-1,8$

12. Elabore um problema que possa ter a seguinte resolução:

$$16,29 + 10,20 - 2,74 = 23,75$$

$$50,00 - 23,75 = 26,25$$

Resposta: R$ 26,25

13. Em 2019 foi realizada no Japão a Copa do Mundo de Voleibol Feminino.

Kazuhiro Nogi/AFP

Jogo entre Coreia do Sul e Brasil na Copa do Mundo de Voleibol Feminino, em 2019.

Descubra as três primeiras seleções classificadas nesse campeonato calculando o valor das expressões e comparando os resultados com os números do quadro.

Seleção	Resultado
Brasil	-2
Estados Unidos	$\frac{22}{105}$
Rússia	$-\frac{381}{140}$
China	2

a) 1º lugar: $-0,48 - 0,52 + 3$ 2; China.

b) 2º lugar: $\frac{2}{5} + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{3}\right)$ $\frac{22}{105}$; Estados Unidos.

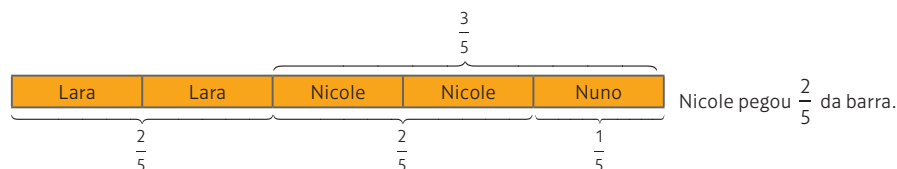
c) 3º lugar: $\left(-\frac{2}{5} + \frac{3}{7}\right) - \frac{11}{4}$ $-\frac{381}{140}$; Rússia.

Multiplicação

A partilha do chocolate

Lara, Nicole e Nuno dividiram entre eles uma barra de chocolate. Lara pegou $\frac{2}{5}$ da barra, Nicole pegou $\frac{2}{3}$ do que sobrou, e o restante ficou para Nuno. Que fração da barra de chocolate Nicole pegou?

Como Lara pegou $\frac{2}{5}$ da barra, haviam sobrado $\frac{3}{5}$. Então, Nicole pegou $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{5}$ da barra, assim:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 5} = \frac{2}{5}$$

Lara	Lara	Nicole	Nicole	Nuno

$\frac{3}{5}$ (Nicole + Nuno); $\frac{2}{5}$ (Lara); $\frac{2}{5}$ (Nicole); $\frac{1}{5}$ (Nuno)

Nicole pegou $\frac{2}{5}$ da barra.

Proposta para o professor

Aproveite o contexto da atividade **13** para refletir com os estudantes sobre o papel das mulheres, sobretudo na conquista de medalhas e troféus em diversas modalidades esportivas.

FARIA, Lívia. Mulheres no Esporte: o tabu e a história por trás da pouca representatividade feminina. *GE*, [*s. l.*], 2019. Disponível em: https://ge.globo.com/outros-esportes/noticia/mulheres-no-esporte-o-tabu-e-a-historia-por-tras-da-pouca-representatividade-feminina.ghtml.
GE. A força da mulher brasileira nos Jogos Olímpicos em números. *GE*, [*s. l.*], 2022. Disponível em: https://ge.globo.com/olimpiadas/noticia/2022/03/08/a-forca-da-mulher-brasileira-nos-jogos-olimpicos-em-numeros.ghtml.
Acessos em: 2 jun. 2022.

Quanto da barra de chocolate ficou para Nuno? $\frac{5}{5} - \frac{2}{5} - \frac{2}{5} = \frac{5-2-2}{5} = \frac{1}{5}$

Nuno ficou com $\frac{1}{5}$ da barra.

Para calcular a fração da barra que Nicole pegou, fizemos uma multiplicação de números racionais.

Agora, acompanhe a pergunta da professora.

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

A multiplicação de números racionais representados como frações pode ser realizada da seguinte maneira:

- Se os fatores tiverem sinais iguais, o produto fica com o sinal positivo (+); se os fatores tiverem sinais contrários, o produto fica com o sinal negativo (−), assim como na multiplicação de números inteiros (conforme estudamos anteriormente).
- Multiplicamos os numeradores das frações, obtendo o numerador do produto.
- Multiplicamos os denominadores das frações, obtendo o denominador do produto.
- Quando for possível, simplificamos o resultado.

Então, efetuamos assim:

$$\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{5}{7}\right) = +\frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 7} = \frac{10}{21}$$

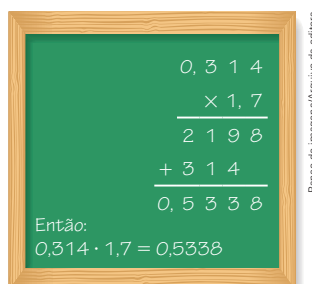
Outros exemplos

- $\left(+\frac{4}{7}\right) \cdot \left(+\frac{5}{2}\right) = +\frac{4 \cdot 5}{7 \cdot 2} = \frac{20}{14} = \frac{10}{7}$
- $\left(+\frac{4}{7}\right) \cdot \left(-\frac{5}{2}\right) = -\frac{4 \cdot 5}{7 \cdot 2} = -\frac{20}{14} = -\frac{10}{7}$
- $\left(-\frac{6}{5}\right) \cdot \left(+\frac{10}{3}\right) = -\frac{6 \cdot 10}{5 \cdot 3} = -\frac{60}{15} = -4$

Agora, vamos aprender a calcular o resultado de $(-0{,}314) \cdot (1{,}7)$.

Para multiplicar um número racional por outro, quando ambos estão na forma decimal, multiplicamos os valores absolutos deles e o sinal do produto é analisado da mesma maneira que foi feito para a multiplicação de frações (conforme estudamos anteriormente).

$$(-0{,}314) \cdot (+1{,}7) = -0{,}5338$$

Banco de imagens/Arquivo da editora

Orientações didáticas

Multiplicação

Explore a situação apresentada e analise com os estudantes as estratégias de cálculo utilizadas. Ressalte que, nessa situação, a multiplicação foi feita com os números racionais expressos na forma de fração e com os 2 fatores positivos. Questione: “E se os fatores fossem ambos negativos, como vocês acham que seria o produto?”; “Ou, ainda, se os fatores tivessem sinais contrários: um positivo e outro negativo, qual seria o sinal do produto?”; “E se um dos fatores fosse zero?”.

Orientações didáticas

Atividades

Nas atividades deste bloco, objetiva-se a mobilização de conhecimentos construídos sobre multiplicação com números racionais na representação fracionária.

Sugerimos que as atividades **14** a **18** sejam realizadas em duplas para que os estudantes possam debater sobre os procedimentos de cálculo e a resolução de problemas.

Destacamos a atividade **15**, na qual o contexto possibilita a reflexão dos estudantes sobre a importância de planejar compras e cuidar dos valores de parcelas, mobilizando o TCT *Educação Financeira*.

Na atividade **17**, é possível debater com os estudantes sobre a importância de ter uma alimentação saudável, por exemplo, evitar consumir em excesso os salgadinhos indicados no problema, mobilizando o TCT *Educação Alimentar e Nutricional*.

A atividade **21** envolve o inverso multiplicativo de um número racional.

Sugerimos que as atividades **19** a **24** sejam realizadas individualmente, para que seja possível verificar as dificuldades no assunto. Faça a correção a cada atividade resolvida, a fim de que a abordagem das dificuldades geradas possa contribuir para a aprendizagem.

Para efetuar a multiplicação de números decimais, também podemos transformar os fatores em frações:

$$\left(-\frac{314}{1000}\right)\cdot\left(+\frac{17}{10}\right)=-\frac{5338}{10000}=-0,5338$$

Outros exemplos

- $(-0,314)\cdot(-1,7)=+0,5338$
- $(+0,314)\cdot(-1,7)=-0,5338$
- $(-0,314)\cdot(+1,7)=-0,5338$

Atividades

Faça as atividades no caderno.

14. Qual é o produto?

a) $\left(+\frac{4}{5}\right)\cdot\left(-\frac{10}{3}\right)$ $-\frac{8}{3}$

b) $\left(-\frac{6}{35}\right)\cdot\left(+\frac{25}{12}\right)$ $-\frac{5}{14}$

c) $\left(-\frac{7}{2}\right)\cdot\left(-\frac{10}{21}\right)$ $\frac{5}{3}$

d) $\left(+\frac{3}{5}\right)\cdot\left(+\frac{15}{6}\right)$ $\frac{3}{2}$

15. Na compra de um aparelho celular, Natasha pagou uma entrada e mais 5 prestações iguais, cada uma no valor de $\frac{2}{15}$ do custo total. Que fração do custo total foi o valor da entrada? $\frac{1}{3}$

arek_malang/Shutterstock

Brasileiros são os que passam mais tempo usando celular no mundo, segundo pesquisa da plataforma AppAnnie em 2022.

16. As meninas representam $\frac{4}{7}$ dos estudantes de uma sala de aula. Nessa sala de aula, $\frac{5}{8}$ das meninas praticam natação. Que fração dos estudantes da sala representam as meninas que não praticam natação? $\frac{3}{14}$

17. Em uma festa havia sobre a mesa uma cesta de salgadinhos. Se metade deles fossem pães de queijo, três quintos dos restantes fossem esfirras e os demais, coxinhas, que fração de salgadinhos seriam coxinhas? $\frac{1}{5}$

18. Calcule os produtos e depois compare os resultados. Os resultados são iguais.

a) $\frac{2}{3}\cdot\left(-\frac{5}{7}\right)$ $-\frac{10}{21}$

b) $\left(-\frac{5}{7}\right)\cdot\frac{2}{3}$ $-\frac{10}{21}$

19. Considere as frações a seguir.

$+\frac{5}{11}$ $\quad -\frac{2}{9}$ $\quad -\frac{22}{7}$ $\quad -\frac{2}{5}$

Indique duas dessas frações cujo produto seja igual a:

a) $-\frac{10}{7}$ $+\frac{5}{11}$ e $-\frac{22}{7}$

b) $+\frac{4}{45}$ $-\frac{2}{9}$ e $-\frac{2}{5}$

c) $-\frac{10}{99}$ $+\frac{5}{11}$ e $-\frac{2}{9}$

d) $+\frac{44}{63}$ $-\frac{22}{7}$ e $-\frac{2}{9}$

20. Em cada item, determine o produto. Depois, compare os resultados. Os resultados são iguais.

a) $\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\right)\cdot\left(-\frac{5}{4}\right)$ $-\frac{5}{12}$

b) $\frac{1}{2}\cdot\left[\frac{2}{3}\cdot\left(-\frac{5}{4}\right)\right]$ $-\frac{5}{12}$

c) $\left[\frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{5}{4}\right)\right]\cdot\frac{2}{3}$ $-\frac{5}{12}$

d) $\left[\left(-\frac{5}{4}\right)\cdot\frac{2}{3}\right]\cdot\frac{1}{2}$ $-\frac{5}{12}$

21. Calcule os produtos.

a) $\left(-\frac{3}{7}\right)\cdot 1$ $-\frac{3}{7}$

b) $\frac{3}{7}\cdot 1$ $\frac{3}{7}$

c) $1\cdot\frac{3}{7}$ $\frac{3}{7}$

d) $1\cdot\left(-\frac{3}{7}\right)$ $-\frac{3}{7}$

22. Considere o número racional $\frac{3}{7}$. O número $\frac{7}{3}$ é o inverso de $\frac{3}{7}$. Determine o produto do número $\frac{3}{7}$ pelo inverso dele. 1

23. Dado o número racional $-\frac{8}{5}$ e seu inverso, $-\frac{5}{8}$, determine o produto deles. 1

24. Determine o valor das expressões e, depois, compare os resultados obtidos. Os resultados são iguais.

a) $\left(-\frac{3}{5}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}+\frac{5}{4}\right)$ $-\frac{23}{20}$

b) $\left(-\frac{3}{5}\right)\cdot\frac{2}{3}+\left(-\frac{3}{5}\right)\cdot\frac{5}{4}$ $-\frac{23}{20}$

Proposta para o estudante

Caso os estudantes apresentem dificuldades em relação à multiplicação de números racionais, sugira que assistam ao vídeo a seguir. Solicite que acompanhem o vídeo em duplas, reproduzam no caderno os pontos principais e debatam o exemplo resolvido.

CANAL FUTURA. Multiplicação de números racionais: Matemática – 7º ano – Ensino Fundamental. [*s. l.*: *s. n.*] 2020. 1 vídeo (9 min). Disponível em: https://www.youtube.com/watch? v=eBMYIfyQcA. Acesso em: 5 maio 2022.

Propriedades da multiplicação

As atividades anteriores exemplificam as propriedades da multiplicação.

Propriedade comutativa da multiplicação:
Em uma multiplicação de números racionais, a ordem dos fatores não altera o resultado (produto).

Propriedade associativa da multiplicação:
Em uma multiplicação de três números racionais, associando os dois primeiros fatores ou os dois últimos, obtemos resultados iguais.

Propriedade do elemento neutro da multiplicação:
O produto de um número racional qualquer por 1 é igual ao próprio número; o número 1 é um fator que não altera o resultado de uma multiplicação.

Propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição:
O produto de um número racional por uma soma indicada de números racionais é igual à soma dos produtos resultantes da multiplicação entre o primeiro número racional e cada uma das parcelas.

Propriedade do elemento inverso ou recíproco:
Todo número racional não nulo tem um inverso e o produto de um número racional pelo inverso dele é sempre igual a 1.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

25. Escreva, no caderno, o inverso de cada número.

a) $\frac{11}{7}$ $\frac{7}{11}$

b) 3 $\frac{1}{3}$

c) $-\frac{3}{4}$ $-\frac{4}{3}$

d) 0 Não há.

e) -2 $-\frac{1}{2}$

f) $-\frac{1}{9}$ -9

26. Construa uma sequência cujo primeiro termo é 5, o segundo é o inverso e assim sucessivamente: cada termo é o inverso do anterior.

$$5, \frac{1}{5}, 5, \frac{1}{5}, 5, \frac{1}{5}, \ldots$$

Qual é o produto de cada termo pelo seguinte? 1

27. Calcule o resultado de cada expressão.

a) $1 + \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{6}{5}\right)$ $\frac{9}{5}$

b) $-2 - \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{5}{7} - \frac{8}{7}\right)$ $-\frac{12}{7}$

c) $\frac{2}{5} + \left(-\frac{7}{2}\right) \cdot \left(-\frac{4}{15}\right)$ $\frac{4}{3}$

d) $\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(+\frac{5}{11}\right) - \frac{32}{33}$ $-\frac{14}{11}$

28. Verifique se o que está em cada item é verdadeiro (V) ou falso (F) e justifique. Justificativas pessoais.

a) O inverso da soma de dois números, não opostos, é igual à soma dos inversos desses números. F

b) $42 \cdot (12 + 25) = (42 \cdot 12) + (42 \cdot 25)$ V

c) $42 \cdot (12 \cdot 25) = (42 \cdot 12) \cdot (42 \cdot 25)$ F

29. De uma jarra com 1,5 litro de suco foram retirados 5 copos de 0,125 litro cada um. Quanto sobrou de suco na jarra? 0,875 litro.

30. Elabore um problema que possa ser resolvido empregando adição, subtração e multiplicação de números racionais. Depois, peça a um colega que resolva o problema que você elaborou enquanto você resolve o que ele elaborou.

30. Exemplo de resposta: Marcelo faz brigadeiros para vender e todo dia produz a mesma quantidade. Hoje ele vendeu $\frac{1}{5}$ da produção do dia no período da manhã e $\frac{1}{2}$ no período da tarde. Sabendo que no dia anterior ele vendeu o dobro da quantidade que sobrou hoje, qual fração da produção diária Marcelo vendeu ontem? Resposta: $\frac{3}{5}$.

Orientações didáticas

Propriedades da multiplicação

Neste tópico, retomamos e ampliamos o trabalho com as propriedades da multiplicação: comutativa, elemento neutro, associativa, distributiva em relação à adição e elemento inverso (ou recíproco).

Exemplos dessas propriedades são apresentados nas atividades **18** (comutativa), **20** (associativa), **21** (elemento neutro), **22** e **23** (elemento inverso ou recíproco) e **24** (distributiva); portanto, analise-as com os estudantes.

Atividades

Neste conjunto de atividades, o estudante deve mobilizar conhecimentos construídos sobre adição algébrica e multiplicação com números racionais representados tanto na forma fracionária quanto na forma decimal.

Verifique se, na atividade **25**, os estudantes aplicam corretamente o conceito de inverso da fração e se, na atividade **27**, eles adaptam conhecimentos que construíram no cálculo de expressões com números inteiros para calcular as expressões numéricas propostas envolvendo números racionais.

A questão da comparação entre a adição de racionais não opostos com a adição de seus inversos é bastante útil para a posterior aplicação da estratégia no conceito de média harmônica.

Na atividade **28**, incentive os estudantes a dar um exemplo no item **a** que comprove que a afirmação não é verdadeira, desenvolvendo, assim, a capacidade de argumentação matemática.

A atividade **30** trata de desenvolver a autonomia de cada estudante na elaboração de enunciados de problemas que sejam originais e contextualizados.

Orientações didáticas

Na olimpíada

O problema proposto envolve a multiplicação de um número inteiro por um número racional na forma decimal e a mobilização de conhecimentos prévios sobre divisibilidade.

Divisão

Na BNCC

Neste tópico são desenvolvidas as habilidades **EF07MA11** e **EF07MA12** por meio da utilização de operações com números racionais na formulação e resolução de problemas e da compreensão das propriedades operatórias da divisão.

Neste tópico, exploramos a operação de divisão envolvendo números racionais. Trabalhamos inicialmente com a representação fracionária, partindo dos conhecimentos construídos pela turma e considerados anteriormente. Espera-se que os estudantes compreendam que, dados 2 números racionais não nulos, representados na forma de fração, a divisão entre eles é dada pela multiplicação do primeiro pelo inverso do segundo.

Na olimpíada

Cuidado com o suco

(Obmep) Joãozinho derrubou suco em seu caderno e quatro algarismos da sentença que ele estava escrevendo ficaram borrados. Alternativa **e**.

Comprei 18 livros; cada um custou R$■■,93 e o total foi R$ 3■2,7■

Reprodução/Obmep, 2013.

Qual é a soma dos algarismos borrados?

a) 10 b) 11 c) 12 d) 13 e) 14

Divisão

Quantas embalagens?

Um barril contém 120 litros de óleo automotivo, que serão armazenados em embalagens com capacidade de $\frac{3}{4}$ de litro cada uma. Quantas embalagens serão necessárias?

As imagens não estão representadas em proporção.

Umberto Shtanzman/Shutterstock

Africa Studio/Shutterstock

Barril e embalagem usados para armazenar óleo automotivo.

Para responder, devemos dividir 120 por $\frac{3}{4}$.

Recordemos que dividir um número natural por uma fração (não nula) é o mesmo que multiplicar esse número pelo inverso dela. Então:

$$120 : \frac{3}{4} = 120 \cdot \frac{4}{3} = \frac{120 \cdot 4}{3} = 160$$

Serão necessárias 160 embalagens.

A operação de divisão de números racionais deve ser realizada multiplicando o primeiro número pelo inverso do segundo. Acompanhe este exemplo.

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

$$\left(-\frac{1}{4}\right) : \left(-\frac{2}{3}\right) = \left(-\frac{1}{4}\right) \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{3}{8}$$

Proposta para o professor

Sobre o contexto da situação apresentada, comente com os estudantes qual deve ser o destino correto das embalagens, mobilizando o desenvolvimento do TCT *Educação Ambiental*.

As embalagens de óleo lubrificante são recipientes confeccionados em plástico, Polietileno de Alta Densidade (PEAD), porém de acordo com a ABNT NBR 10.004, que apresenta a Classificação dos Resíduos Sólidos, as embalagens pós-consumo são consideradas como resíduos perigosos, Classe I, por apresentarem toxicidade, quando acondicionam óleo lubrificante em seu interior. Logo, seu gerenciamento inadequado pode gerar graves danos ambientais.

[...] Segundo a normativa o destino correto destes resíduos deve ser a reciclagem, enquanto que o óleo lubrificante deve ser encaminhado a rerrefino.

SINERGIA. Destino correto de embalagens plásticas de óleo lubrificante. *Sinergia*, [s. l.], 9 jun. 2017. Disponível em: https://sinergiaengenharia.com.br/noticias/embalagens-de-oleo-lubrificante/. Acesso em: 2 jun. 2022.

Outros exemplos

- $\left(+\frac{7}{5}\right) : \left(-\frac{5}{3}\right) = \left(+\frac{7}{5}\right) \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{21}{25}$
- $\left(-\frac{5}{2}\right) : (-3) = \left(-\frac{5}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{5}{6}$
- $(-0{,}4) : \left(-\frac{3}{5}\right) = \left(-\frac{4}{10}\right) : \left(-\frac{3}{5}\right) = \left(-\frac{4}{10}\right) \cdot \left(-\frac{5}{3}\right) = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$

O quociente entre dois números racionais também pode ser representado por uma fração em que o numerador e o denominador sejam frações.

Leia a pergunta do professor.

$$\frac{\frac{2}{7}}{\frac{5}{8}} = \frac{2}{7} : \frac{5}{8} = \frac{2}{7} \cdot \frac{8}{5} = \frac{16}{35}$$

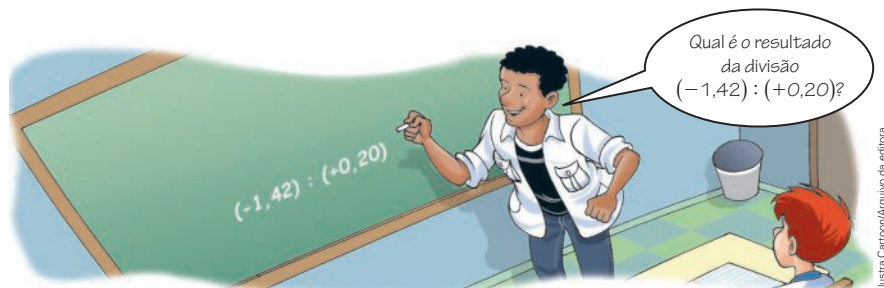
Acompanhe este outro exemplo:

$$\frac{1}{\frac{2}{3}} = 1 : \frac{2}{3} = 1 \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$$

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

Para dividir um número racional por outro, quando ambos estão na forma decimal, dividimos os valores absolutos deles e o sinal do quociente é analisado da mesma maneira que foi feito para a multiplicação.

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

```
1,4 2 | 0,2 0
  0 2 0  7, 1
      0
```

$(-1{,}42) : (+0{,}20) = -7{,}1$

Para dividir números racionais, também podemos transformar o dividendo e o divisor em frações:

$$\left(-\frac{142}{100}\right) : \left(\frac{20}{100}\right) = -\frac{142}{100} \cdot \frac{100}{20} = -\frac{14200}{2000} = -7{,}1$$

Outros exemplos

- $(-1{,}42) : (-0{,}20) = +7{,}1$
- $(+1{,}42) : (-0{,}20) = -7{,}1$

Orientações didáticas

Divisão

Na sequência, tratamos de divisões entre 2 números racionais expressos na forma decimal. Se julgar necessário, retome com os estudantes o algoritmo usual da divisão entre 2 números racionais positivos na forma decimal.

Analise com os estudantes os exemplos apresentados, buscando garantir que todos tenham entendido.

Orientações didáticas

Atividades

Nas atividades **31** a **35**, o estudante precisa mobilizar conhecimentos relacionados à divisão com números racionais representados tanto na forma fracionária quanto na forma decimal e resolver problemas envolvendo esses números, razão entre grandezas de mesma espécie e expressões numéricas envolvendo as 4 operações.

Sugerimos que essas atividades sejam realizadas em duplas, o que propicia a ampliação do repertório de estratégias de resolução pelos estudantes.

Observe a presença de números mistos nas 2 últimas atividades – elas são particularmente comuns em diâmetros medidos em polegadas (fios, tubulações, etc.) e capacidades em galões, ou seja, em situações do cotidiano para locais que usem o sistema britânico de unidades. Aqui, ambas as situações tiveram suas unidades convertidas para o sistema métrico mais usual aos estudantes.

As atividades **36** a **39** dão continuidade a expressões numéricas e problemas envolvendo números racionais e as operações estudadas. Sugerimos que esse bloco de atividades seja feito individualmente.

Na atividade **39**, para a elaboração de um problema, peça aos estudantes que transcrevam o enunciado que criaram em uma folha de papel avulsa. Depois, eles devem trocar os problemas entre si e um resolver o problema elaborado pelo outro. Ao final, com toda a turma, analise os enunciados e as resoluções apresentadas.

Na olimpíada

O problema proposto envolve representação geométrica e medida de comprimento. Nele se busca a interpretação de que as divisões de um segmento de reta em partes iguais não precisam coincidir com as divisões previamente usadas na reta numérica para números inteiros. Algumas partes podem coincidir com números racionais não inteiros. Essa atividade pode ser feita em duplas para o enriquecimento do aprendizado. Os estudantes precisam perceber que, de 5 cm a 8 cm, há 3 cm, que são repartidos em 6 partes iguais. Para responder ao problema, é necessário saber quanto mede o comprimento de cada uma dessas partes. Verifique como os estudantes procedem para dividir 3 cm por 6. Eles podem constatar que 3 cm correspondem a 30 mm, fazer a divisão 30 mm : 6 = 5 mm e, assim, perceber que cada parte mede 5 mm, ou 0,5 cm. Logo, a marca dos 6 cm nessa régua corresponde ao ponto *B*.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

31. Um garrafão contém 4,5 litros de água. Quantas garrafinhas de 375 mililitros podemos encher com a água do garrafão? 12 garrafinhas.

32. Qual é o quociente?

a) $\left(+\frac{3}{5}\right) : \left(-\frac{3}{2}\right)$ $-\frac{2}{5}$

b) $\left(-\frac{2}{7}\right) : \left(+\frac{11}{14}\right)$ $-\frac{4}{11}$

c) $\left(-\frac{5}{14}\right) : \left(-\frac{10}{7}\right)$ $\frac{1}{4}$

d) $6 : \left(-\frac{5}{7}\right)$ $-\frac{42}{5}$

33. Efetue as divisões. Antes, você pode transformar os números em frações.

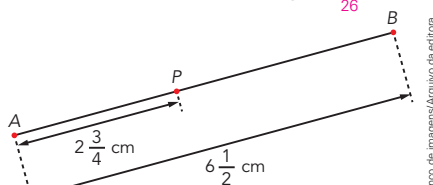
a) $(+0{,}8) : (-0{,}02)$ -40

b) $(-1{,}44) : (0{,}24)$ -6

c) $(-0{,}36) : (-1{,}80)$ $0{,}2$

d) $(-9) : (-2)$ $4{,}5$

34. Determine as razões:

a) entre as medidas de comprimento dos segmentos de reta $\overline{AP}$ e $\overline{AB}$ da figura; $\frac{11}{26}$

b) entre as medidas de capacidade do copo e do balde. $\frac{1}{28}$

35. Que fração de uma panela de pressão de $5\frac{1}{4}$ litros é preenchida com 3 canecas de água se a capacidade da caneca é $\frac{4}{5}$ de litro? $\frac{16}{35}$

36. Calcule:

a) $\dfrac{\frac{14}{15}}{-\frac{7}{5}}$ $-\frac{2}{3}$

b) $\dfrac{1}{-\frac{11}{7}}$ $-\frac{7}{11}$

c) $\dfrac{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}{\frac{5}{6}}$ $\frac{1}{5}$

d) $\dfrac{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}{\frac{1}{4}+\frac{1}{5}}$ $\frac{50}{27}$

37. Determine o resultado de cada expressão.

a) $\frac{2}{5} + \left(-\frac{2}{7}\right) : \left(\frac{5}{14}\right)$ $-\frac{2}{5}$

b) $\left(-\frac{1}{5}\right) : \left(-\frac{1}{7}\right) - \left(-\frac{2}{11}\right) : \left(\frac{4}{5}\right)$ $\frac{179}{110}$

38. Em uma quitanda, Humberto pagou R$ 14,19 por 2,15 kg de manga e R$ 10,20 por 1,5 kg de pêssego.

a) Por qual das frutas ele pagou mais por quilo? Explique. Pêssego. O quilograma do pêssego (R$ 6,80) é mais caro do que o da manga (R$ 6,60).

b) Quanto teria gastado se tivesse comprado 1,5 kg de manga e 2,15 kg de pêssego? R$ 24,52

39. Elabore um problema que possa ser resolvido utilizando os seguintes dados: 3 225 litros de suco de uva; caixinhas de 0,375 litro; garrafas de 1 litro.
Exemplo de resposta: Uma fábrica produziu 3 225 litros de suco de uva que serão distribuídos em caixinhas de 0,375 litro e garrafas de 1 litro. Quantas caixinhas é possível encher com essa quantidade de suco? E quantas garrafas? Resposta: 8 600 caixinhas; 3 225 garrafas.

Na olimpíada

Os pontos de uma régua

(Obmep) José dividiu um segmento de reta em seis partes iguais. Ele observou que os pontos das extremidades do segmento correspondem às marcas de 5 cm e 8 cm de sua régua. Qual dos pontos corresponde à marca de 6 cm da régua?
Alternativa **b**.

As imagens não estão representadas em proporção.

a) A **b)** B **c)** C **d)** D **e)** E

Proposta para o professor

Sugerimos que, caso alguns estudantes apresentem dificuldades, peça que assistam ao vídeo e analisem a regra apresentada e os exemplos resolvidos.
CANAL FUTURA. Divisão de números racionais: Matemática – 7º ano – Ensino Fundamental. [*s. l.*: *s. n.*] 2020. 1 vídeo (9 min). Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=BxCp4IjMMu4. Acesso em: 5 maio 2022.

Potenciação

sattahipbeach/Shutterstock

Crianças brincando em um parque aquático.

Quanto tempo vai demorar?

Luana quer economizar dinheiro para participar de uma excursão a um parque aquático, que custa R$ 128,00 por pessoa.

Para atingir essa meta, ela se propôs um desafio: a cada semana dobrar o valor que conseguiu juntar na semana anterior. Por exemplo, se na primeira semana ela tiver guardado R$ 2,00, na semana seguinte ela deve ter um total igual ao dobro da quantia anterior, ou seja, ao final da segunda semana deve ter guardado R$ 4,00.

Imaginando que Luana economizou R$ 2,00 na primeira semana, em quantas semanas ela vai ter dinheiro suficiente para pagar a excursão ao parque aquático?

Vamos acompanhar quanto ela terá economizado ao final de cada semana:

1ª semana: R$ 2,00

2ª semana: $2 \times$ R$ 2,00 = R$ 4,00

3ª semana: $2 \times$ R$ 4,00 = R$ 8,00

4ª semana $2 \times$ R$ 8,00 = R$ 16,00

5ª semana: $2 \times$ R$ 16,00 = R$ 32,00

6ª semana: $2 \times$ R$ 32,00 = R$ 64,00

7ª semana: $2 \times$ R$ 64,00 = R$ 128,00

Ao final de 7 semanas, Luana terá o dinheiro que precisa para participar da excursão.

Nessa questão, efetuamos a multiplicação do número 2 por ele mesmo. Calculamos:

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

Como são 7 fatores iguais a 2, esta multiplicação pode ser indicada por:

$$2^7 \text{ (potência de base 2 e expoente 7)}$$

Você lembra dessa operação?

> Com expoente maior do que 1, a potência é um produto de fatores iguais à base. A quantidade de fatores é indicada pelo expoente. A base pode ser qualquer número racional.

Potências com expoente 1 ou 0, vamos recordar a seguir na seção *Participe*.

Participe

Faça as atividades no caderno.

Vamos recordar o cálculo da potência de expoente natural (0, 1, 2, 3, 4, ...).

a) Na potência $(-2)^5$, qual é a base? E o expoente? -2; 5

b) $(-2)^5$ indica qual multiplicação? Qual é o resultado dessa multiplicação? $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$; -32

c) $(-10)^4$ indica qual multiplicação? Qual é o resultado dessa multiplicação? $(-10) \cdot (-10) \cdot (-10) \cdot (-10)$; 10 000

d) $\left(\frac{1}{2}\right)^6$ indica qual multiplicação? Qual é o resultado dessa multiplicação? $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}; \frac{1}{64}$

e) Quanto é $(0{,}56)^2$? $0{,}56 \cdot 0{,}56 = 0{,}3136$

f) Quanto é $(0{,}8)^1$? 0,8

g) E $\left(-\frac{3}{4}\right)^1$? $\left(-\frac{3}{4}\right)$

h) Qual é o valor de uma potência de expoente 1? **h)** É igual à base da potência.

i) Em uma potência, a base é diferente de 0 e o expoente é igual a 0. Qual é o valor dessa potência? 1

j) Quanto é 5^0? 1

k) E $(-2{,}7)^0$? 1

l) Como podemos ler 5^2? Quanto vale? **l)** Cinco elevado a dois ou cinco ao quadrado; 25.

m) Como podemos ler 10^3? Quanto vale? **m)** Dez elevado a três ou dez ao cubo; 1 000.

n) Quanto é 0,4 elevado ao quadrado? E 0,4 elevado ao cubo? 0,16; 0,064

Orientações didáticas

Potenciação

Na BNCC

Este tópico desenvolve a habilidade **EF07MA12** ao explorar a potenciação na resolução e elaboração de problemas. Pode-se também explorar o TCT *Educação Financeira* na situação introdutória.

Neste tópico é explorada a operação de potenciação, estendendo-se para bases no campo dos números racionais representados tanto na forma decimal quanto na forma fracionária, com expoentes naturais.

Se julgar necessário, faça uma sondagem acerca dos conhecimentos que os estudantes já trazem sobre essa operação considerando os números racionais positivos e os números inteiros. Depois, explore os exemplos do livro.

Participe

A atividade tem o objetivo de retomar os conceitos prévios do cálculo de potências com base inteira, envolvendo o elemento neutro da potenciação (1) e potências de base diferente de zero e expoente nulo. Também relembra como transcrever a escrita simbólica da operação por extenso.

Proposta para o professor

Economizar para gastar depois é um dos aspectos do TCT *Educação Financeira*, mas não deve ser o único. Caso queira ampliar os conhecimentos sobre educação financeira e conhecer algumas propostas de trabalho para serem feitas com os estudantes, visite o *site* da ENEF desenvolvido pelo Governo Federal: BRASIL. Estratégia Nacional e Educação Financeira. *Para Crianças e Jovens*. Disponível em: https://www.vidaedinheiro.gov.br/para-criancas-e-jovens/?doing_wp_cron=1656078718.0088219642639160156250. Acesso em: 24 jun. 2022.

Orientações didáticas

Atividades

Nas atividades **40** a **53**, o estudante deve mobilizar conhecimentos construídos acerca da potenciação com bases de números racionais e expoentes naturais e expressões numéricas. Sugerimos que sejam feitas em duplas. Após essa tarefa, proponha a estudantes de duplas diferentes que mostrem na lousa suas estratégias e analise cada uma delas com a turma.

Destacamos a atividade **45**, em que é possível conversar com os estudantes sobre que sinais podem obter para potências de expoente par e potências de expoente ímpar. Registre na lousa as conclusões. Esse tipo de atividade, em que os estudantes formulam hipóteses e conjecturas, é uma oportunidade para o desenvolvimento do pensamento computacional.

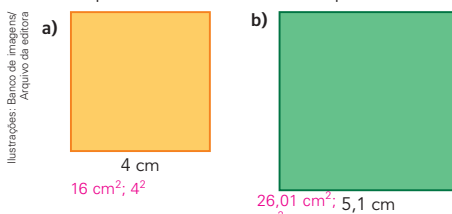
Na atividade **49**, item **b**, incentive os estudantes a justificar as respostas oralmente ou por escrito, desenvolvendo, assim, a capacidade de argumentação matemática.

Atividades

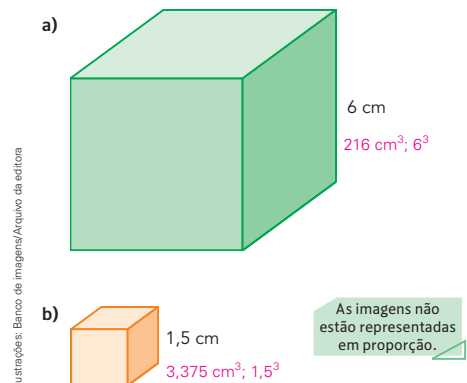
Faça as atividades no caderno.

40. Calcule a medida de área de cada figura quadrada e indique o resultado na forma de potência.

a) 16 cm²; 4^2 b) 26,01 cm²; $5,1^2$

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

41. Calcule a medida de volume de cada cubo e indique o resultado na forma de potência.

a) 216 cm³; 6^3 b) 3,375 cm³; $1,5^3$

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

42. Doutor Pedro tem 3 filhas e cada uma delas tem 3 filhos. Quantos netos tem o Doutor Pedro? 9 netos.

43. Sabendo que uma caixa-d'água cúbica tem medida da aresta igual a 1 m:

a) qual é a medida de volume dessa caixa em dm³? 1 000 dm³

b) qual é a medida de capacidade dessa caixa em L? 1 000 L

44. Calcule as potências em cada grupo a seguir.

Grupo **I**: $\left(-\frac{2}{3}\right)^3$ $-\frac{8}{27}$; $\left(-\frac{2}{3}\right)^4$ $\frac{16}{81}$; $\left(-\frac{3}{5}\right)^2$ $\frac{9}{25}$; $\left(\frac{4}{7}\right)^3$ $\frac{64}{343}$

Grupo **II**: $(0,2)^3$ 0,008; $(0,17)^2$ 0,0289; $(-0,3)^4$ 0,0081; $(-4,2)^3$ −74,088

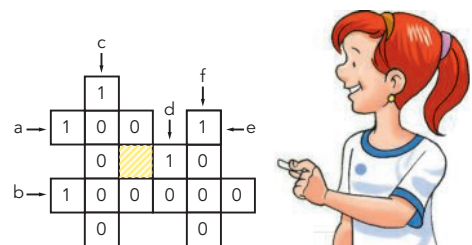
45. Responda:

a) Se a base for um número negativo, qual será o sinal da potência? Expoente par: +; expoente ímpar: −.

b) Calcule $(0,4)^3$. Quanto é $(-0,4)^3$? 0,064; −0,064

c) Calcule $(0,2)^4$. Quanto é $(-0,2)^4$? 0,0016; 0,0016

46. Neste diagrama de números, em cada item há uma potência de base 10. Qual é o expoente de cada uma? a) 2, b) 5, c) 4, d) 1, e) 0, f) 3

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

47. Se $(-6)^6 = 46\,656$, quanto é $(-6)^7$? E $(-6)^5$? −279 936; −7 776

48. Leia atentamente:

"Numa pandemia foi observado que a cada semana triplicava o número de pessoas infectadas. Entre ▨ e ▨ semanas após ser identificada a 1ª pessoa infectada, já havia mais de mil infectados."

Que números inteiros preenchem corretamente as lacunas? 6 e 7

49. A cada ano que passa o valor de um carro diminui, ficando multiplicado por 0,8.

a) Em quantos anos o valor dele fica menor do que a metade do valor inicial? 4 anos.

b) Justifique a afirmação: multiplicar um valor por 0,8 produz um resultado menor do que o valor dado. 0,8 é menor do que 1, então multiplicar um valor por 0,8 é o mesmo que dividir esse valor por 1,25, resultando num valor menor do que o inicial.

50. Qual é o resultado?

a) $5 \cdot 2^5 + 4 \cdot 2^4 + 3 \cdot 2^3 + 2 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 20$ 258

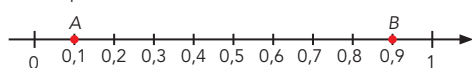
b) $2^6 + 2 \cdot 2^5 + 4 \cdot 2^4 + 8 \cdot 2^3 + 16 \cdot 2^2 + 32 \cdot 2^1 + 64 \cdot 2^0$ 448

51. Qual é o valor de cada expressão?

a) $3 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^2 - 5 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^2$ $-\frac{68}{9}$

b) $(0,5)^3 - 2(0,4)^3 + 3(0,3)^2 - 4(0,2)^2$ 0,107

52. Quais potências de base 0,5 e expoente natural são representadas na reta numérica a seguir entre os pontos *A* e *B*? $(0,5)^1$, $(0,5)^2$ e $(0,5)^3$

Banco de imagens/Arquivo da editora

53. Elabore um problema que envolva cálculo de potência. Exemplo de resposta: Uma parede quadrada tem lados medindo 2,5 metros. Qual é a medida de área dessa parede? Resposta: 6,25 m².

Proposta para o professor

O reconhecimento de padrões é um dos pilares do pensamento computacional. Para se aprofundar e conhecer mais atividades relacionadas ao tema, sugerimos o portal: PENSAMENTO COMPUTACIONAL. Disponível em: https://www.computacional.com.br/. Acesso em: 5 maio 2022.

Potências de base 10

Participe

Faça as atividades no caderno.

As potências de base 10 apresentam uma regularidade importante.

a) Quanto é 10^1, 10^2 e 10^3? 10, 100 e 1 000

b) Essas potências se escrevem com o algarismo 1 seguido de zeros. Compare a quantidade de zeros em cada uma com o respectivo expoente. São iguais.

c) Agora calcule 10^4 e 10^5 e faça a comparação do expoente com o número de zeros que sucedem o algarismo 1 na potência. $10^4 = \underbrace{10\,000}_{4 \text{ zeros}}$ $10^5 = \underbrace{100\,000}_{5 \text{ zeros}}$ (o número de zeros é igual ao expoente)

d) A potência 10^0 é igual ao número formado pelo algarismo 1 seguido de quantos zeros? Nenhum.

e) Quanto é 10^8? $10^8 = \underbrace{100\,000\,000}_{8 \text{ zeros}}$

f) Que palavra deve ser escrita no lugar de ▨▨▨ para completar a sentença a seguir?

> Uma potência de base 10 e expoente natural é o número que se escreve com o algarismo 1 seguido de tantos zeros quanto for o ▨▨▨. expoente

Atividades

Faça as atividades no caderno.

54. Escreva, no caderno, como potência de base 10:

a) um mil; 10^3

b) um milhão; 10^6

c) um bilhão; 10^9

d) um trilhão. 10^{12}

55. Qual expoente deve substituir cada ▨?

a) $(+10)^{▨} = 1\,000$ 3

b) $(-10)^{▨} = 10\,000$ 4

c) $10^{▨} = 10\,000\,000$ 7

56. Como $2^{10} = 1024$, em alguns cálculos aproximados de números muito grandes usamos 2^{10} com o valor de aproximadamente mil (escrevemos $2^{10} \simeq 10^3$). Que potências de base 2 são aproximadamente iguais aos números a seguir?

a) um milhão 2^{20}

b) um trilhão 2^{40}

Quadrados perfeitos

A coreografia dos estudantes

Nas comemorações do aniversário do colégio, o professor de Educação Física organizou uma apresentação com 250 estudantes. Na apresentação de uma coreografia, os estudantes se posicionaram em fileiras, formando três quadrados: um de 25, outro de 81 e o último de 144 estudantes. Em cada quadrado, a quantidade de fileiras era igual à quantidade de estudantes por fileira.

Ilustra Cartoon/ Arquivo da editora

Orientações didáticas

Potências de base 10

Voltamos a explorar potências de base 10 (com expoente natural) e vamos expandir o trabalho com a base negativa.

Participe

Para que sejam debatidas as questões propostas neste boxe, sugerimos que essa tarefa seja feita em duplas.

Atividades

Nas atividades **54** a **56**, os estudantes devem mobilizar conhecimentos construídos acerca de potenciação com base 10. Proponha que façam as atividades individualmente para que o aprendizado de cada estudante possa ser verificado. Para dirimir possíveis dúvidas, faça uma roda de conversa com a turma.

Na atividade **56**, ocorre uma aproximação muito comum nas aplicações de informática. O número 2^{10} é, às vezes, considerado igual ao prefixo *kilo* (10^3), como em *kilobytes*; o 2^{20} passa a aproximar o *mega*, o 2^{30} aproxima o *giga*, o 2^{40} aproxima o *tera*, e assim por diante.

Quadrados perfeitos

Neste tópico, tratamos do conceito de números quadrados perfeitos no campo dos números racionais.

Orientações didáticas

Quadrados perfeitos

A situação-problema que trata da coreografia dos estudantes ilustra o padrão pitagórico dos números quadrados, conhecido desde o século V a.C. Em seguida, é apresentada uma conexão com o cálculo da medida de área de um quadrado, mesmo que as medidas dos lados do quadrado estejam em unidades que usem números racionais não inteiros.

Se julgar conveniente, debata com os estudantes o processo de decomposição em fatores primos para verificar se um número natural é quadrado perfeito ou não, estendendo esse procedimento para números racionais representados na forma de fração ao fazer essa decomposição para o numerador e o denominador.

- Quantos estudantes participaram dessa coreografia?
- Cada quadrado tinha quantas fileiras? Cada fileira tinha quantos estudantes?

A quantidade de estudantes que participaram da coreografia é: $25 + 81 + 144 = 250$.

Vamos responder às outras perguntas. Multiplicando a quantidade de fileiras pela quantidade de estudantes por fileira, o resultado é o total de estudantes que formavam o quadrado. Então, precisamos descobrir os números que, multiplicados por eles mesmos, resultem em 25, 81 e 144.

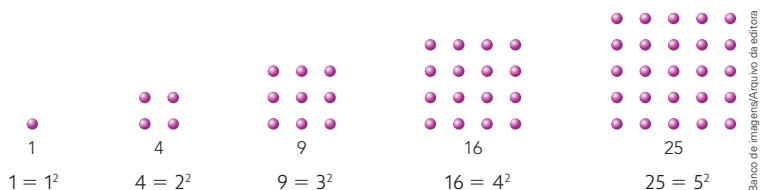
O quadrado de 25 estudantes foi formado por 5 fileiras de 5 estudantes, porque $25 = 5 \cdot 5 = 5^2$.

O quadrado de 81 estudantes foi formado por 9 fileiras de 9 estudantes, porque $81 = 9 \cdot 9 = 9^2$.

Agora, responda:

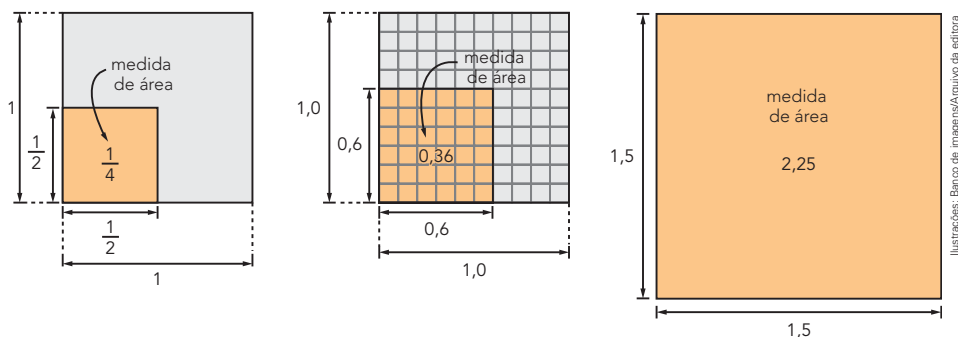
O quadrado de 144 estudantes foi formado por quantas fileiras? Cada fileira tinha quantos estudantes? Por quê? 12; 12; pois $144 = 12^2$.

Vamos analisar outra situação: As figuras a seguir representam números inteiros quadrados perfeitos.

Se um número inteiro for o quadrado de outro número inteiro, dizemos que ele é um **quadrado perfeito**.

Vamos estender o conceito de quadrado perfeito considerando os números racionais.

Dizemos que um número racional é um quadrado perfeito quando ele é o quadrado de outro número racional.

Por exemplo: $\frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$ $\quad 0{,}36 = (0{,}6)^2$ $\quad 2{,}25 = (1{,}5)^2$

Os números quadrados perfeitos podem ser relacionados às medidas de área de figuras quadradas. Acompanhe nas figuras a seguir:

Proposta para o estudante

Sugerimos a seguinte atividade complementar:

Dado um número quadrado perfeito, como podemos obter o número racional do qual ele é quadrado, ou seja, como obter o número que, elevado à segunda potência, resulta nesse quadrado perfeito dado?

A questão pode ser debatida em uma roda de conversa. Nesse momento, espera-se que os estudantes se apoiem na multiplicação para fazer o cálculo:

- 49 é um quadrado perfeito, porque o número que elevado ao quadrado resulta em 49 é o 7, porque $7^2 = 7 \cdot 7 \Rightarrow 7^2 = 49$.
- 0,04 é um quadrado perfeito. O número que elevado ao quadrado resulta em 0,04, que é $\frac{4}{100}$, é o número $\frac{2}{10}$, ou seja, 0,2, porque $\frac{2}{10} \cdot \frac{2}{10} = \frac{4}{100}$, ou, ainda, porque $(0{,}2) \cdot (0{,}2) = 0{,}04$.

Raiz quadrada

Leia a pergunta de Sandra.

Existem dois números cujo quadrado é 25: o 5 e o −5. Acompanhe os cálculos a seguir.

$$5^2 = 5 \cdot 5 = 25$$
$$(-5)^2 = (-5) \cdot (-5) = 25$$

Qual é o número cujo quadrado é 25?

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

O número positivo 5 é a **raiz quadrada** de 25, indicada por $\sqrt{25}$. Assim:

$$\sqrt{25} = 5$$

Lemos: "raiz quadrada de vinte e cinco é cinco".

O símbolo $\sqrt{}$ é chamado de **radical**. Ele é usado para representar o número positivo que, elevado ao quadrado, resulta no número sob ele.

Por exemplo:

- $\sqrt{1} = 1$
- $\sqrt{4} = 2$
- $\sqrt{9} = 3$
- $\sqrt{16} = 4$
- $\sqrt{25} = 5$
- $\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$
- $\sqrt{0{,}36} = 0{,}6$
- $\sqrt{2{,}25} = 1{,}5$

Raiz quadrada, indicada com o símbolo $\sqrt{\square}$, em que $\square$ é preenchido por um número quadrado perfeito positivo dado, é o número positivo que, elevado ao quadrado, resulta no número dado.

Outros exemplos

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

- $\sqrt{81} = 9$, porque 9 é um número positivo e $9^2 = 81$.
- $\sqrt{144} = 12$, porque 12 é um número positivo e $12^2 = 144$.
- $\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$, porque $\frac{3}{4}$ é um número positivo e $\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$.
- $\sqrt{1{,}21} = 1{,}1$, porque 1,1 é um número positivo e $(1{,}1)^2 = 1{,}21$.

O número zero também é um quadrado perfeito, porque $0^2 = 0$.
Nesse caso, $\sqrt{0}$ representa o único número cujo quadrado é zero, ou seja:

$$\sqrt{0} = 0$$

Atividades

Faça as atividades no caderno.

57. Quantos centímetros mede o comprimento do lado de cada figura quadrada a seguir?

a) medida de área: 16 cm² — 4 cm

b) medida de área: 36 cm² — 6 cm

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Orientações didáticas

Raiz quadrada

Na BNCC

Neste tópico é desenvolvida a habilidade **EF07MA11** ao explorar raiz quadrada na resolução e elaboração de problemas. O trabalho com uma das atividades permite desenvolver o TCT *Educação Alimentar e Nutricional.*

Neste tópico, trabalhamos o conceito de raiz quadrada. São exploradas raízes quadradas exatas no universo dos números racionais. Se julgar conveniente, apresente a decomposição em fatores primos como um processo de obtenção de raízes quadradas exatas.

É preciso aproveitar o exemplo de Sandra para perceber que, apesar de ambos os números (−5) e +5 elevados ao quadrado resultarem em 25, o termo “raiz quadrada” engloba apenas o +5.

O fato de que zero também é um quadrado perfeito merece uma explicação detalhada.

Na atividade **57**, exploramos o cálculo de raiz quadrada associado à sua representação geométrica, envolvendo medidas. Sugerimos que seja feita em duplas para enriquecer a análise da situação.

Orientações didáticas

Atividades

Nestas atividades, o estudante deve mobilizar os conhecimentos construídos acerca da raiz quadrada não negativa e exata de um número racional, além de explorar os conceitos de perímetro e de área e o cálculo de expressões numéricas envolvendo todas as operações estudadas.

As atividades **58** a **66** podem ser feitas individualmente, o que possibilita a verificação do aprendizado de cada estudante.

Destacamos a atividade **63**. Comente com os estudantes que, em calculadoras simples, em geral, a ordem dessas teclas pode variar; em algumas, é necessário pressionar primeiro as teclas que compõem o número e, depois, a do símbolo de radical; em outras, primeiro a tecla do radical.

Os problemas práticos envolvem o cálculo da medida do lado de um quadrado cuja medida de área é dada.

58. Determine a raiz quadrada em cada item.

a) $\sqrt{100}$ 10 **b)** $\sqrt{64}$ 8 **c)** $\sqrt{225}$ 15

59. Complete as sentenças substituindo cada ▨▨▨ pelo número correto.

a) $\left(\frac{2}{7}\right)^2 =$ ▨▨▨ e $\sqrt{\frac{4}{49}} =$ ▨▨▨. $\frac{4}{49}$; $\frac{2}{7}$

b) $\left(\frac{1}{5}\right)^2 =$ ▨▨▨ e $\sqrt{\text{▨▨▨}} = \frac{1}{5}$. $\frac{1}{25}$; $\frac{1}{25}$

60. Determine:

a) $\sqrt{\frac{9}{49}}$ $\frac{3}{7}$ **b)** $\sqrt{\frac{1}{81}}$ $\frac{1}{9}$ **c)** $\sqrt{\frac{16}{25}}$ $\frac{4}{5}$

61. Complete as sentenças substituindo cada ▨▨▨ pelo número correto.

a) $(2{,}1)^2 =$ ▨▨▨ e $\sqrt{4{,}41} =$ ▨▨▨. 4,41; 2,1

b) $(0{,}3)^2 =$ ▨▨▨ e ▨▨▨ $= 0{,}3$. 0,09; $\sqrt{0{,}09}$

62. Qual é o valor de:

a) $\sqrt{(-5)^2}$? 5 **b)** $\left(\sqrt{25}\right)^2$? 25

63. Para descobrir a raiz quadrada de 784, Carla apertou as seguintes teclas em uma calculadora:

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Que resultado apareceu no visor da calculadora? 28

64. Use uma calculadora que tenha a tecla de raiz quadrada para calcular:

a) $\sqrt{2025}$ 45 **b)** $\sqrt{12544} + \sqrt{9604}$ 210

65. Para manter hábitos alimentares mais saudáveis, é importante priorizar o consumo de alimentos naturais ou minimamente processados.

Buscando adotar hábitos mais saudáveis, Felipe decidiu construir uma horta no quintal da casa dele. Para isso, ele vai destinar um espaço de formato quadrado com 12,25 m^2 de medida de área.

Para cercar a horta, Felipe comprou quatro pedaços de madeira com o mesmo comprimento. Que cálculo ele fez para determinar o comprimento de cada pedaço de madeira para que a horta tenha 12,25 m^2 de medida de área? Felipe fez o cálculo da raiz quadrada do valor que corresponde à medida de área destinada à construção da horta.

66. A criação de avestruz necessita muito espaço para a atividade física do animal. Recomenda-se reservar para cada casal uma região quadrada de 1 500 m^2. Use uma calculadora e determine quantos metros, aproximadamente, deve ter o comprimento do lado dessa região. Aproximadamente 38,7 m.

Smit/Shutterstock

Casal de avestruzes.

Proposta para o estudante

Aproveite o contexto da atividade **65** e converse com os estudantes sobre hábitos saudáveis de alimentação, como priorizar alimentos naturais e comer frutas, verduras e legumes, desenvolvendo a temática relativa ao TCT *Educação Alimentar e Nutricional*.

Sugira que seja feita uma pesquisa e, com as informações coletadas, que sejam elaborados cartazes para uma campanha na escola sobre como a alimentação contribui (ou não) para uma vida saudável.

67. Verifique esta curiosidade sobre os quadrados dos números terminados em 5:

a) Calcule 45^2 e complete o esquema.

b) Complete ▒▒▒ para descrever como podemos calcular o quadrado de um número natural terminado em 5.

1º) Retiramos o último algarismo (5) e multiplicamos o número que sobra pelo ▒▒▒ dele. sucessor

2º) Escrevemos o número ▒▒▒ à direita do produto calculado. 25

c) Calcule mentalmente: 55^2, 65^2, 85^2 e 105^2. 3 025; 4 225; 7 225; 11 025

d) Calcule mentalmente: $\sqrt{5625}$, $\sqrt{9025}$, $\sqrt{90,25}$ e $\sqrt{42,25}$. 75; 95; 9,5; 6,5

68. O piso de uma cozinha quadrada será recoberto com lajotas quadradas tais que a medida de comprimento do lado é 40 cm. A medida de área da cozinha é 12,96 m^2.

a) Quais são as medidas das dimensões da cozinha? 3,6 m de lado.

b) Quantas lajotas serão necessárias? 81 lajotas.

69. Um artista calcula o preço das telas que cria de acordo com a região pintada: R$ 20,00 por decímetro quadrado. As telas são vendidas sem moldura. Uma cliente comprou uma tela quadrada, encomendou uma moldura de R$ 200,00 e, pelo quadro emoldurado, pagou R$ 1.480,00. A moldura tem medida de largura igual a 10 cm (ou 1 dm).

Pressmaster/Shutterstock

Pintor retratando uma paisagem.

a) Quais são as medidas das dimensões da tela sem a moldura? 8 dm de medida do lado.

b) Qual é a medida de perímetro externo da moldura? 40 dm

70. Calcule o valor de cada expressão.

a) $3 \cdot \sqrt{4} + 2 \cdot \sqrt{16}$ 14

b) $1 - 5 \cdot \sqrt{9} + 2^2$ −10

c) $9^0 - \sqrt{9}$ −2

d) $3\sqrt{64} - \sqrt{36} - 4 \cdot 5^0$ 14

71. Elabore um problema que envolva cálculo de raiz quadrada.
Exemplo de resposta: Paulo comprou um terreno com formato quadrado cuja área mede 36 m². Qual é a medida do lado desse terreno? Resposta: 6 m.

Orientações didáticas

Atividades

Nas atividades **67** a **71**, são abordados problemas em que são utilizados os conceitos de radiciação de números racionais.

A primeira delas envolve uma propriedade aritmética e os subsequentes cálculos mentais de quadrados de números terminados em 5.

Na atividade **68**, temos um problema comum de preenchimento de piso de cozinha com ladrilhos regulares. Não se esqueça de comentar que, na realidade, é de praxe comprar uma margem de segurança de 10% a mais de ladrilhos, para substituição em casos de quebras, reformas emergenciais, etc.

Proponha a leitura coletiva dos enunciados e peça que os estudantes comentem como compreenderam as situações-problema. Retome a leitura caso haja dúvidas quanto à compreensão.

Orientações didáticas

Na mídia

Na BNCC

Nesta seção, mobiliza-se com maior ênfase a **CEMAT05**, ao propor o uso da calculadora para efetuar cálculos com porcentagem.

A leitura e interpretação da notícia pode ser uma oportunidade de trabalho interdisciplinar com o componente curricular **Língua Portuguesa**.

As atividades da seção podem ser realizadas em duplas.

Note se os estudantes localizam no texto as informações necessárias para responder às questões, por exemplo, nas atividades **3** e **4**. Para elas, os estudantes devem utilizar a seguinte informação: a produção de café em 2020 totalizou 63,08 milhões de sacas de 60 quilogramas. Na atividade **3**, é necessária a informação de que a produção da região Sudeste foi 87,5% da produção nacional. Assim, fazemos: 87,5% de 63,08 milhões = = 55,195 milhões. Ou seja, em **[I]**, deve ser colocado o número inteiro mais próximo de 55,195 milhões de sacas, que é o 55 (milhões de sacas). Para a atividade **4**, a informação da produção do estado de MG é necessária; desse modo, em **[II]**, deve ser calculada a taxa percentual de 54,9%.

Faça as atividades no caderno.

Produção de café no Brasil alcançou novo recorde

[...]

A produção de café no Brasil em 2020 alcançou novo recorde. De acordo com o quarto levantamento da safra de café da Companhia Nacional de Abastecimento (Conab), a produção totalizou 63,08 milhões de sacas de 60 [quilogramas], superando em 2,3% o recorde anterior registrado em 2018.

Nos anos pares, a produção recebe a influência da chamada bienalidade positiva – quando a planta tem maior produtividade do que a do ano anterior, marcado pela sua necessidade de recompor a força produtiva –, o que explica o bom resultado de 2020. Mas, desde 2016, os resultados desses anos vêm crescendo e marcando novos recordes de produção. É prova de ganhos de eficiência.

Em parte, os bons resultados alcançados pela cafeicultura brasileira vêm do aumento da área plantada. Mas os registros da Conab mostram contínua evolução da produtividade, sobretudo nos anos mais favoráveis à cultura, desde 2014. [...]

Tong_stocker/Shutterstock

Colheita dos frutos do cafeeiro.

Ilja Generalov/Shutterstock

Grãos de café torrados.

Há fortíssima concentração da produção na Região Sudeste. Ela produziu [I] milhões de sacas, o que corresponde a 87,5% da produção nacional, com produtividade de 33,32 sacas por hectare, pouco acima da média nacional do café arábica.

No Sudeste, o Estado de Minas Gerais é, disparadamente, o maior produtor. Sua produção de 34,64 milhões de sacas responde por [II] de toda a safra brasileira. [...]

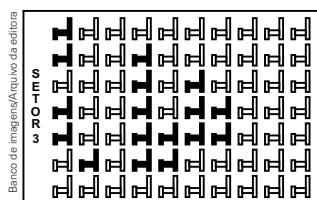
Quanto à receita auferida pelos cafeicultores em 2020, o valor foi de R$ 35 bilhões, 43% maior do que de 2019.

MAIS produtiva, cafeicultura bate mais um recorde. *Estadão*, São Paulo, 3 fev. 2021. Disponível em: https://opiniao.estadao.com.br/noticias/editorial-economico,mais-produtiva-cafeicultura-bate-mais-um-recorde,70003603446. Acesso em: 29 mar. 2022.

1. Dê três exemplos de números inteiros e três de números racionais não inteiros que aparecem na notícia. Exemplo de resposta: Números inteiros: 60, 2 020 e 43; números racionais não inteiros: 63,08, 2,3 e 33,32.
2. Quais são os dois motivos citados na notícia para o aumento da produção de café no país? Aumento da área plantada e evolução da produtividade.
3. Que número deve ser escrito em [I]? Use a calculadora e indique o número inteiro mais próximo. 55
4. Que taxa percentual deve ser escrita em [II]? Use a calculadora e escreva a resposta com uma casa decimal. 54,9%
5. A receita auferida pelos cafeicultores em 2019 foi maior ou menor do que 20 bilhões de reais? Maior.

Na Unidade

Faça as atividades no caderno.

1. **(Enem)** Em um certo teatro, as poltronas são divididas em setores. A figura apresenta a vista do setor 3 desse teatro, no qual as cadeiras escuras estão reservadas e as claras não foram vendidas.

A razão que representa a quantidade de cadeiras reservadas do setor 3 em relação ao total de cadeiras desse mesmo setor é: Alternativa **a**.

a) $\frac{17}{70}$.
b) $\frac{17}{53}$.
c) $\frac{53}{70}$.
d) $\frac{53}{17}$.
e) $\frac{70}{17}$.

2. O numeral decimal 0,125 pode ser escrito na forma de fração como: Alternativa **a**.

a) $\frac{1}{8}$.
b) $\frac{10}{8}$.
c) $\frac{100}{8}$.
d) $\frac{1}{16}$.

3. A representação na reta numérica do número racional $-\frac{32}{5}$ é um ponto da reta localizado: Alternativa **d**.

a) à direita da imagem do número −6.
b) à esquerda da imagem do número −7.
c) à direita da imagem do número −6,3.
d) à esquerda da imagem do número −6,3.

4. **(Enem)** Nas construções prediais são utilizados tubos de diferentes medidas para a instalação da rede de água. Essas medidas são conhecidas pelo seu diâmetro, muitas vezes medido em polegada. Alguns desses tubos, com medidas em polegada, são os tubos de $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{8}$ e $\frac{5}{4}$.

Colocando os valores dessas medidas em ordem crescente, encontramos: Alternativa **c**.

a) $\frac{1}{2}, \frac{3}{8}, \frac{5}{4}$.
b) $\frac{1}{2}, \frac{5}{4}, \frac{3}{8}$.
c) $\frac{3}{8}, \frac{1}{2}, \frac{5}{4}$.
d) $\frac{3}{8}, \frac{5}{4}, \frac{1}{2}$.
e) $\frac{5}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{8}$.

5. Na reta numérica a seguir estão indicados os pontos *A*, *B* e *C*.

Adicionando os números representados em *A* e *B*, obtemos: Alternativa **a**.

a) 1,25.
b) 0,25.
c) −0,25.
d) −1,25.

6. Simplificando-se a expressão

$$\left(-\frac{2}{3}\right)\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)\cdot\left(-\frac{4}{5}\right)\cdot\left(-\frac{5}{6}\right)\cdot\left(-\frac{6}{7}\right),$$ obtém-se

o número racional: Alternativa **b**.

a) $\frac{2}{7}$.
b) $-\frac{2}{7}$.
c) $\frac{720}{2520}$.
d) $-\frac{2520}{720}$.

7. **(Unesp-SP)** Semanalmente, o apresentador de um programa televisivo reparte uma mesma quantia em dinheiro igualmente entre os vencedores de um concurso. Na semana passada, cada um dos 15 vencedores recebeu R$ 720,00. Nesta semana, houve 24 vencedores; portanto, a quantia recebida por cada um deles, em reais, foi de: Alternativa **c**.

a) 675,00.
b) 600,00.
c) 450,00.
d) 540,00.
e) 400,00.

8. **(Fuvest-SP)** Uma padaria **A** faz pães de 55,5 g, enquanto a padaria **B** faz pães de 45,5 g. Assinale a alternativa que mostra quantas unidades de pão de cada padaria, **A** e **B** respectivamente, são necessárias para formar aproximadamente um quilo de pão. Alternativa **d**.

a) 15 e 18
b) 15 e 20
c) 16 e 22
d) 18 e 22
e) 18 e 25

Orientações didáticas

Na Unidade

Na BNCC

Esta seção favorece o desenvolvimento das habilidades exploradas ao longo de toda a Unidade e mobiliza com maior ênfase a **CEMAT02**, a **CEMAT06** e a **CG02** ao propor a resolução de atividades diversas por meio de diferentes contextos e estratégias de resolução.

Esta seção traz atividades dos principais conteúdos abordados na Unidade que podem ser utilizadas como ferramentas de avaliação. Proponha a resolução das atividades individualmente. Acompanhe os estudantes durante a realização delas e registre avanços e dificuldades para, ao final, propor novas atividades para remediação coletiva ou individual de defasagens, conforme cada caso.

A seguir, listamos algumas sugestões e estratégias para remediação.

Para verificar se os estudantes conseguem associar a ideia de fração como razão entre 2 números, incluímos a atividade **1**. Os distratores das outras opções envolvem respostas possíveis, mas para questionamentos distintos. Contra as opções **d** e **e**, comente que é muito mais comum, numa razão, colocar o total de objetos no denominador. A opção **c** se refere à razão de cadeiras claras em relação ao total, e a opção **b**, à razão entre cadeiras escuras e cadeiras claras.

Comparar e ordenar números racionais é necessário para a resolução das atividades **2** a **5**.

Para quem estiver com dificuldades na atividade **2**, recorde que a quantidade 0,125 é lida como "125 milésimos". Desse modo, é natural escrevê-la como a fração $\frac{125}{1000}$.

Na atividade **3**, procura-se verificar se os estudantes conseguem associar números racionais a pontos da reta numérica.

Na atividade **4**, relembre aos estudantes que estiverem em dúvida que eles devem encontrar as frações equivalentes às propostas com denominador 8 e, depois, comparar as medidas.

A atividade **8** presume dividir 1 000 g de pão (1 kg) pelas medidas de massa unitárias dos 2 tipos de pão, a fim de obter as quantidades aproximadas. É possível que alguns estudantes argumentem que a resposta correta seria 18 e 21, visto que a razão do tipo B (21,98) não atinge o valor inteiro 22, e o arredondamento deveria ser para baixo. É um argumento válido, mas a opção não está presente nas alternativas disponíveis.

Outras dificuldades diferentes das listadas podem surgir; por isso, é importante o monitoramento individual e contínuo dos estudantes.

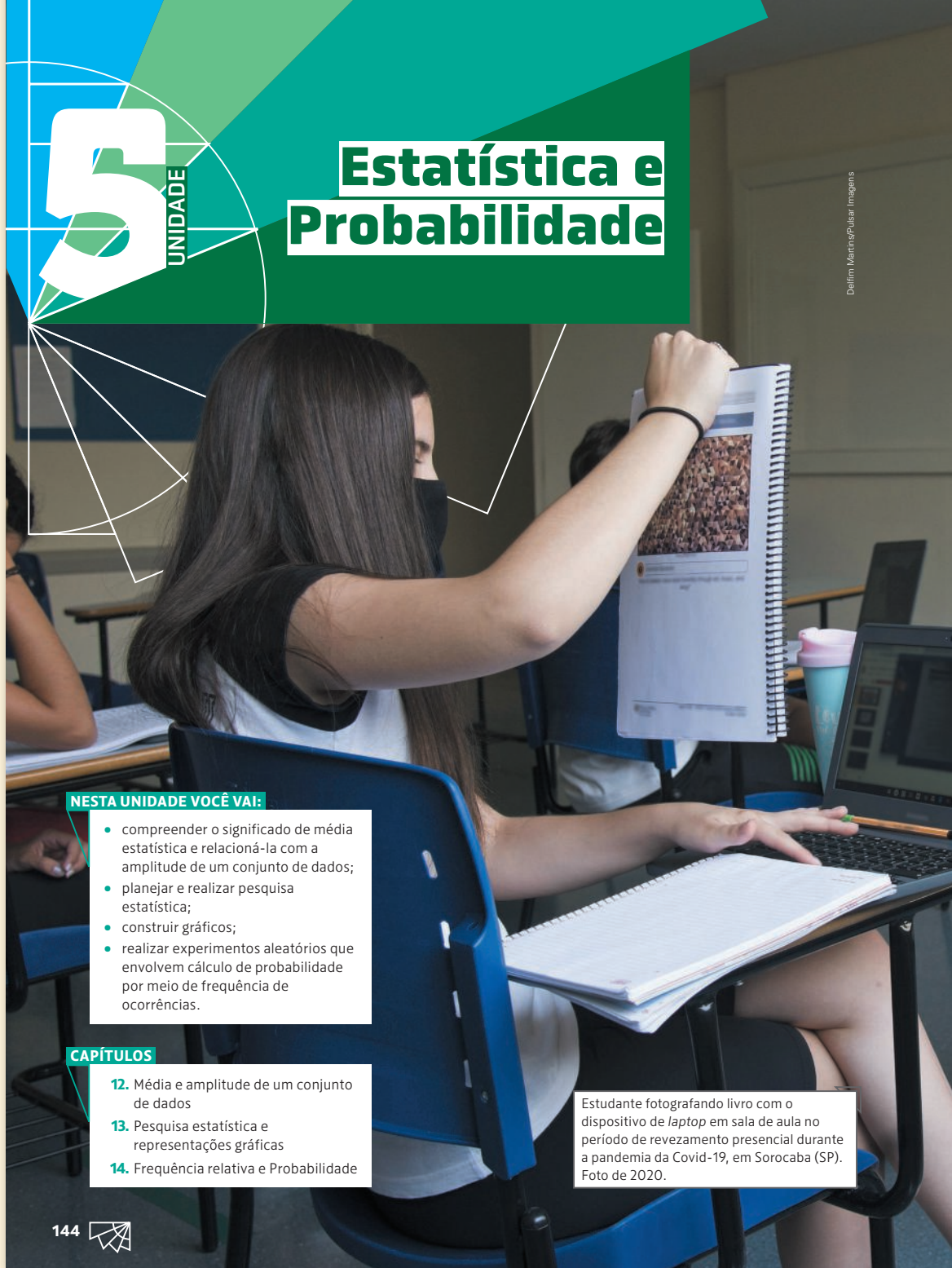
Orientações didáticas

Abertura

Na BNCC

A abertura da Unidade permite mobilizar com maior ênfase a **CG04** ao explorar a temática da utilização de tecnologia nas escolas brasileiras por meio da análise de um texto e de uma imagem; a **CG07** ao propor aos estudantes que argumentem com base nas informações apresentadas sobre as consequências da falta de acesso deles à internet; e a **CEMAT04** ao trabalhar com informações quantitativas e qualitativas apresentadas no texto. Favorece ainda o desenvolvimento dos TCTs *Ciência e Tecnologia*, uma vez que permite discutir a importância de tornar acessíveis a todos as ferramentas tecnológicas; e *Diversidade Cultural*, ao mostrar aspectos relacionados à educação dos povos do campo.

Ao explorar a abertura da Unidade, peça aos estudantes que analisem a imagem apresentada antes de ler o texto. Pergunte a eles: "O que vocês acham que essa imagem significa?"; "Que informações vocês podem extrair do infográfico apresentado?". Permita que eles respondam usando as próprias palavras e dê espaço para um debate, caso haja diferentes pontos de vista. Em seguida, peça que façam a leitura do texto e apresente uma nova pergunta: "Como o texto e a imagem se relacionam?".

Espera-se que os estudantes percebam que tanto o texto quanto a imagem têm como temática a desigualdade de condições de acesso à internet entre os estudantes brasileiros. Comente com a turma que a expressão "escola rural" não é mais utilizada e explique por que deu lugar à expressão "escola do campo". Aproveite a oportunidade para realizar um trabalho interdisciplinar com o componente curricular **Geografia** e debater com os estudantes a importância da troca de nomenclatura e o que ela representa para os povos do campo.

Estudante fotografando livro com o dispositivo de *laptop* em sala de aula no período de revezamento presencial durante a pandemia da Covid-19, em Sorocaba (SP). Foto de 2020.

Reprodução do Livro do Estudante em tamanho reduzido.

Proposta para o professor

O artigo indicado a seguir pode enriquecer as discussões sobre a educação no campo.

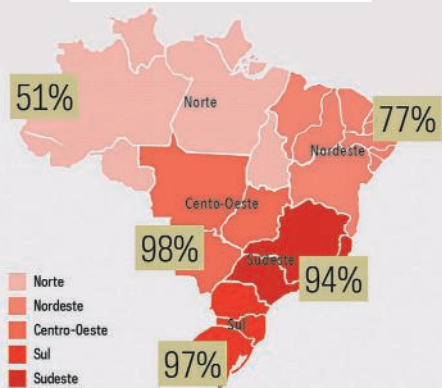
MELO, Silas N. de. *Educação no campo e educação rural*: distinção necessária para compreensão da realidade geográfica. 2011. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Geografia) Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", *Campus* de Rio Claro, São Paulo, 2011. Disponível em: https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/119949/melo_sn_tcc_rcla.pdf?sequence=1. Acesso em: 18 maio 2022.

ESCOLAS COM ACESSO À INTERNET (2020)
Total de escolas (%)

Total		82%
Área	Urbana	98%
	Rural	52%
Dependência administrativa	Municipal	71%
	Estadual	94%
	Particular	98%

Norte 51%
Nordeste 77%
Cento-Oeste 98%
Sudeste 94%
Sul 97%

Legenda: Norte, Nordeste, Centro-Oeste, Sul, Sudeste

Comitê Gestor da Internet no Brasil – CGI.br. (2021) Pesquisa TIC Educação 2020 (Resumo Executivo) / Disponível em: https://cetic.br/pt/pesquisa/educacao/publicacoes/

BRASIL. Núcleo de Informação e Coordenação do Ponto BR (NIC.br); Comitê Gestor da Internet no Brasil (CGI.br); Centro Regional de Estudos par ao Desenvolvimento da Sociedade da Informação (Cetic.br). *Pesquisa TIC Educação 2020*. [*S. l.*], [2021?]. p. 5. Disponível em: https://cgi.br/media/docs/publicacoes/2/20211124200731/resumo_executivo_tic_educacao_2020.pdf. Acesso em: 22 fev. 2022.

Uso de tecnologias nas escolas brasileiras

As tecnologias educacionais não chegaram à expressiva maioria das escolas da área rural, privando os alunos de oportunidades de aprendizagem mediante o uso de televisão, vídeo e Internet.

INEP/MEC, 2007, p. 30.

Nos últimos anos, a presença *on-line* de crianças e adolescentes vem crescendo no Brasil. Esse fenômeno se dá como parte de um processo de mudança cultural trazido pela revolução digital, em que o uso da tecnologia se torna mais presente na vida das pessoas, estabelecendo-se como ferramenta central na comunicação com familiares e amigos, no lazer e até mesmo na escola e no trabalho.

Apesar disso, esse avanço ainda não chegou para todos: 4,8 milhões de adolescentes e crianças entre 9 e 17 anos vivem em domicílios que ainda não têm acesso à internet. Para esses jovens, a utilização de recursos digitais nas escolas é uma alternativa válida e acaba sendo uma opção de contato com a rede; no entanto, 18% das escolas de Ensino Fundamental e Médio ainda não estão conectadas. Em espaços rurais essa proporção é ainda maior, 48% das escolas não dispõem desses recursos.

A migração para o ambiente *on-line* como medida de proteção contra a Covid-19 acentuou ainda mais essa desigualdade, visto que lugares de mais difícil acesso ficaram sem suporte ou com recursos reduzidos na hora de transferir as atividades para plataformas *on-line*.

Fontes dos dados: BRASIL. Comitê Gestor da Internet no Brasil (CGI.br). *Pesquisa TIC Kids Online Brasil 2020*. São Paulo, 2021. Disponível em: https://cgi.br/media/docs/publicacoes/2/20211125083634/tic_kids_online_2020_livro_eletronico.pdf; BRASIL. Inep/MEC. *Panorama da Educação do Campo*. Brasília, DF: Inep/MEC, 2007. Disponível em: https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/estatisticas_e_indicadores/panorama_da_educacao_do_campo.pdf. Acesso em: 22 fev. 2022.

Você estuda em escola urbana ou rural? Localize, no mapa apresentado, em que região do Brasil ela está localizada. Quais consequências você considera que a falta de acesso à internet na escola pode causar na formação dos estudantes? Respostas pessoais.

Orientações didáticas

Abertura

O texto a seguir pode auxiliar no trabalho sobre educação no campo:

Antes de se discutir educação do campo há de se compreender que esse não é uma continuidade de educação rural. Esta segunda diferencia-se pelo fato de ser uma mobilização em favor de levar o ensino às populações rurais, seja ele em salas multisseriadas com professores para atender estudantes de séries e idades diferentes, ou pela dificuldade de deslocamento de muitos professores, por isso não têm formação adequada, portanto, uma educação fundamentada somente no aprendizado do ato de ler, escrever e fazer conta [...].

A partir dos anos de 1980, com movimentos sociais e conflitos desencadeiam-se mudanças de nomenclatura, de perspectiva e de concepção de homem, escola, saberes, mundo, trabalho e, sobretudo, o modo de pensar a educação rural, a qual passa a ser educação do/no campo. Para tanto, com a Constituição de 1988, a qual institui em suas bases a aprovação de políticas de direitos educacionais, enfatiza "[A União, os Estados, o Distrito Federal e os Municípios organizarão em regime de colaboração seus sistemas de ensino]" (BRASIL, 1988, Art. 211), a qual também se destina à população do campo, pois a educação é um direito de todos e dever do Estado sua oferta (BRASIL, 1988, Art. 205).

[...]

Ao contrário da educação rural, a educação do campo é proposta de diversos movimentos sociais ligados ao campo, por isso, quando se fala em educação do campo é inevitável não pensar em lutas sociais, trabalhadores como protagonistas e sujeitos das ações pedagógicas. Desse modo, o campo não é somente o contrário de urbano, mas um lugar de inúmeras possibilidades.

MACHADO, Luane C. T. Da educação rural à educação do campo: conceituação e problematização. *In*: EDUCERE – CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO: FORMAÇÃO DE PROFESSORES: CONTEXTOS, SENTIDOS E PRÁTICAS, XIII, 2017, Curitiba. *Anais* [...]. Curitiba: PUC-PR, 2017. p. 18322-18331.

Orientações didáticas

Média aritmética

Na BNCC

Este capítulo favorece o desenvolvimento das habilidades **EF07MA12** ao explorar problemas envolvendo as quatro operações básicas; e **EF07MA35** ao propor o cálculo de média aritmética. Mobiliza também a **CEMAT06** ao explorar fluxogramas.

Neste capítulo serão abordados alguns conceitos da Estatística descritiva, como a média aritmética e a amplitude. Ao iniciar o capítulo, é proposta uma situação-problema que, pelo fato de ilustrar uma situação cotidiana, pode favorecer o entendimento pelos estudantes do que significa "média" e, posteriormente, a compreensão de que não há uma única maneira de calcular a média. Observe que a ênfase é na média aritmética, e não na média ponderada.

Para auxiliar na abordagem do conceito de média, você pode também utilizar uma fita métrica e mensurar as alturas dos estudantes para, posteriormente, calcular a altura média da turma. Com essa medida será possível fazer uma abordagem em torno de questões como: "O que significa a média?"; "Qual a importância dessa medida?"; "Em que situações utilizamos o conceito de média?".

Cabe destacar que as atividades propostas possibilitam ao professor a retomada de alguns conhecimentos prévios, por exemplo, a definição de variável e suas classificações. Algumas atividades têm, por exemplo, variáveis discretas e outras, variáveis contínuas. Seria importante retomar esses conceitos com os estudantes, visto que no planejamento da pesquisa estatística é fundamental a compreensão de que tipo de variável a resposta a uma pergunta vai gerar.

Ao abordar o conceito de amplitude, por exemplo, o professor pode recorrer a dados meteorológicos e discutir o aspecto da amplitude térmica ao longo de um mesmo dia. Tal discussão pode contribuir para uma outra, por exemplo, sobre cuidados com o meio ambiente.

Média e amplitude de um conjunto de dados

Média aritmética

O time de futsal

Este é o time de futsal em que Marcelo joga:

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

Para organizar o time, Marcelo e os amigos tiveram muitas despesas. Eles compraram um conjunto de camisas, bolas de futsal, tênis, meias, etc.

Marcelo anotou as despesas de cada mês:

- março: R$ 551,10
- maio: R$ 272,50
- abril: R$ 156,00
- junho: R$ 71,80

No último campeonato, esse time disputou 8 partidas e obteve os resultados indicados no quadro a seguir.

Quantidade de gols nas partidas

Gols marcados	3	5	2	0	4	3	6	1
Gols sofridos	0	1	2	1	1	1	0	2

Dados elaborados para fins didáticos.

Agora que você já tem algumas informações sobre o time de futsal em que Marcelo joga, verifique como responderíamos às seguintes perguntas:

- Qual é a média das idades dos integrantes desse time?

soma das idades dos jogadores → numerador; número de jogadores → denominador

$$\frac{11 + 13 + 10 + 14 + 12}{5} = \frac{60}{5} = 12$$

A média das idades dos integrantes desse time é 12 anos.

- No último campeonato, quantos gols esse time marcou, em média, por partida?

soma dos gols marcados → numerador; número de partidas → denominador

$$\frac{3 + 5 + 2 + 0 + 4 + 3 + 6 + 1}{8} = \frac{24}{8} = 3$$

O time marcou, em média, 3 gols por partida.

- Quantos gols esse time sofreu, em média, por partida?

soma dos gols sofridos → numerador; número de partidas → denominador

$$\frac{0 + 1 + 2 + 1 + 1 + 1 + 0 + 2}{8} = \frac{8}{8} = 1$$

O time sofreu, em média, 1 gol por partida.

- Qual foi a despesa mensal média do time naquele período?

soma das despesas de cada mês → numerador; número de meses → denominador

$$\frac{551,10 + 156,00 + 272,50 + 71,80}{4} = \frac{1\,051,40}{4} = 262,85$$

A despesa mensal média do time foi de R$ 262,85.

Agora, responda: Em algum dos meses a despesa foi exatamente igual à média?

Não, há 2 meses com despesas acima da média e 2 meses com despesas abaixo da média. A média pode ser um número diferente de todos os números dados.

A **média aritmética** de dois ou mais números dados é o número que obtemos adicionando esses números e dividindo o resultado pela quantidade de parcelas.

Contudo, neste capítulo são propostas diferentes atividades nas quais os estudantes precisarão construir tabelas para a organização dos dados. Diversifique essa demanda cognitiva utilizando, também, algum *software* de planilha eletrônica. Para tanto, será importante fazer uma sondagem e, se necessário, promover a capacitação dos estudantes no uso desse recurso.

Participe

Faça as atividades no caderno.

A imagem a seguir é do sumário de um livro.

a) Em que página começa o Capítulo I? Na página 5.

b) Em que página termina o Capítulo IX? Na página 204.

c) Sabendo o Capítulo X termina na página 224, copie e complete a tabela a seguir com a quantidade de páginas de cada capítulo.
I. 32; **II.** 26; **III.** 12; **IV.** 24; **V.** 14; **VI.** 10; **VII.** 28; **VIII.** 28; **IX.** 26; **X.** 20

Quantidade de páginas por capítulo

Capítulo	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
Páginas	//////	//////	//////	//////	//////	//////	//////	//////	//////	//////

Dados elaborados para fins didáticos.

Banco de imagens/Arquivo da editora

d) Qual é a média aritmética da quantidade de páginas por capítulo? 22 páginas.

e) Quantos capítulos têm mais páginas do que a média? 6 capítulos.

f) Há algum capítulo com número de páginas igual à média? Não.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1. Qual é a média aritmética de:

a) 7 e 11? 9

b) 13,4 e 25,2? 19,3

2. Calcule a média aritmética dos números de cada caso:

a) 38; 62; 68. 56

b) 54; 71; 47; 63. 58,75

c) 22; 15; 29; 34; 33. 26,6

d) 12; 40; 27; 19; 31; 21. 25

e) 7; 38; 81; 62; 63; 26; 65, 10. 44

3. A tabela a seguir indica a medida da altura e a medida de massa de alguns estudantes do 7º ano.

Medida de massa e da altura dos estudantes do 7º ano

Nome	Medida da altura (em m)	Medida de massa (em kg)
Álvaro	1,40	45
Cláudia	1,38	32
Ernesto	1,32	38
Marcelo	1,20	35
Marilene	1,42	37
Paula	1,44	40
Renata	1,30	33
Vicente	1,26	36

Dados elaborados para fins didáticos.

a) Qual é a média da medida da altura desses estudantes? 1,34 m

b) Qual é, em média, a medida de massa desses estudantes? 37 kg

c) Na média, quem são mais altos: os meninos ou as meninas? As meninas.

Em Estatística, é comum referirmo-nos à **média aritmética** apenas como **média**.

GoodStudio/Shutterstock

4. Considere as informações a seguir sobre as medidas da altura e as idades de Filipe e seus familiares.

Ranta Images/Shutterstock
Rodrigo
1,72 m; 42 anos

Cookie Studio/Shutterstock
Cláudia
1,65 m; 38 anos

Tutatamafilm/Shutterstock
Márcio
1,63 m; 16 anos

LightField Studios/Shutterstock
Filipe
1,60 m; 12 anos

WAYHOME studio/Shutterstock
Sérgio
1,73 m; 28 anos

Hogan Imaging/Shutterstock
Ana Júlia
1,51 m; 80 anos

a) Calcule a média das idades dessas pessoas. 36 anos.

b) Qual é a estatura média dessas pessoas? 1,64 m

Orientações didáticas

Média aritmética

Pergunte aos estudantes qual é a média de idade dos integrantes do time de Marcelo, com o intuito de verificar qual estratégia eles vão utilizar para responder. Pode ser que digam que é 14, por ser a maior idade entre os integrantes, ou 10, por ser a menor idade, ou então que organizem as idades em ordem crescente e verifiquem que 12 é o termo do meio da sequência, e por esse motivo a média das idades é 12.

Discuta com eles que o fato de ter 2 meses com despesas acima da média e 2 meses com despesas abaixo da média é normal, pois a média aritmética é uma medida de tendência central.

Atividades

Este conjunto de atividades explora o cálculo da média aritmética. Embora não haja uma indicação explícita no livro, você pode sugerir que os estudantes utilizem a calculadora.

A atividade **2**, por exemplo, pode ser adaptada para um jogo no qual os estudantes deverão sortear determinado número de cartas (que pode ser definido jogando um dado) e calcular a média aritmética. Nesse tipo de proposta, não esqueça de solicitar aos estudantes que registrem as soluções para que, posteriormente, seja feita a correção coletiva.

A atividade **4** demanda que os estudantes organizem os dados em uma tabela. Esse movimento de alternar o modo de registro é importante. Por isso, diversifique as demandas cognitivas; você pode sugerir, por exemplo, que eles construam um gráfico a partir de uma tabela ou uma tabela a partir de um gráfico.

Proposta para o professor

Sugerimos a leitura dos artigos a seguir.

CARZOLA, Irene M.; SANTANA, Eurivalda R. S.; UTSUMI, Miriam C. O campo conceitual da média aritmética: uma primeira aproximação conceitual. *Revemat*, v. 14, Edição Especial Educação Estatística, Florianópolis (SC), p. 1-21, 2019. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2019.e62827/40963.

LOPES, Celi E.; MENDONÇA, Leandro. O. Prospectivas para o estudo da Probabilidade e da Estatística no Ensino Fundamental. *Vidya*, Santa Maria, v. 36, n. 2, p. 293-314, jul.-dez. 2016. Disponível em: https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/1814.
Acesso em: 24 jun. 2022.

Orientações didáticas

Atividades

Na atividade **6**, é apresentado um fluxograma que precisa ser analisado e compreendido pelos estudantes. Esse fluxograma segue uma lógica de programação, e a discussão dele pode favorecer o desenvolvimento do pensamento computacional. Elaborar ou analisar fluxogramas contribui para o raciocínio e, assim, desenvolver habilidades argumentativas.

O trabalho com Estatística e Probabilidade favorece uma abordagem interdisciplinar. Ao abordar o conceito de renda *per capita*, na atividade **7**, você pode promover discussões envolvendo vários aspectos de *Cidadania e Civismo*, *Multiculturalismo*, além de *Economia* e *Saúde*, por exemplo. Tome cuidado para não expor nenhum estudante, visto que a renda familiar é um assunto muito delicado e particular. Seria interessante abordar com os estudantes que a renda *per capita* também é considerada em diferentes editais públicos, como o Sistema de Seleção Unificada (SISU), por exemplo. Aproveite o contexto dessa atividade para refletir com os estudantes sobre a diversidade social e econômica do nosso país. Uma boa questão para desencadear a reflexão é perguntar se eles sabem por que em alguns estados a renda *per capita* é maior do que em outros; se não souberem, peça que levantem hipóteses e discutam.

Faça as atividades no caderno.

5. Na escola em que Camila estuda, a média em cada disciplina é obtida adicionando-se as notas dos 4 bimestres e dividindo-se a soma por 4. Analise as notas de Camila.

Notas de Camila

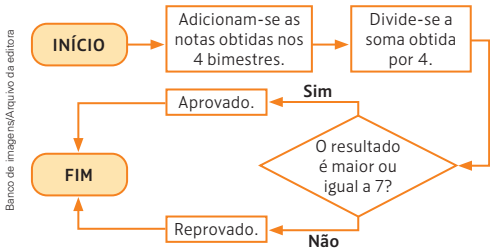
Disciplina / Bimestre	1º bim.	2º bim.	3º bim.	4º bim.
Matemática	7,0	6,0	5,0	8,0
Língua Portuguesa	6,0	5,5	9,0	7,5
Ciências	5,5	6,5	7,0	6,0
História	4,5	5,5	6,0	6,0
Geografia	7,5	8,5	8,0	9,0
Inglês	6,5	7,5	8,0	7,0

Dados elaborados para fins didáticos.

a) Calcule a média das notas de Camila em cada disciplina. Médias: 6,50; 7,00; 6,25; 5,50; 8,25; 7,25, respectivamente.

b) Em qual disciplina ela obteve a maior média? E a menor? Geografia; História.

6. Para determinar se um estudante na escola de Camila é aprovado ou fica de recuperação, os professores baseiam-se no seguinte fluxograma.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Considere a tabela apresentada na atividade anterior, com as notas de Camila.

a) Siga os passos do fluxograma apresentado e determine os componentes curriculares nos quais Camila terá de passar por recuperação. Matemática, Ciências e História.

b) Suponha que a média das notas necessária para aprovação passe a ser 6. Em quais componentes Camila ficaria em recuperação? História.

c) No caderno, elabore um fluxograma que corresponde à situação descrita no item **b**. A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

7. O rendimento domiciliar *per capita* é a soma de todos os rendimentos recebidos pelos moradores dividido pelo total de moradores. Em 2020, o rendimento mensal domiciliar *per capita* da população residente no Brasil foi de R$ 1.380,00 e o rendimento por unidade da Federação está apresentado na tabela a seguir.

Rendimento domiciliar *per capita*

Unidades da Federação	Rendimento (em reais)
Rondônia	1 169
Acre	917
Amazonas	852
Roraima	983
Pará	883
Amapá	893
Tocantins	1 060
Maranhão	676
Piauí	859
Ceará	1 028
Rio Grande do Norte	1 077
Paraíba	892
Pernambuco	897
Alagoas	796
Sergipe	1 028
Bahia	965
Minas Gerais	1 314
Espírito Santo	1 347
Rio de Janeiro	1 723
São Paulo	1 814
Paraná	1 508
Santa Catarina	1 632
Rio Grande do Sul	1 759
Mato Grosso do Sul	1 488
Mato Grosso	1 401
Goiás	1 258
Distrito Federal	2 475

Fonte dos dados: IBGE. Diretoria de Pesquisas. IBGE divulga o rendimento domiciliar *per capita* 2020. IBGE, [*s. l.*], 2021. Disponível em: https://ftp.ibge.gov.br/Trabalho_e_Rendimento/Pesquisa_Nacional_por_Amostra_de_Domicilios_continua/Renda_domiciliar_per_capita/Renda_domiciliar_per_capita_2020.pdf. Acesso em: 23 mar. 2022.

a) Pesquise na sua família qual é o total do rendimento mensal da casa onde vivem e divida-o pelo número de residentes. O resultado é a renda domiciliar *per capita* da casa. Compare o resultado obtido com a renda domiciliar *per capita* do país e com a do estado em que residem. Resposta pessoal.

b) Em quantos estados a renda domiciliar *per capita* é inferior à do país? 19

c) Pesquise o valor do salário mínimo no ano da pesquisa para responder: Por que você acha que em algumas unidades da Federação o rendimento médio per capita é menor do que o salário mínimo? Resposta pessoal.

Prática de pesquisa

Proposta para o estudante

Outra possibilidade de abordagem para aprimorar os conhecimentos dos estudantes é a gamificação. Sugerimos alguns *games* prontos e disponíveis na *web*, mas fique à vontade para explorar ou criar outros com seus estudantes. Neste jogo, é possível escolher 1 entre os 5 modelos disponíveis: Questionário, Abra a caixa, Perseguição do labirinto, Avião ou Roda aleatória.

WORDWALL. *Comunidade*: média aritmética. Disponível em: https://wordwall.net/pt-br/community/media-aritm%C3%A9tica. Acesso em: 20 maio 2022.

Amplitude

Outra importante medida estatística é a **amplitude** de um conjunto de dados numéricos. Trata-se da diferença entre o maior e o menor valor do conjunto.

Vamos considerar o conjunto de dados indicado no quadro a seguir, que representa a medida da altura de 11 jogadores de futebol de um time.

Jogadores do time de futebol

Jogador	Posição	Medida da altura (em metros)
Rogério	Goleiro	1,89
Cícero	Lateral	1,71
Fábio	Zagueiro	1,91
Diego	Zagueiro	1,82
Júnior	Lateral	1,66
Carlos	Meia	1,65
Josué	Meia	1,71
Danilo	Meia	1,82
Luís	Atacante	1,79
Ricardo	Atacante	1,83
Aloísio	Atacante	1,86

Dados elaborados para fins didáticos.

Podemos verificar que o jogador mais alto do time é o zagueiro Fábio, com 1,91 metro de medida da altura. O jogador mais baixo do time é o meia Carlos, com 1,65 metro de medida da altura. A amplitude desse conjunto de dados é fornecida pela diferença entre a medida da altura do maior jogador e a do menor jogador. Logo, a amplitude desse conjunto de dados é:

$$1,91 \text{ m} - 1,65 \text{ m} = 0,26 \text{ m}$$

Enquanto a média é uma **medida de tendência central** dos dados, a amplitude é uma **medida de dispersão**. A amplitude dá uma primeira ideia sobre os dados serem concentrados em torno da média ou serem dispersos, mais espalhados.

Por exemplo: em uma prova de Matemática os estudantes do 7º ano A tiveram média 6,5, com a menor nota igual a 2,0 e a maior igual a 9,5. No 7º ano B, a média também foi 6,5: a menor nota foi 3,5, e a maior, 8,0. Esses dados mostram que as notas do 7º ano B ficaram mais concentradas em torno da média do que no 7º ano A.

Essa informação pode ser deduzida considerando as amplitudes das notas:

- no 7º ano A, a amplitude foi $9,5 - 2,0 = 7,5$;
- no 7º ano B, a amplitude foi $8,0 - 3,5 = 4,5$.

A amplitude é menor quando os dados estão mais concentrados em torno da média, ou seja, quando a variação deles é menor.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

8. Consulte os dados sobre as medidas da altura dos estudantes da amostra apresentada na atividade **3** e responda no caderno:

a) Qual é a amplitude desses dados? 0,24 m

b) Qual é a amplitude dos dados referentes às meninas? E aos meninos? 0,14 m; 0,20 m.

9. Consulte os dados sobre as medidas de massa dos estudantes da amostra apresentada na atividade **3** e responda no caderno:

a) Qual é a amplitude desses dados? 13 kg

b) Qual é a amplitude dos dados referentes às meninas? E aos meninos? 8 kg; 10 kg.

10 Consulte os dados da atividade **5**. Em qual disciplina as notas de Camila apresentam maior amplitude? Qual é a amplitude? Língua Portuguesa; 3,5.

11. Você economiza água? Consumir água sem desperdício é uma prática que contribui para a sustentabilidade do planeta. Respostas pessoais.

a) Pesquise as contas de água da residência em que vive, do seu condomínio ou da casa de algum familiar. Verifique o histórico de consumo e anote quantos metros cúbicos foram consumidos por mês nos últimos 12 meses. Calcule a média e a amplitude desses dados.

b) Apresente os resultados aos seus familiares e converse com eles sobre ações que podem ser tomadas para diminuir o consumo.

GoodStudio/Shutterstock

Orientações didáticas

Amplitude

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades **EF07MA12** ao explorar problemas envolvendo as 4 operações básicas; e **EF07MA35** ao propor o cálculo de amplitude. Os contextos apresentados permitem desenvolver os TCTs *Educação Ambiental* e *Educação para o Consumo.* O tópico mobiliza com maior ênfase a **CG07** e a **CEMAT07** ao propor discussões sobre o consumo consciente de água.

Comente com os estudantes que há outras medidas de tendência central, como moda e mediana.

Atividades

As atividades **8** a **11** exploram o cálculo de amplitude. Embora não haja uma indicação explícita no Livro do Estudante, você pode sugerir que eles utilizem a calculadora.

O contexto da atividade **11** permite propor uma discussão sobre o consumo de água e a realização de um trabalho interdisciplinar com **Geografia** e **Ciências da Natureza**. No item **b**, peça aos estudantes que façam uma apresentação visual dos resultados e a compartilhem com os familiares e a turma. Eles podem fazer cartazes, gráficos, infográficos ou até mesmo gravar vídeos curtos com as informações coletadas e dicas para a diminuição do consumo de água.

Matemática e tecnologias

Na BNCC

Esta seção favorece o desenvolvimento da habilidade **EF07MA35** ao propor o cálculo de amplitude utilizando uma planilha eletrônica. Mobiliza com maior ênfase a **CEMAT05** ao utilizar planilhas eletrônicas como recurso tecnológico para resolução de problemas.

A utilização de planilhas eletrônicas na resolução de problemas permite que os estudantes desenvolvam o pensamento computacional.

Enfatize para a turma a praticidade desse recurso, sobretudo no trabalho com estatística, uma vez que possibilita a inserção direta de uma fórmula em uma célula, o uso de uma fórmula predefinida pela própria planilha, a manipulação e a realização de operações com grande quantidade de dados.

Matemática e tecnologias

Estatística com apoio de planilha eletrônica

Utilizando um *software* de planilha eletrônica, é possível organizar dados de uma pesquisa estatística. Existem diferentes *softwares* de planilhas eletrônicas, mas a maioria deles apresenta funcionalidades comuns.

O LibreOffice é um *software* livre formado por 6 aplicativos e um deles é o de planilha eletrônica (Calc).

No *site* www.libreoffice.org, é possível fazer o *download* do *software*. O aplicativo Calc é uma ferramenta que tem várias vantagens e uma delas é a construção de tabelas. Utilizaremos esse recurso tecnológico para auxiliar a representar e interpretar dados de uma pesquisa.

No exemplo a seguir, apresentamos em uma tabela as idades e as medidas da altura de 6 jogadoras de voleibol de uma equipe do Ensino Médio. Também calcularemos as médias e as amplitudes dos dados.

Idade e medida da altura das jogadoras de uma equipe de voleibol

Nome	Idade (em anos completos)	Medida da altura (em metros)
Andrea	15	1,68
Camila	17	1,64
Dilce	16	1,70
Érica	16	1,66
Gisele	15	1,70
Joana	14	1,76

Dados elaborados para fins didáticos.

Para reproduzir a tabela em uma planilha eletrônica, siga estes passos:

- Selecione a célula A1 (coluna A e linha 1) e insira **Nome**;
- Selecione a célula B1 (coluna B e linha 1) e insira **Idade (em anos completos)**;
- Selecione a célula C1 (coluna C e linha 1) e insira **Medida da altura (em metros)**;

Ao final desse processo, você vai obter:

	A	B	C	D	E
1	Nome	Idade (em anos completos)	Medida da altura (em metros)		
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					

Captura de tela do LibreOffice Calc, indicando as colunas que os dados da pesquisa devem ser inseridos.

Faça as atividades no caderno.

A coluna A, **Nome**, tem como função armazenar o nome de cada uma das jogadoras. As colunas B e C têm como função armazenar os dados pesquisados sobre a idade e a medida da altura das jogadoras, respectivamente.

Verifique como deve ficar a tabela preenchida.

	A	B	C	D	E
1	Nome	Idade (em anos completos)	Medida da altura (em metros)		
2	Andrea	15	1,68		
3	Camila	17	1,64		
4	Dilce	16	1,70		
5	Érica	16	1,66		
6	Gisele	15	1,70		
7	Joana	14	1,76		
8					
9					
10					
11					

Reprodução/LibreOffice.org

Captura de tela do LibreOffice Calc, indicando os dados da pesquisa.

Agora vamos calcular a média e a amplitude das idades utilizando a planilha eletrônica.

Selecione a célula A8 (coluna A e linha 8) e insira **Média**. Clique na célula B8 (coluna B e linha 8) e escreva **=média(**. Depois, selecione todas as células que contêm os valores para os quais queremos calcular a média, no caso as células B2 a B7. Por fim, digite **)** e aperte a tecla *Enter*. A média das idades das jogadoras será apresentada.

B8 =MÉDIA(B2:B7)

	A	B	C	D	E
1	Nome	Idade (em anos completos)	Medida da altura (em metros)		
2	Andrea	15	1,68		
3	Camila	17	1,64		
4	Dilce	16	1,70		
5	Érica	16	1,66		
6	Gisele	15	1,70		
7	Joana	14	1,76		
8	Média	15,5			
9					
10					
11					

Reprodução/LibreOffice.org

Captura de tela do LibreOffice Calc, indicando o cálculo da média das idades.

Para calcular a amplitude das idades, devemos calcular a diferença entre o valor máximo analisado e o valor mínimo. Em A9 insira **Máximo**, em A10, **Mínimo**, e em A11, **Amplitude**. Para calcular o valor máximo, clique na célula B9 e escreva **=máximo(**. Depois, selecione todas as células que contêm os valores dos quais queremos avaliar o maior, no caso as células B2 a B7. Em seguida, digite **)** e aperte a tecla *Enter*. O valor máximo das idades das jogadoras será apresentado.

Para calcular o valor mínimo, clique na célula B10 e escreva **=mínimo(**. Depois, analogamente, selecione as células B2 a B7, digite **)** e aperte a tecla *Enter*. O valor mínimo das idades das jogadoras será apresentado.

Para calcular a amplitude, clique na célula B11 e insira **=B9–B10**, isto é, na célula B11 vamos inserir a diferença entre os valores das células B9 e B10. Dessa maneira, será apresentada a amplitude dos dados.

B11 =B9-B10

	A	B	C	D	E
1	Nome	Idade (em anos completos)	Medida da altura (em metros)		
2	Andrea	15	1,68		
3	Camila	17	1,64		
4	Dilce	16	1,70		
5	Érica	16	1,66		
6	Gisele	15	1,70		
7	Joana	14	1,76		
8	Média	15,5	1,69		
9	Máximo	17	1,76		
10	Mínimo	14	1,64		
11	Amplitude	3	0,12		
12					
13					

Reprodução/LibreOffice.org

Captura de tela do LibreOffice Calc, indicando o cálculo da amplitude das idades.

- Agora, faça os procedimentos descritos anteriormente para calcular a média e a amplitude das medidas da altura listadas na coluna C.

Orientações didáticas

Matemática e tecnologias

Proponha que os estudantes realizem a atividade no laboratório de informática da escola. Caso não haja computadores suficientes para todos, proponha que eles se organizem em pequenos grupos e façam revezamento, para que todos possam participar da atividade.

Caminhe pela sala enquanto a turma realiza a atividade e auxilie os estudantes em caso de dúvidas.

Proposta para o professor

O trabalho a seguir traz reflexões sobre o uso de planilhas eletrônicas como ferramentas de ensino.

SANTOS, Daniel F. dos. *Uso de planilhas eletrônicas como ferramentas de apoio ao ensino de Matemática*. 2017. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal de Viçosa, Minas Gerais, 2017. Disponível em: https://www.locus.ufv.br/bitstream/123456789/17869/1/texto%20completo.pdf. Acesso em: 2 jun. 2022.

Orientações didáticas

Pesquisa estatística

Na BNCC

Este capítulo favorece com maior ênfase o desenvolvimento das habilidades **EF07MA36** e **EF07MA37** ao propor o planejamento e a realização de pesquisas, bem como a interpretação e a análise de dados apresentados em tabelas e gráficos. Mobiliza com maior ênfase a **CG07** e a **CEMAT07**, além de desenvolver os TCTs *Educação em Direitos Humanos* ao trazer atividade com contexto que permite debater sobre o saneamento básico e *Educação Financeira* ao abordar o orçamento doméstico.

Neste capítulo, exploram-se os conceitos de população e amostra. Além disso, discutem-se 2 tipos de pesquisa: a pesquisa censitária e a pesquisa amostral. São apresentadas as etapas fundamentais de uma pesquisa estatística, a saber: planejamento; levantamento de dados; execução da pesquisa e registro de dados; organização dos dados e apresentação dos resultados.

No tocante ao recurso da pesquisa estatística como metodologia de ensino, é fundamental aproveitar a oportunidade que essa perspectiva oferece ao estabelecer práticas interdisciplinares e conexões com diferentes Temas Contemporâneos Transversais.

Pesquisa estatística e representações gráficas

EF07MA02
EF07MA12
EF07MA36
EF07MA37

Pesquisa estatística

Antes de conhecermos as etapas de uma pesquisa estatística, vamos diferenciar **população** de **amostra**.

Imagine que vamos realizar uma pesquisa estatística para conhecer a opinião das pessoas a respeito de determinado assunto. Para fazer uma pesquisa, é preciso definir a população que se deseja pesquisar.

Em Estatística, **população** é o conjunto de elementos dos quais desejamos pesquisar alguma característica.

Dependendo da pesquisa a ser realizada, a população pode não ser constituída de pessoas, mas de objetos ou animais, por exemplo. Uma população pode ser todos os estudantes de uma escola ou todos os pneus produzidos em um dia por uma fábrica.

Outro conceito importante em uma pesquisa estatística é o de amostra.

Uma **amostra** é uma parte da população.

O pesquisador precisa ter clareza quanto a fazer a pesquisa com toda a população ou apenas com uma amostra dela.

Quando a pesquisa é realizada com toda a população, dizemos que se trata de uma **pesquisa censitária**. Quando é realizada com uma amostra da população, chamamos de **pesquisa amostral** ou **por amostragem**.

No Brasil, o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) é o responsável por organizar e realizar o Censo Demográfico.

O Censo Demográfico tem por objetivo contar os habitantes do território nacional, identificar suas características e revelar como vivem os brasileiros, produzindo informações imprescindíveis para a definição de políticas públicas e a tomada de decisões de investimentos da iniciativa privada ou de qualquer nível de governo. E também constituem a única fonte de referência sobre a situação de vida da população nos municípios e em seus recortes internos, como distritos, bairros e localidades, rurais ou urbanas, cujas realidades dependem de seus resultados para serem conhecidas e terem seus dados atualizados.

IBGE. Comitê de Estatísticas Sociais. População: Censo Demográfico. *IBGE*, [*s. l.*], 2022. Disponível em: https://ces.ibge.gov.br/apresentacao/portarias/200-comite-de-estatisticas-sociais/base-de-dados/1146-censo-demografico.html. Acesso em: 19 maio 2021.

Etapas de uma pesquisa estatística

Agora é hora de saber o que pensam as pessoas próximas a você. Para isso, você vai realizar uma pesquisa com os colegas, professores ou outros funcionários da escola. Veja as etapas para a execução dessa pesquisa.

I. Planejamento

O primeiro passo para a realização de uma pesquisa é o planejamento.

Escolhido o tema, é hora de definir a população a ser investigada e o tipo da pesquisa, censitária ou amostral.

II. Levantamento de dados

Após a definição dos entrevistados e das questões que serão feitas, é preciso decidir como os dados serão coletados. Para coletar os dados, podemos fazer entrevistas ou elaborar questionários.

III. Execução da pesquisa e registro dos dados

Com o questionário pronto, é hora de começar a coleta dos dados. Para isso, é importante definir um prazo e de que maneira as entrevistas serão feitas.

IV. Organização dos dados

Com os dados da pesquisa em mãos, é hora de organizá-los.

Podemos organizar esses dados elaborando tabelas que apresentem as respostas obtidas nos questionários, por exemplo.

Considere um exemplo de tabela para organizar os dados referentes a uma pergunta da entrevista.

Uma pessoa pode transmitir o coronavírus para outra?	
Sim	32
Não	8
Não respondeu	5
Total de pessoas entrevistadas	**45**

Pergunta — Opções de respostas — Soma

Dados elaborados para fins didáticos.

Note que, no exemplo, existe a possibilidade de uma pessoa não responder à pergunta, e essa quantidade também precisa ser registrada. Temos, ainda, uma linha destinada ao total de pessoas entrevistadas; assim, é possível conferir se a soma da quantidade de respostas é igual ao número total de entrevistados.

V. Apresentação dos resultados

Os resultados podem ser apresentados em tabelas, porém o uso de gráficos pode facilitar a compreensão. Vários gráficos podem ser elaborados para uma única pesquisa.

Como você acabou de verificar, as etapas de uma pesquisa estatística são as seguintes:

Banco de imagens/Arquivo da editora

Atividades

1. Resposta esperada: População é um grupo de pessoas, animais ou objetos que se deseja verificar. Amostra é uma parte representativa da população que se deseja verificar.

Faça as atividades no caderno.

1. Ao considerar uma pesquisa estatística, o que você entende por população e amostra?

2. Para cada situação a seguir, escreva no caderno se ela corresponde a uma população ou a uma amostra.

a) Para avaliar a eficácia de determinada vacina, todas as pessoas que se submeteram a ela foram entrevistadas. População.

b) Com o objetivo de avaliar a intenção de voto para prefeito de uma cidade com cerca de 40 000 eleitores, foram entrevistados 800 eleitores. Amostra.

c) Para verificar a audiência de um canal de TV no Brasil, um instituto realizou uma pesquisa telefônica em 2 000 residências. Amostra.

3. Para saber quais são as necessidades de saneamento básico de um município, a Prefeitura realizou uma pesquisa no bairro central da cidade como amostragem. Você considera essa pesquisa confiável? Justifique no caderno.

3. Resposta esperada: Não, pelo fato de a pesquisa ter sido realizada em apenas um dos bairros da cidade, cujas respostas podem divergir das possíveis respostas das pessoas que residem em outros bairros.

Orientações didáticas

Pesquisa estatística

O desenvolvimento de uma pesquisa estatística é uma excelente oportunidade para estimular a autonomia e a interação crítica com diferentes conhecimentos e fontes de informação. Etapas semelhantes às de uma pesquisa estatística podem ser desenvolvidas para investigar fatos da realidade.

Atividades

Nas atividades **1**, **2**, **3** e **5**, peça aos estudantes que registrem no caderno o que aprenderam e promova uma conversa para que eles aprofundem o debate sobre população e amostra.

Você pode também trazer dados de outras pesquisas já feitas, como pesquisas eleitorais, e discutir com eles esses conceitos. À medida que são apresentados outros exemplos e contextos, fica mais perceptível a compreensão conceitual por parte dos estudantes.

Na atividade **3,** reflita com a turma sobre a importância do saneamento básico e, também, sobre a ausência dele em vários municípios brasileiros. O saneamento básico é um direito assegurado pela Constituição Federal de 1988.

Orientações didáticas

Atividades

A atividade **4** explora a interpretação de uma tabela. Contudo, é possível incentivar os estudantes a pensar que tipo de gráfico seria o mais adequado para representar os dados indicados.

A atividade **5** pode suscitar uma pesquisa breve dentro da sala de aula e, posteriormente, uma comparação entre as 2 amostras. É possível, assim, aprofundar os conceitos de população e amostra debatidos no bloco de atividades anterior. Posicionar-se a partir de resultados obtidos em pesquisas é um dos aspectos importantes que caracterizam a argumentação fundamentada em dados científicos.

Construção de gráficos

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades **EF07MA36** e **EF07MA37** ao propor a interpretação e a construção de gráficos.

Como no 7º ano a ênfase é dada na construção de gráficos de setores, a proposta de discussão apresenta uma relação com conhecimentos geométricos e, portanto, demanda que os estudantes usem o transferidor e até a calculadora.

Para além da construção de gráficos e tabelas, neste capítulo a habilidade de analisar gráficos será bastante exigida.

Gráfico de colunas

O gráfico de colunas já foi explorado em anos anteriores. Retome com os estudantes os elementos de um gráfico: título do gráfico, título dos eixos, escala numérica, categorias e fonte dos dados.

4. Ao realizar uma pesquisa censitária, foram entrevistados todos os funcionários de uma empresa, a fim de identificar o meio de transporte utilizado por eles para chegar ao trabalho. Os resultados estão apresentados a seguir.

Meio de transporte utilizado pelos funcionários até o trabalho

Meio de transporte utilizado	Quantidade de funcionários
Transporte público	32
Condução própria	36
A pé	12

Dados elaborados para fins didáticos.

a) Verificando os dados apresentados, responda no caderno: Quantos funcionários trabalham nessa empresa? 80 funcionários.

b) Junte-se a um colega e façam algumas sugestões de ações que essa empresa poderia propor aos funcionários para que utilizem meios de transporte que impactem menos o meio ambiente. Em seguida, preparem uma apresentação e discutam com toda a turma sobre as ações que vocês propuseram. Resposta pessoal.

5. Para conhecer a disciplina favorita dos estudantes do 7º ano de uma escola, qual é o tipo de pesquisa mais indicada, a censitária ou a amostral? Justifique. Resposta esperada: A censitária, pois o tamanho da população permite que todos os estudantes sejam entrevistados.

Construção de gráficos

Apresentando os dados de uma pesquisa

Gabriela fez algumas pesquisas relativas aos estudantes do 7º ano. Ela apresentou em tabelas os dados coletados.

Turma dos estudantes entrevistados

Turma	Quantidade de estudantes	Porcentagem em relação aos entrevistados
7º ano A	16	40%
7º ano B	24	60%
Total	**40**	**100%**

Dados elaborados para fins didáticos.

Região de residência dos estudantes entrevistados

Região de residência	Quantidade de estudantes	Porcentagem em relação aos entrevistados
Zona Norte	10	25%
Centro	22	55%
Zona Sul	8	20%
Total	**40**	**100%**

Dados elaborados para fins didáticos.

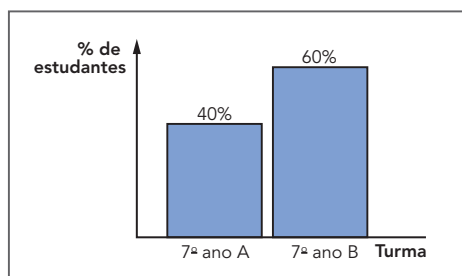
Para melhorar a visualização dos resultados, podemos representá-los em gráficos, como os que vamos estudar nesta Unidade.

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

Gráfico de colunas

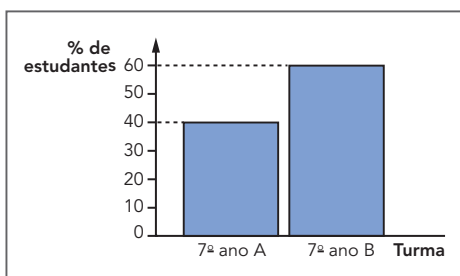
Nesse tipo de gráfico, as colunas são retangulares, cujas bases têm as mesmas medidas e ficam apoiadas em uma linha reta horizontal, o eixo do gráfico. Tendo bases com as mesmas medidas, as alturas das colunas correspondem às porcentagens verificadas, sendo determinadas por uma escala.

Considerando, por exemplo, que a medida da altura de 1 cm no gráfico corresponde a 20% dos estudantes, a medida da altura da coluna referente aos estudantes do 7º ano A da turma de Gabriela terá 2 cm (2 vezes 20%), e a referente aos estudantes do 7º ano B, 3 cm (3 vezes 20%). Acima de cada coluna, anotamos as porcentagens correspondentes, ou, então, indicamos a escala no eixo vertical.

Turma dos estudantes entrevistados

Dados elaborados para fins didáticos.

Turma dos estudantes entrevistados

Dados elaborados para fins didáticos.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Para o gráfico dos dados relativos à região de residência, vamos considerar outra escala, em que a medida da altura de 1 mm deve corresponder a 2,5% dos estudantes. Assim, a medida da altura da coluna representativa da Zona Norte será 10 mm, a do Centro, 22 mm, e a da Zona Sul, 8 mm. Para facilitar a leitura do gráfico, as colunas devem ficar igualmente espaçadas.

É importante notar que todo gráfico deve ter a fonte dos dados e um título que o identifique.

Região de residência dos estudantes entrevistados

Dados elaborados para fins didáticos.

Banco de imagens/Arquivo da editora

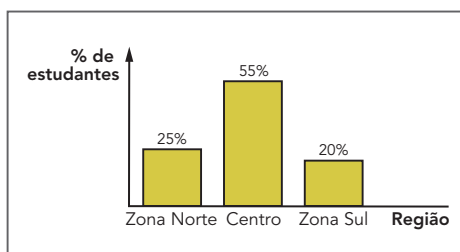
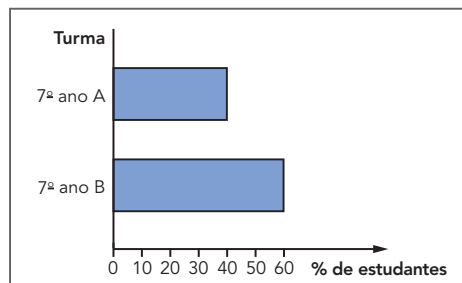



Gráfico de barras

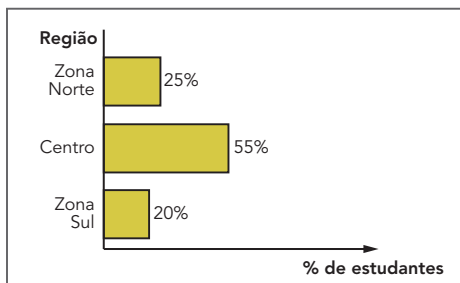
A construção do gráfico de barras é parecida com a do gráfico de colunas. As barras são retangulares de mesma altura e com medida de comprimento proporcional às porcentagens verificadas. Elas ficam encostadas em uma linha reta vertical, o eixo do gráfico.

Verifique os exemplos:

Turma dos estudantes entrevistados

Dados elaborados para fins didáticos.

Região de residência dos estudantes entrevistados

Dados elaborados para fins didáticos.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Gráficos de colunas ou de barras geralmente são usados quando queremos comparar partes (**categorias**). Eles transmitem visualmente, de modo rápido, a ideia de quanto uma categoria tem a mais ou a menos do que outra.

Orientações didáticas

Gráfico de barras

Verifique se os estudantes compreendem a diferença entre o gráfico de barras e o de colunas. Se considerar oportuno, peça a eles que pesquisem em jornais, revistas ou na internet outros exemplos de gráficos de barras e de colunas e compartilhem com a turma mostrando como fazer a leitura deles.

Proposta para o estudante

Sugestões de jogos envolvendo análise de gráficos.

WORDWALL. *Questionário*: gráficos. [*s. l.*] Disponível em: https://wordwall.net/pt/resource/15971575/gr%C3%A1ficos.

WORDWALL. *Questionário*: gráficos. [*s. l.*] Disponível em: https://wordwall.net/pt/resource/22065161/gr%C3%A1ficos.

WORDWALL. *Questionário*: gráficos. [*s. l.*] Disponível em: https://wordwall.net/pt/resource/24169116/gr%C3%A1ficos.

Acesso em: 23 maio 2022.

Orientações didáticas

Gráfico de setores

Ao explorar este tópico, proponha que os estudantes usem o transferidor. Providencie previamente transferidores para a turma; se não houver o suficiente para todos, peça que se organizem em grupos.

Enfatize o conceito de **setor circular**. Verifique se todos os estudantes compreendem como determiná-lo e, em caso de dúvidas, auxilie-os.

No trabalho com o transferidor para a determinação da medida do ângulo central, é preciso que os estudantes saibam posicioná-lo de maneira correta. Se possível, leve alguns círculos com setores circulares delimitados e peça que eles meçam os ângulos usando o transferidor.

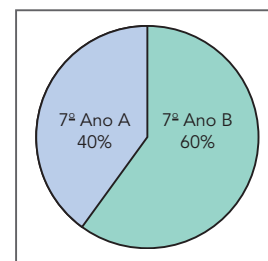
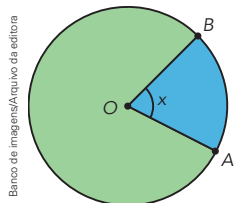
Gráfico de setores

Esse tipo de gráfico lembra uma *pizza* repartida em tantas fatias quantas são as categorias que queremos representar. Verifique, por exemplo, como ficam os dados coletados por Gabriela a respeito da turma dos estudantes do 7º ano nesse tipo de gráfico.

O gráfico é um círculo dividido em partes denominadas **setores**.

Turma dos estudantes entrevistados

Dados elaborados para fins didáticos.

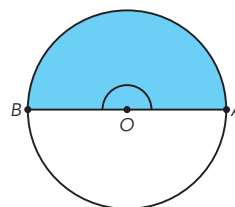
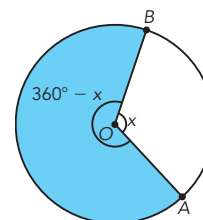
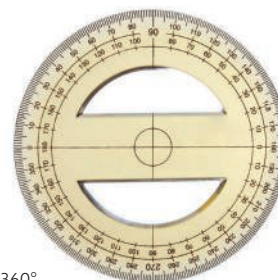
Banco de imagens/Arquivo da editora

Setores circulares determinados pelo ângulo $A\hat{O}B$.

Setor circular

Um ângulo com origem no centro de um círculo, denominado **ângulo central**, determina dois **setores circulares**. Na figura, o ângulo $A\hat{O}B$ (de medida x) determina um setor circular menor constituído por todos os pontos da região do círculo indicada em azul, e um setor circular maior, constituído pelos pontos da região em verde.

Se A e B forem extremidades de um diâmetro de um círculo, os pontos comuns ao círculo e a um dos semiplanos de origem na reta $\overleftrightarrow{AB}$ constituem um **semicírculo**.

O ângulo central do semicírculo (representado como $A\hat{O}B$ na figura) é um ângulo raso e, portanto, mede 180°.

O círculo todo mede 360°. Assim, quando temos um setor circular menor de medida x graus, o setor circular maior mede $(360 - x)$ graus.

Para medir o ângulo central de um setor circular, podemos utilizar um transferidor.

Transferidor de 360°.

Construção de um gráfico de setores

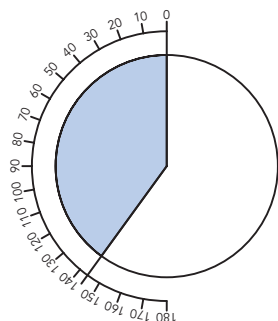
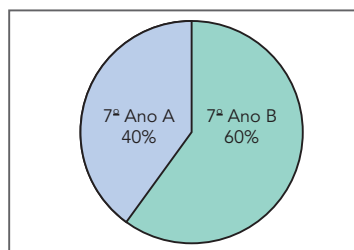
Verifique como construir um gráfico de setores ou um "gráfico de *pizza*".

O tamanho de cada setor é determinado pela medida, em graus, do seu ângulo central (x). Como o círculo tem 360°, para calcular a medida do ângulo de cada setor, multiplicamos 360° pela taxa percentual.

Assim, para fazer o gráfico de setores "Turma de estudantes entrevistados" anterior, começamos calculando a medida do ângulo correspondente a cada categoria:

- 7º ano A: 40% de $360° = 0{,}4 \cdot 360° = 144°$;
- 7º ano B: fica com o restante; portanto, com $360° - 144°$, o que resulta em 216°.

Depois disso, traçamos a circunferência e, com o auxílio de uma régua e um transferidor, desenhamos os ângulos com vértices no centro do círculo, dividindo-o nas medidas desejadas.

Finalizando, é só colorir cada parte com uma cor, escrever o nome da categoria, a porcentagem que cada uma representa, o título e a fonte do gráfico. Não é preciso marcar a medida dos ângulos.

Turma dos estudantes entrevistados

Dados elaborados para fins didáticos.

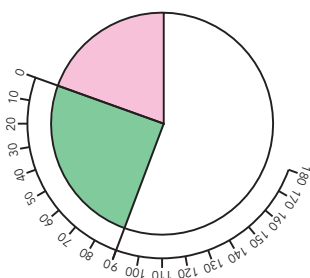
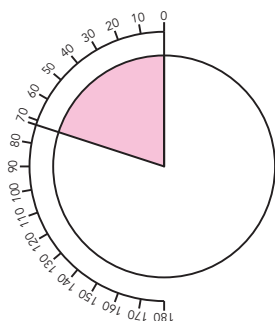
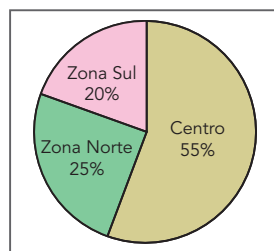
Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

O gráfico de setores é o mais adequado quando queremos comparar cada parte com o total. Além disso, podemos comparar as partes entre si. É como associar o total a uma "*pizza*" inteira e mostrar que "fatia dessa *pizza*" cada categoria representa.

Por exemplo, para representar os dados sobre o local de residência dos estudantes por um gráfico de setores, começamos calculando a medida do ângulo de cada setor:

- Zona Sul: 20% de $360° = 0{,}2 \cdot 360° = 72°$;
- Zona Norte: 25% de $360° = 0{,}25 \cdot 360° = 90°$;
- Centro: ficará com o restante; portanto, com $360° - 90° - 72°$, o que resulta em 198°.

Depois, desenhamos os setores. Primeiro vamos desenhar o setor menor no sentido anti-horário e, a partir dele, o setor de 90°. Por consequência, a parte restante equivale ao setor de 198°.

Por fim, colorimos o gráfico e inserimos o título e a fonte.

Região de residência dos estudantes entrevistados

Dados elaborados para fins didáticos.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Orientações didáticas

Construção de um gráfico de setores

Ao explorar este tópico, faça o passo a passo do Livro do Estudante na lousa para que todos acompanhem.

Em seguida, proponha que construam sozinhos o mesmo gráfico de setores para verificar se compreenderam bem como fazer.

Enfatize a importância da inserção de título e fonte dos dados.

Se possível, diversifique os contextos para trabalhar com gráficos de setores.

Orientações didáticas

Comparando dois tipos de gráfico

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades **EF07MA02**, **EF07MA12**, **EF07MA36** e **EF07MA37** ao propor a interpretação, a comparação e a construção de gráficos na resolução de problemas que envolvem porcentagens e as 4 operações básicas. Mobiliza com maior ênfase a **CG09** e a **CEMAT06**, além de desenvolver o TCT *Processo de envelhecimento, respeito e valorização do Idoso,* ao trazer atividades com contextos que permitem debater sobre a população idosa brasileira e outros que reforçam o papel da mulher na sociedade. Também é possível desenvolver o TCT *Saúde* ao tratar de dados sobre a covid-19.

Gráfico de barras (ou colunas) e gráfico de setores

Reforce com os estudantes que uma mesma categoria, por exemplo, América, tem a medida de área representada como uma barra do gráfico e como um setor no outro gráfico.

Atividades

Aproveite o contexto da atividade **6**, para explorar o TCT *Processo de envelhecimento, respeito e valorização do Idoso*. Incentive os estudantes a compartilhar com a turma a pesquisa sobre os hábitos mais indicados para um envelhecimento saudável.

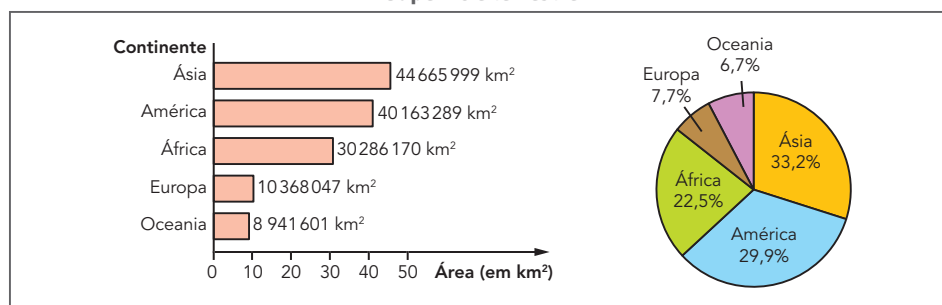
Comparando dois tipos de gráfico

Gráfico de barras (ou colunas) e gráfico de setores

Nos gráficos de barras ou colunas também pode ser indicada a quantidade de elementos de cada categoria (em vez das porcentagens). A medida de comprimento das barras (ou colunas) deve ser proporcional às quantidades que elas representam.

Já nos gráficos de setores, como o interesse principal é comparar a parte com o todo, é sempre bom indicar a porcentagem de cada categoria.

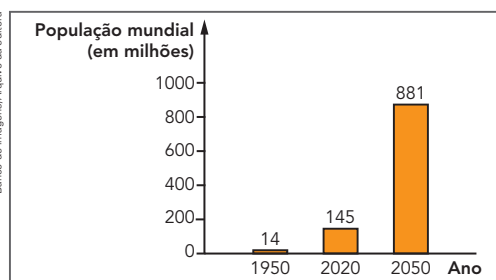
Um tipo de gráfico pode reforçar a informação representada por outro. Verifique, por exemplo, como se pode ilustrar a medida de área que cada continente ocupa na superfície terrestre, o que permite compará-los.

Superfície terrestre

Fonte dos dados: BOCHICCHIO, Vincenzo R. *Atlas Mundo Atual*. São Paulo: Atual, 2003.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

6. O gráfico a seguir apresenta os dados da população mundial com 80 anos ou mais em 1950 e 2020 e a estimativa dessa população para 2050.

População mundial com 80 anos ou mais – em milhões

ALVEZ, José Eustáquio Diniz. *Envelhecimento populacional continua e não há perigo de um geronticídio.* Universidade Federal de Juiz de Fora, 2020. Disponível em: https://www.ufjf.br/ladem/2020/06/21/envelhecimento-populacional-continua-e-nao-ha-perigo-de-um-geronticidio-artigo-de-jose-eustaquio-diniz-alves/. Acesso em: 6 abr. 2022.

Tom Wang/Shutterstock

Apesar de parecer uma atividade física simples, o alongamento contribui com a melhora da coordenação motora e com o aumento da força muscular.

a) Considerando a população mundial em 1950, calculada em 2 bilhões de pessoas, e a estimativa para 2050, de 9 bilhões, que porcentagem aproximada da população mundial elas representavam em 1950? E quantas serão em 2050? Aproximadamente 0,7%; aproximadamente 9,8%.

b) Que idade você terá em 2050? Resposta pessoal.

c) Pesquise, em fontes confiáveis, hábitos que favoreçam um envelhecimento saudável e registre no caderno um texto sobre o assunto. Resposta pessoal.

7. Leia, a seguir, um trecho de uma notícia.

Soja, milho e arroz representam mais de 90% da safra 2017

[...] As informações são do Levantamento Sistemático da Produção Agrícola (LSPA), divulgado hoje pelo IBGE. [...]

SOJA, milho e arroz representam mais de 90% da safra 2017. *Agência de Notícias IBGE, [s. l.]*, 10 out. 2017. Disponível em: https://agenciadenoticias.ibge.gov.br/agencia-noticias/2012-agencia-de-noticias/noticias/17172-soja-milho-e-arroz-representam-mais-de-90-da-safra-2017.html. Acesso em: 22 fev. 2022.

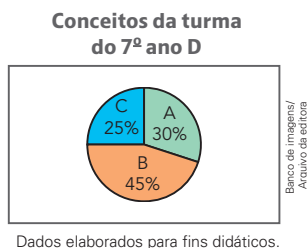
No caderno, responda:

a) Na safra de 2017, que porcentagem representaram soja, milho e arroz juntos? 93,7%

b) No gráfico apresentado, quantos graus tem o setor correspondente à soja? 171°

8. O gráfico a seguir mostra os conceitos dados pelo professor de Matemática no 1º bimestre para os 40 estudantes do 7º ano D.

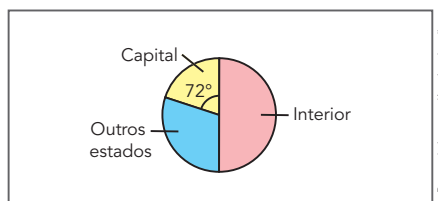
Conceitos da turma do 7º ano D

Dados elaborados para fins didáticos.

a) 12 estudantes, 18 estudantes e 10 estudantes.

a) Calcule quantos estudantes receberam cada conceito, o A, o B e o C.

b) Quantos graus mede o ângulo central do setor que representa os estudantes de conceito A? E de B? E de C? 108°; 162°; 90°.

9. No gráfico a seguir está representado o local de nascimento dos 800 funcionários de uma grande loja de departamentos da cidade de São Paulo.

Local de nascimento dos funcionários

Dados elaborados para fins didáticos.

a) Quantos funcionários nasceram na capital do estado de São Paulo? 160 funcionários.

b) E no interior do estado de São Paulo? 400 funcionários.

c) Que porcentagem corresponde aos funcionários que nasceram em outros estados? 30%

10. Nesta tabela estão computadas as opiniões de 60 pessoas sobre um filme que acabou de estrear na cidade. As respostas encontram-se na seção *Resoluções* deste Manual.

Avaliação do filme

Opinião	Quantidade de pessoas
Excelente	9 15%
Ótimo	15 25%
Bom	18 30%
Regular	12 20%
Ruim	3 5%
Péssimo	3 5%
Total	**60**

Dados elaborados para fins didáticos.

a) Represente os dados em um gráfico de barras.

b) Calcule as porcentagens relativas às opiniões e represente-as em um gráfico de setores.

Orientações didáticas

Atividades

As atividades **7** e **11** contemplam a habilidade de interpretar e analisar dados apresentados em gráficos, tabelas e reportagens.

As atividades **10**, **11** e **12** contemplam as habilidades de construir gráficos a partir de tabelas. Nesse sentido, é importante promover com os estudantes uma reflexão sobre qual tipo de gráfico ilustra melhor aquele conjunto de dados. Construir 2 tipos de gráfico para o conjunto de dados de uma mesma atividade pode ser uma alternativa. Peça aos estudantes que justifiquem a escolha por um ou outro tipo de gráfico. Assim, além dos conhecimentos estatísticos, pode-se favorecer a habilidade de construção de argumentação.

Orientações didáticas

Atividades

Oriente os estudantes quanto ao cuidado com a escala na construção de gráficos para evitar distorções e interpretações equivocadas. Esse tipo de "erro induzido" em diferentes veículos de imprensa, por exemplo, pode gerar interpretações que não condizem com a realidade. O professor pode usar alguns desses exemplos para discutir com a turma o peso que tem o dado estatístico. Observe, por exemplo, a diferença entre os dados da atividade **10** e os da atividade **12**.

A atividade **11** pede que os estudantes realizem uma pesquisa na internet. Essa atividade pode ser sugerida como lição de casa. A valorização da conquista da jovem Rafaela promove positivamente a imagem da mulher.

11. a) e **b)** A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

Faça as atividades no caderno.

11. Pesquise e complete no caderno os dados das tabelas e construa com eles os gráficos pedidos.

a) Gráfico de barras do total de medalhas de ouro obtidas em todos os Jogos Olímpicos, de 1896 a 2020, por algumas nações.

Medalhas de ouro nos Jogos Olímpicos

País	Até 2016	Em 2020
Estados Unidos	1 020	39
China	227	38
França	212	10
Brasil	30	7

Fonte dos dados: RESULTADOS das Olimpíadas. *COI – Comitê Olímpico Internacional*, [s. l.], 2022. Disponível em: https://olympics.com/pt/olympic-games/olympic-results. Acesso em: 22 fev. 2022.

b) Gráfico de setores do total de medalhas obtidas pelo Brasil nos Jogos Olímpicos de 1896 a 2020, organizadas por ouro, prata e bronze.

Jack Guez/AFP

A jovem atleta brasileira Rafaela Silva (1992-) ganhou a medalha de ouro no judô feminino categoria até 57 kg nos Jogos Olímpicos do Rio, em 2016.

Medalhas do Brasil em todos os Jogos Olímpicos

Tipo	Até 2016	Em 2020
Ouro	30	7
Prata	36	6
Bronze	63	8

Fonte dos dados: RESULTADOS das Olimpíadas. *COI – Comitê Olímpico Internacional*, [s. l.], 2022. Disponível em: https://olympics.com/pt/olympic-games/olympic-results. Acesso em: 22 fev. 2022.

12. A tabela a seguir mostra a produção e as vendas relativas a um mês de 3 fábricas de automóveis.

Vladimir Tretyakov/Shutterstock

Linha de montagem de carros em Almaty, Cazaquistão. Foto de 2022. **a)** e **b)** A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

Produção e vendas de carros em 1 mês

Fábrica	Carros produzidos	Carros vendidos
A	2 000	1 700
B	5 000	3 600
C	3 000	2 700

Dados elaborados para fins didáticos.

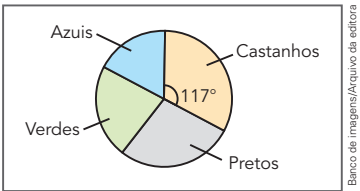
a) Represente, no caderno, a quantidade de carros vendidos por fábrica em um gráfico de colunas e as porcentagens referentes aos carros produzidos em cada fábrica em um gráfico de setores.

b) Considere que o "sucesso de vendas" seja a porcentagem que representa a quantidade de carros vendidos em relação à quantidade de carros produzidos. Represente em um gráfico o sucesso de vendas de cada fábrica.

c) Que fábrica vendeu mais carros nesse mês? Que fábrica teve o maior sucesso de vendas? B; C.

13. O gráfico a seguir resulta de uma pesquisa sobre a cor dos olhos de 720 crianças.

Cor dos olhos de 720 crianças

Banco de imagens/Arquivo da editora

Dados elaborados para fins didáticos.

a) Que porcentagem corresponde à quantidade de crianças com olhos castanhos? 32,5%

b) Quantas crianças têm olhos azuis? 126 crianças.

Faça as atividades no caderno.

14. Um colégio promoveu um concurso de redação para os estudantes do 6º ao 9º ano. As redações receberam os conceitos A, ótima; B, boa; C, regular; D, fraca. Verifique na tabela a seguir o resultado do concurso.

Resultado do concurso de redação – conceito por ano

Conceito	6º ano	7º ano	8º ano	9º ano	Total
A	//////	12	15	20	56
B	45	30	25	30	130
C	54	60	40	35	189
D	72	18	20	15	125
Total	**180**	**120**	**100**	**100**	**500**

Dados elaborados para fins didáticos.

b) e **c)** As respostas encontram-se na seção *Resoluções* deste Manual.

a) Quantas redações de estudantes do 6º ano receberam conceito A? 9 redações.

b) Represente os resultados em gráficos de setores, fazendo um gráfico para cada ano.

c) Faça um gráfico de barras incluindo os resultados dos estudantes de todos os anos.

15. Escolha um tema para fazer uma pesquisa com os estudantes do 7º ano da escola em que você estuda. No caderno, justifique a escolha que fizer entre pesquisa censitária ou amostral. Depois de coletar os dados, organize-os em tabelas e escolha o(s) gráfico(s) mais apropriado(s) para apresentar os resultados. Não se esqueça de redigir um relatório sobre as suas conclusões. Resposta pessoal.

Na olimpíada

Faça as atividades no caderno.

Resolva por tabela

(Obmep) Beatriz e André foram almoçar juntos em um restaurante e cada um escolheu um prato e uma bebida. André gastou R$ 9,00 a mais do que Beatriz. Qual foi o almoço de André? Alternativa **e**.

a) Prato completo e suco de manga.

b) Prato simples e vitamina.

c) Prato especial e suco de laranja.

d) Prato simples e suco de laranja.

e) Prato especial e suco de manga.

Prato Simples R$ 7,00
Prato Completo R$ 10,00
Prato Especial R$ 14,00
Suco de Laranja R$ 4,00
Suco de Manga R$ 6,00
Vitamina R$ 7,00

Reprodução/Obmep, 2015.

Orientações didáticas

Atividade

A atividade **15** está relacionada com as etapas do planejamento estatístico. Contudo, observe que a primeira delas possibilita que os estudantes elejam um tema a ser investigado. Após elegerem os temas, o professor pode agrupar aqueles relacionados a uma mesma perspectiva de investigação e, assim, buscar aprofundar os grandes temas que emergem das escolhas dos estudantes. Essa atividade pode ser desenvolvida em duplas. É fundamental que as etapas sejam seguidas e que você trabalhe com os estudantes a organização e a apresentação dos dados. Para tanto, pode-se recorrer a *softwares* de edição de texto e planilhas eletrônicas. Essa é uma boa oportunidade, por exemplo, para abordar o compartilhamento de arquivos armazenados na internet. A realização de uma pesquisa, e em especial a escrita das conclusões, caracteriza-se como uma prática de investigação sobre fatos escolhidos pelos próprios estudantes.

Orientações didáticas

Gráfico de barras (ou colunas) e gráfico de linha

Verifique se os estudantes conseguem fazer a leitura dos dados no gráfico de linha. Pergunte a eles qual das representações organiza as informações de maneira mais fácil de interpretar (tabela, gráfico de barras ou gráfico de linha) e peça que justifiquem suas respostas, favorecendo assim a habilidade de construção de argumentação.

Gráfico de barras (ou colunas) e gráfico de linha

O crescimento da população brasileira

Na tabela a seguir são fornecidos os números relativos à população brasileira em certos anos.

População brasileira ao longo dos anos (1950-2020)

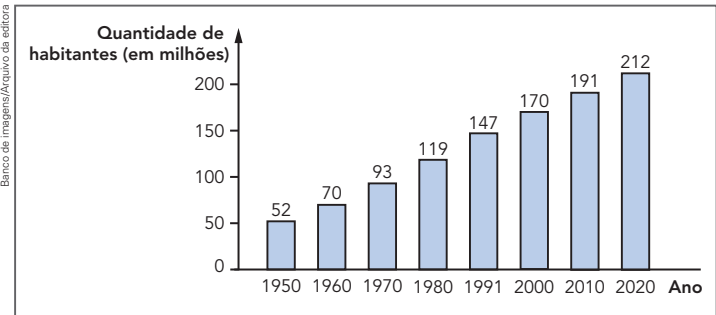
Ano	Habitantes
1950	51 944 397
1960	70 191 370
1970	93 139 037
1980	119 027 706
1991	146 825 475
2000	169 590 693
2010	190 755 799
2020	211 755 692

Fonte dos dados: IBGE. *Estatística do povoamento*: evolução da população brasileira. Disponível em: https://brasil500anos.ibge.gov.br/estatisticas-do-povoamento/evolucao-da-populacao-brasileira.html. Acesso em: 6 abr. 2022.

Roberto Casimiro/Fotoarena

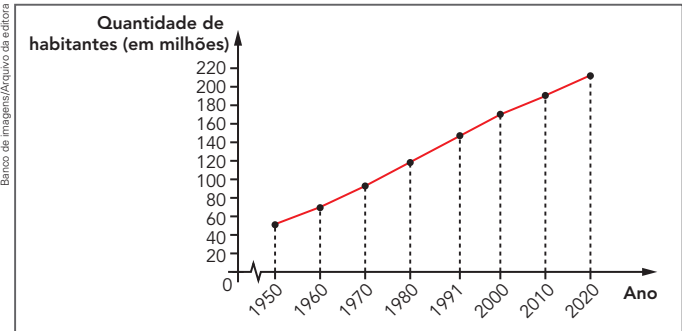
Rua 25 de Março, em São Paulo (SP). Foto de 2021.

Vamos organizar esses dados em um gráfico de colunas arredondando a quantidade de habitantes para um número inteiro de milhões de pessoas. Verifique:

População brasileira ao longo dos anos (1950-2020)

Banco de imagens/Arquivo da editora

Fonte dos dados: IBGE. *Estatística do povoamento*: evolução da população brasileira. Disponível em: https://brasil500anos.ibge.gov.br/estatisticas-do-povoamento/evolucao-da-populacao-brasileira.html. Acesso em: 6 abr. 2022.

Podemos verificar como vem crescendo a população ao longo do tempo em outro tipo de gráfico, chamado **gráfico de linha**. Verifique, a seguir, como é este gráfico.

População brasileira ao longo dos anos (1950-2020)

Banco de imagens/Arquivo da editora

Fonte dos dados: IBGE. *Estatística do povoamento*: evolução da população brasileira. Disponível em: https://brasil500anos.ibge.gov.br/estatisticas-do-povoamento/evolucao-da-populacao-brasileira.html. Acesso em: 6 abr. 2022.

Proposta para o estudante

O contexto deste tópico permite a realização de um trabalho interdisciplinar com o componente curricular **Geografia**. Proponha que os estudantes leiam a matéria indicada a seguir: POPULAÇÃO brasileira deve parar de crescer em 2047, diz IBGE. *Veja*, [*s. l.*], 25 jul. 2018. Disponível em: https://veja.abril.com.br/economia/populacao-brasileira-deve-atingir-auge-2047-e-comecar-a-cair-diz-ibge/. Acesso em: 23 maio 2022.

Depois, peça à turma que se organize em grupos de 4 estudantes e responda: “Por que a população brasileira deve parar de crescer?”; “Que informações justificam essa estagnação de crescimento?”.

Peça aos estudantes que pesquisem em outras fontes confiáveis as respostas a essas perguntas e depois redijam um pequeno texto para respondê-las, indicando as fontes de pesquisa utilizadas.

Para construir esse gráfico de linha, usamos duas escalas: na horizontal indicamos os anos, e, na vertical, a quantidade de habitantes.

Para cada dado da tabela, marcamos um ponto. Por exemplo: no ano de 1950, marcamos o ponto na medida da altura de 52 milhões de habitantes. Verifique que cada ponto deve ser marcado na mesma medida da altura que teria a coluna relativa àquele ano, mas, em vez de desenhar a coluna, fazemos apenas um tracejado na vertical até a medida da altura desejada.

Marcados todos os pontos, devemos uni-los por segmentos de retas para auxiliar a visualização do comportamento dos dados, traçando assim uma linha poligonal. Por isso, o gráfico de linha é também chamado **gráfico poligonal**.

Esse tipo de gráfico é o mais indicado quando o objetivo é mostrar a variação (crescimento ou decrescimento) de dados verificados ao longo do tempo.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

16. Represente no caderno, por meio de um gráfico de linha, as notas das provas mensais de Ciências do estudante José Henrique.

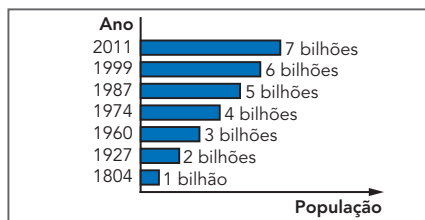
A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

Ciências – Estudante: José Henrique

Mês	Fevereiro	Março	Abril	Maio	Junho
Nota	7,0	5,0	6,0	8,0	4,0

Dados elaborados para fins didáticos.

17. Os dados a seguir referem-se ao crescimento da população mundial. No caderno, represente-os em um gráfico de linha. (Atenção: O período entre os anos varia.) A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

População mundial aproximada

Fonte dos dados: ALVEZ, José Eustáquio Diniz. *O impressionante crescimento da população humana através da história*. Disponível em: https://www.ecodebate.com.br/2017/04/05/o-impressionante-crescimento-da-populacao-humana-atraves-da-historia-artigo-de-jose-eustaquio-diniz-alves/. Acesso em: 6 abr. 2022

18. Verifique os dados da tabela a seguir.

Histórico do Campeonato Metropolitano de Futebol

Ano	Quantidade de jogos	Quantidade de gols	Média de gols por jogo
2016	90	288	3,2
2017	210	483	2,3
2018	240	432	1,8
2019	182	455	2,5
2020	132	462	3,5

Dados elaborados para fins didáticos.

a) Calcule a média de gols por jogo em cada ano de campeonato.

b) Represente as médias em um gráfico de linha.

19. Os 80 estudantes do 7º ano de uma escola responderam às seguintes perguntas:

- Em que trimestre do ano você faz aniversário?
- Qual é sua estação do ano preferida?

Verifique os resultados obtidos:

Trimestres dos aniversários

Aniversário	Quantidade de estudantes
1º trimestre	26
2º trimestre	18
3º trimestre	22
4º trimestre	14
Total	**80**

Dados elaborados para fins didáticos.

Estação do ano preferida

Estação do ano	Quantidade de estudantes
Primavera	25% 20
Verão	40% 32
Outono	15% 12
Inverno	20% 16
Total	**80**

Dados elaborados para fins didáticos.

a) No caderno, represente os dados de uma das tabelas em um gráfico de linha e os da outra em um gráfico de setores. As respostas encontram-se na seção *Resoluções* deste Manual.

b) Pense e decida que tipo de gráfico é o melhor para cada situação.

Aniversário: gráfico de linha; estações: gráfico de setores.

Orientações didáticas

Atividades

As atividades desse bloco envolvem a leitura, a interpretação e a construção de gráficos e tabelas. Ainda que sejam realizadas individualmente, permita que os estudantes troquem ideias ao resolvê-las, favorecendo o diálogo, a cooperação e a empatia entre os pares.

Proposta para o professor

Sugerimos as leituras a seguir para auxiliar no trabalho com Estatística.

SOUZA, Leandro O. *A educação estatística e os recursos tecnológicos*. 2009. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2009. Disponível em: https://www.researchgate.net/profile/Leandro-De-Souza/publication/346677065_A_Educacao_Estatistica_no_Ensino_Fundamental_e_os_Recursos_Tecnologicos/links/5fce100ea6fdcc697be88b7d/A-Educacao-Estatistica-no-Ensino-Fundamental-e-os-Recursos-Tecnologicos.pdf?origin=publication_detail.

LOPES, Celi E.; SOCHA, Rogério R. Investigação estatística nas aulas de Matemática. *Revista de Educação Matemática*, v. 17, São Paulo, p. 1-18, 1º maio 2020. Disponível em: https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/264/pdf.

Acesso em: 28 maio 2022.

Orientações didáticas

Atividades

As atividades **20** e **21** propõem que os estudantes construam gráficos de linha a partir da interpretação de dados de tabelas. Verifique se eles conseguem interpretar os dados e se são capazes de fazer a transposição deles para os gráficos. Se considerar oportuno, permita que utilizem uma planilha eletrônica para a construção, ou você pode fazer os gráficos coletivamente com a turma.

Ao explorar o contexto da atividade **21**, se possível, proponha uma visitação ao *site* do Museu do Amanhã. Comente com a turma que se trata de um museu de ciências, localizado no Rio de Janeiro, projetado pelo arquiteto espanhol Santiago Calatrava. O museu oferece uma narrativa de como poderemos viver e moldar os próximos 50 anos. Uma jornada rumo a futuros possíveis a partir de grandes perguntas que a humanidade sempre se fez.

20. No caderno, represente em um gráfico de linha a quantidade de estudantes matriculados em uma escola no período apresentado na tabela. A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

Estudantes matriculados por ano

Ano	Quantidade de estudantes matriculados
2016	550
2017	600
2018	680
2019	850
2020	720

Dados elaborados para fins didáticos.

21. Verifique a tabela a seguir e, no caderno, faça o que se pede.

Quantidade de visitantes de um museu por ano

Ano	Quantidade de visitantes
2016	140 000
2017	146 000
2018	150 000
2019	162 000
2020	165 000

Dados elaborados para fins didáticos.

Sandra Moraes/Shutterstock

Museu do Amanhã na cidade do Rio de Janeiro (RJ). Foto de 2021.

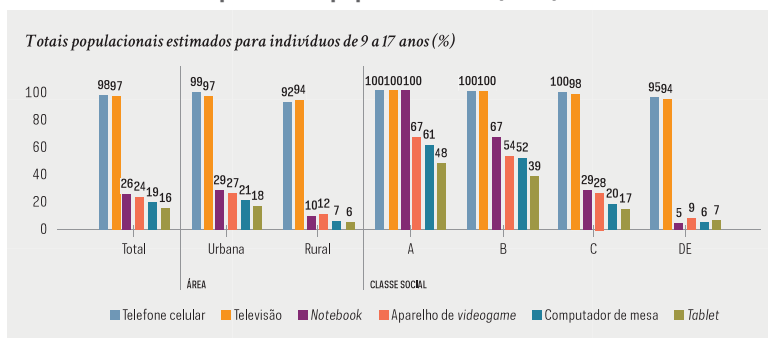
a) Faça um gráfico de linha com os dados da tabela. A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

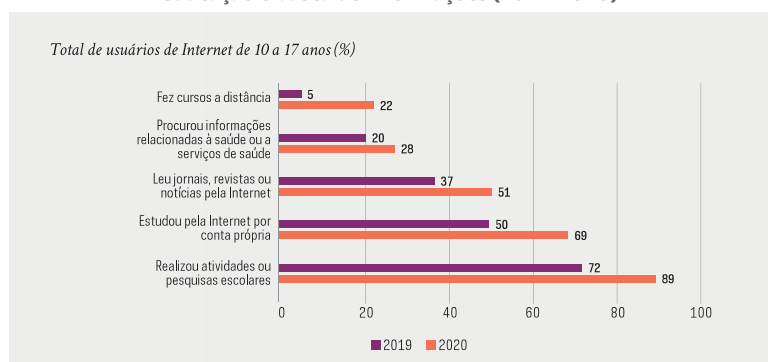
b) O maior aumento verificado no número de visitantes de um ano para outro ocorreu de 2018 para 2019. De quanto por cento, aproximadamente, foi esse aumento? Aproximadamente 8%.

No *site* https://museudoamanha.org.br/tourvirtualpratodomundo/ (acesso em: 24 jan. 2022) é possível fazer um *tour* virtual 360° pelo Museu do Amanhã.

22. Retomando o assunto da abertura desta Unidade, analise os gráficos sobre o uso de Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) por crianças e adolescentes em seus domicílios. Cada tecnologia está indicada por uma cor na legenda.

Crianças e adolescentes que residem em domicílios que possuem equipamentos TIC (2019)

Reprodução/Comitê Gestor da Internet no Brasil, São Paulo, SP.

Crianças e adolescentes, por atividades realizadas na internet – educação e busca de informações (2019-2020)

Reprodução/Comitê Gestor da Internet no Brasil, São Paulo, SP.

BRASIL. Comitê Gestor da Internet no Brasil (CGI). *Pesquisa sobre o uso da Internet no Brasil*: TIC Kids Online Brasil 2020: edição covid-19: metodologia adaptada. São Paulo: Comitê Gestor da Internet no Brasil, 2021. Livro eletrônico. p. 29 e 31. Disponível em: https://cgi.br/media/docs/publicacoes/2/20211125083634/tic_kids_online_2020_livro_eletronico.pdf. Acesso em: 22 fev. 2022.

a) De acordo com os dados apresentados, diga se as afirmações a seguir são verdadeiras ou falsas e justifique suas respostas no caderno.

I. Um dos gráficos mostra que todos os entrevistados que possuem televisão em casa também possuem *tablet*. Falsa. Apesar de 97% dos entrevistados terem televisão, somente 16% dos entrevistados possuem *tablet*.

II. A busca por assuntos relacionados à saúde teve o menor crescimento entre as atividades *on-line* questionadas. Verdadeira. Apesar de o crescimento ser positivo, ele teve menos pontos percentuais que os demais itens pesquisados.

III. A média de entrevistados que possuem telefone celular seria 100% se desconsiderássemos os indivíduos de classe social DE. Verdadeira. 100% dos demais grupos possuem telefone celular.

IV. O número absoluto de entrevistados que estudaram pela internet por conta própria cresceu mais do que o número de entrevistados que fizeram cursos a distância. Verdadeira. O primeiro grupo cresceu 19% do total de entrevistados, e o segundo, 17%.

b) Os dados dessa atividade poderiam ser apresentados em gráficos de setores? Por quê?
Não, pois os entrevistados podem escolher mais de uma categoria como resposta; portanto, ao adicioná-las, chegaríamos a um valor maior do que 100%.

Orientações didáticas

Atividades

A atividade **22** contempla a habilidade de interpretar e analisar dados apresentados em um gráfico e retoma o tema da abertura da Unidade. No item **b**, a escolha de um tipo de gráfico e a justificativa, além mobilizar os conhecimentos estatísticos, favorecem a habilidade de construção de argumentação.

Aproveite essa questão e reflita com os estudantes sobre a importância de verificar a veracidade de uma informação a partir da análise de dados coletados em pesquisas. Reflitam sobre notícias falsas (*fake news*), baseadas em pontos de vista, e não em informações verdadeiras.

Orientações didáticas

Atividades

Na atividade **23** é possível explorar o TCT *Saúde* e realizar um trabalho interdisciplinar com **Ciências**. Se considerar oportuno, aprofunde a discussão sobre a importância de uma política de saúde pública ou, ainda, sobre os impactos da pandemia da covid-19 na saúde, na economia e nas demais áreas.

23. Leia o texto e, a seguir, realize a pesquisa recomendada.

Coronavírus

O que posso fazer para me proteger e evitar transmitir para outras pessoas?

A maioria das pessoas infectadas com o coronavírus SARS-CoV-2 apresenta uma forma leve da doença e se recupera, porém a doença pode se manifestar de forma mais grave em outras pessoas. Mantenha-se informado sobre os últimos desenvolvimentos a respeito da covid-19 (doença causada pelo coronavírus SARS-CoV-2). A seguir, mostramos alguns cuidados que devemos tomar para nos proteger e proteger os outros:

- Lave suas mãos com frequência. Use sabão e água ou álcool em gel.
- Mantenha uma distância segura de pessoas que estiverem tossindo ou espirrando.
- Sempre use máscara quando sair de casa.
- Não toque nos olhos, no nariz ou na boca.
- Cubra o nariz e boca com o braço dobrado ou um lenço ao tossir ou espirrar.
- Fique em casa se você se sentir indisposto.
- Procure atendimento médico se tiver febre, tosse e dificuldade para respirar.

CONSELHOS sobre doença coronavírus (covid-19) para o público. *World Health Organization*, [*s. l.*], 1 oct. 2021. Disponível em: https://www.who.int/emergencies/diseases/novel-coronavirus-2019/advice-for-public. Acesso em: 22 fev. 2022.

- Quais foram os cuidados tomados pelas pessoas que você conhece e com que convive não só para se protegerem, mas também para proteger a saúde dos outros no momento da pandemia de covid-19?

  Para tentar responder a essa pergunta, junte-se a alguns colegas e realizem, em grupo, uma pesquisa estatística de acordo com as etapas que vocês estudaram neste capítulo.

  Escolham como amostra colegas da escola, amigos ou familiares. Montem um questionário em que constem a idade, o sexo biológico do entrevistado e a seguintes perguntas:

  1. Você contraiu covid-19?
  (////) Sim.
  (////) Não.

  2. Se sim, você apresentou sintomas (como febre, tosse seca, fadiga ou outros) ou foi assintomático?
  (////) Apresentou sintomas.
  (////) Assintomático.

  3. Nos lugares que você costuma ou costumava frequentar, as pessoas se protegem contra covid-19?
  (////) Sim, todas usam máscara e álcool em gel regularmente.
  (////) Sim, usam somente máscara.
  (////) Não se protegem.

  4. Sobre o isolamento social, você se manteve afastado de familiares, amigos e conhecidos durante a pandemia?
  (////) Sim, por um longo período.
  (////) Sim, por um curto período.
  (////) Não pratiquei isolamento social.

  Organizem-se e façam as entrevistas para que as pessoas escolhidas respondam ao questionário proposto.

  Com as respostas, reúnam-se e registrem os resultados de cada pergunta por meio de tabela(s), como a sugerida adiante. Não se esqueçam de criar um título e indicar a fonte dos dados pesquisados.

Proposta para o estudante

É possível ampliar o trabalho com *fake news* propondo que os estudantes façam a leitura do artigo a seguir:
GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO. *Evite* fake news. [*s. d.*]. Disponível em: https://www.saopaulo.sp.gov.br/wp-content/uploads/2020/04/cartilha-evite-fake-news.pdf. Acesso em: 23 maio 2022.

Título

Sexo biológico	Idade	Pergunta 1	Pergunta 2	Pergunta 3	Pergunta 4

Dados elaborados para fins didáticos.

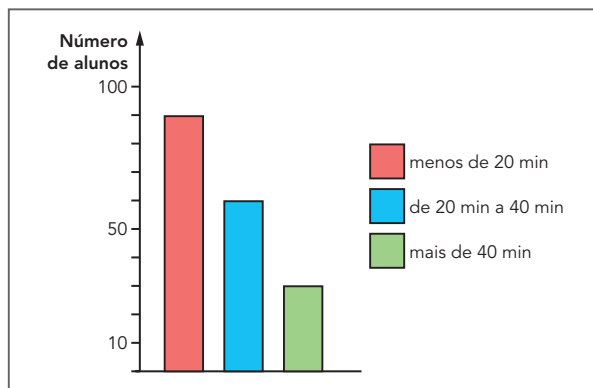
Após a organização em tabela, representem os dados por meio de gráfico. Escolham tipos de gráfico que sejam adequados às informações que pretendem mostrar.

Elaborem, no caderno, um relatório sobre a realização da pesquisa e os resultados obtidos e apresentem o trabalho à turma, destacando as conclusões a que chegaram. Respostas pessoais.

Faça as atividades no caderno.

Dedicado à leitura

(Obmep) O gráfico de barras mostra a distribuição dos alunos de uma escola conforme o tempo diário dedicado à leitura.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Qual é o gráfico de setores que melhor representa, em amarelo, a fração de alunos que dedicam à leitura no máximo 40 minutos por dia? Alternativa **e**.

a)

b)

c)

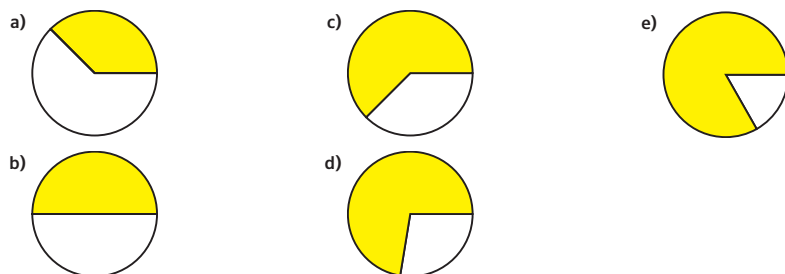
d)

e)

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Orientações didáticas

Na olimpíada

Proponha que os estudantes façam a atividade individualmente. Peça que observem o enunciado com atenção e auxilie em caso de dúvidas.

Proposta para o professor

O artigo a seguir apresenta uma proposta de sequência didática composta de atividades relacionadas ao campo da Estatística com foco na análise de gráficos veiculados pela mídia que possuem problemas e erros na apresentação dos dados.

BORGES, Isabela M. M.; SOARES, Flávia dos S. *Gráficos podem mentir:* uma proposta de atividade com Estatística para a Educação Básica. Encontro Nacional de Educação Matemática. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/4764_2271_ID.pdf. Acesso em: 23 maio 2022.

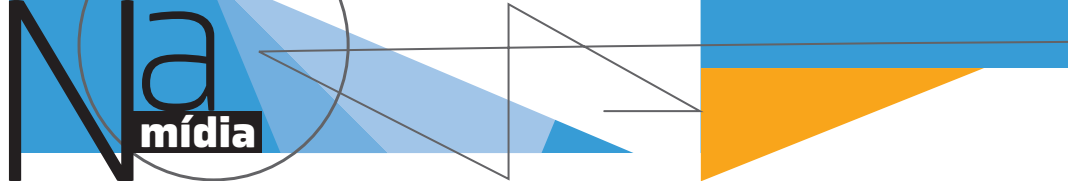
Orientações didáticas

Na mídia

Na BNCC

Esta seção mobiliza com maior ênfase a **CG01**, a **CG09** e a **CEMAT08** ao valorizar a história das ciências e destacar o protagonismo feminino na área da saúde pública e ao propor a prática de pesquisa.

Comente com a turma que Florence Nightingale (1820-1910) foi pioneira no uso da informação em saúde para a advocacia, a mobilização de recursos e a revisão das práticas de atenção à saúde. Florence era uma jovem de classe média alta que viveu na Inglaterra em um período de pouca representatividade feminina, dominado por guerras e epidemias. Florence estudou Matemática, Filosofia, História e Enfermagem. Durante seus estudos de Matemática, ela se dedicou à Estatística em saúde pública e de hospitais. Florence destacou-se por defender o uso da Estatística em saúde para formar opiniões, mudar a política e instituir reformas, ou seja, promover a advocacia em saúde pública.

Aproveite o contexto da seção para desenvolver um trabalho interdisciplinar com **Ciências da Natureza** e **Ciências Humanas**. Proponha um estudo sobre o período em que Florence apresentou seus estudos, em especial sobre as doenças que assolavam a Europa na época.

Como salvar vidas com Matemática

[...] Há alguns anos Eileen Magnello, especialista no trabalho de Florence Nightingale, era como muitas pessoas: sabia que Florence tinha reformado a saúde pública no século 19, e que tinha formalizado o papel da enfermagem, mas não sabia que figurava entre as primeiras a organizar e estudar estatísticas sociais. Aliás, na maior parte da reforma que fez na saúde, usa estatística: primeiro para descobrir o que tinha de errado no sistema, depois para convencer políticos a lidar com a descoberta. [...]

[...] Eileen explorou melhor o trabalho e a influência de Florence nas estatísticas médicas. "Florence Nightingale é reconhecida e venerada por seu papel na reforma de enfermagem, mas merece mais reconhecimento por usar estatística nessa reforma", explica Eileen. "Seu trabalho de pesquisa estatística reduziu as mortes evitáveis em hospitais ingleses, sejam militares ou civis. [...]

Florence era de família rica, porém liberal para a época. [...] Desde cedo ela demonstrou gosto por números e estatísticas. Eileen escreve num de seus artigos que, aos 20 anos, Florence tinha aulas de Matemática com um tutor de Cambridge e ocupava suas manhãs examinando tabelas com dados a respeito de hospitais. [...]

Logo decidiu que queria ser enfermeira, [...] passou anos estudando medicina e saúde pública [...]

A guerra da Crimeia estourou em outubro de 1853. Os jornais noticiavam a história de soldados doentes e feridos que eram deixados para morrer sem nenhum cuidado médico. Florence viu ali uma boa oportunidade de carreira. Mandou uma carta ao amigo e secretário de guerra, Sidney Herbert, para se voluntariar nos hospitais militares.

Herbert tinha tido ideia parecida e a convidou para ser superintendente de enfermagem no Hospital Geral Inglês na Turquia.

Quando Florence chegou ao local, em outubro de 1854, encontrou instalações com pulgas e ratos por todo lado. Além disso, os relatórios sobre pacientes não eram padronizados e ninguém registrava muitas informações importantes, inclusive mortes. Com os dados que coletou, Florence descobriu que, por exemplo, em fevereiro de 1855, 42,7% das pessoas tratadas morreram. Além disso, as pessoas morriam

Everett Historical/Shutterstock

Florence Nightingale (1820-1910). Enfermeira inglesa e pioneira da Medicina moderna. Gravura de 1868.

Proposta para o professor

O livro indicado a seguir traz na capa uma homenagem a Florence Nightingale e conta um pouco de sua história, além de fazer uma análise da saúde e das doenças transmissíveis relacionadas à pobreza. Ele pode servir como suporte para o desenvolvimento do trabalho interdisciplinar.

BRASIL. Ministério da Saúde. *Saúde Brasil 2023*: uma análise da situação de saúde e das doenças transmissíveis relacionadas à pobreza. Brasília, 2014. Disponível em: https://bvsms.saude.gov.br/bvs/publicacoes/saude_brasil_2013_analise_situacao_saude.pdf. Acesso em: 23 maio 2022.

mais por falta de higiene, isto é, de doenças que podiam ser evitadas, do que por ferimentos de guerra. Ela tinha dinheiro, doado por pessoas e instituições privadas, com o qual melhorou as condições do hospital. Em poucos meses, reduziu as mortes de pacientes já tratados de 42,7% para 2,2%.

Após o final da guerra, em 1856, Florence voltou para a Inglaterra e usou estatística para convencer as autoridades de que, em outros hospitais militares, soldados também morriam por doenças evitáveis. Mostrou que a taxa de mortalidade de soldados doentes na guerra da Crimeia não era muito maior que o número de mortes de soldados na Inglaterra. Aliás, a taxa de mortalidade total das tropas britânicas na Crimeia era apenas $\frac{2}{3}$ da mortalidade dos soldados na Inglaterra, ou seja, eles estavam morrendo porque viviam em condições insalubres.

Eileen conta o que Florence escreveu: "Nossos soldados se alistam para morrer nos quartéis."

[...] Florence gostava da pesquisa de campo, de coletar dados antes de tirar conclusões. Mostrou o que hoje parece óbvio: a importância de obter informações sobre o paciente antes de definir um tratamento. Ou ainda a importância de saber por que certo paciente morreu e se os médicos poderiam ter evitado a morte. Florence promoveu a investigação empírica que quase dois séculos depois ainda tem papel fundamental na saúde pública.

Hoje profissionais da saúde, pesquisadores e epidemiologistas usam análises estatísticas aos montes para aumentar a qualidade de vida das pessoas, encontrar tratamentos para novas doenças e combater epidemias.

Eileen conta que Florence também popularizou o uso de gráficos para comunicar dados estatísticos dos hospitais [...].

NA INGLATERRA do século 19, Florence Nightingale usou estatística para melhorar a saúde pública, e seus métodos são úteis até hoje. *Revista Cálculo: Matemática para todos*, [s. l.], n. 24, p. 58, 2013.

1. De acordo com o texto, Florence Nightingale realizou um levantamento de dados acerca do Hospital Geral Inglês e, em 1855, constatou que 42,7% das pessoas tratadas morreram mais por falta de higiene do que por ferimentos de guerra. Supondo que nesse hospital o número de pessoas tratadas fosse 250 000, responda:

a) Quantas pessoas teriam sobrevivido nessa situação? 143 250 pessoas.

b) Quantas pessoas teriam sobrevivido após a redução das mortes de pacientes já tratados de 42,7% para 2,2%? 244 500 pessoas.

2. O texto informa que "em 1856 [...] a taxa de mortalidade total das tropas britânicas na Crimeia era apenas $\frac{2}{3}$ da mortalidade dos soldados na Inglaterra, ou seja, eles estavam morrendo porque viviam em condições insalubres". Supondo que houvesse uma tropa em que fossem registradas 30 000 mortes na Crimeia, de acordo com os dados do texto, poderíamos calcular a morte de quantos soldados em condições insalubres na Inglaterra? 45 000 soldados.

Você conhece a brasileira Celina Turchi (1952-)? Ela é uma epidemiologista da Fundação Oswaldo Cruz (Fiocruz), importante fundação de pesquisa do Brasil, localizada no Rio de Janeiro (RJ).
Celina chefiou o estudo que relacionou a infecção de gestantes com o vírus da zika aos casos de bebês com microcefalia.
Por esse estudo, Celina foi vencedora do Prêmio Péter Murányi 2018, dado a trabalhos na área de saúde.
Fonte dos dados: https://www.ufpe.br/agencia/noticias/-/asset_publisher/dlhi8nsrz4hK/content/trabalho-sobre-zika-ganha-premio-peter-muranyi-saude-2018/40615/. Acesso em: 12 maio 2022.
Forme um grupo com alguns colegas e façam uma pequena pesquisa sobre Celina e outras mulheres que contribuíram para a prevenção de doenças. Em seguida, apresente sua pesquisa para os colegas da turma.

Kristina Bumphrey/Starpix/Shutterstock
Celina Turchi. Foto de 2017.

Orientações didáticas

Na mídia

O trabalho proposto como *Prática de pesquisa* promove a valorização das mulheres ao mostrar uma brasileira em papel de destaque na área científica da saúde. Enfatize para a turma a importância do reconhecimento das contribuições femininas nessa área. Comente com os estudantes que a participação plena e igualitária das mulheres na ciência ainda precisa vencer diversos desafios, uma vez que o preconceito de gênero e a falta de visibilidade são barreiras que devem ser quebradas de modo mais amplo e consistente em diferentes espaços da sociedade.

Sugira a eles que apresentem o resultado da pesquisa para toda a comunidade escolar, por meio de cartazes ou até com a criação de pequenos vídeos, postagens em redes sociais e *podcasts*, entre outros, que podem ser propostos de acordo com a realidade escolar.

Proposta para o estudante

Sugira aos estudantes que leiam o artigo indicado a seguir, que traz nomes de cientistas brasileiras que tiveram destaque ao compor a linha de frente de combate à covid-19.

ALMEIDA, Fernanda de. Mulheres na ciência: as brasileiras na linha de frente contra a covid. *Forbes*, [*s. l.*], 11 fev. 2022. Disponível em: https://forbes.com.br/forbes-mulher/2022/02/quem-sao-as-cientistas-brasileiras-na-linha-de-frente-contra-a-covid/2023. Acesso em: 23 maio 2022.

Orientações didáticas

Educação financeira

Na BNCC

Esta seção mobiliza com maior ênfase a **CG02**, a **CEMAT05** e a **CEMAT06**, além de permitir o desenvolvimento dos TCTs *Educação Financeira* e *Educação para o Consumo*, ao propor que os estudantes façam uma análise das despesas fixas e variáveis em suas residências.

A atividade proposta nesta seção exige planejamento, uma vez que os estudantes farão a coleta de dados em 30 dias. A primeira parte dela deve ser realizada de maneira individual, no entanto as atividades **1** e **2** devem ser realizadas em grupo.

Perceba se os estudantes compreenderam a diferença entre despesas fixas e variáveis. Em seguida, auxilie na montagem da tabela. No decorrer dos 30 dias programados para o preenchimento da tabela, faça um acompanhamento individual dos estudantes e verifique se estão anotando os dados solicitados de maneira correta.

Ao explorar o item **VIII**, auxilie os estudantes no cálculo da despesa *per capita*.

Educação financeira

Faça as atividades no caderno.

Quanto gasta cada um?

De alimentação a despesas com transporte e moradia, são muitos os gastos de uma família. Alguns, como aluguel, não variam se houver uma pessoa a mais ou a menos na casa. Outros variam de acordo com o número de pessoas. Faça as atividades a seguir e descubra qual é a despesa por pessoa na sua casa.

Rido/Shutterstock

Cada família tem um orçamento diferente.

I. Faça um levantamento do valor de cada despesa fixa de sua família ao longo de um mês. Nesta atividade todas as respostas dependem das informações levantadas pelos estudantes.

> **Despesa fixa** é uma despesa cujo mesmo valor ocorre todo mês, por vários meses seguidos. Quase sempre uma despesa fixa acontece por causa de um contrato feito pela família e tem data para ser paga. Exemplos: aluguel da casa ou apartamento, taxa de condomínio, taxa de IPTU, convênio médico, mensalidade de clube, etc.

As imagens não estão representadas em proporção.

II. Durante 30 dias seguidos, anote as despesas variáveis de sua família.

> **Despesa variável** é aquela cujo valor varia ao longo dos meses. As despesas variáveis podem ou não ter dia certo para ocorrer. Exemplos: compra de alimentos, compra de artigos de higiene pessoal, compra de material de limpeza, conta de energia elétrica, etc.

Para realizar essa tarefa, registre no caderno os seguintes dados em uma tabela, dia a dia:

Orçamento doméstico

Data	Descrição da despesa	Valor
//////////	//////////	//////////

Dados elaborados para fins didáticos.

III. Calcule o total das despesas mensais variáveis de sua família.

IV. Calcule o total das despesas mensais fixas de sua família.

V. Calcule o total das despesas mensais (fixas + variáveis) de sua família.

VI. Calcule o percentual representado pelas despesas fixas sobre o total mensal.

VII. Calcule o percentual representado pelas despesas variáveis sobre o total mensal.

VIII. Calcule as despesas mensais *per capita* de sua família.

Iconic Bestiary/Shutterstock

> **Despesa *per capita*** é a média aritmética obtida dividindo-se as despesas mensais (fixas + variáveis) pelo número de pessoas da família (adultos e crianças).

1. Em grupo, comparem os resultados obtidos pelos integrantes nas tarefas **V** e **VIII**.

2. Estabeleçam a média das despesas *per capita* dos participantes do grupo.

Construindo gráfico com apoio de planilha eletrônica

Utilizando um *software* de planilha eletrônica, o Calc, é possível construirmos gráficos partindo de uma tabela.

No exemplo a seguir, apresentamos em uma tabela o preço médio da gasolina comum em algumas cidades do estado de São Paulo no período de 27/03/2022 a 02/04/2022.

Média do preço da gasolina comum em algumas cidades do estado de São Paulo

Cidade	Preço médio da gasolina comum (em R$)
Araçatuba	6,81
Barueri	7,32
Rio Claro	6,63
Tupã	7,24

Fonte dos dados: BRASIL. *Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis*. Disponível em: https://preco.anp.gov.br/include/Resumo_Por_Estado_Index.asp. Acesso em: 5 abr. 2022.

Para construirmos um gráfico, primeiro devemos reproduzir a tabela em uma planilha eletrônica, como foi feito na seção *Matemática e tecnologias* no capítulo 12 desta Unidade.

	A	B	C
1	Cidade	Preço médio da gasolina comum (em R$)	
2	Araçatuba	6,81	
3	Barueri	7,32	
4	Rio Claro	6,63	
5	Tupã	7,24	
6			

Reprodução/LibreOffice.org

Captura de tela do LibreOffice Calc indicando os dados da tabela.

Para construir o gráfico, siga estes passos:

1º) Selecione todas as células preenchidas nas colunas A e B. Clique com o botão esquerdo do *mouse* na primeira célula da coluna A e arraste até a última célula da coluna B.

	A	B
1	Cidade	Preço médio da gasolina comum (em R$)
2	Araçatuba	6,81
3	Barueri	7,32
4	Rio Claro	6,63
5	Tupã	7,24

Reprodução/LibreOffice.org

Captura de tela do LibreOffice Calc indicando a seleção dos dados preenchidos na tabela. (1º passo)

Orientações didáticas

Matemática e tecnologias

Na BNCC

Esta seção favorece o desenvolvimento da habilidade **EF07MA36** ao propor a construção de um gráfico utilizando planilha eletrônica. Mobiliza com maior ênfase a **CEMAT05** ao permitir que os estudantes usem o computador como ferramenta tecnológica.

Em geral, os estudantes têm maior interesse por assuntos e propostas de atividades que lhes permitam atuar de maneira mais ativa. O trabalho com estatística proporciona essa interatividade maior, uma vez que as atividades de pesquisa, coleta e análise de dados possibilitam que os estudantes atuem de modo mais efetivo. Ao mesmo tempo, a utilização de recursos computacionais, como *softwares* específicos de Matemática, é um auxílio essencial para a inclusão digital na sociedade informatizada atual e serve também para enriquecer o ambiente de aprendizagem. Nesse sentido, as planilhas eletrônicas surgem como recursos didáticos que permitem várias maneiras de representação, dando aos estudantes a oportunidade de construir, visualizar, manipular, interiorizar, abstrair e tirar conclusões, a partir de situações prováveis, escolhidas por eles, de modo dinâmico e interativo. Daí a importância de exploração dessa ferramenta tecnológica.

Para a realização da atividade proposta nessa seção, leve a turma para o laboratório de Informática da escola. Caso não haja computadores suficientes para todos, peça aos estudantes que se organizem em grupos.

Orientações didáticas

Matemática e tecnologias

Auxilie os estudantes no passo a passo proposto na seção. Permita que utilizem a ferramenta de modo autônomo, intervindo somente quando solicitado por eles.

Comente com a turma que é possível fazer algumas alterações nas configurações do gráfico, como colocar o título, mudar a escala do eixo vertical para começar com o número 0 e alterar a medida de comprimento da largura das colunas, entre outras.

Peça aos estudantes que pesquisem o preço médio da gasolina na cidade nos últimos 4 meses. Em seguida, proponha que construam outros gráficos com os dados coletados e escolham o gráfico mais adequado para a apresentação dos dados. Solicite que justifiquem suas escolhas. Promova um debate sobre a utilização de transporte público para economizar no gasto financeiro e ao mesmo tempo ajudar o meio ambiente diminuindo a circulação de veículos particulares, mobilizando assim os TCTs *Educação Ambiental* e *Educação Financeira*.

2º) Clique na função "Inserir", na barra superior, e depois em "Gráfico...".

3º) Selecione o gráfico "Coluna" e clique em "Finalizar".

Reprodução/LibreOffice.org

Captura de tela do LibreOffice Calc indicando a seleção da função "Gráfico". (2º passo)

Reprodução/LibreOffice.org

Captura de tela do LibreOffice Calc indicando a seleção do tipo de gráfico. (3º passo)

Ao final desse processo, você vai obter:

Reprodução/LibreOffice.org

Captura de tela do LibreOffice Calc indicando a construção do gráfico.

- Agora, faça os mesmos procedimentos anteriores para construir um gráfico com as informações que você obteve na pesquisa feita na seção *Educação financeira* deste capítulo, utilizando apenas a descrição da despesa e o valor de cada uma delas. Resposta pessoal.

CAPÍTULO 14

Frequência relativa e Probabilidade

NA BNCC
EF07MA34

Experimento aleatório

Considere que vamos jogar uma moeda para cima diversas vezes, sempre da mesma maneira e no mesmo lugar, deixando-a cair sobre uma superfície lisa, e vamos registrar a face que fica voltada para cima.

Nessa situação, não somos capazes de prever a cada lançamento se o resultado será cara ou coroa. Este é um exemplo de **experimento aleatório**.

Um experimento é dito **aleatório** quando, em condições idênticas, pode apresentar resultados diferentes. A variabilidade do resultado é devida ao que chamamos **acaso**.

Os resultados possíveis de um experimento aleatório formam um conjunto que chamamos **espaço amostral** do experimento.

Por exemplo, no lançamento de uma moeda, o espaço amostral é:

$$\{\text{cara, coroa}\}$$

Indicando cara por C e coroa por $\overline{C}$, o espaço amostral pode ser representado assim $\{C, \overline{C}\}$.

As imagens não estão representadas em proporção.

finallast/Shutterstock

Fotos: Reprodução/Casa da Moeda do Brasil/Ministério da Fazenda

A moeda tem duas faces: cara e coroa. Em jogos de futebol, por exemplo, o árbitro costuma lançar uma moeda para o alto antes da partida para que as equipes decidam se começarão com a posse de bola ou escolhendo o lado do campo.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1. Para cada experimento aleatório, escreva no caderno quantos são os resultados possíveis e represente o espaço amostral.
   a) Lançar um dado cúbico e registrar o número de pontos indicado na face superior depois que ele parar. 6; {1, 2, 3, 4, 5, 6}.
   b) Lançar um dado cúbico, com 2 faces opostas pintadas de branco, 2 faces opostas pintadas de preto e as outras 2 faces de vermelho, e registrar a cor da face superior depois que ele parar. 3; {branco, preto, vermelho}.
   c) Lançar um dado cúbico e registrar a paridade do número de pontos indicado na face superior depois que ele parar. 2; {par, ímpar}.
   d) Retirar ao acaso uma bola de uma sacola contendo 10 bolas numeradas de 1 a 10 e registrar o número anotado na bola sorteada. 10; {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}.
   e) Sortear uma etiqueta de um envelope contendo 7 etiquetas, em que foram anotados os dias da semana, e registrar o dia que foi sorteado. 7; {domingo, segunda-feira, terça-feira, quarta-feira, quinta-feira, sexta-feira, sábado}.
   f) Retirar ao acaso uma lâmpada de um lote que acabou de ser produzido e testar se está funcionando ou se está defeituosa. 2; {funcionando, defeituosa}.
   g) Lançar 2 moedas simultaneamente e registrar quantas caras aparecem nas faces superiores. 3; {cara, cara}, {cara, coroa}, {coroa, coroa}.
   h) Lançar 2 dados cúbicos simultaneamente e registrar a soma dos pontos verificados nas faces superiores. 11; {2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12}.

Orientações didáticas

Experimento aleatório

Na BNCC

Este capítulo favorece o desenvolvimento da habilidade **EF07MA34** ao explorar o conceito de experimento aleatório e o cálculo de probabilidades.

Um dos conceitos a serem explorados neste capítulo é o de experimento aleatório. As atividades propostas demandam que os estudantes utilizem diferentes materiais manipuláveis, como dados, sacos com bolas numeradas, envelopes, etiquetas e moedas. Considerando a importância da utilização de recursos tecnológicos e ancorando-os na perspectiva ativa da aprendizagem pela experimentação, deixamos como sugestão alguns *sites* de simuladores digitais nos quais as atividades também poderão ser desenvolvidas.

Atividades

A atividade **1** tem por objetivo permitir que os estudantes vivenciem diversos experimentos aleatórios. Como mencionado anteriormente, essas atividades demandarão a utilização de diferentes recursos materiais, os quais você precisará organizar com antecedência, tendo em vista a quantidade de estudantes da turma.

Uma opção seria recorrer a simuladores digitais ou até mesmo *softwares* de planilhas eletrônicas.

Orientações didáticas

Frequência

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade **EF07MA34** ao explorar o conceito de frequência.

Explique aos estudantes o exemplo dado no balão de fala da professora:

A frequência absoluta de passear no parque é 0, logo a frequência relativa é $\frac{0}{30} = 0$. A frequência absoluta de passear no museu é 30, logo a frequência relativa é $\frac{30}{30} = 1$.

Frequência

Ao lançar uma moeda repetidamente por 160 vezes, registramos todos os resultados e contamos que deu cara em 52 lançamentos e coroa em 108. Esses resultados estão indicados na tabela a seguir.

Resultado em 160 lançamentos de uma moeda

Resultado	Frequência
Cara	52
Coroa	108
Total	**160**

Dados elaborados para fins didáticos.

Quando realizamos um experimento determinado número de vezes, chamamos **frequência** (ou **frequência absoluta**) de um resultado o número de vezes em que ele ocorreu.

No experimento citado, a face cara foi registrada 52 vezes e a coroa, 108 vezes.

Frequência relativa

Denominamos **frequência relativa** de um resultado a razão entre a frequência dele e o número total de realizações do experimento. A frequência relativa pode ser apresentada na forma decimal ou em porcentagem. Fazendo as divisões, calculamos as frequências relativas:

Cara: $\frac{52}{160} = 0{,}325$

Em porcentagem: $0{,}325 = \frac{32{,}5}{100} = 32{,}5\%$

Coroa: $\frac{108}{160} = 0{,}675$

Em porcentagem: $0{,}675 = \frac{67{,}5}{100} = 67{,}5\%$

O cálculo das taxas percentuais também pode ser feito assim:

Cara: $\left(\frac{52}{160} \times 100\right)\% = 32{,}5\%$ ou $(0{,}325 \times 100)\% = 32{,}5\%$

Coroa: $\left(\frac{108}{160} \times 100\right)\% = 67{,}5\%$ ou $(0{,}675 \times 100)\% = 67{,}5\%$

Também podemos apresentar as frequências relativas e as porcentagens em uma tabela.

Resultado em 160 lançamentos de uma moeda

Resultado	Frequência	Frequência relativa (em decimal)	Frequência relativa (em porcentagem)
Cara	52	0,325	32,5%
Coroa	108	0,675	67,5%
Total	**160**	**1**	**100%**

Dados elaborados para fins didáticos.

Essa tabela é denominada **tabela de frequências** do experimento realizado.

É possível termos frequência relativa sendo igual a 0 ou igual a 1. Por exemplo, os 30 estudantes de uma turma do 7º ano fizeram uma votação para escolherem se o passeio seria no parque ou no museu e todos votaram em ir ao museu. Portanto, a frequência relativa de passear no parque é 0 e a frequência relativa de passear no museu é 1.

GoodStudio/Shutterstock

Proposta para o estudante

Simulador de lançamento de dados: GERADOR de dados *on-line*. Disponível em: https://www.dados-online.pt/2-dados/6-lados.html.

O GeoGebra pode ser utilizado como simulador de lançamento de moeda: GEOGEBRA. *Lançamento de uma moeda*. Disponível em: https://www.geogebra.org/m/p9tDy55W.

Acesso em: 23 maio 2022.

Probabilidade

Quando lançamos uma moeda equilibrada, acreditamos que os resultados cara e coroa são igualmente prováveis. Por serem 2 resultados possíveis, a cada um deles atribuímos a probabilidade $\frac{1}{2}$.

Analisando o experimento anterior, vemos que o resultado **coroa** foi registrado mais que o dobro das vezes que o resultado **cara**. Assim, é difícil aceitar que a moeda lançada seja uma moeda equilibrada; é mais provável que se trate de uma moeda viciada, tendendo a dar mais vezes o resultado coroa. (De fato, com uma moeda não viciada os números verificados são altamente improváveis.)

Mas como atribuir probabilidades aos resultados dos lançamentos dessa moeda?

As frequências relativas dão uma ideia de quais são essas probabilidades. Pelo experimento realizado, a conclusão é que, em um lançamento dessa moeda, a probabilidade de ocorrer:

- cara é 0,325 (ou 32,5%);
- coroa é 0,675 (ou 62,5%).

É claro que, se forem realizados outros experimentos com a mesma moeda, existe a possibilidade de não obtermos exatamente as mesmas frequências relativas, mas com um número muito grande de lançamentos podemos verificar que as frequências relativas calculadas tendem a se estabilizar com valores próximos àqueles das verdadeiras probabilidades.

Esse modo de atribuir probabilidades por meio de frequências relativas é usado, por exemplo, em Ciências Humanas e em Ciências Médicas, em geral nas situações em que *a priori* não temos ideia de quais sejam essas probabilidades.

Faça as atividades no caderno.

Junte-se a alguns colegas para, em grupo, resolver, no caderno, as atividades a seguir.

2. Façam o que se pede em cada item.

a) No lançamento de um dado cúbico supostamente equilibrado, admitimos que as 6 faces são igualmente prováveis de sair como resultado na face superior. Neste caso, determinem a probabilidade que estamos atribuindo à ocorrência de cada resultado possível. $\frac{1}{6}$

b) Façam o experimento de lançar um dado cúbico muitas vezes (escolham o número de vezes) e registrem o número de pontos de cada lançamento. Construam no caderno a tabela de frequências. Respostas pessoais.

Resultados dos lançamentos de um dado

Resultado	Frequência	Frequência relativa (em decimal)	Frequência relativa (em porcentagem)
1 ponto			
2 pontos			
3 pontos			
4 pontos			
5 pontos			
6 pontos			
Total			

Dados elaborados para fins didáticos.

c) Comparem as frequências relativas com as probabilidades de ocorrência de cada resultado do item **a**. Na opinião de vocês, pode-se aceitar que o dado cúbico usado no experimento é não viciado? Resposta pessoal.

Orientações didáticas

Probabilidade

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade **EF07MA34** ao explorar o conceito de probabilidade. Mobiliza com maior ênfase a **CG09** e a **CEMAT08** ao propor a realização de trabalhos em grupo, permitindo a interação entre pares.

Na situação do lançamento de uma moeda, explique aos estudantes que uma moeda é dita equilibrada se, ao lançá-la uma grande quantidade de vezes e anotar o resultado da face voltada para cima, a quantidade de vezes que ocorre cara é a mesma da que ocorre coroa. Do contrário, a moeda é dita viciada.

Atividades

Para a realização desse bloco de atividades, os estudantes devem se organizar em grupos. Para além dos conceitos presentes nessas atividades, o trabalho em grupo favorece o desenvolvimento de diferentes competências gerais, tais como: valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais; argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns; exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro; dentre outras.

Orientações didáticas

Atividades

Nas atividades **2**, **5** e **6**, estabeleça uma quantidade de lançamentos.

Assim como no primeiro bloco de atividades, estas duas utilizam materiais manipuláveis. É importante promover uma conversa com os estudantes buscando sensibilizá-los com relação ao cuidado que precisam ter para não se machucar nem machucar algum colega. À medida que esses experimentos passam a ser incorporados como prática em sala de aula, esse processo vai se tornando natural.

3. Aproveitando os registros da atividade anterior, construam outra tabela de frequências e registrem a paridade do resultado, como a que se encontra a seguir.

Resultados dos lançamentos de um dado

Resultado	Frequência	Frequência relativa (em decimal)	Frequência relativa (em porcentagem)
Número par de pontos			
Número ímpar de pontos			
Total			

Dados elaborados para fins didáticos.

Respostas pessoais. Em um dado cúbico não viciado, essas probabilidades são $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{2}$.

Respondam: Para o dado cúbico utilizado nesse experimento, qual é, na opinião de vocês, a probabilidade de que o resultado seja um número par de pontos em um lançamento? E um número ímpar?

4. O setor de inspeção de qualidade de uma fábrica de lâmpadas fez um teste com um lote de 400 lâmpadas produzidas em certo dia e encontrou 6 lâmpadas defeituosas. Respondam:

a) Qual foi a frequência relativa do registro de lâmpada defeituosa nesse teste? 0,015 (ou 1,5%)

b) Se for selecionada uma lâmpada ao acaso nesse lote, qual é a probabilidade de ser uma lâmpada defeituosa? 1,5%

5. Façam o experimento de lançar 2 moedas simultaneamente muitas vezes (escolham o número de vezes) e registrem o número de caras resultante em cada lançamento. Reproduzam e completem a tabela de frequências no caderno.

Resultado nos lançamentos de 2 moedas

Resultado	Frequência	Frequência relativa (em decimal)	Frequência relativa (em porcentagem)
Nenhuma cara			
Só 1 cara			
2 caras			
Total			

Dados elaborados para fins didáticos.

Na opinião de vocês, de acordo com os resultados obtidos, qual é a probabilidade de obter só uma cara no lançamento de 2 moedas simultaneamente? Resposta pessoal. Com 2 moedas equilibradas, essa probabilidade é $\frac{1}{2}$.

6. Façam o experimento de lançar 2 dados cúbicos simultaneamente muitas vezes (escolha o número de vezes) e registrem a soma dos pontos das faces superiores em cada lançamento. Reproduzam e completem a tabela de frequências no caderno. Resposta pessoal. Com 2 dados cúbicos não viciados, essa probabilidade é $\frac{1}{6}$ (aproximadamente 16,7%).

Soma dos pontos no lançamento de 2 dados cúbicos

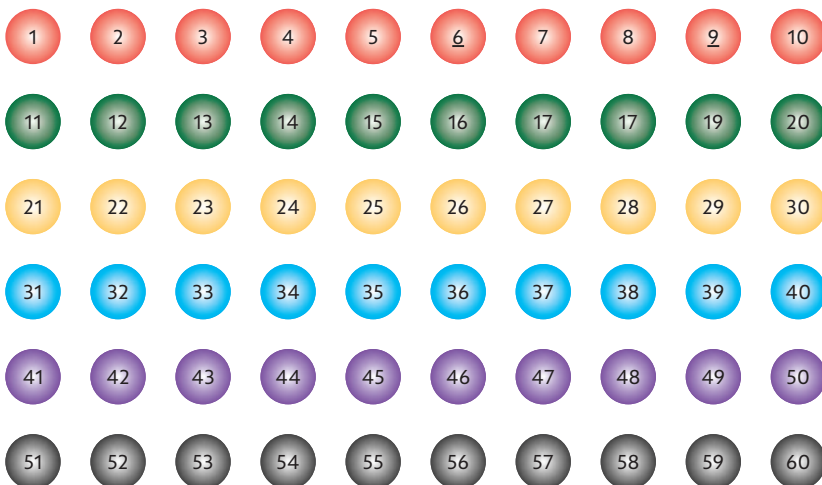
Resultado	Frequência	Frequência relativa (em decimal)	Frequência relativa (em porcentagem)
2 pontos			
3 pontos			
4 pontos			
5 pontos			
6 pontos			
7 pontos			
8 pontos			
9 pontos			
10 pontos			
11 pontos			
12 pontos			
Total			

Dados elaborados para fins didáticos.

Na opinião de vocês, de acordo com os resultados obtidos, qual é a probabilidade de obter a soma 7 pontos?

7. No sorteio de um concurso, 60 bolinhas, numeradas conforme a imagem a seguir, são colocadas em um globo. O globo gira e, quando para, cai a bolinha sorteada.

Belish/Shutterstock

Sorteio de bolas numeradas em um concurso.

Banco de imagens/Arquivo da editora

a) Em quantas bolinhas aparece o algarismo 1? Por exemplo, em 11, contamos 2 ocorrências do algarismo 1. 15 bolinhas.

b) Estando o globo com as 60 bolinhas, qual é a probabilidade de ser sorteada uma bolinha com o dígito 1?

c) Em quantas bolinhas aparece o dígito 9? 6 bolinhas.

b) $\frac{1}{4}$ (ou 25%) **d)** $\frac{1}{10}$ (ou 10%)

d) Estando o globo com as 60 bolinhas, qual é a probabilidade de ser sorteada uma bolinha com o dígito 9?

8. Planeje e realize, em grupo com alguns colegas, um experimento no qual se sorteie um número entre 1 e 60, parecido como o que ocorreu na atividade anterior. O sorteio pode ser feito de várias maneiras. Vocês podem realizá-lo fisicamente, sorteando bolinhas numeradas de uma urna, utilizar simuladores *on-line* ou planilha eletrônica. Respostas pessoais.

- Cada grupo vai anotar o número de vezes em que aparece um dígito especificado pelo professor na bolinha sorteada.
- Calcule a frequência relativa dividindo a frequência pelo total de sorteios.
- Verifique se a frequência relativa é aproximadamente igual à probabilidade calculada no item **b** da atividade anterior.
- Redija um relatório explicando como foi realizada a experiência e a conclusão a que chegaram.

Orientações didáticas

Atividades

Na atividade **8**, sugerimos dividir a classe em 10 grupos, cada grupo fazendo a pesquisa para um dígito diferente dos demais. Em um momento posterior, promova uma socialização entre os grupos a partir das aprendizagens e descobertas que realizaram.

Proposta para o professor

O trabalho sugerido aborda aspectos da educação estatística para o desenvolvimento da literacia estatística. PEREIRA, Fernanda A. *A educação estatística e a elaboração de vídeos para a promoção do raciocínio sobre variabilidade na Educação Básica*. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Minas Gerais, 2019. Disponível em: http://www.repositorio.ufjf.br:8080/jspui/bitstream/ufjf/11164/1/fernandaangelopereira.pdf. Acesso em: 23 maio 2022.

Orientações didáticas

Na Unidade

Na BNCC

Esta seção favorece o desenvolvimento das habilidades exploradas ao longo de toda a Unidade e mobiliza com maior ênfase a **CEMAT02**, a **CEMAT06** e a **CG02** ao propor a resolução de atividades diversas com diferentes contextos por meio de estratégias de resolução.

Esta seção traz atividades dos principais conteúdos abordados na Unidade que podem ser utilizadas como ferramentas de avaliação. Proponha a resolução das atividades individualmente. Acompanhe os estudantes durante a realização delas e registre avanços e dificuldades para, ao final, propor novas atividades para remediação coletiva ou individual de defasagens, conforme cada caso.

A seguir, listamos algumas sugestões e estratégias para remediação.

As atividades **1** a **4** envolvem o conceito de média aritmética. Erros de resolução nessas atividades podem indicar que os estudantes ainda não assimilaram o conceito de média ou estão errando nos cálculos. Retome a leitura dos enunciados e resolva com a turma uma das atividades. Em seguida, proponha que os estudantes tentem resolver novamente as demais atividades.

Erro de resolução da atividade **5** indica que os estudantes não compreendem o conceito de amplitude. Retome a definição de amplitude com a turma apresentando outros exemplos de aplicação.

A atividade **6** explora a leitura de um gráfico de setores. Caso os estudantes resolvam de maneira incorreta a atividade, faça a leitura dos dados com a turma, pedindo que atentem aos percentuais apresentados. Se necessário, peça a um voluntário que resolva na lousa a questão.

As atividades **7** e **8** trabalham com o conceito de probabilidade. Em caso de dúvidas, retome a leitura dos enunciados pausadamente e registre na lousa cada dado conforme for avançando a leitura, solicitando a ajuda dos estudantes nessa organização e levando-os à interpretação do enunciado e à decisão de quais estratégias utilizar para resolvê-las.

Na Unidade

1. **(Saresp)** Em 5 partidas de voleibol, Duda fez 12, 15, 11, 18 e 14 pontos. Qual foi sua média de pontos nessas partidas? Alternativa **d**.

a) 11 **b)** 12 **c)** 13 **d)** 14

Texto para as questões **2** e **3**:

A idade dos 5 jogadores de xadrez de uma escola escolhidos para uma competição é:

Leonardo: 14 anos, Ana: 15 anos, Tomas: 15 anos, Deco: 16 anos e Beatriz: 17 anos.

2. Qual é a média de idade desses enxadristas? Alternativa **b**.

a) 15,2 anos **c)** 15,6 anos
b) 15,4 anos **d)** 15,8 anos

3. No dia em que Beatriz não pôde comparecer e foi substituída por Lara, que tem 14 anos, de quanto diminuiu a média de idade dos jogadores?

a) 0,2 ano Alternativa **c**. **c)** 0,6 ano
b) 0,4 ano **d)** 0,8 ano

4. **(Saresp)** Cristina tirou nota 8 na primeira prova de Matemática, nota 6 na segunda prova e está aguardando o resultado da terceira. Antes de entregar a nota da terceira prova, a professora de Cristina lançou o seguinte desafio para ela:

"A média aritmética das suas três notas foi 7, descubra a nota que você tirou na terceira prova."

Resolva o desafio proposto pela professora de Cristina e descubra a nota que ela tirou na terceira prova. Alternativa **b**.

a) 6 **b)** 7 **c)** 8 **d)** 9

5. A medida de temperatura de uma cidade no decorrer de um dia variou conforme mostra a tabela:

Medida de temperatura observada

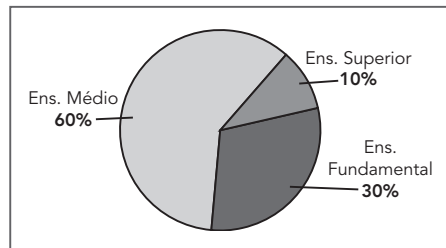
Horário do dia	6 h	8 h	10 h	12 h	14 h	16 h	18 h
Medida de temperatura (em °C)	19	20	23	25	27	26	24

Dados elaborados para fins didáticos.

A amplitude desse conjunto de dados da medida de temperatura é de: Alternativa **d**.

a) 5 °C. **c)** 7 °C.
b) 6 °C. **d)** 8 °C.

6. **(Saresp)** Uma empresa possui 50 funcionários, os quais se distribuem da seguinte forma com relação ao grau de escolaridade:

Distribuição percentual dos funcionários de acordo com o grau de escolaridade

Analisando o gráfico, é correto afirmar que o número de funcionários do ensino médio é: Alternativa **c**.

a) a metade do ensino fundamental.
b) a metade do ensino superior.
c) o dobro do ensino fundamental.
d) o dobro do ensino superior.

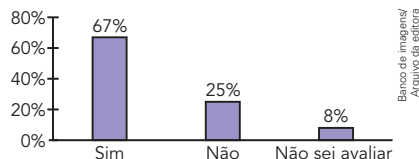
7. **(Saresp)** Para uma atividade da aula de matemática, a professora trouxe uma caixa com fitas métricas de quatro cores diferentes: 2 amarelas, 20 azuis, 2 verdes e 15 rosa. Cada aluno vai receber uma fita métrica selecionada ao acaso pela professora, ou seja, a professora vai pegar uma fita dentro da caixa sem olhar a cor e entregar ao aluno. Luiza será a primeira a receber a fita. A cor mais provável da fita que Luiza vai receber é: Alternativa **b**.

a) Amarela. **c)** Verde.
b) Azul. **d)** Rosa.

8. **(Saresp)** O diretor da escola de Ana fará um sorteio entre as cinco salas de sexta série da escola, e a sala vencedora ganhará um passeio em sua cidade. Ana estuda em uma das salas de 6ª série e gostaria muito de ganhar esse passeio. O diretor colocará em uma caixa cinco pedaços de papel, um para cada classe, e sorteará um deles. A chance de a sala de Ana ser sorteada é de: Alternativa **d**.

a) 50%. **c)** 25%.
b) 35%. **d)** 20%.

Faça as atividades no caderno.

9. **(Enem)** Uma enquete, realizada em março de 2010, perguntava aos internautas se eles acreditavam que as atividades humanas provocam o aquecimento global. Eram três as alternativas possíveis e 279 internautas responderam à enquete, como mostra o gráfico.

Fonte: *Época*, 29 mar. 2010. (adaptado)

Analisando os dados do gráfico, quantos internautas responderam "NÃO" à enquete?

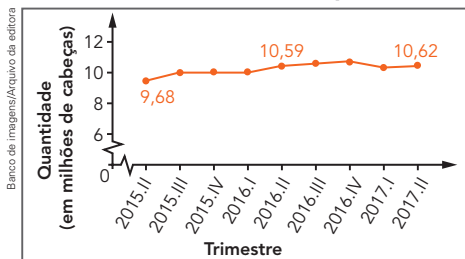
Alternativa **c**.

a) Menos de 23.
b) Mais de 23 e menos de 25.
c) Mais de 50 e menos de 75.
d) Mais de 100 e menos de 190.
e) Mais de 200.

10. Leia a notícia e analise o gráfico.

Carne de porco ganha espaço na mesa do brasileiro e no exterior

Motivado pela mudança no consumo das famílias e pelo crescimento das exportações, o abate de suínos atingiu seu melhor 2º trimestre desde o início da série histórica, em 1997, com 10,62 milhões de cabeças entre abril e junho de 2017 [...].

Quantidade de suínos abatidos por trimestre

CARNE de porco ganha espaço na mesa do brasileiro e no exterior. *Agência de notícias IBGE*, [s. l.], 22 set. 2017. Disponível em: https://agenciadenoticias.ibge.gov.br/agencia-noticias/2012-agencia-de-noticias/noticias/16615-carne-de-porco-ganha-espaco-na-mesado-brasileiro-e-no-exterior.html. Acesso em: 22 fev. 2022.

Em relação ao segundo trimestre de 2015, quantos milhões de suínos foram abatidos a mais no segundo trimestre de 2017? Alternativa **a**.

a) 0,94 **b)** 1,04 **c)** 0,3 **d)** 0,03

11. **(Saresp)** A temperatura de uma cidade no decorrer do dia variou conforme mostra a tabela.

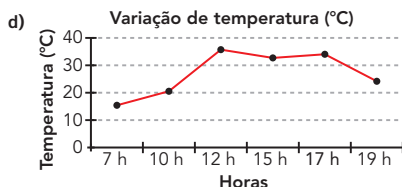
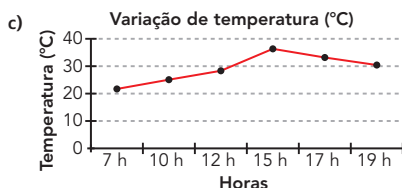
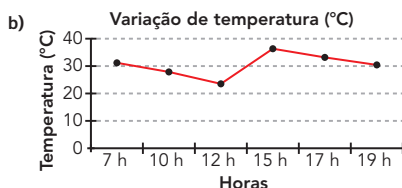
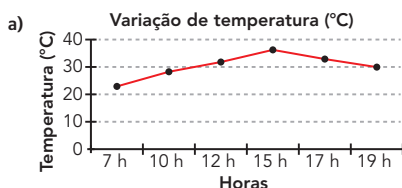
Horas	Medida de temperatura (°C)
7 h	23
10 h	28
12 h	32
15 h	36
17 h	33
19 h	30

Os valores dessa tabela podem ser representados pelo gráfico: Alternativa **a**.

a)

b)

c)

d)

12. Escreva, no caderno, quais são as etapas necessárias para fazer uma pesquisa estatística.

12. Planejamento, levantamento de dados, coleta e registro dos dados, organização dos dados e apresentação dos resultados.

Orientações didáticas

Na Unidade

As atividades **9** a **11** exploram a leitura e a interpretação de dados em gráficos. Retome os tópicos relacionados ao gráfico de barras e ao gráfico de linha ao longo da Unidade.

Outras dificuldades diferentes das listadas podem surgir; por isso, é importante o monitoramento individual e contínuo dos estudantes.

Orientações didáticas

Abertura

Na BNCC

A abertura da Unidade permite mobilizar com maior ênfase a **CG01** e a **CEMAT01**, ao abordar a história dos Jogos Olímpicos, e a **CG09**, ao valorizar a diversidade de indivíduos. Favorece também o desenvolvimento do TCT *Diversidade Cultural* ao explorar essa temática, que envolve a cultura de muitos países.

Inicialmente, abordamos os Jogos Olímpios de Tóquio 2020 e mostramos duas imagens, uma do Estádio Olímpico e outra do Ariake Tennis Park. Em seguida, há um estudo sobre os jogos olímpicos de verão e de inverno e a origem desses jogos segundo a mitologia, valorizando a diversidade cultural e a presença da Matemática ao longo da existência humana.

Atletas segurando as bandeiras de seus países na Cerimônia de Encerramento dos Jogos Olímpicos de Tóquio 2020. Estádio Olímpico de Tóquio, Japão, 8 ago. 2021.

Reprodução do Livro do Estudante em tamanho reduzido.

Proposta para o professor

Neste artigo, é apresentado um estudo bibliográfico sobre a história da Álgebra e a elaboração de atividades pedagógicas que abordam os estágios históricos do desenvolvimento algébrico e as equações algébricas.
VAILATI, Janete de S.; PACHECO, Edilson R. *Usando a história da Matemática no ensino da Álgebra*. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação, 2011. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/702-4.pdf. Acesso em: 6 maio 2022.

Sinalização dos Jogos Olímpicos de Tóquio 2020 vista atrás de algumas das bandeiras das nações participantes. Ariake Tennis Park, Tóquio, Japão, 19 jul. 2021.

Keita Iijima/Yomiuri/The Yomiuri Shimbun/AFP

Jogos Olímpicos

Os Jogos Olímpicos reúnem milhares de atletas de mais de 200 países. Entre seus objetivos estão divulgar modalidades esportivas; incentivar a prática de atividades físicas por meio do esporte; valorizar as regras nos jogos e a ética no convívio humano; e promover a paz entre os povos.

Os jogos ocorrem de 4 em 4 anos e são divididos em Jogos Olímpicos de Verão e Jogos Olímpicos de Inverno.

[...]

Reza a mitologia que os Jogos nasceram pelas mãos do grande Hércules, ainda na Era Antiga, por volta de 2500 a.C., para homenagear seu pai, Zeus. [...]

Os primeiros registros históricos das Olimpíadas datam de 776 a.C., época em que os vencedores começaram a ter seus nomes registrados. [...]

Após os Jogos de 776 a.C., ficou acertado que as Olimpíadas seriam realizadas a cada quatro anos, sempre durante os meses de julho ou agosto [...].

[...] a última Olimpíada da Era Antiga foi realizada em 393 [d.C.] [...]

Foram necessários cerca de 1500 anos para que alguém tivesse a ideia de resgatar uma competição nos moldes das Olimpíadas dos gregos antigos. [...]

A primeira Olimpíada da Era Moderna foi disputada entre 6 e 15 de abril de 1896, com delegações de 14 países, que somavam 241 atletas. [...]

HISTÓRIA. Uma disputa milenar. *Rede do Esporte*, [*s. l.*], [201-?]. Disponível em: http://rededoesporte.gov.br/pt-br/megaeventos/olimpiadas/uma-disputa-milenar. Acesso em: 5 abr. 2022.

Você já assistiu a Jogos Olímpicos pela televisão ou pela internet? O que viu de interessante? Qual é sua opinião sobre os objetivos dos Jogos? Respostas pessoais.

Considerando a sequência dos Jogos Olímpicos de Verão 2020, no Japão, indique os próximos quatro anos da sequência a seguir e qual número inteiro a letra x representa.

$$2020, 2020 + x, 2020 + 2x,$$
$$2020 + 3x, 2020 + 4x$$

2020, 2024, 2028, 2032, 2036. A letra x representa o número 4.

Orientações didáticas

Abertura

Ao final do texto, é possível observar um exemplo de como utilizar a Matemática como uma ferramenta para modelar problemas e, assim, encontrar soluções gerais para problemas diversos e desenvolver o pensamento computacional. Leia em com a turma a expressão $2\,020, 2\,020 + x, 2\,020 + 2x, 2\,020 + 3x, 2\,020 + 4x$ e aproveite para fazer uma avaliação diagnóstica simples buscando, inicialmente, verificar se os estudantes entendem que o termo “$2x$”, por exemplo, representa a multiplicação do número 2 por outro valor ou, então, a soma de 2 quantidades representadas por “x”. Caso julgue necessário, deixe claro que ambas as abordagens são equivalentes.

Após esse primeiro momento, permita que os estudantes debatam sobre qual seria a expressão que indicaria o ano da ocorrência dos Jogos Olímpicos, considerando para x um natural não nulo. Nesse momento, incentive os estudantes a fazerem inferências e a apresentarem argumentos plausíveis para justificar as opiniões que formarem.

Proposta para o estudante

Sugerimos que sejam propostas novas situações que auxiliem no favorecimento do desenvolvimento do pensamento algébrico. Por exemplo, peça aos estudantes que resolvam o que propomos a seguir.

“Para dar 1 volta no pátio da escola, um estudante gasta certo tempo, que pode ser chamado de x. Represente as situações em que esse estudante dê 2 voltas, 3 voltas e 4 voltas: x, $2x$, $3x$ e $4x$.”

Para fazer essa modelagem, não é necessário, em um primeiro momento, saber o valor desse intervalo de tempo.

Orientações didáticas

Expressões contendo letras

Na BNCC

Este capítulo possibilita o trabalho com a ideia de variável para expressar relações entre 2 grandezas, conforme indicado na habilidade **EF07MA13**, visando diferenciar uma incógnita de uma variável. Outras habilidades desenvolvidas são **EF07MA14** e **EF07MA15**, ao estudar sequências e suas regularidades; e **EF07MA16**, ao propor o reconhecimento de sequências equivalentes. Mobiliza com maior ênfase a **CG04** e a **CEMAT03**, quando o estudante utiliza diferentes linguagens para se expressar e relaciona diferentes campos da Matemática; a **CEMAT02** e a **CEMAT05**, ao desenvolver o raciocínio lógico e utilizar a calculadora na resolução de problemas.

Iniciamos um estudo de generalização e abstração com o objetivo de trabalhar com as variáveis e as incógnitas de modo significativo, explorando a tradução da linguagem usual para a linguagem algébrica.

Sugerimos que seja feita a leitura do enigma apresentado e que se converse com os estudantes para levantar hipóteses para as respostas. Pergunte como podem encontrar a idade que a professora tinha quando se casou. Registre na lousa as informações coletadas. Esse é um momento interessante para demonstrar que é possível seguir caminhos diferentes na compreensão de determinado problema (nesse caso, as abordagens possíveis podem ocorrer via raciocínio lógico por indução ou por abdução) e buscar a reflexão antes da explicação teórica. Valorize a diversidade de respostas e escreva todas na lousa, deixando para um segundo momento a construção coletiva a respeito de qual é o grupo de hipóteses mais adequadas e do porquê, trabalhando, assim, a **CG09** e reconhecendo a necessidade de colaboração e respeito. Esse procedimento valoriza o protagonismo dos estudantes e a argumentação matemática e trabalha o desenvolvimento da **CEMAT02**.

Explique aos estudantes que existem situações em que usamos símbolos matemáticos para traduzir determinadas frases da nossa língua, por exemplo, o dobro de três (simbolicamente: $2 \cdot 3$); o dobro de cinco (simbolicamente: $2 \cdot 5$); o triplo de dois (simbolicamente: $3 \cdot 2$) e o triplo de cinco (simbolicamente: $3 \cdot 5$). Em seguida, mostre, por exemplo, que o dobro de um número qualquer – e enfatize ser um número qualquer – pode ser representado por uma expressão formada por letras e números, no caso, $2 \cdot x$, e o mesmo acontece com o triplo de um número qualquer, $3 \cdot x$, ou seja, por expressões algébricas.

Proposta para o estudante

A Matemática pode ser utilizada como uma linguagem, e seus símbolos podem auxiliar na compreensão de situações do mundo em que vivemos. Contudo, existem outros símbolos que podem auxiliar na compreensão de diversos fenômenos e situações do nosso dia a dia, como os *emojis*.

Para isso, sugerimos que seja proposta uma pesquisa, se julgar pertinente, em parceria com o componente curricular **Língua Portuguesa** sobre *emojis*, destacando o que cada símbolo representa.

CAPÍTULO 15

Noções iniciais de Álgebra

EF07MA13
EF07MA14
EF07MA15
EF07MA16

Expressões contendo letras

Um enigma

Leia o que a professora disse para Ricardo.

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

Quantos anos tinha a professora quando se casou?

Esse enigma, assim como muitos problemas matemáticos, pode ser resolvido por meio de técnicas de cálculo desenvolvidas por pesquisadores em Matemática há vários séculos. Essas técnicas fazem parte da área denominada Álgebra.

Para resolver problemas como o apresentado, com o uso de técnicas algébricas, precisamos aprender a representar matematicamente certas expressões. Acompanhe alguns exemplos de como fazer isso:

Em língua portuguesa	Em símbolos matemáticos
o dobro de três	$2 \cdot 3$
o dobro de cinco	$2 \cdot 5$
o dobro de três sétimos	$2 \cdot \frac{3}{7}$
o dobro do oposto de dez	$2 \cdot (-10)$

Agora, usando símbolos matemáticos, vamos escrever: "o dobro de um número".

Se representarmos um número qualquer pela letra x, então a expressão dada poderá ser escrita simbolicamente assim:

$$2 \cdot x$$

ou simplesmente assim (omitindo o sinal da multiplicação):

$$2x$$

Nessa representação, x pode ser qualquer número $\left(3, 5, \frac{3}{7}, -10, 0, 12, \text{etc.}\right)$.

Como pode representar diferentes números, *x* é chamado **variável** da expressão.

Podemos usar qualquer letra minúscula do alfabeto para ser a variável. "O dobro de um número" também pode ser simbolizado por:

- $2 \cdot n$
- $2 \cdot r$
- $2 \cdot a$
- $2 \cdot y$

Verifique outros exemplos no quadro a seguir.

Em língua portuguesa	Em símbolos matemáticos
a metade de um número	$\frac{x}{2}$
um número acrescido de 2 unidades	$x + 2$
a soma da metade de um número com a quinta parte dele	$\frac{x}{2} + \frac{x}{5}$
a soma de dois números distintos	$x + y$
o produto entre dois números distintos	$x \cdot y$ (ou xy)

Expressões como:

- $\frac{x}{2}$
- $\frac{x}{2} + \frac{x}{5}$
- xy
- $x + 2$
- $x + y$

são chamadas **expressões algébricas**. Elas são formadas por números, letras e sinais de operações.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1. Copie e complete o quadro. Exemplos de resposta:

Em língua portuguesa	Em símbolos matemáticos
o triplo de um número	$3 \cdot x$ (ou $3x$)
a soma de um número com três	$x + 3$
o quádruplo de um número	$4 \cdot n$ (ou $4n$)
a diferença entre um número qualquer e dois	$n - 2$
o quadrado de um número	a^2

2. Analise o quadro, copie-o e termine de preenchê-lo. Exemplos de resposta:

Em língua portuguesa	Em símbolos matemáticos
a soma de cinco com o triplo de um número	$5 + 3x$
a quinta parte de um número	$\frac{x}{5}$
a soma de um número com um terço dele	$x + \frac{x}{3}$
a décima parte de um número	$\frac{x}{10}$
o produto de um número pela sétima parte dele	$x \cdot \frac{x}{7}$
a diferença entre um número e o quadrado dele	$x - x^2$

Orientações didáticas

Expressões contendo letras

Antes de propor a leitura do texto, escreva na lousa algumas expressões em língua portuguesa e, depois, pergunte aos estudantes como poderíamos representá-las com símbolos matemáticos. Por exemplo, o quádruplo de um número qualquer (simbolicamente: $4 \cdot x$), a terça parte de um número qualquer $\left(\text{simbolicamente: } \frac{x}{3}\right)$, um número mais quatro (simbolicamente: $x + 4$), o dobro de um número menos dois (simbolicamente: $2x - 2$).

Atividades

Nas atividades **1** e **2**, objetiva-se explorar a compreensão da escrita usando a língua portuguesa e os símbolos matemáticos. Caso os estudantes apresentem dúvidas, faça a correção dos exercícios, reforçando a leitura nas linguagens propostas. Utilize símbolos e letras diferentes para mostrar que não é necessário se prender ao uso da letra "x".

Proposta para o professor

Para complementar o estudo sobre *emojis*, indicamos o artigo a seguir, que apresenta a história e analisa suas interações nas tecnologias móveis. Desse modo, é possível trabalhar a interdisciplinaridade, o que favorece a pluralidade de pensamentos e a afirmação da matemática como uma linguagem.

PAIVA, Vera Lúcia M. de O. e A linguagem dos *emojis*. *Trabalhos em Linguística Aplicada*, Campinas, v. 55, n. 2, p. 379-399, maio/ago. 2016. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/tla/article/view/8647400/14352. Acesso em: 6 jun. 2022.

Orientações didáticas

Atividades

Na atividade **3**, é reforçada a construção de expressões algébricas; nesse momento, tendo as expressões algébricas, o foco é reescrevê-las usando a língua portuguesa. No contexto de pós-pandemia, é adequado avaliar e corrigir eventuais defasagens. Portanto, avalie se os estudantes compreendem o uso do ponto (·) como símbolo da multiplicação, ou até mesmo a ausência dele, desde que em um termo haja um número e uma letra (2*x*, por exemplo), e, caso necessário, retome e ressignifique o uso dos símbolos matemáticos da multiplicação.

Nas atividades **1** a **3**, ressalte que o número mencionado no enunciado deve ser entendido como algo generalizado, ou seja, um número qualquer, do qual, em primeiro momento, não importa o valor. Na atividade **4**, é importante ressaltar que grandezas diferentes, no caso, mesas com capacidades diferentes, devem ser representadas por letras diferentes.

Valor numérico de uma expressão

Para encontrar o valor numérico de uma expressão algébrica, devemos substituir a letra por um número. Sugerimos que faça os exemplos, passo a passo na lousa, com os estudantes. Caso eles apresentem dúvidas, refaça os exemplos e, se necessário, utilize novos valores para substituir a variável *x*.

Atividades

As atividades **5** a **7** têm por objetivo trabalhar o cálculo do valor numérico de cada expressão algébrica. Reforce a necessidade de se substituir a letra pelo número apresentado em cada situação.

Destacamos a atividade **8**; se for possível, disponibilize calculadoras convencionais, como a da imagem apresentada no livro. Se os estudantes utilizarem a calculadora do celular, por exemplo, ao digitarem as teclas indicadas no livro, a calculadora não apresentará resultado.

Incentive a investigação matemática e a argumentação como metodologia ativa na construção das resoluções. Solicite aos estudantes que exponham os resultados obtidos. Pensar no algoritmo utilizado nesse procedimento favorece o pensamento computacional, na medida em que se explora não só o uso da calculadora, mas a argumentação e a investigação.

3. Copie e complete o quadro. Exemplos de resposta:

Em língua portuguesa	Em símbolos matemáticos
a terça parte de um número	$\frac{x}{3}$
três quartos de um número	$\frac{3}{4} \cdot x$
a soma de um número com a metade dele	$x + \frac{x}{2}$
a soma de três números distintos	$x + y + z$
a soma de um número com o quadrado dele	$x + x^2$

4. Um restaurante dispõe de *x* mesas de 2 lugares, *y* mesas de 4 lugares, *z* mesas de 6 lugares e 2 mesas de 8 lugares. Escreva, no caderno, uma expressão algébrica para calcular a quantidade máxima de clientes que o restaurante consegue acomodar simultaneamente. $2x + 4y + 6z + 16$

Valor numérico de uma expressão

Quando substituímos cada variável de uma expressão algébrica por um número e efetuamos as operações indicadas, o resultado é chamado **valor numérico** da expressão. Acompanhe os exemplos:

- Substituindo *x* por 5 na expressão $2 \cdot x$, fica $2 \cdot 5$ e, efetuando a multiplicação, $2 \cdot 5 = 10$. Então, o valor numérico da expressão $2 \cdot x$ para $x = 5$ é 10.
- O valor numérico da expressão $\frac{x}{2} + \frac{x}{5}$ para $x = 10$ é $\frac{10}{2} + \frac{10}{5} = 5 + 2 = 7$.
- O valor numérico da expressão $x + y$ para $x = 7$ e $y = 8$ é $7 + 8 = 15$.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

5. Calcule o valor numérico da expressão $1 + 2x$ para $x = 7$. 15

6. Calcule o valor numérico da expressão $3 \cdot x + 1$, sendo *x* o número indicado em cada item.

a) 0 1
b) −1 −2
c) 2 7
d) −3 −8
e) 7 22
f) −4 −11

7. Calcule o valor numérico da expressão $\frac{x + 2}{5}$ para *x* igual ao número dado em cada item.

a) 3 1
b) 4 $\frac{6}{5}$
c) 0 $\frac{2}{5}$
d) −2 0

8. Use uma calculadora similar à da imagem a seguir e faça o que se pede.

a) Digite a tecla 3, em seguida a tecla × e depois a tecla =. O que aparece no visor? 9
b) Digite a tecla 4, em seguida a tecla × e depois a tecla =. O que aparece no visor? 16
c) Digite a tecla 5, em seguida a tecla × e depois a tecla =. O que aparece no visor? 25
d) Digite as teclas 1 e 0, em seguida a tecla × e depois a tecla =. O que aparece no visor? 100
e) Quando você digita um número *n*, em seguida a tecla × e depois a tecla =, aparece no visor o valor de qual expressão algébrica? n^2
f) Agora experimente digitar um número *n*, a tecla ×, a tecla = e novamente a tecla =. O que você calculou? n^3
g) Digite o número 2, depois ×, depois =, depois = e depois =. Que potência de base 2 você calculou? 2^4

Paisit Teeraphatsakool/Shutterstock

Calculadora.

9. Copie e preencha os quadros com os valores numéricos. Faça os cálculos mentalmente.

a)

x	-4	-2	0	3	6	$\frac{1}{2}$
$3 \cdot x$	-12	-6	0	9	18	$\frac{3}{2}$
$\frac{x}{2}$	-2	-1	0	$\frac{3}{2}$	3	$\frac{1}{4}$
x^2	16	4	0	9	36	$\frac{1}{4}$

b)

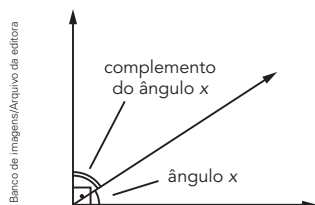
a	b	$a + b$	$a \cdot b$	$a^2 \cdot b$	$3a + b$
-1	3	2	-3	3	0
0	4	4	0	0	4
1	5	6	5	5	8

Para resolver as atividades de **10** a **18**, você vai utilizar noções de Álgebra e de Geometria.

10. De acordo com a figura, representando por x a medida de um ângulo em graus, escreva, no caderno, usando símbolos matemáticos, as expressões para:

a) o dobro da medida do ângulo; $2x$

b) o complemento da medida do ângulo; $90° - x$

c) o suplemento da medida do ângulo. $180° - x$

11. Determine a quarta parte do suplemento do ângulo com:

a) medida de abertura 80°; 25°

b) medida de abertura x. $\frac{180° - x}{4}$

12. Determine o suplemento do triplo do ângulo com:

a) medida de abertura 40°; 60°

b) medida de abertura x. $180° - 3x$

13. A medida, em graus, de um ângulo é x. Represente, utilizando símbolos matemáticos:

a) a metade da medida do ângulo; $\frac{x}{2}$

b) o complemento da metade da medida do ângulo; $90° - \frac{x}{2}$

c) o dobro da medida do ângulo; $2x$

d) o suplemento do dobro da medida do ângulo. $180° - 2x$

14. Se x representa a medida de um ângulo, o que representam as expressões a seguir?

a) $\frac{3x}{4}$ Três quartos da medida do ângulo.

b) $3(90° - x)$ O triplo do complemento do ângulo.

15. Indicando por ℓ a medida do lado de uma região quadrada, escreva, no caderno, as expressões matemáticas que representam:

a) a medida de perímetro da região; $\ell + \ell + \ell + \ell$ ou 4ℓ

b) a medida de área da região; $\ell \cdot \ell$ ou ℓ^2

c) o quádruplo da medida de área da região. $4 \cdot \ell^2$

16. Num retângulo, um lado mede 10 cm a mais do que o outro. Representando por x a medida em centímetros do menor lado, dê as expressões que representam:

a) a medida (em centímetros) do maior lado; $x + 10$

b) a medida de perímetro do retângulo; $x + (x + 10) + x + (x + 10)$ ou $4x + 20$, em cm.

c) a medida de área do retângulo. $x(x + 10)$, em cm^2.

Orientações didáticas

Atividades

Na atividade **9**, é sugerido o uso do cálculo mental. Incentive a utilização desse método e avalie a necessidade de reproduzir, verbalmente ou por meio da escrita, maneiras de se realizar esses cálculos. Na correção, chame a atenção dos estudantes para os itens das tabelas em que o zero aparece como fator e, então, faça uma avaliação das concepções dos estudantes sobre a possibilidade de não precisar realizar todas as operações a partir do momento em que o zero anulará o termo como um todo.

A partir da atividade **10**, são destacadas as relações entre a Álgebra e a Geometria por meio da representação de situações advindas da Geometria e com o auxílio da Álgebra. Algumas situações trabalhas nas atividades são: as relações entre ângulos complementares e suplementares (atividades **10** a **14**); perímetro e área de figuras geométricas planas, como quadrado e retângulo (atividades **15** e **16**); medida de partes de figuras geométricas planas e medida de sólidos geométricos (atividades **17** e **18**).

Orientações didáticas

Atividades

Para as atividades **17** a **18**, mencione que, apesar de não ser um estabelecimento formal, é comum utilizar a letra *h* como representante da altura por ser a letra inicial dessa palavra em diversas culturas e línguas (do grego: *hecture*; do inglês: *height*; do francês: *hauteur*; do alemão: *hohe*). Essa série de atividades amplia o trabalho com a **CG04** ao traduzir a linguagem algébrica para as linguagens gráfica, oral e escrita.

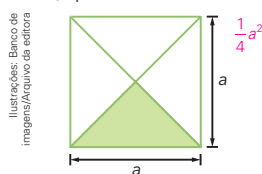
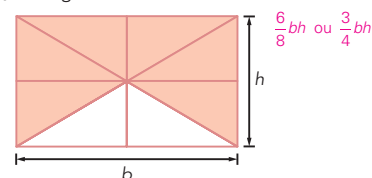
Sucessões numéricas e expressões algébricas

Na BNCC

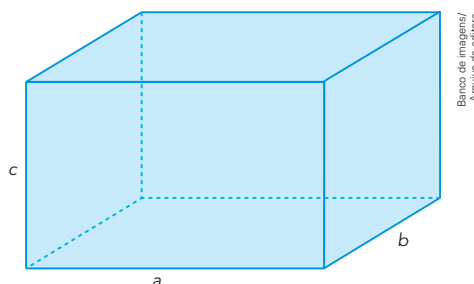
Este tópico possibilita o trabalho com a habilidade **EF07MA15**, por abordar a simbologia algébrica para expressar regularidades em sequências numéricas.

Comente com os estudantes que podemos representar uma sucessão ou sequência numérica utilizando uma expressão algébrica, a qual é formada por números, sinais de operações e uma letra que representa um número natural. Essa letra, ao ser substituída pelos números naturais, um a um, em ordem crescente, gera a sucessão numérica representada pela expressão numérica.

17. Indique a expressão que representa a medida de área da região colorida em cada caso.

a) quadrado

b) retângulo

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

18. O bloco retangular representado a seguir tem dimensões medindo *a*, *b* e *c*, em centímetros.

Banco de imagens/Arquivo da editora

a) O que representa a expressão algébrica $a \cdot b \cdot c$? A medida de volume do bloco (em cm³).

b) Calcule o valor dessa expressão para $a = 4$, $b = 1{,}8$ e $c = 2{,}5$. 18 cm³

Sucessões numéricas e expressões algébricas

Recordemos que os números naturais pares são:

0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, ...

Os números pares são os múltiplos de 2:

$2 \cdot 0$; $2 \cdot 1$; $2 \cdot 2$; $2 \cdot 3$; $2 \cdot 4$; $2 \cdot 5$; $2 \cdot 6$; $2 \cdot 7$; $2 \cdot 8$; ...

Uma forma de representar um número par é:

$2 \cdot n$ ou, apenas, $2n$

em que *n* representa um número natural.

Por exemplo,

- se $n = 0$, temos: $2n = 2 \cdot 0 = 0$;
- se $n = 1$, temos: $2n = 2 \cdot 1 = 2$;
- se $n = 2$, temos: $2n = 2 \cdot 2 = 4$.

Atribuindo a *n* os valores 0, 1, 2, 3, 4, ... sucessivamente, e anotando os resultados da expressão $2n$ também sucessivamente, formamos a **sucessão (ou sequência) dos números pares**:

0, 2, 4, 6, 8, ...

Proposta para o professor

Sugerimos a consulta ao Portal da Obmep, que apresenta vídeos e sugestões de atividades para se trabalhar sentenças matemáticas e notação algébrica.
Disponível em: https://portaldaobmep.impa.br/index.php/modulo/ver?modulo=32. Acesso em: 3 jun. 2022.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

19. Escreva, no caderno, os 5 primeiros números da sequência e uma expressão algébrica que represente a sucessão dos:

a) números naturais múltiplos de 3; 0, 3, 6, 9, 12, ...; $3n$, sendo n um número natural.

b) números naturais múltiplos de 5. 0, 5, 10, 15, 20, ...; $5n$, sendo n um número natural.

c) números naturais diferentes de zero que deixam resto 2 na divisão por 5. 2, 7, 12, 17, 22, ...; $5n + 2$, sendo n um número natural.

Nas atividades **20** e **21**, n é uma variável que representa um número natural.

20. Qual é a sucessão de números naturais que são representados pela expressão algébrica:

a) $2n + 1$? 1, 3, 5, 7, 9, ...

b) $3n + 1$? 1, 4, 7, 10, 13, ...

21. Escreva no caderno a sucessão dos números naturais representados por:

a) n^2; 0, 1, 4, 9, 16, ...

b) $n(n + 1)$. 0, 2, 6, 12, 20, 30, ... (+2, +4, +6, +8, +10)

22. Júlio representou a expressão *um número natural ímpar* por $2n + 1$, enquanto Marcela preferiu representar a mesma expressão como $2k - 1$.

a) Para que Júlio esteja correto, o que ele deve dizer sobre a variável n? Que n é um número natural.

b) Para que Marcela esteja correta, o que ela deve dizer sobre a variável k? Que k é um número natural não nulo (ou positivo).

23. Usando símbolos matemáticos, como se representam:

a) dois números naturais consecutivos? n e $n + 1$ (n natural) ou $n - 1$ e n (n natural positivo).

b) três números naturais consecutivos?
$n, n + 1, n + 2$ (n natural); $n - 1, n, n + 1$ (n natural positivo); ou $n - 2, n - 1, n$ (n natural maior do que 1).

O que são monômios?

Que operações aparecem nestas expressões algébricas?

$2x$ $\quad \frac{3}{4}a$ $\quad -5xy$ $\quad 10a^2$

Trata-se de multiplicação e potenciação. Podemos dizer que todas representam produtos. Nelas não há adições ou subtrações com variáveis, nem divisão por variável. Verifique:

$2x = 2 \cdot x$ $\quad \frac{3}{4}a = \frac{3}{4} \cdot a$ $\quad -5xy = -5 \cdot x \cdot y$ $\quad 10a^2 = 10 \cdot a \cdot a$

Expressões como essas são chamadas **termos** ou **monômios**.

Em um monômio distinguimos duas partes:

- uma parte numérica (constante);

A parte numérica também é chamada **coeficiente** do monômio.

Monômio	Coeficiente
$2x$	2
$\frac{3}{4}a$	$\frac{3}{4}$
$-5xy$	-5
$10a^2$	10

- uma parte literal (variável).

Quando o termo tem coeficiente 1, indica-se apenas a parte literal.

Termo	Coeficiente
x	1
ab	1

Orientações didáticas

Atividades

Nas atividades **19** a **23**, tem-se como objetivos escrever o termo geral de sequências numéricas por meio de expressões algébricas e, ao mesmo tempo, analisar as condições que as variáveis devem assumir, de acordo com o contexto considerado. Aproveite esse momento para retomar brevemente as concepções acerca do conjunto numérico dos números naturais, deixando claro que as estratégias são aplicáveis também a outros conjuntos.

Na atividade **22**, argumente que as expressões $2n + 1$ ou $2k - 1$, em que k e n são números naturais, não podem representar números pares, pois deixam resto quando divididas por 2. Tal argumentação promove o raciocínio lógico indutivo e dedutivo. Avalie a turma tendo em mente perfis diferentes de estudantes e proponha, assim, a melhor abordagem. Essa atividade trabalha principalmente a **EF07MA15**.

O que são monômios?

Na BNCC

Este tópico possibilita o trabalho e o aprofundamento da **EF07MA15** e da **EF07MA16** ao apresentar atividades que buscam reconhecer e utilizar a simbologia algébrica para representar regularidades.

Nesse momento, apresentamos os termos algébricos de uma expressão identificando a parte literal e o coeficiente de cada termo, sendo que os números representam os coeficientes e as letras, a parte literal. Busque nos conhecimentos prévios dos estudantes o significado do prefixo "mono". Pergunte a eles: "Em que outros contextos vocês encontram esse prefixo e o que ele parece significar?". Então, converse com eles sobre o significado da palavra "monômio" ou "termo", a fim de que seja possível perceber que uma expressão algébrica é formada por uma variável ou pelo produto de números e variáveis.

Orientações didáticas

Atividades

A atividade **24** tem por objetivo avaliar se os estudantes são capazes de identificar a parte literal e o coeficiente de cada termo algébrico apresentado. Caso apresentem dúvidas, faça a correção da atividade destacando o coeficiente de cada monômio.

O que são monômios?

Sugerimos que seja utilizado o significado da palavra "semelhante", para que os estudantes possam compreender o que são **termos semelhantes** no contexto da Álgebra. Para definir a **soma algébrica**, é possível efetuar operações com termos semelhantes, desse modo, é possível simplificar uma expressão algébrica.

Quando o coeficiente é −1, indica-se apenas a parte literal precedida do sinal −.

Termo	Coeficiente
$-p$	−1
$-xy$	−1

Atenção

- Números (expressões numéricas) como 3, 10, $-\frac{5}{7}$, $\frac{9}{2}$ e 0 são monômios.
- O número **zero** é chamado monômio **nulo**.
- Qualquer monômio de coeficiente zero é nulo. Por exemplo, os monômios:

$0x$ $0xy$ $0b^4$

são todos iguais a zero, pois:

$0 \cdot x = 0$ $0 \cdot x \cdot y = 0$ $0 \cdot b^4 = 0$

Atividades

Faça as atividades no caderno.

24. Determine, no caderno, o coeficiente de cada termo.

a) $9x$ 9
b) $-2a$ −2
c) $5m$ 5
d) $\frac{3}{4}ab$ $\frac{3}{4}$
e) xy 1
f) $-ab$ −1
g) 4 4
h) $\frac{x}{2}$ $\frac{1}{2}$

Termos semelhantes

Dois termos que têm partes literais iguais ou que não têm parte literal são denominados **termos semelhantes**.

São termos semelhantes, por exemplo:

- $6a$ e $-2a$
- $3x$ e $7x$
- $\frac{1}{2}ab$ e $-2ab$
- $-\frac{1}{4}$ e 3

Pelo conceito apresentado:

- $5x^2$ e $5x$ não são termos semelhantes. Você sabe dizer por quê? Porque as partes literais são diferentes: x^2 e x, respectivamente.
- $-3xy$ e $4yx$ são termos semelhantes, porque $4yx = 4xy$, e $-3xy$ é semelhante a $4xy$.

Soma algébrica de termos semelhantes

Aplicando a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição, podemos adicionar monômios semelhantes.

Acompanhe os exemplos:

- $3x + 7x = (3 + 7)x = 10x$
- $4a - 6a = (4 - 6)a = -2a$
- $2ab + \frac{3}{5}ab = \left(2 + \frac{3}{5}\right)ab = \frac{13}{5}ab$

Para adicionar termos semelhantes, adicionamos os coeficientes e conservamos a parte literal.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

25. Indique, no caderno, as expressões do primeiro grupo que têm termos semelhantes no outro grupo.
I-B; II-C; III-A; IV-D; V-F.

26. Verifique se estes termos são ou não monômios semelhantes e justifique sua resposta no caderno.

a) $2p$ e $3pq$ Não; partes literais diferentes.
b) $-3xy$ e $\frac{xy}{2}$ Sim; monômios com a mesma parte literal.
c) $2ab$ e $-7ba$ Sim; porque $ba = ab$, então são monômios de partes literais iguais.
d) $5x^2$ e $5x$ Não; partes literais diferentes.
e) $10r$ e $9r + 1$ Não; $9r + 1$ não é monômio.

27. Que termos de um grupo não têm semelhantes no outro grupo? Escreva no caderno.
F e IV.

28. No caderno, calcule a soma dos termos semelhantes em cada item.

a) $2x + 3x$ $5x$
b) $6y - 4y + 5y$ $7y$
c) $3a - 6a - a$ $-4a$
d) $2x + x - 3x$ $0x$ (ou 0)
e) $\frac{2}{5}m + \frac{3}{2}m$ $\frac{19}{10}m$
f) $\frac{1}{2}ab - 3ab$ $-\frac{5}{2}ab$

29. As medidas dos lados de cada polígono a seguir estão representadas por monômios ou pela soma algébrica de monômios. Calcule a medida de perímetro de cada polígono.

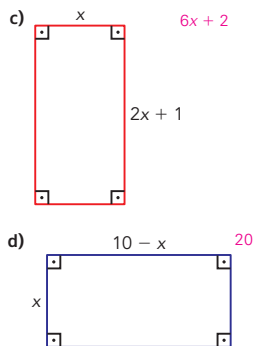
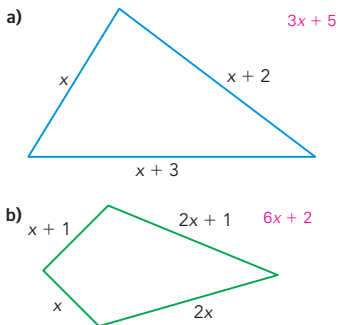
As imagens não estão representadas em proporção.

a) $3x + 5$

b) $6x + 2$

c) $6x + 2$

d) 20

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Orientações didáticas

Atividades

Para verificar se os estudantes conseguem reconhecer termos semelhantes entre os monômios, foram propostas as atividades **25** a **27**.

A atividade **28** tem por objetivo avaliar se o estudante consegue somar termos semelhantes e aplicar essa soma em uma situação envolvendo o cálculo da medida de perímetro de polígonos.

A proposta da atividade **29** é introduzir o conceito de polinômio como a soma algébrica de monômios com termos não semelhantes, assunto que será estudado em seguida.

Proposta para o estudante

Caso os estudantes apresentem dúvidas, existe um vídeo do Centro de Mídias do Estado de São Paulo que aborda o significado e expressões, simplificações e operações com monômios e polinômios.
CMSP. 11/08 – 7º ano EF – Matemática – Expressões algébricas equivalentes: Parte I. 2020. *YouTube*. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=M588LWHe6xA. Acesso em: 6 maio 2022.

Orientações didáticas

O que são polinômios?

Na BNCC

Este tópico possibilita o trabalho e o aprofundamento da **EF07MA15** e da **EF07MA16** ao apresentar atividades que buscam reconhecer e utilizar a simbologia algébrica para representar regularidades, e, nesse caso, utilizando-a para a compreensão da propriedade distributiva e do conceito de termos semelhantes de um polinômio.

As expressões algébricas podem ser classificadas de acordo com a quantidade de termos. Converse com os estudantes sobre a necessidade da simplificação das expressões, pois só conseguimos classificar uma expressão se ela estiver reduzida, ou seja, é preciso primeiro reunir os termos semelhantes. Caso apresentem dúvidas, sugira uma pesquisa no dicionário para a compreensão dos prefixos "mono", "bi", "tri" e "poli" e refaça as atividades, buscando, assim, interdisciplinaridade com o componente curricular **Língua Portuguesa**.

O que são polinômios?

Quantos termos têm estas expressões algébricas?

$3x$ → Essa expressão é um monômio. Tem 1 termo.

$3x + 7$

$\frac{1}{2}a + 2b - 3c + \frac{3}{5}$

} Essas expressões são somas algébricas de monômios. Uma tem 2 termos, e a outra tem 4.

Essas expressões são denominadas **polinômios**.

Quando um polinômio apresenta termos semelhantes, eles podem ser adicionados, ficando os terços semelhantes reduzidos a um só termo.

Confira alguns exemplos:

- $4x + 5 + 3 - 2x$

  Adicionando os termos semelhantes, obtemos:

  $(4x - 2x) + (5 + 3) = 2x + 8$

- $3a - 2 + \frac{1}{2}a + \frac{3}{5}$

  $\left(3a + \frac{1}{2}a\right) + \left(-2 + \frac{3}{5}\right) = \left(3 + \frac{1}{2}\right)a + \frac{-10 + 3}{5} = \frac{7}{2}a - \frac{7}{5}$

- $3x - 2y - 1 - x - 7y + y$

  $(3x - x) + (-2y - 7y + y) + (-1) = 2x - 8y - 1$

Em um polinômio, dois termos semelhantes com coeficientes opostos podem ser cancelados porque têm soma igual a zero. Por exemplo:

$$3x + \cancel{7x^2} - 1 - \cancel{7x^2} + 2x - (3x + 2x) - 1 - 5x - 1$$

Os polinômios formados por até três termos recebem nomes especiais.

Os polinômios com mais de três termos não têm nomes especiais.

Confira os exemplos:

$3x$ → monômio

$2x + 8$ → binômio

$2x - 8y - 1$ → trinômio

$4a + 3b + 2c + d + 1$ → polinômio

Atividades

Faça as atividades no caderno.

30. Reduza os termos semelhantes de cada polinômio.

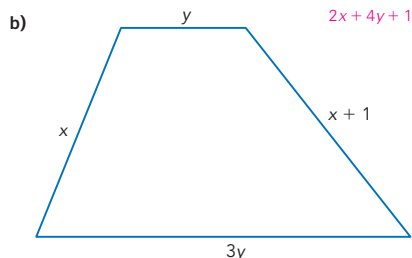
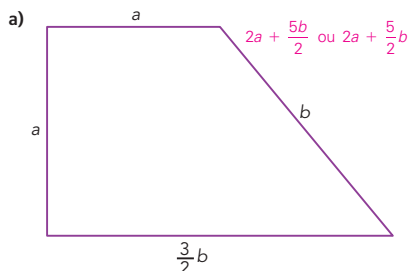
a) $7a + 3 - 2a + 5$ $5a + 8$

b) $3x + 7x - 5 + 2$ $10x - 3$

c) $2y - x - 1 + 3y + 2x + 1$ $5y + x$

31. Calcule a medida de perímetro de cada trapézio.

a) $2a + \frac{5b}{2}$ ou $2a + \frac{5}{2}b$

b) $2x + 4y + 1$

32. Richarlison tinha n reais na conta bancária. Fez uma retirada da metade do que tinha para pagar algumas contas no fim do mês. No dia seguinte retirou 120 reais para a mesada dos filhos. Logo depois, seu salário, de $2n + 880$ reais, foi depositado na conta. Com que saldo ficou após esse depósito? $\left(\frac{5}{2}\right)n + 760$

33. Reduzindo os termos semelhantes, alguma expressão a seguir resulta em binômio? Qual ou quais? Indique no caderno. Sim; **R**.

(P) $x^2 + 2x + 4 - x^2 + 2x - 4$ $4x$

(Q) $3y - 7x - 1 + 7x + 3 + y - x - 3$ $4y - x - 1$

(R) $a + 2ab + b - 2ab + c - b$ $a + c$

34. Aplique a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição ou à subtração e reduza os termos semelhantes.

a) $2(a + 4)$ $2a + 8$

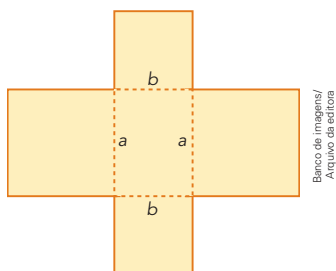
b) $5(2a - 1)$ $10a - 5$

c) $-4(2x - 3)$ $-8x + 12$

d) $10(3a - 2b + 1)$ $30a - 20b + 10$

e) $3(x + 2) + 2(2x - 1) + 1$ $7x + 5$

35. No caderno, calcule as medidas de perímetro e de área da figura. Ela é formada por 4 regiões quadradas e 1 região retangular de dimensões medindo a e b. $6a + 6b$; $2a^2 + 2b^2 + ab$

Banco de imagens/Arquivo da editora

36. Colocados em ordem crescente, que sucessão formam os números representados por $(2n + 1) + (2n - 1)$, em que n é um número natural qualquer? 0, 4, 8, 12, 16, 20, ... (dos naturais múltiplos de 4)

Orientações didáticas

Atividades

As atividades **30** a **33** têm por objetivo explorar a redução de termos semelhantes em polinômios, tomando como referência as expressões algébricas, o perímetro em polígonos e situações contextualizadas. Caso os estudantes apresentem dúvidas, faça a correção das atividades na lousa, explicando passo a passo o procedimento utilizado. A leitura e a tradução da língua portuguesa para a linguagem matemática também podem ser retomadas. Na atividade **31**, é possível tecer uma relação entre medida do perímetro e, por exemplo, a quantidade de material utilizada para construir uma cerca, fazendo, assim, a promoção positiva dos povos do campo e enfatizando a aplicação de conteúdos matemáticos à realidade. Questione os estudantes sobre outras possíveis aplicações de medidas de perímetro em que a notação algébrica possa ser aplicada. Na atividade **32**, oriente os estudantes a construírem o polinômio que representa o saldo da conta, por partes, acompanhando a ordem dos eventos descrita no enunciado. Assim, é montado o polinômio: $n - \frac{n}{2} - 120 + 2n + 880$, em que se deve reduzir os termos semelhantes.

Destacamos também a atividade **35**, em que se objetiva a redução de termos semelhantes tomando como referência a medida do perímetro de uma figura geométrica plana formada por quadrados e um retângulo cujas dimensões foram indicadas por variáveis. Espera-se que os estudantes percebam que, para obter a medida de perímetro, é necessário considerar o contorno da figura formada e, ao mesmo tempo, para encontrar a medida de área, é necessário a composição das regiões quadradas e da retangular.

Orientações didáticas

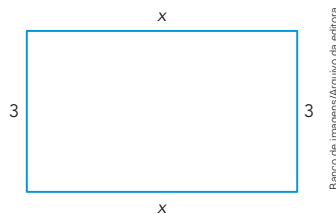
Expressões algébricas equivalentes

Na BNCC

Pelo estudo de regularidades em sequências, este tópico possibilita o trabalho da habilidade **EF07MA16** por apresentar atividades que buscam reconhecer se 2 expressões algébricas são equivalentes ou não.

Nesse momento, sugerimos uma leitura atenciosa do texto e, se necessário, refaça o quadro na lousa com o objetivo de reforçar a compreensão dos exemplos. Espera-se que os estudantes percebam que para cada número que substitui a variável, o valor numérico das 2 expressões algébricas é o mesmo, portanto, as expressões algébricas são equivalentes.

Expressões algébricas equivalentes

Qual é a medida de perímetro do retângulo a seguir?

A medida de perímetro é igual à soma das medidas dos lados: $x + 3 + x + 3$.

Como o retângulo tem dois lados de medida x e dois lados de medida 3, também podemos escrever que a medida de perímetro é: $2 \cdot x + 2 \cdot 3$ ou $2x + 6$.

As duas expressões algébricas, $x + 3 + x + 3$ e $2x + 6$, representam a medida de perímetro do retângulo. Desse modo, se for dado um valor numérico para x, os valores de cada expressão serão iguais, pois ambos representam a medida de perímetro.

Acompanhe os exemplos:

Expressão / Valor	$x + 3 + x + 3$	$2x + 6$
Para $x = 1$	$1 + 3 + 1 + 3 = 8$	$2 \cdot 1 + 6 = 2 + 6 = 8$
Para $x = 5$	$5 + 3 + 5 + 3 = 16$	$2 \cdot 5 + 6 = 10 + 6 = 16$
Para $x = \frac{7}{2}$	$\frac{7}{2} + 3 + \frac{7}{2} + 3 = \frac{7 + 6 + 7 + 6}{2} = \frac{26}{2} = 13$	$2 \cdot \frac{7}{2} + 6 = 7 + 6 = 13$
Para $x = 10{,}15$	$10{,}15 + 3 + 10{,}15 + 3 = 26{,}30$	$2 \cdot 10{,}15 + 6 = 20{,}30 + 6 = 26{,}30$

Dizemos que $x + 3 + x + 3$ e $2x + 6$ são **expressões algébricas equivalentes**.

Duas expressões algébricas são **equivalentes** quando apresentam valores numéricos iguais para todos os valores atribuídos à variável (ou variáveis).

Como as expressões algébricas são equivalentes, podemos escrever:

$$x + 3 + x + 3 = 2x + 6$$

A expressão $x + 3 + x + 3$ pode ser algebricamente transformada em $2x + 6$.

É isto que fazemos quando precisamos provar que duas expressões algébricas são equivalentes: transformamos uma na outra por meio de operações algébricas.

Duas expressões algébricas são equivalentes quando podemos transformar uma na outra por meio de operações algébricas.

Na atividade **36**, temos uma sucessão dos números representados pela expressão $(2n + 1) + (2n - 1)$, em que n representa um número natural. Uma expressão equivalente a essa e mais simples é $4n$, pois:

$$(2n + 1) + (2n - 1) = 2n + 1 + 2n - 1 = 4n$$

Logo, tal sucessão é a dos naturais múltiplos de 4.

Sequências

Uma **sequência numérica** é uma lista de números dispostos em determinada ordem

Vamos recordar a sequência dos números naturais primos:

$$(2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, \ldots)$$

Algebricamente, costumamos representar os elementos (ou termos) de uma sequência por uma letra com um índice relativo à posição do elemento na sequência:

$$(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \ldots, a_{n-1}, a_n, \ldots) \quad \text{(Lemos: a um, a dois, a três, etc.)}$$

a_1 é o primeiro termo, a_2 é o segundo termo, a_3 é o terceiro termo e assim por diante; a_n é o termo da posição n ou n-ésimo ou enésimo termo; a_{n-1} é o antecessor de a_n.

Por exemplo, na sequência $(2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, \ldots)$, temos $a_1 = 2$, $a_2 = 3$, $a_3 = 5$, $a_{10} = 29$.

Participe

Faça as atividades no caderno.

I. Considere a sequência dos naturais primos e responda:

a) Quais são os valores de a_5 e a_8? 11 e 19.

b) Qual é o valor de a_{12}? 37

c) Como se representa o sucessor de a_n? a_{n+1}

II. Considerando a sequência crescente de bonecas da imagem e sabendo que a primeira tem 2 cm de medida de altura, a segunda 4 cm, a terceira 6 cm e que, a partir da segunda, toda boneca tem medida de altura igual à da anterior acrescida de 2 cm, responda:

robin.ph/Shutterstock

Matrioskas são bonecas russas feitas de madeira que podem ser encaixadas umas dentro das outras.

a) Quais são as medidas de altura das 8 primeiras bonecas?

2 cm, 4 cm, 6 cm, 8 cm, 10 cm, 12 cm, 14 cm, 16 cm.

b) Nessa sequência, a décima boneca terá qual medida de altura? 20 cm

c) Nessa sequência, sabendo o valor de um termo a_{n-1}, qual é a fórmula para calcular o valor do termo seguinte a_n? $a_n = a_{n-1} + 2$

III. Sabendo que, em uma sequência em que $a_1 = 1$, $a_2 = 10$, $a_3 = 100$, e assim por diante, cada termo a partir do segundo é igual a 10 vezes o termo anterior, responda:

a) Qual é o sétimo termo (a_7)? 1 000 000

b) Qual é a fórmula para calcular o termo a_n conhecendo o valor do termo anterior a_{n-1}? $a_n = 10 \cdot a_{n-1}$

Fórmulas recursivas

Sequências como as dos itens **II** e **III** desse *Participe* podem ser apresentadas por **fórmulas recursivas**.

Dizemos que uma sequência é descrita algebricamente por meio de uma **fórmula recursiva** quando é dado o primeiro termo (ou mais termos iniciais) e uma relação que permite calcular os termos seguintes de acordo com os valores de termos anteriores. Chamamos essa fórmula **lei de formação** da sequência.

Podemos escrever a lei de formação da sequência do item **II** assim:

$a_1 = 2$ e $a_n = a_{n-1} + 2$, para $n > 1$ (o primeiro termo é 2 e, a partir do segundo, cada termo é o anterior mais 2).

Podemos escrever a lei de formação da sequência do item **III** assim:

$a_1 = 1$ e $a_n = 10 \cdot a_{n-1}$, para $n > 1$ (o primeiro termo é 1 e, a partir do segundo, cada termo é 10 vezes o anterior).

Proposta para o estudante

Sugerimos uma atividade que pode ser desenvolvida com o professor do componente curricular **Arte**. Ela divide-se em 3 etapas:

- 1ª etapa: Pesquisar sobre as bonecas matrioskas para conhecer o significado dessa palavra e o que elas representam na cultura russa.
- 2ª etapa: Construir um conjunto de bonecas matrioskas usando a criatividade e material diversificado, mas estabelecendo e mantendo um padrão de tamanho.
- 3ª etapa: Expor as matrioskas produzidas na escola.

Oriente os estudantes a usarem fontes confiáveis em todas as atividades de pesquisa e, na apresentação dessa atividade, a considerar também o público portador de deficiência: tradução em Libras ou mesmo proporcionando ao expectador uma experiência tátil das bonecas construídas facilitará o entendimento de sequência nesse contexto.

Orientações didáticas

Sequências

Na BNCC

Pelo estudo de sequências, este tópico possibilita o trabalho da habilidade **EF07MA14**, por identificar sequências definidas por fórmula recursiva na arte e literatura; e das **EFMA0715** e **EFMA0716** ao evidenciar o reconhecimento e a utilização de simbologia algébrica para expressar regularidades; das competências **CG09** e **CG10**, por incentivar a autonomia dos estudantes e a cooperação entre eles; da **CEMAT02**, por desenvolver o raciocínio lógico, como durante o estudo das sequências apresentadas; da **CEMAT03**, por apresentar relação entre diferentes campos da Matemática e de outras áreas do conhecimento; e da **CEMAT08** por desenvolver atividades em grupos nas quais os estudantes podem interagir com seus pares. Favorece, ainda, o desenvolvimento do TCT *Diversidade Cultural* ao explorar a variedade linguística na seção *Atividades*.

Participe

Este boxe está divido em 3 partes: na parte I, é proposto o reconhecimento de termos de uma sequência de números primos em que a_5 indica a quinta posição, a_8 indica a oitava posição e a_{12} indica a décima segunda posição. E, posteriormente, propõe-se a construção de uma expressão algébrica para generalizar o sucessor de um termo na sequência de números primos.

A parte II apresenta a análise de uma sequência numérica em que são representadas alturas de bonecas matrioskas, ou bonecas russas. Isso é uma maneira de valorizar a curiosidade intelectual e a diversificação em manifestações artísticas, bem como a diversidade de saberes e vivências culturais, conforme indicado pela **CG06** e pela **EF07MA14**. Verifique quais são as situações da cultura juvenil dos estudantes ou os contextos de que conhecem o conceito ou algo a respeito de funcionamento análogo e, a depender da interação com os estudantes, proponha uma abordagem transdisciplinar.

A parte III tem por objetivo identificar alguns termos da sequência, a partir do reconhecimento do padrão da sequência: "cada termo a partir do segundo é igual a 10 vezes o termo anterior" indica a possibilidade de representar a lei de formação da sequência por recorrência, para encontrar o termo geral a_n.

Orientações didáticas

Fórmulas recursivas

Nesse momento, sugerimos a leitura do texto e, se necessário, a releitura do boxe *Participe* para que os estudantes identifiquem a recursividade das sequências. Posteriormente, deve ser feita a construção da lei de formação que define uma sequência como recursiva. Explique que a palavra "recursiva" sugere uma ação a ser repetida.

Comente que a recursividade pode ser utilizada até mesmo em uma obra de arte, como indicado no boxe sobre as obras do artista holandês Escher.

Atividades

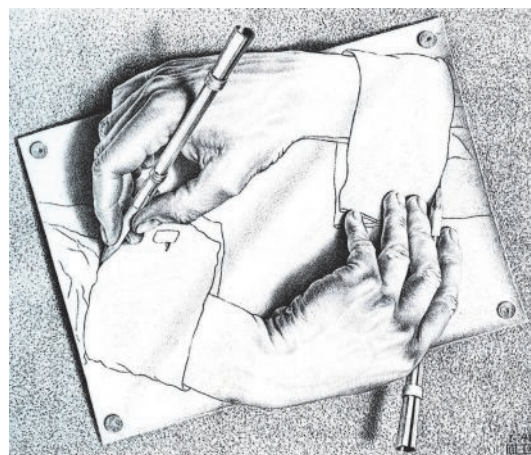
As atividades **37** a **40** têm por objetivo o reconhecimento de termos e a construção de uma lei de formação para descrever uma sequência como recursiva. Nesse sentido, a recursividade é apresentada em diversos contextos: no estudo de exemplos de sequências, na construção da lei de formação, na análise da sequência de Fibonacci. Caso os estudantes apresentem dúvidas, faça a correção das atividades na lousa e retome a explicação de recursividade e do reconhecimento de termos de uma sequência, bem como da construção da lei de formação. Avalie se as eventuais dificuldades estão no uso do formalismo matemático e, assim, incentive um registro autoral por parte dos estudantes, buscando levá-los a ter uma postura ativa na elaboração de seus registros.

Uma sugestão é explorar a obtenção de sequências por meio de fluxogramas, ou mapas mentais, que orientam a determinação da fórmula recursiva de uma sequência. Isso favorece o desenvolvimento da habilidade **EF07MA07**.

Aproveite o contexto da atividade **39** para propor aos estudantes que pesquisem aplicações da sequência de Fibonacci na natureza.

Podemos verificar a recursividade além da Matemática. Vamos analisar uma obra do artista holandês Escher. Ela transmite a ideia de uma mão desenhando a outra. O fato de uma mão depender da outra para ser desenhada é um exemplo de recursividade.

Maurits Cornelis Escher (1898-1972) foi um artista gráfico holandês, que ficou conhecido pelos trabalhos em xilogravuras e litogravuras empregando simetria e outros conceitos matemáticos. Sua arte surpreende por incluir situações impossíveis de serem concebidas na realidade.

Saiba mais sobre Escher em https://www.ebiografia.com/m_c_escher/. E no *site* oficial você pode apreciar as principais obras do artista: https://mcescher.com/gallery. Acesso em: 1 fev. 2022.

As imagens não estão representadas em proporção.

Drawing Hands, M. C. Escher, 1948 (litogravura de 28,2 cm × 33,3 cm).

Atividades

Faça as atividades no caderno.

37. Analise a regularidade de cada sequência e copie-as escrevendo o próximo termo de cada uma delas.

a) (2, 5, 8, 11, 14, ...) 17 **b)** (11, 22, 33, 44, 55, ...) 66 **c)** (10, 5, 0, −5, −10, ...) −15

38. Escreva, no caderno, a lei de formação recursiva de cada sequência da atividade anterior, preenchendo as ▨▨▨.

a) $a_1 =$ ▨▨▨ e $a_n = a_{n-1} + 3$, para $n > 1$. 2

b) $a_1 = 11$ e $a_n =$ ▨▨▨, para $n > 1$. $a_{n-1} + 11$

c) $a_1 =$ ▨▨▨ e $a_n =$ ▨▨▨, para $n > 1$. 10; $a_{n-1} - 5$.

39. Uma sequência histórica chamada **sequência de Fibonacci** apresenta o primeiro e o segundo termo iguais a 1. A partir do terceiro, cada termo é igual à soma dos dois anteriores.

a) Quais são os oito primeiros termos da sequência de Fibonacci? 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21.

b) Copie, no caderno, e preencha a lei de formação da sequência de Fibonacci completando as lacunas: $a_1 =$ ▨▨▨, $a_2 =$ ▨▨▨ e $a_n =$ ▨▨▨, para $n > 2$. 1, 1, $a_{n-1} + a_{n-2}$

40. Analise a sequência de figuras construídas com palitos de fósforos e responda às questões no caderno, de acordo com a regularidade da sequência.

Figura 1.

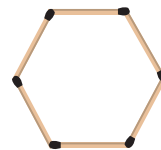



Figura 2.

Figura 3.

Figura 4.

...

a) Quantos palitos são necessários para formar a figura **5** da sequência? 7 palitos.

b) Qual é a fórmula recursiva que fornece o número de palitos em cada figura da sequência? $a_1 = 3$ e $a_n = a_{n-1} + 1$, para $n > 1$.

Proposta para o professor

Para mais curiosidades sobre a sequência de Fibonacci, indicamos as referências a seguir

ÁVILA, Geraldo. Retângulo áureo, divisão áurea e sequência de Fibonacci. *Revista do Professor de Matemática*, Rio de Janeiro, RJ, n. 6, p. 9-14, 1985. Disponível em: https://www.rpm.org.br/cdrpm/6/2.htm.

AZEVEDO, Alberto de. Sequências de Fibonacci. *Revista do Professor de Matemática*, Rio de Janeiro, RJ n. 45, p. 44-47, 2001. Disponível em: https://www.rpm.org.br/cdrpm/45/9.htm.

ZAHN, Maurício. Frações que geram a sequência de Fibonacci. *Revista do Professor de Matemática*, Rio de Janeiro, RJ, n. 74, p. 6-8, 2011. Disponível em: https://rpm.org.br/cdrpm/74/2.html.

Acesso em: 6 jun. 2022.

41. Exemplo de resposta: O padrão é acrescentar um elemento novo a cada estrofe e repetir os anteriores, na ordem em que aparecem.

41. Analise a letra da canção a seguir e descreva com suas palavras como se forma sua sequência de estrofes.

Lá em casa tinha um pinto,
lá em casa tinha um pinto
E o pintinho: Piu,
e o pintinho: Piu
E o pintinho: Piu,
e o pintinho: Piu
E o pintinho: Piu,
e o pintinho: Piu

Lá em casa tinha uma galinha,
lá em casa tinha uma galinha
E a galinha: Có,
e o pintinho: Piu
E o pintinho: Piu,
e o pintinho: Piu
E o pintinho: Piu,
e o pintinho: Piu

Lá em casa tinha um galo,
lá em casa tinha um galo
E o galo: Corococó,
e a galinha: Có
E o pintinho: Piu,
e o pintinho: Piu
E o pintinho: Piu,
e o pintinho: Piu

Lá em casa tinha um peru,
lá em casa tinha um peru
E o peru: Glu glu,
e o galo: Corococó
E a galinha: Có,
e o pintinho: Piu
E o pintinho: Piu,
e o pintinho: Piu

Lá em casa tinha um capote,
lá em casa tinha um capote
E o capote: Totac, e o peru: Glu glu
E o galo: Corococó,
e a galinha: Có
E o pintinho: Piu,
e o pintinho: Piu
E o pintinho: Piu,
e o pintinho: Piu

Lá em casa tinha um gato,
lá em casa tinha um gato
E o gato: Miau,
e o capote: Totac
E o peru: Glu glu,
e o galo: Corococó
E a galinha: Có,
e o pintinho: Piu
E o pintinho: Piu,
e o pintinho: Piu

Lá em casa tinha um cachorro,
lá em casa tinha um cachorro
E o cachorro: Au au,
o gato: Miau
E o capote: Totac,
e o peru: Glu glu
E o galo: Corococó,
e a galinha: Có
E o pintinho: Piu,
e o pintinho: Piu
E o pintinho: Piu,
e o pintinho: Piu

Lá em casa tinha uma cabra,
lá em casa tinha uma cabra
E a cabra: Mé,
o cachorro: Au au
O gato: Miau,
e o capote: Totac
E o peru: Glu glu,
e o galo: Corococó
E a galinha: Có,
e o pintinho: Piu
E o pintinho: Piu,
e o pintinho: Piu

Lá em casa tinha um bode,
lá em casa tinha um bode
E o bode: Bé,
a cabra: Mé
O cachorro: Au au,
o gato: Miau
E o capote: Totac,
e o peru: Glu glu
E o galo: Corococó,
e a galinha: Có
E o pintinho: Piu,
e o pintinho: Piu
E o pintinho: Piu,
e o pintinho: Piu

Lá em casa tinha uma vaca,
lá em casa tinha uma vaca
E a vaca: Mó,
o bode: Bé
A cabra: Mé,
o cachorro: Au au
O gato: Miau,
e o capote: Totac
E o peru: Glu glu,
e o galo: Corococó
E a galinha: Có,
e o pintinho: Piu
E o pintinho: Piu,
o pintinho: Piu

Lá em casa tinha um boi,
lá em casa tinha um boi
E o boi: Mú,
a vaca: Mó
O bode: Bé,
e a cabra: Mé
O cachorro: Au au,
o gato: Miau
E o capote: Totac,
e o peru: Glu glu
E o galo: Corococó,
e a galinha: Có
E o pintinho: Piu,
e o pintinho: Piu
E o pintinho: Piu,
e o pintinho: Piu

Lá em casa tinha uma moça,
lá em casa tinha uma moça
E a moça: Ó,
e o boi: Mú
A vaca: Mó,
o bode: Bé
E a cabra: Mé,
o cachorro: Au au
O gato: Miau,
e o capote: Totac
E o peru: Glu glu,
e o galo: Corococó
E a galinha: Có,
e o pintinho: Piu
E o pintinho: Piu,
e o pintinho: Piu

AMARELINHO, Pintinho. *Pintinho Piu*. 2013.

Orientações didáticas

Atividades

Nas atividades **41** a **43**, são apresentadas manifestações artísticas, como poemas e ilustrações, que podem ser representadas por uma sequência definida como recursiva. Análogo ao que foi realizado na atividade **41**, uma opção de atividade interdisciplinar que abranja o componente curricular **Língua Portuguesa** é relacionar as sequências definidas como recursivas com o conteúdo de poesia concreta. Peça aos estudantes que anotem em seus cadernos exemplos de poesia concreta onde se possa identificar sequências definidas como recursivas e seus elementos.

Orientações didáticas

Atividades

Ao explorar o boxe de sugestão de acesso à internet, comente com os estudantes sobre as variações linguísticas existentes em nosso país e proponha que pesquisem outras palavras que tenham significados distintos dependo da localização em que são empregadas. Destacamos a atividade de **42**, que traz uma obra de Escher elaborada com base no princípio da recursividade, permitindo interdisciplinaridade com **Arte**.

Fórmulas não recursivas

Sugerimos que a leitura do texto seja feita com os estudantes. É importante compreender que, quando uma sequência é representada algebricamente por meio de uma fórmula não recursiva, isso permite que seja calculado cada termo sem que seja necessário conhecer outros termos da sequência. Caso os estudantes apresentem dúvidas, proponha exemplos de sequência com leis de formação não representadas de maneira recursiva, por exemplo: $a_n = n^3$ ou $b_n = 3n$.

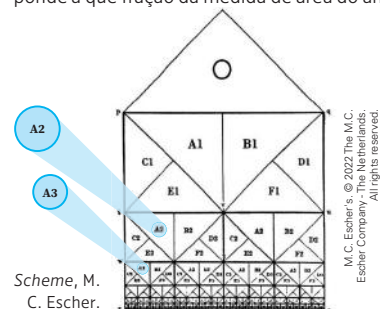
Você sabe o que é capote? E arroz de capote? Em alguns estados do Nordeste do Brasil, capote é um nome dado à galinha-d'angola, uma ave de origem africana. Arroz de capote, ou simplesmente capote, é uma receita piauiense preparada com a carne dessa ave. Pesquise algumas receitas de sua região ou estado e, para saber mais sobre algumas receitas nordestinas, acesse o artigo:

CAMPOS, R. F. F. *et al*. Gastronomia nordestina: uma mistura de sabores brasileiros. *In*: ENCONTRO DE INICIAÇÃO À DOCÊNCIA, 11., 2008, João Pessoa. *Anais* [...]. João Pessoa: UFPB, 2008. Disponível em: http://www.prac.ufpb.br/anais/xenex_xienid/xi_enid/monitoriapet/ANAIS/Area6/6CCSDNMT01.pdf. Acesso em: 12 maio 2022.

42. A gravura a seguir foi criada por Escher. Nela há imagens que se repetem, induzindo ao raciocínio de repetição infinita delas.

Smaller and smaller, M. C. Escher, 1956 (entalhe em madeira de 38 cm × 38 cm).

No esquema a seguir (também elaborado por Escher), considerando a sequência de triângulos A1, A2, A3, ..., a medida de área de cada um corresponde a que fração da medida de área do anterior? $\frac{1}{4}$

Scheme, M. C. Escher.

43. Analise esta construção da sequência de quadrados. Cada um, a partir do segundo, tem um vértice no centro do anterior. Se o primeiro quadrado, o maior, tem lado que mede 60 cm, qual é a medida de perímetro do quinto quadrado da sequência? 15 cm

Banco de imagens/Arquivo da editora

Fórmulas não recursivas

Na atividade **40**, apresentamos uma sequência de figuras com palitos de fósforos em que:

- a figura 1 tem 3 palitos;
- a figura 2 tem 4 palitos;
- a figura 3 tem 5 palitos;
- a figura 4 tem 6 palitos;

e assim por diante.

O número de palitos em cada figura forma a sequência numérica $(3, 4, 5, 6, \ldots)$. Note que cada figura n é composta de $n + 2$ palitos. Assim, nessa sequência numérica, temos $a_n = n + 2$, para todo n.

Essa é uma **fórmula não recursiva** dessa sequência, pois podemos escrever o valor de qualquer termo sem precisar de termos anteriores. Por exemplo:

$$a_{10} = 10 + 2$$
$$a_{10} = 12$$

Na figura 10 há 12 palitos.

Na sequência dos inteiros positivos quadrados perfeitos $(1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, \ldots)$, temos:

- o primeiro termo é 1^2;
- o segundo termo é 2^2;
- o terceiro é 3^2;
- o n-ésimo termo é n^2.

Portanto, podemos escrever a lei de formação dessa sequência utilizando uma fórmula não recursiva: $a_n = n^2$.

Podemos calcular, por exemplo, o vigésimo termo, sem precisar conhecer termos anteriores.

$$a_{20} = 20^2 = 400$$

Dizemos que uma sequência é descrita algebricamente por meio de uma **fórmula não recursiva** quando esta permite calcular cada termo da sequência sem precisar conhecer os termos anteriores. Também chamamos essa fórmula de **lei de formação** da sequência.

Sequências sem fórmulas algébricas

Existem sequências numéricas que não apresentam uma lei de formação algébrica. Elas não podem ser escritas de forma recursiva nem não recursiva.

Por exemplo, a sequência dos números naturais primos $(2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, \dots)$ é uma sequência que não apresenta uma lei de formação algébrica.

Não há fórmula algébrica para calcular todos os números primos. Uma sequência assim é descrita por uma propriedade comum a todos os seus elementos, se houver; nesse caso, são os números primos.

Outro exemplo: a sequência dos números de dias dos meses de um ano não bissexto é $(31, 28, 31, 30, 31, 30, 31, 31, 30, 31, 30, 31)$.

E também há sequências que não apresentam nenhuma regularidade, dadas explicitamente indicando o valor de cada elemento. Por exemplo, a sequência de 5 termos em que $a_1 = 3$, $a_2 = -5$, $a_3 = \frac{1}{2}$, $a_4 = 13$ e $a_5 = 0$.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

44. Responda no caderno. Na sequência $\left(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \dots\right)$:

a) qual é o sexto termo? $\frac{6}{7}$

b) qual é o décimo termo? $\frac{10}{11}$

c) qual é o centésimo termo? $\frac{100}{101}$

d) qual é a fórmula algébrica para calcular o termo a_n? É uma fórmula recursiva ou não recursiva? $a_n = \frac{n}{(n+1)}$; não recursiva.

45. Pesquise e responda: Qual é a sequência dos anos em que o Brasil foi campeão da Copa do Mundo Fifa de Futebol Masculino? Há regularidade matemática nessa sequência? (1958, 1962, 1970, 1994, 2002); não.

46. Qual é a lei de formação da sequência a seguir, dos anos de ocorrência de Jogos Olímpicos da Era Moderna $(2020, 2024, 2028, 2032, 2036, \dots)$? Indique o valor de a_1 e a_n. $a_1 = 2020$ e $a_n = a_{n-1} + 4$, para $n > 1$.

Localizado em um espaço de 6.900 m² no avesso das arquibancadas do Estádio Municipal Paulo Machado de Carvalho – o Pacaembu, o Museu do Futebol foi inaugurado em 29 de setembro de 2008 e é um dos museus mais visitados do país. No *site* https://museudofutebol.org.br/ (acesso em: 1º fev. 2022), encontram-se informações sobre o museu, a história do futebol, o horário de funcionamento, entre outras.

47. Faça o que se pede.

a) Escreva, no caderno, a sequência dos números pares positivos. (2, 4, 6, 8, 10, ...)

b) Apresente uma lei de formação dessa sequência na forma recursiva e outra na forma não recursiva. $a_1 = 2$ e $a_n = a_{n-1} + 2$, para $n > 1$; $a_n = 2n$.

48. Conservando a regularidade das figuras da sequência, quantas bolinhas há na figura n? n^2

Figura 1. Figura 2. Figura 3. Figura 4. Figura 5. ...

Banco de imagem/Arquivo da editora

49. Conservando a regularidade das figuras da sequência, quantas bolinhas há na próxima figura? 30 bolinhas. $(5 \times 6 = 30$ ou $5^2 + 5 = 30)$

Figura 1. Figura 2. Figura 3. Figura 4. ...

Banco de imagem/Arquivo da editora

Orientações didáticas

Sequências sem fórmulas algébricas

Mostre aos estudantes que existem sequências que não são representadas por fórmulas algébricas. Por exemplo, a sequência dos números de dias dos meses do ano e a dos números primos, ou outras sequências que não apresentem regularidades.

Atividades

As atividades **44** a **51** têm como objetivo identificar os termos e expressar a lei de formação de uma sequência, verificando se a representação é recursiva ou não. A regularidade de algumas sequências emerge em diferentes contextos. Caso necessário, construa cada uma das sequências propostas.

Na atividade **46**, comente com os estudantes que, devido à pandemia de covid-19, os Jogos Olímpicos de 2020 foram adiados e ocorreram em 2021.

Comente com os estudantes sobre a sugestão de visitação ao Museu do Futebol. Explique à turma que a exposição principal desse museu está distribuída em 15 salas temáticas e narra de maneira lúdica e interativa como o futebol chegou ao Brasil e se tornou parte da nossa história e da nossa cultura.

Uma sugestão é explorar a obtenção de sequências por meio de fluxogramas, ou mapas mentais, que orientam a determinação da fórmula não recursiva de uma sequência. Isso favorece o desenvolvimento da habilidade **EF07MA07**.

Proposta para o professor

Indicamos a leitura complementar dos artigos a seguir, em que se apresentam direcionamentos que podem contribuir para a melhoria do ensino de Álgebra.

ARAUJO, Elizabeth A. de. Ensino de álgebra e formação de professores. *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, v. 10, n. 2, p. 331-346, 2008. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/1740/1130.

JUNGBLUTH, Adriana; SILVEIRA, Everaldo; GRANDO, Regina C. O estudo de sequências na educação algébrica nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, v. 21, n. 3, p. 96-118, 2019. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/44255/pdf. Acesso em: 6 jun. 2022.

Orientações didáticas

Atividades

Destacamos a atividade **51**, na qual objetiva-se encontrar os termos da sequência a partir da fórmula do termo geral e, posteriormente, verificar a equivalência entre essas maneiras de representação. Caso os estudantes apresentem dúvidas, faça a atividade na lousa, verificando que, para as 2 fórmulas, encontramos o mesmo valor quando substituímos por um mesmo número o valor de n. Enfatize na lousa a propriedade distributiva de modo generalizado, caso ainda haja dúvidas, por exemplo, $a(b + c) = ab + ac$, favorecendo, assim, o letramento matemático e retomando propriedades anteriormente trabalhadas.

Na atividade **53**, é possível explorar a criatividade dos estudantes com a elaboração de sequências representadas por fórmulas recursivas, o que valoriza as **CG09** e **CG10** da BNCC. Em contexto de retorno presencial, tal atividade restabelece os vínculos com a comunidade escolar, com o grupo de colegas e com as metodologias ativas de aprendizado por pares.

Na olimpíada

Nesta seção, as questões referentes à Obmep apresentam a análise de sequências em diferentes contextos, buscando a leitura e a interpretação das informações e valorizando o raciocínio logico, conforme a **CEMAT02**.

50. Registre no caderno:

a) Quantas bolinhas há na figura n da atividade anterior? $n(n + 1)$ ou $n^2 + n$ bolinhas.

b) Os números de bolinhas em cada figura formam a sequência numérica $(2, 6, 12, 20, \ldots)$. Escreva duas fórmulas algébricas equivalentes, não recursivas, para calcular o n-ésimo termo dessa sequência. $a_n = n(n + 1)$ ou $a_n = n^2 + n$.

51. Faça o que se pede.

a) Escreva, no caderno, os três primeiros termos da sequência em que $a_n = 10n + 1$. 11, 21, 31.

b) Escreva, no caderno, os três primeiros termos da sequência em que $a_n = 5(2n + 1) - 4$. 11, 21, 31.

c) Calcule o décimo termo de cada sequência anterior. São iguais ou diferentes? 101; são iguais.

d) Para concluir que as duas sequências são idênticas, é preciso provar que as duas fórmulas são algebricamente equivalentes. Verifique se isso acontece. Sim, pois $5(2n + 1) - 4 = 10n + 5 - 4 = 10n + 1$.

52. Forme uma sequência que seja representada por uma fórmula recursiva e escreva seus cinco primeiros termos. Depois, troque com um colega para que ele escreva os próximos três termos da sequência que você criou e para que você escreva os próximos três termos da sequência que ele criou. O exemplo de resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

53. Uma sequência é dada pela fórmula $a_n = (-2n + 1) + (n - 2)$ para $n = 1, 2, 3, \ldots$ Escreva uma fórmula mais simples e equivalente a essa e, depois, calcule o milésimo termo da sequência. $a_n = -n - 1$; $-1\,001$.

Na olimpíada

Faça as atividades no caderno.

Quantas partidas eles disputaram?

(Obmep) Lúcia e Antônio disputaram várias partidas de um jogo no qual cada um começa com 5 pontos. Em cada partida, o vencedor ganha dois pontos e o derrotado perde 1 ponto, não havendo empates. Ao final, Lúcia ficou com dez pontos e Antônio ganhou exatamente três partidas. Quantas partidas eles disputaram ao todo? Alternativa **b**.

a) 6 **b)** 7 **c)** 8 **d)** 9 **e)** 10

Desligue o celular

(Obmep) Durante a aula, dois celulares tocaram ao mesmo tempo. A professora logo perguntou aos alunos: “De quem são os celulares que tocaram?”. Guto disse: “O meu não tocou”, Carlos disse: “O meu tocou” e Bernardo disse: “O de Guto não tocou”. Sabe-se que um dos meninos disse a verdade e os outros dois mentiram. Qual das seguintes afirmativas é verdadeira? Alternativa **b**.

Reprodução/Obmep, 2013.

a) O celular de Carlos tocou e o de Guto não tocou.

b) Bernardo mentiu.

c) Os celulares de Guto e Carlos não tocaram.

d) Carlos mentiu.

e) Guto falou a verdade.

As imagens não estão representadas em proporção.

Rodízio perfeito

(Obmep) Em uma competição, as partidas têm duração de 60 minutos, e cada time tem sempre 5 jogadores em campo. Em determinada partida, um time inscreveu 8 atletas e foram feitas várias substituições de modo que cada um deles jogou a mesma quantidade de tempo. Quanto tempo cada um deles jogou nessa partida? Alternativa **c**.

Reprodução/Obmep, 2017.

a) 27 minutos e 30 segundos

b) 30 minutos

c) 37 minutos e 30 segundos

d) 40 minutos

e) 42 minutos e 30 segundos

Equações

EF07MA13
EF07MA11
EF07MA18

O que são equações?

Um caminho para descobrir um número desconhecido

Em problemas de Matemática nos quais se quer calcular um número desconhecido, podemos proceder assim:

1º) Escolher uma letra para representar o número desconhecido.

2º) Escrever uma sentença matemática que seja a tradução simbólica de uma descrição do problema em estudo.

Acompanhe um exemplo:

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

Se chamarmos de x o número de balas que o professor tem na mão, o problema proposto pode ser traduzido pela seguinte sentença:

$$3 \cdot x + 5 = 11$$

A sentença $3 \cdot x + 5 = 11$ expressa uma igualdade e contém uma letra que representa um número desconhecido (**incógnita**). Sentenças assim são chamadas **equações**.

Você vai resolver esse problema um pouco mais adiante.

Incógnita: aquilo que é desconhecido e que se procura saber.

Participe

Faça as atividades no caderno.

I. Antigamente, no Egito, a incógnita era chamada *aha*, palavra que pode ser traduzida como "monte" ou "quantidade". No texto sobre equações na seção *Na História*, no capítulo **17**, consta o primeiro problema com *aha* do papiro de Rhind (cerca de 1750 a.C.): "A soma de *aha* com sua sétima parte é 19".

Prática de pesquisa

a) Com um colega, pesquise na internet quem foi Rhind e elabore um pequeno texto sobre ele.

b) Representando *aha* por x, transforme o problema do papiro de Rhind em uma equação. $x + \frac{x}{7} = 19$

II. Agora, leia os seguintes problemas e responda às perguntas no caderno:

a) Helena e Patrícia são gêmeas. A soma da idade delas é 46 anos.

Representando por x a idade de cada uma, qual equação representa essa afirmação? $x + x = 46$

b) Um número adicionado à sua quinta parte resulta em 12.

Representando o número desconhecido por x, qual equação representa essa afirmação? $x + \frac{x}{5} = 12$

I. a) Exemplo de resposta: Advogado e antiquário escocês que adquiriu no Egito, em 1858, o papiro que continha textos matemáticos. Alexander Henry Rhind viveu de 1833 a 1863. O papiro encontra-se no Museu Britânico, em Londres (Inglaterra). Fonte dos dados: BOYER, Carl B. *História da Matemática.* Tradução de Elza F. Gomide. 2. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1996, p. 9.

Orientações didáticas

O que são equações?

Na BNCC

Este capítulo possibilita o trabalho das competências **CEMAT02**, por incentivar o raciocínio lógico para a resolução das equações; **CEMAT01**, por desenvolver o entendimento da Matemática como uma Ciência humana e de contribuição de diversas culturas e momentos históricos; e **CEMAT08**, ao propor as atividades em grupos nas quais os estudantes podem interagir com seus pares. Mobiliza com maior ênfase as habilidades **EF07MA13** e **EF07MA18**, ao abordar a diferença entre variável e incógnita e propor a resolução e elaboração de problemas empregando equações.

Equação é um dos conceitos matemáticos de maior aplicabilidade na resolução de problemas. Nesse momento, é importante conversar com os estudantes sobre a diferença entre expressões algébricas e equações. Retome as diferenças entre variável e incógnita e incentive que os estudantes registrem essas diferenças.

Participe

Esse boxe, dividido em 2 partes, é uma possibilidade para utilizar a História da Matemática, buscando o entendimento da Matemática como um trabalho de diversos cientistas inseridos em diferentes localidades e momentos históricos, mobilizando assim a **CEMAT01**. Na parte I, é proposta uma pesquisa e uma conversa sobre o papiro de Rhind, mostrando, também, que antigamente no Egito, a palavra "incógnita" era conhecida como *aha*. Na parte II, é proposta a construção das equações a partir da língua portuguesa, nesse sentido, priorizando a compreensão da simbologia matemática.

Orientações didáticas

Atividades

A atividade **1** tem por objetivo o reconhecimento dos elementos que pertencem a cada um dos membros de uma equação. Solicita, também, a elaboração de um problema com base nos dados apresentados, favorecendo a criatividade e valorizando a **CG02**, **CG09** e **CG10**.

c) O problema a seguir pode ser transformado em uma equação? Se sim, escreva a equação representando o número desconhecido por x. $\frac{x}{3} + 2 = x + 1$

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

d) A soma de três números inteiros consecutivos é 108. Qual é a equação que expressa o problema em símbolos? Representando o menor desses números inteiros por n, a equação é: $n + (n + 1) + (n + 2) = 108$.

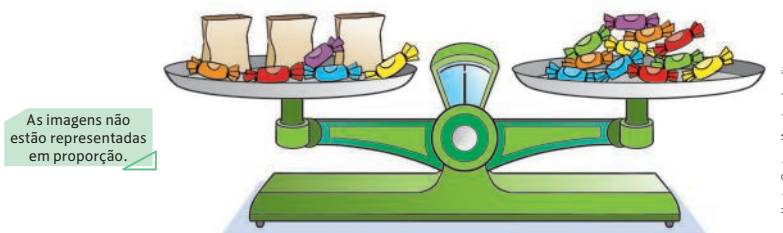
Equação é uma sentença matemática que contém uma ou mais incógnitas e é expressa por uma igualdade.

Toda equação é composta de uma expressão colocada à esquerda do sinal de igual $(=)$ e de outra, à direita desse sinal. Essas expressões são denominadas **membros** da equação.

$$\underbrace{3x + 5}_{1^{\underline{o}}\text{ membro}} = \underbrace{11}_{2^{\underline{o}}\text{ membro}}$$

A ilustração a seguir representa essa equação. Considerando que em cada saquinho há x balas e que a massa das embalagens é desprezível, os dois pratos da balança ficam em equilíbrio quando estão com massas de balas iguais.

As imagens não estão representadas em proporção.

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1. Identifique o primeiro e o segundo membros da equação:

$$3x + 1 = 2x - 3$$

Agora, elabore um problema que possa ser representado por essa equação e troque-o com um colega para que um avalie o problema do outro.

$1^{\underline{o}}$ membro: $3x + 1$; $2^{\underline{o}}$ membro: $2x - 3$. O exemplo de problema encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

2. Analise os itens a seguir e identifique se as letras são variáveis ou incógnitas.

a) $3x - 6$ Variável.

b) $x - 4 = 26$ Incógnita.

c) $\frac{x}{2}$ Variável.

d) $2y + z = 23$ Incógnitas.

Proposta para o professor

O trabalho acadêmico indicado tem por objetivo apresentar a Matemática egípcia, com foco na resolução de alguns problemas algébricos do papiro de Rhind.

REIS, Alex M. dos. *A Matemática Egípcia*: solução de alguns problemas algébricos do papiro de Rhind (Trabalho de Conclusão de Curso) (Licenciatura em Matemática) – Ifsp, São Paulo, 2018. Disponível em: http://eadcampus.spo.ifsp.edu.br/pluginfile.php/167151/mod_resource/content/0/Alex%20Marques%20dos%20Reis.pdf. Acesso em: 6 jun. 2022.

Raiz de uma equação

Na equação $3 \cdot x + 5 = 11$, vamos substituir x por alguns números:

- para $x = 0$, temos: $3 \cdot 0 + 5 = 11$, que corresponde a $5 = 11$ (falso);
- para $x = 1$, temos: $3 \cdot 1 + 5 = 11$, que corresponde a $8 = 11$ (falso);
- para $x = \frac{5}{3}$, temos: $3 \cdot \frac{5}{3} + 5 = 11$, que corresponde a $10 = 11$ (falso);
- para $x = 2$, temos: $3 \cdot 2 + 5 = 11$, que corresponde a $11 = 11$ (verdadeiro).

O número 2 colocado no lugar da incógnita x transforma a equação $3 \cdot x + 5 = 11$ numa sentença verdadeira: $3 \cdot 2 + 5 = 11$. Por esse motivo, 2 é raiz da equação.

Um número é **raiz** (ou **solução**) de uma equação quando, colocado no lugar da incógnita, transforma a equação em uma sentença verdadeira.

Acompanhe outros exemplos:

- 8 é raiz da equação $x + 1 = 9$, porque $8 + 1 = 9$ é uma sentença verdadeira.
- -4 é raiz da equação $3 - 2x = 11$, porque $3 - 2(-4) = 11$ é uma sentença verdadeira.

Como podemos verificar se 3 é raiz de $2x + 1 = 4 + x$?

Primeiro, substituímos a incógnita pelo número dado:

$$2 \cdot 3 + 1 = 4 + 3$$

Depois, calculamos o valor de cada membro:

$$6 + 1 = 4 + 3$$

e verificamos se a sentença resultante é verdadeira:

$$7 = 7$$

Como obtemos uma sentença verdadeira, concluímos que 3 é raiz da equação $2x + 1 = 4 + x$. Acompanhe outro exemplo:

$$\frac{2x - 1}{2} + \frac{3x + 1}{3} = \frac{5x - 3}{6}$$

Substituindo x por 2, fica:

$$\frac{2 \cdot 2 - 1}{2} + \frac{3 \cdot 2 + 1}{3} = \frac{5 \cdot 2 - 3}{6}$$

$$\frac{4 - 1}{2} + \frac{6 + 1}{3} = \frac{10 - 3}{6}$$

$$\frac{3}{2} + \frac{7}{3} = \frac{7}{6}$$

$$\frac{9 + 14}{6} = \frac{7}{6} \Rightarrow \frac{23}{6} = \frac{7}{6} \text{ (falso)}$$

Nesse caso, concluímos que 2 não é raiz da equação dada.

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

Orientações didáticas

Raiz de uma equação

Na BNCC

Este tópico possibilita o desenvolvimento das habilidades **EF07MA11** e **EF07MA18**, ao propor a resolução de equações determinando suas raízes por meio da utilização das quatro operações básicas nos cálculos.

Sugerimos que o exemplo apresentado no texto seja feito passo a passo na lousa, com os estudantes. Explique que descobrir a raiz de uma equação é encontrar o número que, ao substituir a incógnita, torna a igualdade verdadeira. Caso os estudantes apresentem dúvidas, faça novos exemplos. Sugestão:

$3 \cdot n + 4 = 10$, a raiz da equação é 2, pois: $3 \cdot 2 + 4 = 10 \Rightarrow 6 + 4 = 10 \Rightarrow 10 = 10$.

Orientações didáticas

Atividades

Com o objetivo de verificar os valores que são raízes das equações, são indicadas as atividades **3** a **5**. Caso os estudantes apresentem dúvidas, faça a correção explicando o passo a passo das operações realizadas. Retome a explicação para as operações com números racionais e explicite que o uso do termo "raiz" aqui não se relaciona com a operação "raiz quadrada", mas sim com a solução que satisfaz determinada equação.

Como se determina a raiz?

Este tópico inicia com um boxe *Participe* que utiliza o recurso da balança de 2 pratos para representar a relação de igualdade. Converse com os estudantes para incentivar neles a percepção da relação. Caso apresentem dúvidas, disponibilize a balança de 2 pratos e objetos a serem pesados, reproduzindo a cena indicada.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

3. Faça os cálculos e responda no caderno.

a) O número 2 é raiz da equação $3x + 7 = 2(x + 4) + 1$? Sim.

b) O número 0 é raiz da equação $5(2x - 1) + 7(2 + 3x) = -3(x - 3)$? Sim.

c) O número 5 é raiz da equação $2(x + 1) = 3(2x + 1) - 7(x - 2)$? Sim.

4. Dados os números 0, -1 e -2, qual deles é raiz da equação $1 - 3x = 7$? -2

5. O número -2 é raiz de quais equações? Alternativas **a** e **c**.

a) $x + 4 = 6 + 2x$

b) $5x + 1 = 4x$

c) $2(x + 2) = 3(4 + 2x)$

d) $x - 2 = 5x - 10$

Como se determina a raiz?

Participe

Faça as atividades no caderno.

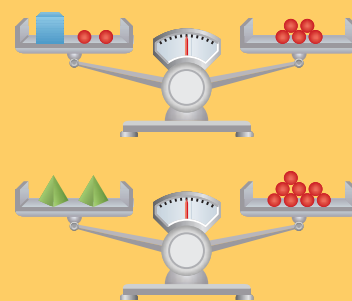
Nas ilustrações, os pratos das balanças estão em equilíbrio.

Ilustrações: Ericson Guilherme Luciano/Arquivo da editora

a) Quantas ● são necessárias para equilibrar um ■? 3

b) Na equação $x + 2 = 5$, quanto vale x? 3

c) Quantas ● são necessárias para equilibrar uma ▲? 4

d) Qual é a raiz da equação $2x = 8$? 4

A seguir, acompanhe algumas maneiras de resolver uma equação.

Desfazendo a adição

Como podemos encontrar a raiz da equação $x + \frac{3}{5} = \frac{7}{2}$?

Para "desfazer" a adição realizada com x, subtraímos $\frac{3}{5}$ dos dois membros da equação e efetuamos a operação no segundo membro.

$$x + \frac{3}{5} - \frac{3}{5} = \frac{7}{2} - \frac{3}{5}$$

$$x = \frac{7}{2} - \frac{3}{5}$$

$$x = \frac{35 - 6}{10}$$

$$x = \frac{29}{10}$$

A raiz é $\frac{29}{10}$.

Conferindo: $\frac{29}{10} + \frac{3}{5} = \frac{29+6}{10} = \frac{35}{10} = \frac{7}{2}$ (verdadeiro).

Desfazendo a subtração

Subtraindo 132 de um número, obtemos 44. Que número é esse?

Sendo x o número desconhecido, essa situação é representada pela seguinte equação:

$$x - 132 = 44$$

Para "desfazer" a subtração realizada com x, adicionamos 132 aos dois membros da equação e efetuamos as operações:

$$x - 132 + 132 = 44 + 132$$
$$x = 44 + 132$$
$$x = 176$$

O número é 176.

Conferindo: $176 - 132 = 44$ (verdadeiro).

Desfazendo a multiplicação

Como resolver a equação $7 \cdot x = 4{,}9$?

Para "desfazer" a multiplicação realizada com x, devemos dividir os dois membros por 7.

$$\frac{7 \cdot x}{7} = \frac{4{,}9}{7}$$
$$x = \frac{4{,}9}{7}$$
$$x = 0{,}7$$

A raiz é 0,7.

Conferindo: $7 \cdot 0{,}7 = 4{,}9$ (verdadeiro).

Desfazendo a divisão

Que número devemos dividir por 45 para obter o quociente 8?

Sendo x o número pedido, temos a equação: $\frac{x}{45} = 8$.

Para "desfazer" a divisão realizada com x, multiplicamos os dois membros da equação por 45:

$$\frac{x}{45} \cdot 45 = 8 \cdot 45$$
$$x = 8 \cdot 45$$
$$x = 360$$

O número é 360.

Conferindo: $\frac{360}{45} = 8$ (verdadeiro).

> **Resolver uma equação** significa determinar sua raiz (ou raízes). Você pode sempre conferir se resolveu a equação corretamente. É só verificar se sua resposta satisfaz a equação dada.

Operações elementares sobre equação

Nos exemplos anteriores, para determinar a raiz, adicionamos ou multiplicamos um mesmo número aos dois membros da equação. (Recorde que subtrair é o mesmo que adicionar o oposto, e dividir é o mesmo que multiplicar pelo inverso.) Ao fazer isso, realizamos uma operação conhecida como **operação elementar sobre a equação**.

Orientações didáticas

Como se determina a raiz?

Nesse momento, apresentamos maneiras para o desenvolvimento da resolução de equações do 1º grau, valorizando o princípio fundamental da igualdade para as 4 operações. Caso seja necessário, use novamente o recurso da balança de 2 pratos, destacando que, para desfazer a operação, usamos a operação inversa. Sugerimos que refaça os exemplos na lousa, explicando o passo a passo do procedimento realizado. Mostre que, ao adicionar ou subtrair um mesmo valor membro a membro na equação, não alteramos a igualdade. O mesmo ocorre se multiplicarmos ou dividirmos pelo mesmo valor membro a membro na equação.

Orientações didáticas

Operações elementares sobre equação

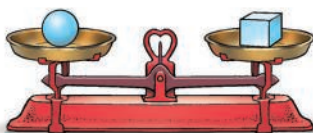
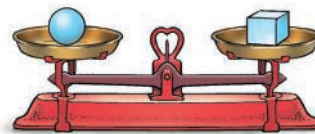
Peça aos estudantes que analisem as ilustrações das balanças. Reforce que as balanças da esquerda representam uma adição, pois foi adicionada 1 pirâmide em cada prato (membro) da balança (equação). Já, as balanças da direita representam uma multiplicação, pois, num prato, a esfera foi duplicada, e no outro prato, o cubo também foi duplicado.

Atividades

As atividades **6** e **7** têm por objetivo resolver as equações do 1º grau usando os procedimentos apresentados neste capítulo. Caso os estudantes apresentem dúvidas, faça a correção na lousa retomando os procedimentos.

A atividade **8** propõe a resolução de um problema que pode ser modelado por equação do 1º grau. As atividades **9** a **11** relacionam a Álgebra e a Geometria. Se necessário, retome os conteúdos dessas unidades temáticas relacionados às atividades e outros que podem emergir como dúvidas dos estudantes.

Podemos realizar dois tipos de operação elementar sobre a equação:
- adicionar um mesmo número aos dois membros da equação;
- multiplicar por um mesmo número diferente de zero os dois membros da equação.

As ilustrações a seguir mostram os dois tipos de operação elementar sobre equações.

Adição.

Multiplicação.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Atividades

Faça as atividades no caderno.

6. Utilize equações para resolver os problemas a seguir.

a) Que número devemos adicionar a $-\frac{7}{3}$ para obter resultado igual a 1? $\frac{10}{3}$

b) Quanto devemos subtrair de 13,5 para obter 6,25? 7,25

7. Resolva as seguintes equações:

a) $x + 5 = 0$ -5

b) $x + 4 = -3$ -7

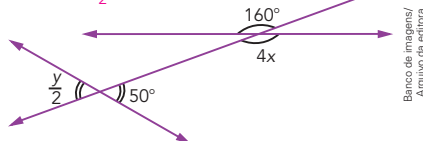
c) $x - 2 = -3$ -1

d) $7 = x + 1$ 6

e) $0 = x + 7$ -7

f) $-\frac{1}{3} = x + 2$ $-\frac{7}{3}$

8. Lara foi comer um lanche em uma padaria. Ao sair, pegou 2 barras de cereais que estavam expostas no balcão ao preço de R$ 4,50 cada uma. Pagou tudo com uma nota de R$ 50,00 e recebeu R$ 29,00 de troco. Supondo que o lanche tenha custado x reais, escreva uma equação para calcular x e responda: Quanto custou o lanche?
$x + 2(4{,}50) = 50 - 29$; R$ 12,00

9. Escreva, no caderno, as equações e calcule os valores de x e y na figura.
$4x = 160°$; $\frac{y}{2} = 50°$; $x = 40°$; $y = 100°$

Banco de imagens/Arquivo da editora

10. Resolva as equações no caderno.

a) $7x = 28$ 4

b) $\frac{x}{8} = 2$ 16

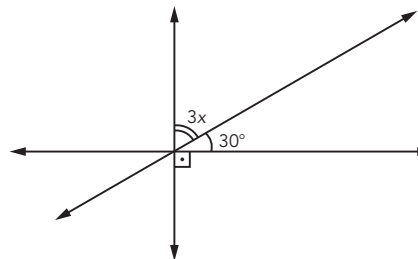
c) $\frac{3x}{4} = 5$ $\frac{20}{3}$

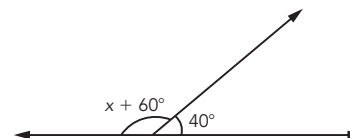
d) $-4x = 11$ $-\frac{11}{4}$

e) $-7x = -15$ $\frac{15}{7}$

f) $-\frac{7}{2}x = 8$ $-\frac{16}{7}$

11. Escreva, no caderno, as equações e calcule o valor de x em cada figura.

a) $3x + 30° = 90°$; $x = 20°$

Banco de imagens/Arquivo da editora

b) $x + 60° + 40° = 180°$; $x = 80°$

Banco de imagens/Arquivo da editora

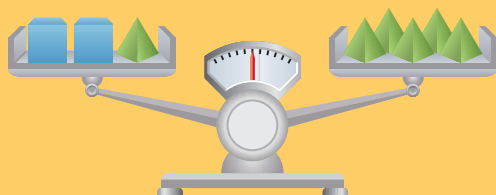
Isolando a incógnita

Participe

Faça as atividades no caderno.

Resolva fazendo cálculos mentalmente e escreva no caderno o que se pede.

Os pratos da balança representada a seguir estão em equilíbrio.

Ilustrações: Ericson Guilherme Luciano/Arquivo da editora

a) Um [cubo] vale quantas [pirâmide]? 2

b) Explique, por escrito, o seu raciocínio. Resposta pessoal.

c) Copie e escreva a equação que corresponde ao problema anterior substituindo cada ▨ por um número de modo que a igualdade se torne verdadeira.

▨ [cubo] + ▨ [pirâmide] = ▨ [pirâmide] 2 [cubo] + 1 [pirâmide] = 5 [pirâmide]

d) No seu raciocínio para calcular o valor de [cubo], no item **a**, o que você fez primeiro? Resposta pessoal.

e) Como ficou a equação depois do primeiro passo para resolvê-la? Resposta pessoal.

f) Os [cubo] ficaram em um membro da equação e as [pirâmide] ficaram em outro? Resposta pessoal.

Quando vamos resolver uma equação, procuramos isolar a incógnita em um dos membros. Acompanhe, passo a passo, por meio de exemplos, como fazer isso.

Vamos resolver a equação $3x - 1 = 14$.

- **1º passo:** Adicionar 1 aos dois membros da equação. O objetivo é isolar, no primeiro membro, o termo que apresenta a incógnita ($3x$) e, no segundo, os termos sem incógnita:

$$3x - 1 + 1 = 14 + 1$$
$$3x = 15$$

- **2º passo:** Multiplicar os dois membros por $\frac{1}{3}$ (o inverso de 3, que é o coeficiente de x). O objetivo é isolar x no primeiro membro.

$$3x \cdot \frac{1}{3} = 15 \cdot \frac{1}{3}$$
$$x = \frac{15}{3}$$
$$x = 5$$

dayeong lee/Shutterstock

A raiz da equação $3x - 1 = 14$ é 5.

Conferindo: $3 \cdot 5 - 1 = 14$ (verdadeiro).

Orientações didáticas

Participe

No boxe *Participe*, é trabalhado o reconhecimento do princípio de igualdade e a construção de equação com base na ilustração de uma balança de 2 pratos. Além disso, são explorados o raciocínio lógico, a criatividade e a argumentação, o que favorece o desenvolvimento da **CEMAT02**. É possível que haja estudantes que insistam no recurso prático de "passar o número fazendo a operação oposta". Indique que, apesar de não ser necessariamente obrigatório reproduzir o cálculo em tantas linhas quanto as indicadas no livro, é interessante ao menos reproduzir mentalmente ou verbalmente o que se está fazendo (por exemplo, subtraindo um mesmo termo em ambos os membros da equação, e de maneira análoga, para as demais operações). Tal esforço favorece um letramento matemático mais profundo e robusto, evitando-se, assim, fraturas no processo de ensino-aprendizagem.

Proposta para o estudante

Sugerimos a leitura do livro paradidático que conta a história de um químico que veio da China e tem 2 problemas para resolver no Brasil: encontrar sua filha e despoluir um rio. Para isso, ele conta com a ajuda do balonista e da Matemática, sobretudo das equações do 1º grau.

RAMOS, Luzia F. *Encontros de primeiro grau*. 10. ed. São Paulo: Ática, 2019.

Orientações didáticas

Isolando a incógnita

Neste tópico, são apresentados mais exemplos a respeito de como é possível determinar a raiz de uma equação. O foco foi dado em 2 procedimentos, entre eles, um que possibilita a resolução da equação com menos passos. Reforce a importância da verificação, para saber se realmente o número encontrado é a raiz da equação. Resolva os exemplos na lousa, com os estudantes.

Atividades

As atividades **12** a **17** têm o objetivo de trabalhar as equações em diferentes contextos e, em alguns casos, por meio da resolução de problemas. Sugerimos, em caso de dúvidas, que faça a leitura de cada problema com os estudantes e converse sobre os resultados obtidos. Na atividade **15**, incentive a formalização do raciocínio e, na correção, enfatize que, aqui, a pirâmide é um símbolo qualquer para um número qualquer, bem como a bolinha vermelha, e que é possível responder ao exercício sem saber o valor individual de cada um dos símbolos, como requerido na **EF07MA13**.

Na atividade **17**, para a construção da reta numérica, oriente os estudantes a escolherem uma medida para a unidade que seja um múltiplo de 2 e 3, assim, eles poderão localizar os números que representam as raízes. Por exemplo, cada intervalo entre 2 números inteiros consecutivos pode medir 6 cm. Para localizar $\frac{1}{2}$, divide-se, usando régua, o intervalo entre 0 e 1 na metade. Para localizar $\frac{8}{3}$, divide-se cada intervalo em 3 partes iguais e conta-se 8 vezes a partir do 0.

Qual é a raiz da equação $4x + 7 = x - 8$?

- **1º passo:** Adicionar -7 aos dois membros da equação. O objetivo é isolar os termos sem incógnita no segundo membro.

$$4x + 7 - 7 = x - 8 - 7$$
$$4x = x - 15$$

- **2º passo:** Adicionar $-x$ aos dois membros. O objetivo é isolar no primeiro membro os termos que apresentam a incógnita.

$$4x - x = x - 15 - x$$
$$3x = -15$$

- **3º passo:** Multiplicar os dois membros por $\frac{1}{3}$.

$$\frac{1}{3} \cdot 3x = \frac{1}{3} \cdot (-15)$$
$$x = -\frac{15}{3}$$
$$x = -5$$

A raiz da equação $4x + 7 = x - 8$ é -5.
Conferindo:

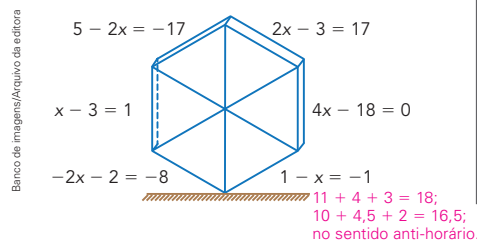
$$4(-5) + 7 = (-5) - 8$$
$$-13 = -13 \text{ (verdadeiro)}$$

Atividades

Faça as atividades no caderno.

12. Agora, resolva o problema apresentado na abertura deste capítulo:
Quantas balas havia na mão do professor? 2 balas

13. Transforme o problema a seguir em uma equação e resolva-o. $2x + 12 = 50$; 19 estudantes.
As duas turmas do sétimo ano de uma escola têm a mesma quantidade de estudantes. Com 12 estudantes a mais, a escola teria 50 estudantes no sétimo ano. Quantos estudantes há em cada turma?

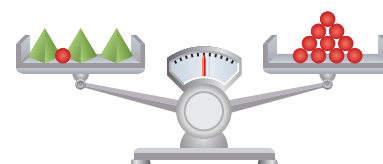
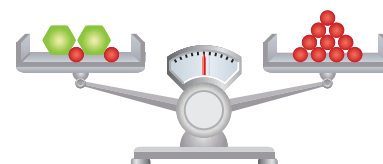
14. Em cada compartimento da roda hexagonal representada a seguir estão guardados insumos que totalizam x quilogramas, sendo x a raiz da equação indicada em cada compartimento. A roda mantém-se em equilíbrio graças a um dispositivo de travamento que a mantém na posição indicada. Se for destravada, a roda vai girar no sentido horário ou no anti-horário?

Banco de imagens/Arquivo da editora

11 + 4 + 3 = 18; 10 + 4,5 + 2 = 16,5; no sentido anti-horário.

15. Considere que os pratos das balanças estão em equilíbrio e resolva mentalmente.

a) Uma [pirâmide] vale quantas [bolinhas]? 3

b) Um [hexágono] vale quantas [bolinhas]? 4

Ilustrações: Ericson Guilherme Luciano/Arquivo da editora

16. O dobro da medida de um ângulo é igual ao suplemento desse ângulo. Quanto mede o ângulo?
$2x = 180° - x$; 60°

17. Represente na reta numérica as raízes das equações de **I** a **IV**. A reta numérica encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

(I) $4 + 3x = x - 2$ -3

(II) $3 - 2x = 4 - 4x$ $\frac{1}{2}$

(III) $x - 1 = 7 - 2x$ $\frac{8}{3}$

(IV) $x + 1 + 2x = 1 - 3x$ 0

18. Elabore uma equação que representa o problema a seguir; depois, resolva o problema.

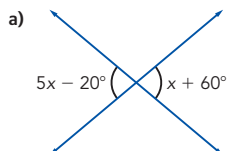
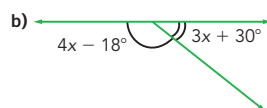
Num campeonato de futebol feminino, antes da partida entre Cruzeiro e Grêmio, o Cruzeiro tinha 12 gols marcados e 11 gols sofridos. Após a partida, o saldo de gols do Cruzeiro baixou para -1. Sabendo que o Grêmio marcou o dobro de gols marcados pelo Cruzeiro nessa partida, qual foi o resultado desse jogo? $(12 + x) - (11 + 2x) = -1$; $x = 2$; Cruzeiro 2×4 Grêmio.

19. Nas figuras, qual é o valor de x? Escreva no caderno.

a)

$x = 20°$

Banco de imagens/Arquivo da editora

b)

$x = 24°$

Banco de imagens/Arquivo da editora

20. No caderno, elabore um problema cuja resolução seja esta: O exemplo de resposta encontra-se na *seção Resoluções* deste Manual.

$$x + 2x + 3x + 35 = 173$$

$$x + 2x + 3x = 173 - 35$$

$$6x = 138$$

$$x = \frac{138}{6}$$

$$x = 23$$

Eliminando parênteses

Vamos resolver a equação $3(x + 1) + 2(2x - 3) = 5(x - 1) + 8$.

- **1º passo:** Eliminar os parênteses da equação utilizando a propriedade distributiva da multiplicação.

$$3x + 3 + 4x - 6 = 5x - 5 + 8$$

$$7x - 3 = 5x + 3$$

- **2º passo:** Deixar todos os termos sem incógnita no mesmo membro. Vamos deixá-los no segundo membro:

$$7x - 3 + 3 = 5x + 3 + 3$$

$$7x = 5x + 6$$

- **3º passo:** Deixar os termos que contêm a incógnita isolados em um membro. Neste exemplo, vamos deixá-los no primeiro membro:

$$7x - 5x = 5x + 6 - 5x$$

$$2x = 6$$

- **4º passo:** Multiplicar os dois membros por $\frac{1}{2}$ (o inverso do coeficiente de x).

$$\frac{1}{2} \cdot 2x = \frac{1}{2} \cdot 6$$

$$x = 3$$

Grapgraphic49/Shutterstock

A raiz da equação é 3.

Conferindo:

$$3(3 + 1) + 2(2 \cdot 3 - 3) = 5(3 - 1) + 8$$

$$3 \cdot 4 + 2 \cdot 3 = 5 \cdot 2 + 8$$

$$12 + 6 = 10 + 8$$

$$18 = 18 \text{ (verdadeiro)}$$

Orientações didáticas

Atividades

Na atividade **18**, caso seja necessário, separe o problema em 2 etapas: uma apenas com a modelagem ou a tradução do enunciado para a linguagem matemática e a outra com a efetiva resolução.

Na atividade **19**, levante os dados com os estudantes, fazendo o diagnóstico do grau de familiaridade da turma com os conceitos de Geometria – caso necessário, exemplifique usando objetos concretos como metodologia ativa, podendo ser um par de lápis ou algo análogo. Procure entender se os estudantes compreendem o conceito de complementaridade de ângulos e suas propriedades, bem como o de ângulos opostos pelo vértice.

Na atividade **20**, a elaboração de problemas tendo como referencial etapas pré-definidas contribui para o desenvolvimento do pensamento computacional. Aproveite a troca com os colegas para instigar uma reflexão sobre as etapas e os procedimentos utilizados para formular e, também, para resolver o problema. Esse tipo de atividade trabalha o raciocínio de abdução, uma vez que se parte de dados da resolução ou resposta para se chegar à elaboração das condições ou perguntas que incorporam o enunciado do problema.

Eliminando parênteses

Sugerimos a resolução dos exemplos, na lousa, com os estudantes. Converse com eles para recordar a propriedade distributiva da adição em relação à multiplicação, a ordem de resolução das operações e de eliminação dos parênteses. Reforce que a verificação é um procedimento muito importante e deve ser realizado sempre após a resolução de uma equação, para verificar se o número obtido é a raiz da equação.

Orientações didáticas

Atividades

Neste conjunto de atividades, é abordada a resolução de equações. Destacamos que, nas atividades **21** e **22**, é feito o uso da simplificação e da propriedade distributiva para, assim, se obterem equações equivalentes.

As atividades **23** a **25** utilizam a Geometria para auxiliar no contexto de interpretação das equações e para encontrar a solução delas. Para melhor compreensão, contextualize as atividades utilizando exemplos aplicados à realidade, como cercas, perímetro de um terreno ou quantidade de tinta utilizada para contornar determinada região.

Eliminando denominadores

Sugerimos a resolução do exemplo, na lousa, com os estudantes. Caso os estudantes apresentem dúvidas, retome o cálculo do mínimo múltiplo comum. Reforce que a verificação é um procedimento muito importante e deve ser realizada sempre após a resolução de uma equação para confirmar se o número obtido é a raiz da equação.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

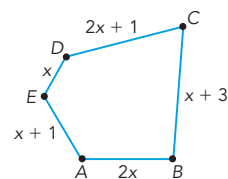
21. Resolva a equação $n + (n + 1) + (n + 2) = 108$, obtida no item **II.d** em *Participe* do tópico "O que são equações?" deste capítulo. $n = 35$

22. No tabuleiro há quatro números. Descubra qual é o maior número nesse tabuleiro, sabendo que o produto dos números das casas verdes é igual ao produto dos números das casas brancas. 30

10	$n + 20$
20	$25 - n$

23. Na figura a seguir, os três lados do triângulo são congruentes entre si e os seis lados do hexágono também. Cada lado do triângulo mede 4 cm a mais do que cada lado do hexágono. A medida de perímetro do triângulo mede 4,5 cm a mais do que o do hexágono. Quanto mede o lado de cada polígono?
Hexágono: 2,5 cm; triângulo: 6,5 cm.

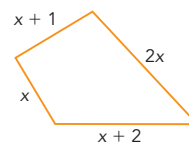
Banco de imagens/Arquivo da editora

24. Responda às perguntas sobre esta figura.

Banco de imagens/Arquivo da editora

a) Qual expressão algébrica representa a medida de perímetro do pentágono *ABCDE*? As medidas são dadas em centímetros. $(7x + 5)$ cm

b) Se x for igual a 1,5 cm, qual é a medida de perímetro? 15,5 cm

c) Se a medida de perímetro é 27,4 cm, quanto mede o lado *DE*? 3,2 cm

25. A medida de perímetro do quadrilátero a seguir é 11 cm. Quanto mede o maior lado do quadrilátero? 3,6 cm

Banco de imagens/Arquivo da editora

As imagens não estão representadas em proporção.

Eliminando denominadores

Vamos resolver a equação $\frac{x+1}{3} + \frac{3x-1}{2} = \frac{2x+1}{4} - \frac{37}{12}$.

- **1º passo:** Multiplicar os dois membros por um múltiplo comum dos denominadores. O objetivo é eliminar os denominadores. Um múltiplo comum de 3, 2, 4 e 12 é 12. Então:

$$12 \cdot \frac{x+1}{3} + 12 \cdot \frac{3x-1}{2} = 12 \cdot \frac{2x+1}{4} - 12 \cdot \frac{37}{12}$$
$$4(x+1) + 6(3x-1) = 3(2x+1) - 37$$

- **2º passo:** Após eliminar os denominadores, prosseguimos com a resolução:

$$4x + 4 + 18x - 6 = 6x + 3 - 37$$
$$22x - 2 = 6x - 34$$
$$22x = 6x - 34 + 2$$
$$22x - 6x = -32$$
$$16x = -32$$
$$x = -\frac{32}{16}$$
$$x = -2$$

A raiz da equação é -2. Conferindo:

$$\frac{-2+1}{3} + \frac{3(-2)-1}{2} = \frac{2(-2)+1}{4} - \frac{37}{12}$$
$$-\frac{1}{3} - \frac{7}{2} = -\frac{3}{4} - \frac{37}{12}$$
$$-\frac{23}{6} = -\frac{46}{12}$$
$$-\frac{46}{12} = -\frac{46}{12} \text{ (verdadeiro)}$$

Atividades

Faça as atividades no caderno.

26. Resolva as equações.

a) $\frac{x}{2} = \frac{5}{2}$ 5

b) $\frac{2x}{3} = \frac{1}{2}$ $\frac{3}{4}$

c) $\frac{3x}{3} = \frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$

d) $\frac{x}{3} = -2$ -6

27. Para o torneio de futebol masculino disputado nos Jogos Olímpicos, cada país participante pode inscrever até 3 jogadores com idades acima do limite de 23 anos; todos os demais jogadores devem ter idades de até 23 anos.

Stuart Franklin/FIFA/Getty Images

A Seleção Brasileira de Futebol Masculino foi a campeã nos Jogos Olímpicos de Verão no Rio de Janeiro, em 2016. A partida contra a Alemanha terminou empatada em 1 × 1 e, após a prorrogação, foi para os pênaltis; a Seleção Brasileira converteu 5 gols, consagrando-se vitoriosa sobre a Seleção Alemã, que acertou 4 gols.

Nos Jogos Olímpicos de Verão Rio 2016, o Brasil inscreveu 18 jogadores: 3 de 19 anos, 2 de 21 anos, 6 de 22, 4 de 23, 1 de 24 e mais 2 que tinham a mesma idade. Calcule essa idade sabendo que a média dos 18 jogadores era de 22,4 anos. 28 anos.

28. Resolva a equação $x + \frac{x}{5} = 12$, obtida no item **II.b** em *Participe* do tópico "O que são equações?" deste capítulo. $x = 10$

29. Resolva a equação $\frac{x}{3} + 2 = x + 1$, obtida no item **II.c** em *Participe* do tópico "O que são equações?" deste capítulo. $x = \frac{3}{2}$ ou $x = 1,5$.

30. Adicionando 4 anos à idade de Quincas e dividindo o resultado por 3, obtém-se 2 anos adicionados a um sétimo do dobro da idade dele. Quantos anos tem Quincas?

Para descobrir a resposta, elabore uma equação em que a incógnita x seja a idade de Quincas e, depois, resolva-a. $\frac{x+4}{3} = 2 + \frac{2x}{7}$; 14 anos.

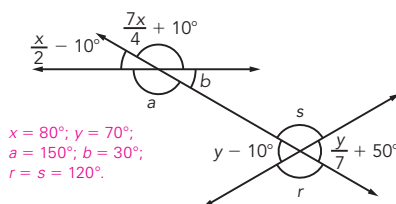
31. Escreva, no caderno, a equação e calcule a medida do ângulo em cada caso.

a) O suplemento da quarta parte do ângulo mede 140°. $180° - \frac{x}{4} = 140°$; 160°.

b) Três quintos do suplemento do ângulo medem 36°. $\frac{3}{5}(180° - x) = 36°$; 120°.

c) O suplemento do ângulo é o triplo do seu complemento. $180° - x = 3(90° - x)$; 45°.

32. Considerando a figura, calcule os valores de x e y e as medidas a, b, r e s dos ângulos.

Banco de imagens/Arquivo da editora

$x = 80°$; $y = 70°$; $a = 150°$; $b = 30°$; $r = s = 120°$.

33. Resolva cada equação no caderno.

a) $\frac{1-x}{2} = \frac{x+1}{2} + x$ $x = 0$

b) $\frac{m}{6} + \frac{m}{9} = \frac{1}{15} + \frac{m - \frac{1}{2}}{3}$ $m = \frac{9}{5}$

34. Escreva uma equação para resolver o problema a seguir, sobre o número n de passageiros de um trem. Depois, calcule n e responda à pergunta.

> Dois nonos dos passageiros de um trem estão no primeiro vagão, três oitavos no segundo e 58 estão viajando no terceiro vagão. Quantos passageiros estão nessa viagem? $\frac{2n}{9} + \frac{3n}{8} + 58 = n$; 144 passageiros.

35. Elabore um problema referente a um retângulo e que possa ser resolvido por meio de uma equação. Depois, troque de caderno com um colega para que ambos possam resolver o problema que o outro elaborou. O exemplo de resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

Orientações didáticas

Atividades

Este conjunto de atividades tem por objetivo explorar a resolução de equações do 1º grau. Caso os estudantes apresentem dúvidas, faça a correção na lousa para retomar os procedimentos de resolução de equações em conjunto.

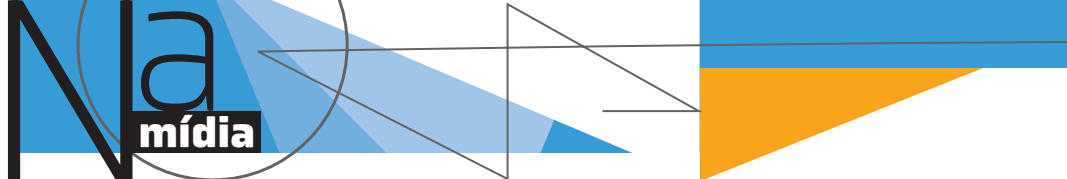
Destacamos as atividades **30** a **32**, em que se objetiva a construção de equações envolvendo contextos diversificados, como um enigma, e na Geometria, abordando ângulos complementares e ângulos opostos pelo vértice.

Orientações didáticas

Na mídia

Na BNCC

O tema dessa seção é uma oportunidade para explorar os TCTs *Saúde* e *Ciência e Tecnologia* por apresentar um avanço tecnológico na área da Medicina.

O tema explorado nessa notícia favorece a interdisciplinaridade com **Ciências**. Desenvolva estratégias de leitura que ajudem os estudantes a realizarem inferências, partindo de informações explicitadas no texto e chegando a aspectos não explícitos. Para complementar a atividade de leitura, solicite aos estudantes que façam uma pesquisa das palavras desconhecidas. No caso de dúvidas, faça uma leitura coletiva e destaque pontos importantes para a compreensão das perguntas propostas.

Crioterapia: entrar numa fria pode ser bom

Novidade nos EUA é câmara de nitrogênio que baixa a temperatura

"Entrar em uma fria" pode ser um bom negócio para atletas de diferentes modalidades. É mais do que comum ver jogadores de futebol e lutadores de MMA [sigla em inglês para artes marciais mistas] entrarem em banheiras de gelo após apresentações. Esta técnica, conhecida como crioterapia, começou na década de 1970 e tem ganhado versões cada vez mais modernas, e sempre com objetivo de auxiliar na recuperação física após intensos exercícios.

Patrice Latron/Look At Sciences/SPL/Fotoarena

Atleta é examinado para determinar os efeitos terapêuticos do frio na recuperação após exercício.

"Chegou-se à conclusão de que em banheira de gelo o atleta deve ficar de 5 a 7 minutos. Com isso, ele tem uma remoção de ácido lático, que é o que causa fadiga na musculatura", explica o fisioterapeuta esportivo David Homsi.

A versão mais "hardcore" da imersão em gelo praticada em larga escala pelos clubes de futebol é uma câmara que utiliza nitrogênio para levar a temperatura a incríveis −150 °C. Para efeito de comparação, a temperatura mais baixa registrada na Terra foi de aproximadamente −95 °C, em 2010, na Antártida. Na chamada "crio-sauna", o atleta entra calçando apenas meias muito grossas e roupa de baixo, em uma câmara onde o nitrogênio líquido se transforma em vapor, abaixando rapidamente a temperatura local. Os participantes desta técnica ficam apenas por dois ou três minutos sob o frio intenso. O sofrimento curto aceleraria em até 48 horas a recuperação de músculos fragilizados por exercícios físicos intensos.

[...]

No Brasil

Por aqui, as câmaras de crioterapia ainda estão distantes. O mais popular é a tradicional banheira de gelo entre os atletas de alto rendimento. A novidade que está começando a entrar no País é um aparelho chamado Game Ready. Popular entre alguns atletas, como o jogador do Barcelona Lionel Messi, ele mistura baixas temperaturas com pressão.

"É uma bota que se coloca no membro anterior, ou no cotovelo, ou em alguma articulação. Ela causa uma compressão e um resfriamento. Quando se utiliza a compressão para retardar a fadiga muscular é a mesma história do gelo. Você aumenta a circulação sanguínea e tem uma maior remoção deste ácido lático. Uma técnica para fazer o atleta voltar antes a competir", afirma Homsi.

ZUCCHI, Gustavo. Crioterapia utiliza o frio para ajudar recuperação de atletas. *Estadão*, São Paulo, 10 fev. 2016. Disponível em: http://esportes.estadao.com.br/noticias/geral,crioterapia-utiliza-o-frio-para-ajudar-recuperacao-de-atletas,10000015072. Acesso em: 6 abr. 2022.

Proposta para o professor

Sugerimos a leitura do livro indicado a seguir, em que são apresentadas reflexões e propostas para o ensino de Álgebra. Além disso, inclui comentários de professores e estudantes sobre o trabalho com Álgebra no laboratório de Matemática.
SOUZA, Eliane R.; DINIZ, Maria Ignez S. V. *Álgebra*: das variáveis às equações e funções. São Paulo: Caem/Ime-USP, 1996.

Faça as atividades no caderno.

1. A câmara que utiliza nitrogênio pode levar a temperatura a −150 °C. É correto afirmar que o número que registra essa temperatura pertence ao conjunto dos números naturais? Explique sua resposta.
Não. Justificativa pessoal.

2. A medida de temperatura de −150 °C atingida na câmara de nitrogênio é mais alta ou mais baixa do que a medida de temperatura de aproximadamente −95 °C registrada na Terra em 2010? Mais baixa.

Para responder às questões de **3** a **6**, forme dupla com um colega.

3. Você sabia que a unidade de medida de temperatura utilizada em países como os Estados Unidos é diferente da unidade utilizada no Brasil? Faça uma pesquisa e responda às questões a seguir.

a) Qual é a unidade-padrão de medida de temperatura usada nos Estados Unidos? O grau Fahrenheit (símbolo: °F).

b) Para converter uma medida de temperatura que está em graus Celsius para graus Fahrenheit, temos de multiplicar a medida na escala Celsius por $\frac{9}{5}$ e depois adicionar 32. Analise esta equação:

$$TF = \frac{9}{5} \times TC + 32°$$

TC: medida de temperatura em graus Celsius.
TF: medida de temperatura em graus Fahrenheit.

Agora é a sua vez!

I. A medida de temperatura de fusão da água pura é de 0 °C. Isso significa que a 0 °C a água pura passa do estado sólido para o líquido. A medida de temperatura de 0 °C corresponde a quantos graus Fahrenheit? 32 °F

II. A medida de temperatura de ebulição da água pura é de 100 °C. Isso significa que a 100 °C ela passa do estado líquido para o gasoso (o ponto em que ela ferve). A medida de temperatura de 100 °C corresponde a quantos graus Fahrenheit? 212 °F

III. Confira a previsão do tempo de hoje na região onde você mora e registre a medida de temperatura máxima em graus Fahrenheit. Resposta pessoal.

4. Na equação da questão anterior, mostramos como calcular a medida de temperatura em graus Fahrenheit quando ela é dada em graus Celsius. Agora, considerando essa equação, obtenha uma equação para calcular a medida de temperatura em graus Celsius quando ela é dada em graus Fahrenheit. $TC = \frac{5TF - 160°}{9}$

5. A medida de temperatura mais alta já registrada no Brasil até o ano de 2020 foi de 112,6 °F, em Nova Maringá, Mato Grosso, nos dias 4 e 5 de novembro de 2020. A quantos graus Celsius corresponde essa medida? Aproximadamente 44,8 °C.

6. Existe uma temperatura que, medida em graus Celsius ou em graus Fahrenheit, resulta no mesmo número? Se sim, qual é essa temperatura?
Sim, −40 °C = −40 °F.

Andrey Eremin/Shutterstock

Ponto de fusão da água, a uma medida de temperatura de 0 °C ao nível do mar.

Orientações didáticas

Na mídia

As questões propostas para esta seção trabalham com as escalas termométricas Celsius e Fahrenheit. Destaque que a escala Fahrenheit é utilizada em países de língua inglesa, principalmente nos Estados Unidos e na Inglaterra. Ela foi desenvolvida pelo físico alemão Daniel Gabriel Fahrenheit (1686-1736). A escala Celsius foi desenvolvida por Anders Celsius (1701-1744), e nela foi denominado 0 °C para o ponto de fusão da água e 100 °C para seu ponto de ebulição.

Proposta para o professor

Sugerimos a leitura das referências a seguir, que possuem informações complementares sobre as escalas termométricas.

FESTA, M. Curiosidades sobre a escala Celsius. *CiencTec*, São Paulo, 2020. Disponível em: https://www.parquecientec.usp.br/publicacoes/curiosidades-sobre-a-escala-celsius.

FESTA, M. A origem da escala Fahrenheit. *CiencTec*, São Paulo, 2020. Disponível em: https://www.parquecientec.usp.br/publicacoes/a-origem-da-escala-fahrenheit. Acesso em: 7 mar. 2022.

Orientações didáticas

Empregando equações

Na BNCC

Este capítulo possibilita o trabalho da habilidade **EF07MA18** ao propor a resolução e a elaboração de problemas modelados por equações polinomiais do 1º grau.

Esse capítulo é uma consequência das aplicações contidas nesta Unidade sobre Álgebra.

O tópico inicia com a apresentação das etapas de resolução de problemas, uma competência necessária para os estudantes e abordada em habilidades da BNCC.

Resolução de problemas

EF07MA18

Empregando equações

Muitos problemas de Matemática podem ser representados por equações e resolvidos com as técnicas de cálculo já apresentadas.

Na resolução desses problemas, procure seguir estas orientações:

(1) Ler atentamente o problema.
(2) Estabelecer qual é a incógnita.
(3) Analisar a condição para a incógnita (se deve ser um número natural, ou inteiro, etc.).
(4) Escrever uma equação que traduza os dados do problema em linguagem matemática.
(5) Resolver a equação.
(6) Verificar se a raiz encontrada obedece à condição da etapa (3).
(7) Dar a resposta.

Problemas resolvidos

- O dobro da quantia que Jair tem adicionado a R$ 180,00 resulta em R$ 660,00. Quanto Jair tem?

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

Resolução

(1) Leia atentamente o problema.
(2) Estabeleça a incógnita, isto é, a quantia que Jair tem: x.
(3) x pode ser número inteiro ou fracionário, mas deve ser positivo.
(4) Escreva a equação: $2 \cdot x + 180 = 660$.
(5) Resolva a equação:

$$2x = 660 - 180$$
$$2x = 480$$
$$x = \frac{480}{2}$$
$$x = 240$$

(6) Avalie as condições: 240 é um número inteiro positivo, portanto satisfaz a condição da etapa (3).
(7) Dê a resposta.
Resposta: Jair tem R$ 240,00.

Vamos conferir? O problema diz:

O dobro da quantia que Jair tem é: $2 \cdot 240{,}00 = 480{,}00$.

Adicionado a 180,00, resulta em 660,00. Temos: $480{,}00 + 180{,}00 = 660{,}00$ (verdadeiro).

- Tirando 7 anos da metade da idade de Clóvis, obtemos a idade de Roberta, que tem 13 anos. Qual é a idade de Clóvis?

Resolução

(1) Leia o problema com atenção.

(2) A idade de Clóvis: x.

(3) x deverá ser um número inteiro positivo.

(4) $\frac{x}{2} - 7 = 13$

(5)
$$\frac{x}{2} - 7 = 13$$
$$2 \cdot \left(\frac{x}{2} - 7\right) = 2 \cdot 13$$
$$x - 14 = 26$$
$$x = 26 + 14$$
$$x = 40$$

ou

(5)
$$\frac{x}{2} - 7 = 13$$
$$\frac{x}{2} = 13 + 7$$
$$\frac{x}{2} = 20$$
$$2 \cdot \frac{x}{2} = 2 \cdot 20$$
$$x = 40$$

(6) 40 é inteiro positivo, então satisfaz a condição da etapa (3).

(7) **Resposta**: Clóvis tem 40 anos.

Lembre-se: Você sempre pode conferir se a resposta está correta realizando com ela as operações descritas no problema.

A metade da idade de Clóvis é: 20 anos (40 anos : 2).

Tirando 7 anos, ficamos com 13 anos, que é a idade de Roberta.

- André afirmou que, em seu álbum, o quádruplo do número de figurinhas é igual à metade do número total delas mais 17. Quantas figurinhas André tem no álbum?

Resolução

(1) Leia atentamente o problema.

(2) Número de figurinhas de André: x.

(3) x deverá ser um número inteiro e positivo.

(4) $4 \cdot x = \frac{x}{2} + 17$

(5)
$$2 \cdot 4 \cdot x = 2 \cdot \left(\frac{x}{2} + 17\right)$$
$$8x = x + 34$$
$$8x - x = 34$$
$$7x = 34$$
$$x = \frac{34}{7}$$

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

(6) $\frac{34}{7}$ não é inteiro, então não satisfaz a condição da etapa (3).

(7) **Resposta:** O problema não tem solução. Isso significa que a situação proposta nunca poderá ocorrer.

Orientações didáticas

Empregando equações

Sugerimos que os problemas sejam resolvidos na lousa, com os estudantes. Converse sobre cada uma das etapas apresentadas enquanto resolve cada problema. Entendemos que, nesse momento de apresentação das etapas, é necessário repeti-las. Além disso, reforce que se deve validar as respostas dos problemas para verificar se fazem sentido depois da resolução.

Proposta para o professor

Para ampliar os estudos relacionados à resolução de problemas, como metodologia de ensino, sugerimos as referências a seguir.

ONUCHIC, Lourdes de la R.; ALLEVATO, Norma S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. *Bolema*, Rio Claro, v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011. Disponível em: https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/72994/2-s2.0-84873689803.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 20 jun. 2022.

ONUCHIC, Lourdes de la R.; ALLEVATO, Norma S. G.; NOGUTI, Fabiane C. H.; JUSTULIN, Andresa M. (org.). *Resolução de problemas*: teoria e prática. Jundiaí: Paco editorial, 2019.

Orientações didáticas

Atividades

Neste bloco de atividades, sugerimos enfatizar as etapas para a resolução de cada problema. Converse com os estudantes de maneira a destacar a importância da leitura, de se estabelecer a incógnita, analisar a condição para essa incógnita, escrever uma equação que traduza os dados do problema, resolver a equação, fazer a verificação da raiz e apresentar a resposta do problema.

As atividades incentivam o desenvolvimento do raciocínio lógico para a resolução de problemas que envolvam equações, mobilizando assim a **CEMAT02**.

As atividades **1**, **4**, **8**, **14** e **15** exploram situações financeiras que permitem debates sobre o quanto é importante comprarmos certos produtos, se realmente precisamos deles e se esse gasto está previsto no orçamento do mês e, dessa maneira, valorizar questões relacionadas ao TCT *Educação Financeira*. Além disso, sugira aos estudantes que realizem pesquisas de preços na sua localidade. Valorize a apresentação das atividades e faça a eventual correção, avaliando a necessidade de cumprirem etapas de resolução para uma melhor comunicação de seus pensamentos e resolução.

Na atividade **11**, é possível enfatizar a interdisciplinaridade com o componente curricular **Geografia**, com uma representação cartográfica das regiões e dos estados brasileiros.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1. Para comprar um tênis que custa R$ 148,00, Marcelo necessita do dobro da quantia que possui e mais R$ 15,00. Quanto Marcelo possui? R$ 66,50

2. Ao chegar da escola, Marco Antônio foi logo contando para a mãe: "Hoje medi minha altura; tenho 1 metro e 52 centímetros". "Essa é a metade da altura do papai mais 60 centímetros", comentou Samantha, mãe de Marco Antônio.
Qual é a medida da altura do pai do garoto? 1 metro e 84 centímetros.

3. Quando Nicole nasceu, em 2012, o pai dela, Ubiratan, tinha 34 anos de idade.

a) Num futuro aniversário de Nicole, Ubiratan terá o triplo da idade dela. Quantos anos Nicole estará completando nesse aniversário? 17 anos.

b) Em que ano isso ocorrerá? 2029

4. Com o quádruplo do dinheiro que possui, Natasha conseguiria comprar um aparelho de som que custa R$ 774,00 e sobrariam R$ 48,00. Quanto Natasha possui? R$ 205,50

5. Subtrair 3 anos do triplo da idade de Enzo é igual a adicionar 8 anos ao dobro da idade dele. Que idade Enzo tem? 11 anos.

6. Proponha o enunciado de um problema que possa ser resolvido por meio da equação $71 - 2x = 15$. Em seguida, junte-se a um colega e troquem os problemas elaborados: você resolve o dele e ele resolve o seu. Finalmente, corrijam os problemas juntos e conversem sobre as diferentes estratégias que vocês utilizaram nessa resolução.

7. A professora disse a Ricardo: "Subtraindo 1 da idade que eu tinha quando me casei, dividindo o resultado por 4 e adicionando $\frac{1}{3}$ daquela idade, resulta no número de anos que você tem: 12". Quantos anos a professora de Ricardo tinha quando se casou? 21 anos.

8. Com metade do salário, Flávio compraria uma bicicleta por R$ 699,90 e ainda sobrariam R$ 160,10. Qual é o salário de Flávio? R$ 1.720,00

9. Qual é o número racional cuja quarta parte adicionada a 7 é igual à sua metade menos 11? 72

10. Guilherme tem 15 anos, e Gustavo tem 12. Daqui a quantos anos a soma de suas idades será 61 anos? 17 anos.

6. O exemplo de resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

11. Analise o mapa a seguir.

Fonte: IBGE. *Atlas geográfico escolar*. 8. ed. Rio de Janeiro: IBGE, 2018. p. 94.

a) Este mapa se refere a qual região brasileira? Região Sudeste.

b) Em grupos de 4 estudantes, pesquise uma característica da cultura de um dos estados apresentados no mapa. O professor pode orientá-los na escolha. Em seguida, apresente para os demais colegas da turma as suas descobertas. Resposta pessoal.

c) A metade da medida de distância de São Paulo (SP) a Belo Horizonte (MG) mais 15 km é igual à medida de distância de São José dos Campos (SP) ao Rio de Janeiro (RJ), que é 300 km. Qual é a medida de distância de São Paulo a Belo Horizonte? 570 km

12. Com a terça parte dos estudantes da classe de Celso é possível formar duas equipes de vôlei. Quantos estudantes tem a classe de Celso? 36 estudantes.

13. Por falta de peças, uma montadora de automóveis produziu, neste mês, apenas 4 200 veículos, o que representa 80% da produção normal. Quantos carros essa fábrica costuma produzir por mês? 5 250 carros.

14. Marco, Maurício e Marcelo compraram uma sorveteria em sociedade. Marco participou com 33% do dinheiro, Maurício, com 35%, e Marcelo, com R$ 8.192,00. Qual foi o preço total da sorveteria? R$ 25.600,00

15. Érica comprou 1,5 kg de linguiça e 2 kg de carne para fazer um churrasco, gastando ao todo R$ 160,00. Se o preço do quilograma da carne era 325% a mais que o da linguiça, quanto ela gastaria se tivesse comprado 2 kg de linguiça e 1,5 kg de carne? R$ 134,00

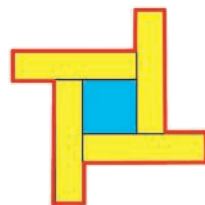
16. Proponha o enunciado de um problema que possa ser resolvido por meio da equação $\frac{x}{5} + 38 = 4x$.
O exemplo de resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

Na olimpíada

Faça as atividades no caderno.

O contorno do Rodrigo

(Obmep) Juntando, sem sobreposição, quatro ladrilhos retangulares de 10 cm por 45 cm e um ladrilho quadrado de lado 20 cm, Rodrigo montou esta figura. Com uma caneta vermelha mais grossa ele traçou o contorno da figura. Qual é o comprimento desse contorno? Alternativa **d**.

a) 180 cm
b) 200 cm
c) 220 cm
d) 280 cm
e) 300 cm

Reprodução/Obmep, 2014.

O muro dos dois irmãos

(Obmep) Os irmãos Luiz e Lúcio compraram um terreno cercado por um muro de 340 metros. Eles construíram um muro interno para dividir o terreno em duas partes. A parte de Luiz ficou cercada por um muro de 260 metros e a de Lúcio, por um muro de 240 metros. Qual é o comprimento do muro interno? Alternativa **a**.

a) 80 m
b) 100 m
c) 160 m
d) 180 m
e) 200 m

Luiz
muro interno
Lúcio

Reprodução/Obmep, 2014.

Mais problemas resolvidos

- Fábio e Laís colheram 162 laranjas e querem reparti-las de modo que Laís fique com 10 a mais do que Fábio. Quantas laranjas deve receber cada um?

Resolução

(1) Leia atentamente o problema.

(2) Número de laranjas que Fábio vai receber: x.
Então, Laís vai receber: $x + 10$.

(3) x deverá ser um número inteiro e positivo.

(4) $\underbrace{x}_{\text{Fábio}} + \underbrace{(x + 10)}_{\text{Laís}} = 162$

(5) $x + x + 10 = 162$

$2x + 10 = 162$

$2x = 162 - 10$

$2x = 152$

$x = \frac{152}{2}$

$x = 76$

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

(6) 76 é inteiro e positivo, então satisfaz a condição da etapa (3).
Temos $x = 76$; logo, $x + 10 = 76 + 10 = 86$.

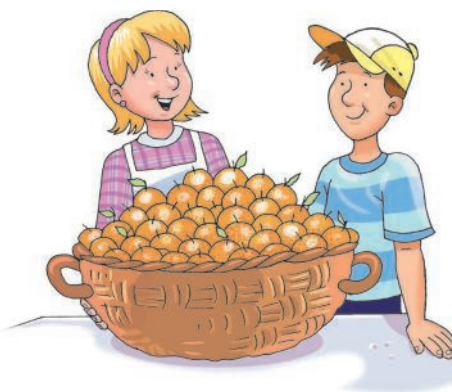
(7) **Resposta**: Fábio vai receber 76 laranjas e Laís, 86.

Conferindo: São 162 laranjas ($76 + 86 = 162$) e Laís fica com 10 a mais do que Fábio ($86 - 76 = 10$).

Perceba que você pode resolver esse problema de outra forma:

(2) Número de laranjas que Laís vai receber: x.
Então, Fábio vai receber $x - 10$.

Nesse caso, a equação será: $x + (x - 10) = 162$; e a raiz é: $x = 86$.

Laís deve receber 86 laranjas e Fábio, 76.

Orientações didáticas

Na olimpíada

Nesta seção, apresentamos questões da Obmep. Sugerimos que faça a leitura de cada uma delas. Caso os estudantes apresentem dúvidas, questione-os sobre os dados apresentados em cada problema, como poderiam encontrar a solução e, depois, resolva cada um dos problemas na lousa, retomando as etapas de resolução de problemas e os procedimentos para resolver as equações.

Proposta para o estudante

Caso os estudantes apresentem dificuldades na resolução de equações, sugerimos o simulador “Explorador da igualdade”, no módulo “Resolva!”, no qual os estudantes têm que resolver equações polinomiais do 1º grau. Disponível em: https://phet.colorado.edu/sims/html/equality-explorer/latest/equality-explorer_pt_BR.html. Acesso em: 3 jun. 2022.

Orientações didáticas

Mais problemas resolvidos

Sugerimos que os problemas sejam resolvidos na lousa, com os estudantes, e que sejam apresentadas novamente as etapas de resolução de problemas. Entendemos que a repetição das etapas pode contribuir para o desenvolvimento do raciocínio e dar a oportunidade de aplicar conhecimentos matemáticos em outras áreas do conhecimento. Verifique também se os estudantes compreenderam o processo de resolução de equações no que se chama avaliação processual (avaliação do processo mais avaliação dos resultados) e, caso necessário, retome conceitos trabalhados nesta Unidade.

- O avô de Raul, Artur e Fernanda vai repartir R$ 46,00 entre os três netos. Raul deve receber R$ 3,00 a mais do que Artur, e Artur, R$ 2,00 a mais do que Fernanda. Quanto cada um vai receber?

Resolução

(1) Leia atentamente o problema.

(2) A quantia que Raul vai receber está sendo comparada à quantia de Artur; a quantia de Fernanda também está sendo comparada à quantia de Artur. Então, podemos considerar:

Quantia de Artur: x.
Quantia de Raul: $x + 3$.
Quantia de Fernanda: $x - 2$.

(3) x deverá ser um número inteiro ou fracionário, mas deve ser positivo.

(4) $\underbrace{x}_{\text{Artur}} + \underbrace{(x + 3)}_{\text{Raul}} + \underbrace{(x - 2)}_{\text{Fernanda}} = 46$

(5) $x + x + 3 + x - 2 = 46$

$3x + 1 = 46$

$3x = 46 - 1$

$3x = 45$

$x = \frac{45}{3}$

$x = 15$

(6) 15 é número inteiro positivo, então satisfaz a condição da etapa (3).
Como $x = 15$, teremos $x + 3 = 15 + 3 = 18$ e $x - 2 = 15 - 2 = 13$.

(7) **Resposta**: Artur vai receber R$ 15,00; Raul, R$ 18,00; e Fernanda, R$ 13,00.

Conferindo: São R$ 46,00 no total e $15 + 18 + 13 = 46$.

- Obtenha dois números inteiros consecutivos cuja soma seja 57.

Resolução

(1) Leia atentamente o problema.

(2) O menor número inteiro procurado: n.
Seu consecutivo é $n + 1$.

(3) n deverá ser número inteiro.

(4) $n + (n + 1) = 57$

(5) $n + n + 1 = 57$

$2n + 1 = 57$

$2n = 57 - 1$

$2n = 56$

$n = \frac{56}{2}$

$n = 28$

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

(6) 28 é número inteiro, então satisfaz a condição da etapa (3).
Se $n = 28$, então $n + 1 = 28 + 1 = 29$.

(7) **Resposta**: Os números são 28 e 29.

Conferindo: A soma deles é $28 + 29 = 57$.

Proposta para o professor

No artigo a seguir, é apresentada uma proposta de organização do ensino para propiciar a aprendizagem de conceitos matemáticos em meio à resolução de problemas.
PROENÇA, Marcelo C. de. Resolução de problemas: uma proposta de organização do ensino para a aprendizagem de conceitos matemáticos. *Revista de Educação Matemática*, São Paulo, v. 18, p. 1-14, 2021. Disponível em: https://revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/359/240. Acesso em: 20 jun. 2022.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

17. Se R$ 810,00 forem repartidos entre Rubens e Paula de modo que Paula receba R$ 32,00 a mais do que Rubens, quanto Rubens deve receber? R$ 389,00

18. Um auditório com capacidade para 540 pessoas está lotado. O número de mulheres é igual ao número de crianças, e o número de homens é $\frac{2}{5}$ do número de mulheres. Quantas são as crianças? 225 crianças.

19. Em um retângulo de medida de perímetro 44 cm, um dos lados mede 2 cm a mais do que o outro. Quanto mede o menor lado do retângulo? 10 cm

20. Uma fita de 247 m vai ser dividida em duas partes, de modo que uma tenha 37 m de comprimento a mais do que a outra. Quanto mede a parte maior? 142 m

21. Reparta R$ 560,00 entre Marlene, Lúcia e Flávia, de modo que Marlene receba R$ 70,00 a mais do que Lúcia, e Lúcia receba R$ 50,00 a mais que do Flávia. Marlene: R$ 250,00; Lúcia: R$ 180,00; Flávia: R$ 130,00.

22. A quantia de R$ 990,00 vai ser repartida entre Ari, Benê e Carlos. Ari deve receber R$ 32,00 a menos do que Benê, e Benê deve receber $\frac{2}{3}$ do que Carlos receber. Como deve ser feita a divisão? Ari: R$ 260,00; Benê: R$ 292,00; Carlos: R$ 438,00.

23. Sílvio, Marcelo e Carolina estavam jogando pingue-pongue e decidiram marcar quantos pontos cada um fazia. Na disputa de 404 pontos, Sílvio fez 18 pontos a mais do que Marcelo, que fez 47 pontos a menos do que Carolina.

a) Quantos pontos fez Marcelo? 113 pontos.

b) Quem pontuou mais? Carolina.

24. A soma de três números inteiros consecutivos é 408. Quais são os números? 135, 136 e 137.

25. Na sucessão de números naturais ímpares, (1, 3, 5, 7, 9, ...), ache dois números consecutivos da sucessão cuja soma seja 728. 363 e 365.

26. Na sucessão (0, 3, 6, 9, 12, ...) dos números naturais que são múltiplos de 3, determine três números consecutivos da sucessão cuja soma seja 1197. 396, 399 e 402.

27. Um presidente da República de Portugal governou durante 5 anos. A soma dos números que representam esses anos é 9 740. Em que ano começou esse governo? 1946

28. Quatro amigos se reuniram para comer numa lanchonete. A conta, de R$ 69,00, foi paga da seguinte maneira: Vicente pagou R$ 2,00 a mais do que Rubens; Rubens pagou R$ 3,50 a mais do que Laerte; Laerte pagou a metade do que Válter pagou.

a) Quem pagou a maior quantia? Quanto foi? Válter; R$ 24,00.

b) Quem pagou a menor quantia? Quanto foi? Laerte; R$ 12,00.

29. Antônio é caminhoneiro. Na próxima viagem, vai percorrer os 400 km que separam São Paulo do Rio de Janeiro. Ele vai fazer uma parada obrigatória em Jacareí (SP), cuja medida de distância de São Paulo equivale a $\frac{1}{4}$ da medida de distância Jacareí-Rio. A quantos quilômetros do Rio fica a cidade de Jacareí? 320 km

30. Gilda tem, hoje, 14 anos, e Aluísio, 4 anos. Daqui a quantos anos Gilda terá o dobro da idade de Aluísio? 6 anos.

31. Em uma competição de robótica, concorreram: Projeto **A**, Projeto **B** e Projeto **C**. O Projeto **A** teve 50 votos a menos do que o Projeto **B**, e o Projeto **C** teve 25% da votação do Projeto **B**. Votaram 1 085 pessoas. Qual foi o projeto vencedor se 28 votos foram anulados? Quantos votos ele teve? Projeto **B** com 492 votos.

Nitat Termmee/Moment RF/Getty Images

Adolescente montando um robô em aula de robótica.

32. Abelardo tem 3 anos a mais do que Ermelinda. A soma da idade dos dois é, atualmente, 31 anos.

a) Qual é a idade de Abelardo? 17 anos.

b) Qual é a idade de Ermelinda? 14 anos.

c) Há quanto tempo a idade de Abelardo era o dobro da idade de Ermelinda? 11 anos.

33. Elabore um problema que possa ser resolvido por meio da equação $4x + 20 = 2(x + 20)$. Depois, troque-o com um colega para que cada um possa resolver o problema que o outro fez. O exemplo de resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

34. Elabore um problema sobre a divisão de um prêmio de R$ 500,00 em quantias desiguais entre três ganhadores e que possa ser resolvido por meio de uma equação. Depois, troque-o com um colega para que cada um possa resolver o problema que o outro fez. O exemplo de resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

Orientações didáticas

Atividades

Nas atividades **17** a **23**, sugerimos que sejam enfatizadas as etapas para a resolução de cada problema. Converse com os estudantes destacando a importância da leitura, de se estabelecer a incógnita, analisar a condição para essa incógnita, escrever uma equação que traduza os dados do problema, resolver a equação, fazer a verificação da raiz e apresentar a resposta do problema.

Se possível, explore a obtenção da resolução de um grupo de problemas por meio de fluxogramas, ou mapas mentais. Isso favorece o desenvolvimento da habilidade **EF07MA07**.

Nas atividades **24** a **27**, é enfatizado o estudo de sequências e termos como "números consecutivos". Caso os estudantes apresentem dúvidas, analise com eles as representações algébricas que podem ser desenvolvidas para apresentar o sucessor de uma sequência. Por exemplo, o sucessor de um número natural é o número acrescido de 1 unidade (por exemplo, número: n e consecutivo: $n + 1$); o múltiplo de 3 é 3 vezes um número (por exemplo, número: n e múltiplo de 3: $3 \cdot n$) e o consecutivo de um número múltiplo de 3 é o número múltiplo de 3 acrescido de 3 unidades (por exemplo, número: n e consecutivo de um número múltiplo de 3:

$3 \cdot (n + 1) = 3 \cdot n + 3$.

Na atividade **34**, verifique se os estudantes elaboram problemas envolvendo equação do 1º grau com 1 incógnita para que eles saibam como resolver. Se alguns estudantes elaborarem problemas que envolvem outro tipo de equação, explique que, nos próximos anos, eles estudarão estratégias para a resolução de outros tipos de equação; oriente-os a modificarem seus problemas.

Proposta para o estudante

Sugerimos a seguinte atividade complementar:

- Reunir os estudantes em grupos de 3 ou 4 integrantes.
- Cada grupo deve elaborar 3 enigmas matemáticos envolvendo equações.
- Cada grupo deve trocar os problemas desenvolvidos com os dos outros grupos da turma, a fim de solucionar os enigmas elaborados pelos outros grupos.
- Após a apreciação do professor e dos colegas, organizar uma exposição na escola.

Orientações didáticas

Na História

Na BNCC

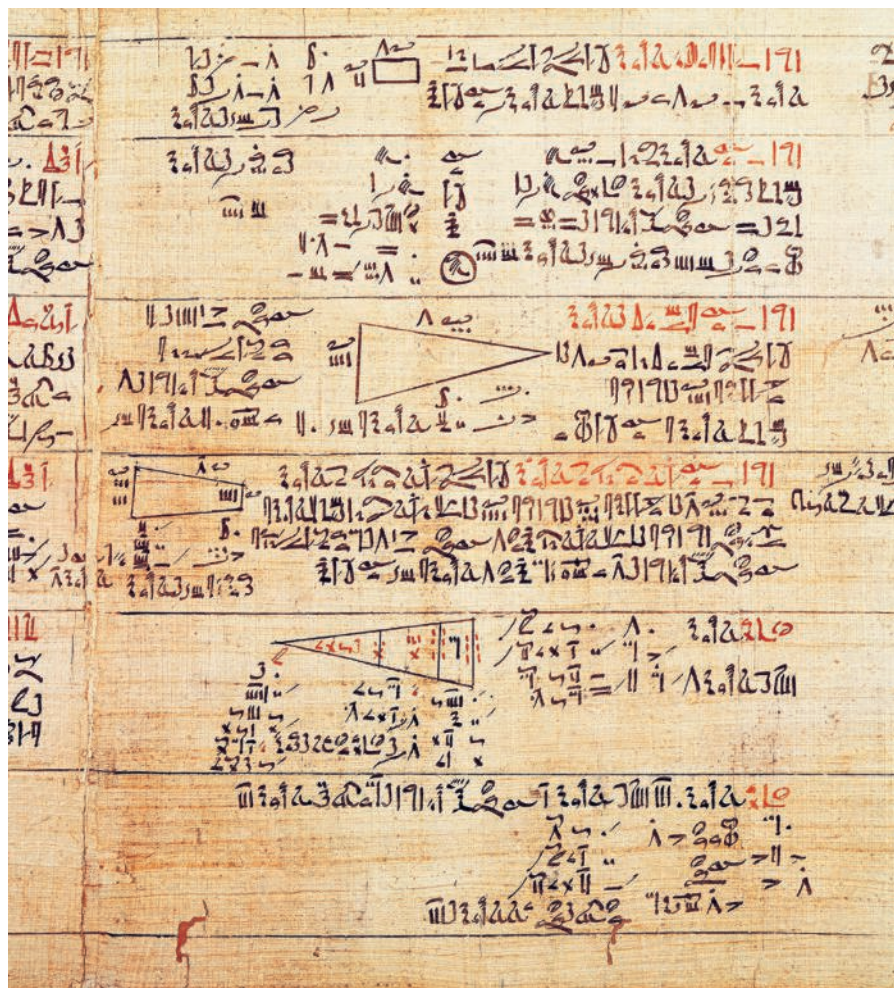
O estudo desta seção possibilita o reconhecimento da Matemática como uma ciência humana, conforme indicado na **CEMAT01**.

Faça a leitura do texto com os estudantes e comente que o papiro de Rhind é um documento egípcio que apresenta a solução de problemas envolvendo aritmética, frações, cálculo de medidas de área e de volume, proporções, equações lineares, geometria, etc.

Equações

O estudo das equações faz parte de um ramo da Matemática conhecido como Álgebra. Cerca de 4 mil anos antes de essa palavra ser incorporada à Matemática, alguns povos, como os egípcios e os babilônios, já resolviam problemas por métodos que podem ser considerados algébricos, pois a solução envolvia operações com quantidades desconhecidas.

Ainda não havia uma escrita matemática e, para resolver o problema, o estilo adotado era verbal, baseado em "receitas" não formuladas genericamente. Vamos acompanhar como isso funcionava.

DEA PICTURE LIBRARY/Album/Fotoarena

Papiro de Rhind, a fonte mais rica em informações sobre a Matemática do Egito antigo.

Vamos exemplificar o estilo verbal com a Matemática do Egito, na qual encontramos vários problemas de caráter algébrico, nos quais a incógnita era chamada de *aha*, palavra que pode ser traduzida como "monte" ou "quantidade". O primeiro problema com *aha* do papiro de Rhind (datado de cerca de 1750 a.C.) é o de número 24. Esse problema pede o valor de *aha*, informando que "a soma de *aha* com sua sétima parte é 19".

Com a notação algébrica moderna, esse problema pode ser equacionado assim: $x + \frac{x}{7} = 19$, em que x representa *aha* (quantidade incógnita).

Os egípcios utilizavam um método que consistia em experimentar um valor para *aha* e, depois, fazer um ajustamento adequado para chegar ao valor procurado. Analise os passos da resolução dada pelo escriba, em notação atual:

- Atribua o valor 7 a *aha*. Verifica-se que $7 + \frac{7}{7} = 8$ e, portanto, o valor tentado não é a solução.
- Divida 19 (valor da equação) por 8 (resultado encontrado no passo anterior); o resultado é $\frac{19}{8}$.
- *Aha* é o produto $7 \cdot \frac{19}{8} = \frac{133}{8}$ (correto).

Por fim, o escriba tirava a prova.

Essa "receita" ficou conhecida, mais tarde, na Europa, como **método de falsa posição simples** e funciona para todas as equações do mesmo tipo.

Por volta do ano 825, o persa Mohammed ibn Musa al-Khwarizmi escreveu um livro que teria grande influência no desenvolvimento da Álgebra. O título *Hisab al-jabr w'al muqabalah* poderia ser traduzido como "Ciência da transposição (*al-jabr*) e da redução (*al-muqabalah*)". As duas palavras-chave desse título designam operações elementares com equações.

Como exemplo, consideremos a equação $5x = 7 - 2x$. Aplicando-se a ela a operação *al-jabr* (transposição), obtém-se $5x + 2x = 7$, equivalente à equação dada. E, aplicando-se a operação *al-muqabalah* (redução), obtém-se $7x = 7$, também equivalente à equação dada.

Provavelmente, al-Khwarizmi foi o primeiro matemático a escrever uma obra em que se utilizavam essas operações na resolução de equações. A palavra **álgebra** deriva singelamente da palavra árabe *al-jabr*, que literalmente significa "transposição" (dos termos de uma equação).

No período que vai aproximadamente do século XVIII a.C. ao século XVIII d.C., o objetivo da Álgebra era o estudo das equações e dos métodos de resolvê-las. Somente no final do século XVII foi criada uma escrita para a Álgebra. A partir de então, passaram-se a usar letras para denotar incógnitas e constantes, ou seja, criou-se a **álgebra literal**. A ideia de representar a incógnita por x e as constantes de uma equação genérica por a, b, c, ... foi do cientista francês René Descartes (1596-1650).

Na equação $ax + b = c$ $(a \neq 0)$, por exemplo, a, b e c representam constantes, e x, a incógnita.

O estilo simbólico da Álgebra foi um dos principais fatores do desenvolvimento da Matemática a partir do século XVII, pelas possibilidades de generalização que oferece, mesmo em outras áreas dessa ciência.

Fonte dos dados: EVES, Howard. *Introdução à História da Matemática.* Trad. Hygino H. Domingues. Campinas: Unicamp, 1994; BAUMGART, John K. *Álgebra.* Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1992; DERBYSHIRE, John. *Unknown Quantity.* Nova Iorque: Plume Books, 2006; HOLLINGDALE, Stuart. *Makers of Mathematics.* Londres: Penguin books, 1989.

Reprodução/Museu do Louvre, Paris, França.

Retrato de René Descartes, de Frans Hals, *c.* 1649 (óleo sobre tela de 77,5 cm × 68,5 cm).

Orientações didáticas

Na História

Sugerimos mostrar com detalhes o método de transposição (operação *al-jabr*) e redução (operação *al-muqabalah*) e a evolução da Álgebra no decorrer dos séculos, até chegar no cientista francês René Descartes (1596-1650).

Em seguida, proponha a interpretação do texto, tomando como referencial os questionamentos propostos. Caso os estudantes apresentem dúvidas, faça a leitura retomando e destacando as informações apresentadas no texto. Valorize e incentive o posicionamento de cada estudante.

Proposta para o professor

Para que você possa utilizar outros elementos da História da Matemática para o ensino de Álgebra, sugerimos a referência a seguir.

BAUMGART, John K. *Tópicos de História da Matemática para o uso em sala de aula*: Álgebra. São Paulo: Atual, 1992.

Orientações didáticas

Na História

Os aspectos abordados contribuem para dar significado aos conceitos, despertar o interesse dos estudantes e motivar os estudos. Desenvolva estratégias de leitura que instiguem o desenvolvimento de habilidades argumentativas e a realização de inferências. Faça a leitura inferencial coletiva e pergunte aos estudantes: “Qual é o objetivo do texto?”; “Quais são as informações que chamaram mais a sua atenção?”; entre outras. Valorize as respostas, ainda as que não estejam tão bem adaptadas ao contexto e ao objetivo, e exemplifique quais abordagens e formatos de resposta são mais significantes para esse contexto.

As respostas encontram-se na seção *Resoluções* deste Manual.

1. Qual foi a vantagem de o escriba do papiro de Rhind tentar inicialmente o valor 7 para a determinação de *aha*? Resolva esse problema pelo mesmo método do escriba, mas tentando um valor diferente de 7; verifique, então, que a solução da equação é a mesma.
2. Resolva pelo método de falsa posição simples a seguinte equação e verifique a solução encontrada:

$$x + \frac{x}{15} = 20$$

3. Qual é o significado original da palavra **álgebra**?
4. O primeiro matemático a usar letras para indicar constantes foi o francês François Viète (1540-1603). Viète usava a seguinte convenção: vogais maiúsculas para indicar quantidades incógnitas e consoantes maiúsculas para indicar constantes. Se Viète usasse o símbolo de igualdade usado hoje (ele usava a palavra **igual**, em latim, ou uma abreviatura dela) e os símbolos atuais da adição e da multiplicação, como poderia escrever a equação $ax + b = c$ $(a \neq 0)$, empregando as letras *A*, *B*, *C* e *D* em maiúsculo ou minúsculo?
5. O atual símbolo de igualdade foi introduzido pelo médico e matemático galês R. Record (1510-1558) em uma obra de 1557. Record, porém, usava traços maiores do que os usados hoje, e sua ideia é que não podiam existir duas coisas mais iguais do que um par de retas paralelas. Mas esse símbolo demorou a ser adotado genericamente. O fato de Record escrever em inglês (os livros dele tinham a forma de um diálogo entre um professor e um estudante) pode ter contribuído para isso? Por quê?

Leemage/AFP

François Viète, de Alexandre Saverien, 1766.
Ilustração do livro *Histoire des mathématiciens*.

Proposta para o professor

Para refletir sobre a avaliação do processo de ensino da Matemática, sugerimos a seguinte referência:
SANTOS, Rosiane de O. da F. Avaliação do processo de construção do conhecimento escolar em Matemática. *Revista Educação Pública*, v. 19, nº 24, 8 out. 2019. Disponível em: https://educacaopublica.cecierj.edu.br/artigos/19/24/avaliacao-do-processo-de-construcao-do-conhecimento-escolar-em-matematica. Acesso em: 9 maio 2022.

Na Unidade

Faça as atividades no caderno.

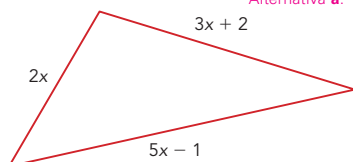
1. **(Saresp)** A expressão $x + \frac{x}{4}$ pode ser escrita como: Alternativa **c**.

a) a soma de um número com o seu quádruplo.
b) a soma de um número com o seu dobro.
c) a soma de um número com a sua quarta parte.
d) a soma de um número com a sua metade.

2. A expressão que representa "a metade do sucessor de um número natural *n*" é: Alternativa **b**.

a) $\frac{n}{2} + 1$ **c)** $n + \frac{1}{2}$
b) $\frac{n+1}{2}$ **d)** $\frac{n+2}{2}$

3. O perímetro do triângulo a seguir mede: Alternativa **a**.

Banco de imagens/Arquivo da editora

a) $10x + 1$ **c)** $11x$
b) $10x + 3$ **d)** $11x + 1$

As questões **4** e **5** referem-se à sequência numérica (8, 12, 14, 15, ...), em que os termos mantêm uma regularidade.

4. Qual é o quinto termo dessa sequência?

a) 16 **c)** 15,5 Alternativa **c**.
b) 15,75 **d)** 15,25

5. Qual das fórmulas a seguir corresponde a essa sequência? Alternativa **b**.

a) $a_1 = 8$ e $a_n = a_{n-1} + 4$, para $n > 1$.
b) $a_1 = 8$ e $a_n = \frac{1}{2}a_{n-1} + 8$, para $n > 1$.
c) $a_n = 4n + 4$, para $n \geqslant 1$.
d) $a_n = 8n$, para $n \geqslant 1$.

6. **(Saresp)** O valor de *x* que satisfaz a equação $\frac{x+1}{3} = \frac{1-x}{2}$ é: Alternativa **d**.

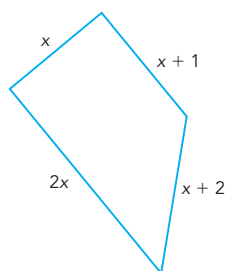
a) −1. **b)** 5. **c)** $\frac{1}{3}$. **d)** $\frac{1}{5}$.

7. Uma corrida de táxi custa R$ 4,00 mais uma parcela que depende da medida da distância percorrida, sendo cobrado R$ 1,50 por quilômetro. Quantos quilômetros são percorridos numa corrida que custa ao todo R$ 22,00?

Representando por *x* o número de quilômetros percorridos, a equação que corresponde a este problema é: Alternativa **c**.

a) $4x + 1{,}5 = 22$. **c)** $4 + 1{,}5x = 22$.
b) $1{,}5(x + 4) = 22$. **d)** $1{,}5x = 22 + 4$.

8. O perímetro do quadrilátero mede 43. Então, o valor de *x* é: Alternativa **c**.

Banco de imagens/Arquivo da editora

a) 6. **b)** 7. **c)** 8. **d)** 9.

9. **(UFRN)** Somando-se 10 a um número dado e dividindo-se o resultado por 5, obtém-se 15. Assim sendo, o número dado está compreendido entre: Alternativa **c**.

a) 10 e 15. **c)** 60 e 70.
b) 50 e 60. **d)** 15 e 30.

10. **(UFMG)** Um estudante planejou fazer uma viagem de férias e reservou uma certa quantia em dinheiro para o pagamento de diárias. Ele tem duas opções de hospedagem: a Pousada **A**, com diária de R$ 25,00, e a Pousada **B**, com diária de R$ 30,00. Se escolher a Pousada **A**, em vez da Pousada **B**, ele poderá ficar três dias a mais de férias.

Nesse caso, é correto afirmar que, para o pagamento de diárias, esse estudante reservou:

a) R$ 300,00.
b) R$ 600,00.
c) R$ 350,00.
d) R$ 450,00. Alternativa **d**.

Orientações didáticas

Na Unidade

Na BNCC

Essa seção favorece o desenvolvimento das habilidades exploradas ao longo de toda a Unidade e mobiliza com maior ênfase a **CEMAT02**, a **CEMAT06** e a **CG02** ao propor a resolução de atividades diversas por meio de diferentes contextos e estratégias de resolução.

Esta seção traz atividades dos principais conteúdos abordados na Unidade que podem ser utilizadas como ferramentas de avaliação. Proponha a resolução das atividades individualmente. Acompanhe os estudantes durante a realização delas e registre avanços e dificuldades para, ao final, propor novas atividades para remediação coletiva ou individual de defasagens, conforme cada caso.

A seguir, listamos algumas sugestões e estratégias para remediação.

Erros de resolução nas atividades **1** e **2** podem indicar que os estudantes não compreenderam a ideia de variável. Retome o conceito com a turma, apresentando diferentes exemplos.

As atividades **4** e **5** têm o objetivo de verificar se os estudantes reconhecem sequências representadas de maneira recursiva e se utilizam a simbologia algébrica para expressar regularidades em sequências. Revise o tópico que aborda o conteúdo sobre sequências e proponha aos estudantes que refaçam as atividades, auxiliando-os de maneira individual.

As atividades **3** e **6** a **10** têm o objetivo de levar o estuante a compreender a ideia de variável e de reconhecer quando 2 expressões algébricas são equivalentes. Algumas delas são situações-problema em contextos diversos. Erros de resolução dessas atividades podem indicar dificuldades de interpretação dos dados dos problemas. Para superar esse obstáculo, retome a leitura dos enunciados pausadamente e registre na lousa cada dado conforme avançar a leitura, solicitando ajuda aos estudantes nessa organização, bem como levando-os à interpretação do enunciado e à decisão de quais operações e estratégias devem ser tomadas.

Outras dificuldades diferentes das listadas podem surgir; por isso, é importante o monitoramento individual e contínuo dos estudantes.

Orientações didáticas

Abertura

Na BNCC

A abertura da Unidade mobiliza com maior ênfase a **CG02** e a **CEMAT03** ao explorar a utilização da Matemática em outras áreas do conhecimento, exercitando a curiosidade intelectual. Favorece ainda o desenvolvimento do TCT *Ciência e Tecnologia* ao explorar a construção de um brinquedo.

Aproveite esse contexto inicial para debater a presença e a importância da Matemática nos avanços tecnológicos, sejam eles para propiciar lazer, como no caso da roda-gigante, sejam para resolver questões sérias relacionadas a saúde, segurança, habitação, etc.

Peça aos estudantes que façam a leitura do texto e observem a fotografia. Pergunte: "Vocês já estiveram em uma roda-gigante?"; "Vocês já tinham ouvido falar sobre a roda-gigante da fotografia?".

Comente com os estudantes que, em 2021, a maior roda-gigante do mundo localizava-se em Dubai, com medida de altura de 250 metros.

Proponha que os estudantes reflitam sobre a importância da criação da roda para a humanidade. Se considerar oportuno, realize um trabalho interdisciplinar com **História**.

Ao realizarem as atividades propostas na abertura, sugira que os estudantes se organizem em pequenos grupos e, depois, compartilhem com a turma as respostas encontradas.

NESTA UNIDADE VOCÊ VAI:

- determinar a distância entre dois pontos, entre um ponto e uma reta e entre duas retas paralelas;
- identificar os principais elementos de uma circunferência;
- construir triângulos e circunferência usando régua e compasso;
- reconhecer a condição de existência de um triângulo e classificá-lo quanto às medidas dos lados e quanto às medidas dos ângulos internos;
- determinar a soma das medidas dos ângulos internos e das medidas dos ângulos externos de um polígono regular.

CAPÍTULOS

Reprodução do Livro do Estudante em tamanho reduzido.

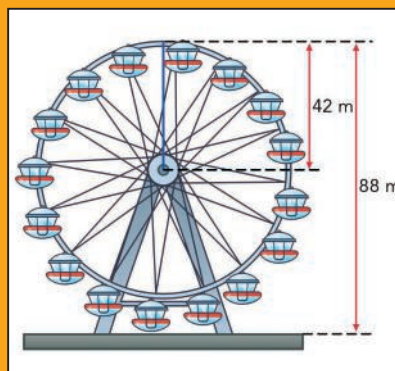
Roda-gigante Rio Star, localizada no Rio de Janeiro (RJ), Brasil. Inaugurada em 6 de dezembro de 2019, é a maior roda-gigante da América Latina, com 88 m de altura. Fotos de 2020.

A roda-gigante

A ciência e a tecnologia possibilitaram a construção de brinquedos interessantes, como a roda-gigante, muito apreciada em parques de diversão. Ela é também atração turística em várias cidades do mundo, proporcionando uma visão panorâmica da região onde é instalada.

A estrutura geralmente é formada por duas rodas paralelas verticais que giram em conjunto, em torno de um mesmo eixo horizontal. Entre elas há bancos ou cabines que, independentemente do movimento das rodas, mantêm-se sempre na horizontal.

Até 2021, a maior roda-gigante da América Latina é a Rio Star, localizada na cidade do Rio de Janeiro (RJ). Tem 54 cabines que comportam até 8 passageiros cada uma, possibilitando o transporte de 432 pessoas ao mesmo tempo.

As imagens não estão representadas em proporção.

Rio Star
Altura do equipamento: 88 metros.
Raio da roda: 42 metros.
Cabine: 54 para 8 pessoas cada.

As respostas encontram-se na seção *Resoluções* deste Manual.

Analise com atenção as imagens e responda: Com qual figura geométrica cada imagem da roda-gigante é parecida? O que podemos dizer sobre a distância de cada cabine ao ponto fixo no centro da roda-gigante?

A ciência e a tecnologia possibilitaram a produção de outros equipamentos que utilizam rodas e que usamos em nosso benefício. Dê alguns exemplos. Exemplos de resposta: Carroça, moinho de água, cadeira de rodas, bicicleta e automóvel.

Jorge hely veiga/Shutterstock
Wallace Silva/Fotoarena
Tiago Donizete Leme/Arquivo da editora

Orientações didáticas

Abertura

Se considerar oportuno, apresente o texto a seguir para incentivar os estudantes no estudo sobre a invenção da roda.

Como inventaram a roda?

A gente nem imagina, mas houve um tempo em que a roda ainda não existia e executar tarefas simples, como movimentar objetos, era um trabalho muito difícil. Ninguém sabe quem nem quando exatamente a roda surgiu, mas ela é considerada a máquina inventada pelo ser humano que mais possibilitou transformações no mundo!

Pesquisadores acreditam que esse artefato tem quase seis milênios de história, pois foi encontrada, pela primeira vez, feita em uma placa de argila nas ruínas da antiga região da Mesopotâmia, onde hoje é o Iraque. Alguns arqueólogos acreditam que a roda pode ser ainda mais antiga, pois encontraram em um vaso desenhos parecidos com um meio de transporte com rodas, que teria sido feito em 4 000 a.C.

As primeiras rodas eram feitas com três placas de madeira, cortadas em formato redondo, e ligadas por ripas ou eram maciças de pedra, e, consequentemente, muito pesadas. Vestígios dessa tecnologia foram encontrados em diversas partes do mundo, com diferentes usos: na China, compôs carros usados nas guerras, no resto do Oriente, era puxada por animais domesticados, os olmecas, povo que viveu no sul do México, faziam brinquedos para as crianças e, na Núbia, já existia a roda-d'água.

Embora tenha sido aperfeiçoada na Antiguidade, quando surgiu a roda com aros, muito mais leve, e a roda revestida de madeira para evitar o desgaste desigual, foi só no século XIX que a roda com câmara, que é como a conhecemos hoje, apareceu. Seu primeiro uso foi para a locomoção em uma bicicleta e, com o desenvolvimento da tecnologia, acabou sendo produzida a partir de novos materiais, como metais de liga leve e compostos de carbono.

INSTITUTO PENSI. Como inventaram a roda? *EBC*, [*s. l.*], 22 nov. 2016. Disponível em: https://memoria.ebc.com.br/infantil/voce-sabia/2016/11/como-inventaram-roda. Acesso em: 24 maio 2022.

Orientações didáticas

Distância entre dois pontos

Na BNCC

Este capítulo favorece o desenvolvimento das habilidades: **EF07MA12** ao utilizar as 4 operações básicas na resolução de problemas de geometria; **EF07MA22** e **EF07MA33**, na construção de circunferências; e **EF07MA29**, quando são efetuadas medidas de distância, associando ao conceito de comprimento de um segmento de reta.

Recomendamos que o estudo da distância entre 2 pontos comece com a análise da imagem apresentada. Espera-se que a maioria dos estudantes identifique visualmente que o caminho c_3 é o mais curto entre os apresentados para ligar a menina e a casa.

Se, em sua avaliação, o resultado não estiver intuitivo para alguns estudantes, reproduza na lousa 2 pontos distintos e, com linhas de cores diferentes, trace um caminho curvo e outro reto entre eles. Utilize ambas as mãos, uma para cada trajeto, de modo que a velocidade com que elas realizam os traços seja igual.

Desse modo, você demonstra de modo dinâmico que a mão que traça o segmento de reta chegará ao destino antes da outra mão, que traça a linha curva. Isso auxilia na percepção de que o que está mais perto é alcançado mais rápido.

Distâncias e circunferências

EF07MA12
EF07MA22
EF07MA29
EF07MA33

Distância entre dois pontos

Analise a ilustração. Qual é o caminho mais curto entre a menina e a casa?

Se considerarmos dois pontos, *A* e *B*, sempre é possível encontrar mais de um caminho para ir de um ponto a outro.

Verifique, na ilustração, as trajetórias c_1, c_2, c_3 e c_4.

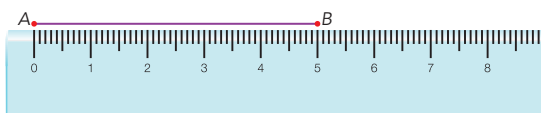
Cada linha que liga *A* com *B* tem uma medida de comprimento. Qual é o caminho mais curto para ir de *A* até *B*?

O caminho mais curto para ir de *A* até *B* está representado pelo segmento de reta $\overline{AB}$. O comprimento desse segmento é a **distância** entre os pontos *A* e *B*.

Nesse caso, para medir a distância entre dois pontos, *A* e *B*, traçamos o segmento de reta $\overline{AB}$ e medimos o comprimento com uma régua graduada.

Alberto De Stefano/Arquivo da editora

Utilizaremos o conceito de distância para calcular a medida de área de figuras poligonais na Unidade 7.

As imagens não estão representadas em proporção.

Medida de distância entre *A* e *B*: $AB = 5$ cm

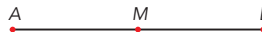
Banco de imagens/Arquivo da editora

Indicamos a medida do segmento de reta $\overline{AB}$ por *AB*.

Ponto médio de um segmento

O ponto *M* pertencente a um segmento de reta $\overline{AB}$ e igualmente distante de *A* e *B* é chamado **ponto médio** de $\overline{AB}$.

A M B

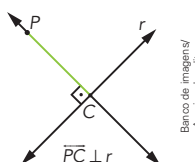
Banco de imagens/Arquivo da editora

O ponto médio *M* divide o segmento de reta $\overline{AB}$ em duas partes de medidas iguais: $AM = MB = \frac{AB}{2}$.

Por exemplo, se $AB = 6$ cm, então: $AM = \frac{6}{2}$ cm $= 3$ cm e $MB = 3$ cm.

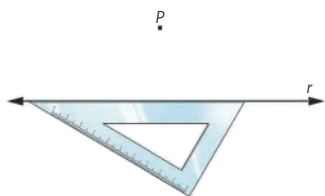
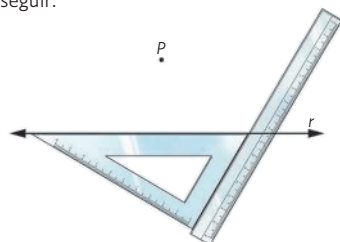
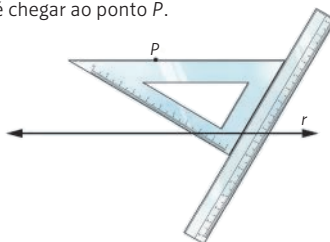
Se $MB = 4{,}25$ cm, então: $AM = 4{,}25$ cm e $AB = 2 \cdot 4{,}25$ cm $= 8{,}5$ cm.

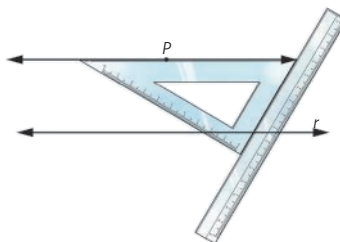
Distância entre um ponto e uma reta

Agora, considere uma reta *r* e um ponto *P* não pertencente à reta. Se tomarmos vários pontos em *r* (*A*, *B*, *C*, *D*, *E*, etc.), cada um deles estará a certa distância de *P*, como na imagem.

Analise os segmentos de reta $\overline{PA}$, $\overline{PB}$, $\overline{PC}$, $\overline{PD}$ e $\overline{PE}$, por exemplo. Cada um desses segmentos tem uma medida de comprimento. Qual dos segmentos de reta que ligam *P* a um ponto da reta *r* tem menor medida de comprimento? É o segmento de reta $\overline{PC}$, já que a reta $\overleftrightarrow{PC}$ é perpendicular à reta *r*. O comprimento do segmento de reta $\overline{PC}$ é a **distância** entre o ponto *P* e a reta *r*.

O traçado da paralela

Antes de estudarmos a distância entre duas retas paralelas, vamos aprender a traçar uma reta paralela à reta *r* passando por um ponto *P* dado.

1º) Alinhamos o esquadro com a reta *r*.

2º) Posicionamos a régua como mostrado na imagem a seguir.

3º) Mantendo a régua imóvel, deslizamos o esquadro até chegar ao ponto *P*.

4º) Traçamos a reta paralela a *r* que contém o ponto *P*.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Orientações didáticas

Distância entre um ponto e uma reta

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade **EF07MA29** quando são efetuadas medidas de distância entre um ponto e uma reta.

Explore a figura mostrada pela professora no livro. Espera-se que a maioria dos estudantes identifique visualmente que a medida do segmento de reta $\overline{PC}$ é a menor.

Reforce que, às vezes, nossos olhos não são a melhor ferramenta para estimar distâncias entre objetos. Solicite que cada estudante meça com a régua o comprimento dos 5 segmentos de reta desenhados e que escrevam os resultados obtidos em ordem decrescente de valores.

O traçado da paralela

Este é um tópico de construção geométrica elementar – a maneira mais eficiente de realizá-lo é uma reprodução das etapas com a turma. Em uma folha de papel sem pauta, peça aos estudantes que tracem uma reta horizontal e um ponto fora dela. Siga os 4 passos ilustrados, cuidando para que todos tenham realizado cada passo corretamente antes de prosseguir.

Orientações didáticas

Atividades

Na atividade **1**, os estudantes precisarão utilizar régua e esquadro. É fundamental fazer uma sondagem prévia para identificar se os estudantes possuem facilidade com esses recursos. Além disso, como é solicitado que os estudantes construam uma reta paralela, é preciso atenção para que eles não cometam algum equívoco que possa conduzi-los a um erro conceitual.

Distância entre duas retas paralelas

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade **EF07MA29** ao propor a construção de segmentos de reta perpendiculares a um par de retas paralelas e a medição do comprimento deles com uma régua graduada.

Peça que os estudantes meçam os segmentos de reta $\overline{AX}$ e $\overline{BY}$ mostrados com a régua e que registrem as medidas obtidas. Comente que o fato de a medida de distância entre as retas não mudar em qualquer ponto pelo qual tracemos o segmento de reta perpendicular a elas é outro jeito de afirmar que essas retas são paralelas.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1. Construa, no caderno, um triângulo ABC. Depois, usando régua e esquadro, trace a reta paralela ao lado $\overline{AB}$ passando pelo vértice C. A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

Distância entre duas retas paralelas

As imagens não estão representadas em proporção.

Vamos pensar em duas retas paralelas, r e s. Se tomarmos em r dois pontos quaisquer, A e B, como na imagem, notaremos que a distância entre A e s (comprimento do segmento de reta $\overline{AX}$) é igual à distância entre B e s (comprimento do segmento de reta $\overline{BY}$).

$$AX = BY$$

Banco de imagens/Arquivo da editora

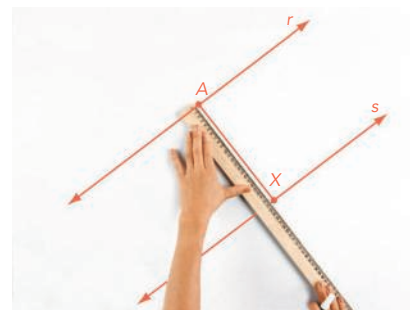
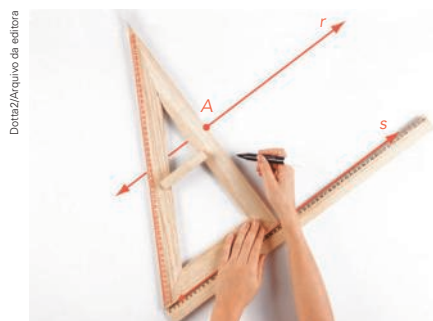
O comprimento de $\overline{AX}$ (ou de $\overline{BY}$) é a distância entre as retas r e s.

Para medir a distância entre duas retas paralelas, r e s, procedemos da seguinte maneira.

1º) Marcamos um ponto A qualquer em r e traçamos por A a reta perpendicular a r e a s.

Dotta2/Arquivo da editora

2º) Marcamos um ponto X, intersecção da reta perpendicular com a reta s. Medimos a distância AX com a régua.

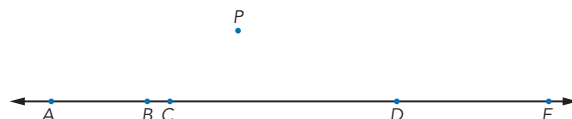
Dotta2/Arquivo da editora

Convém analisar que o processo de medição sempre nos dá um valor aproximado do valor real. Por exemplo, quando medimos um segmento de reta com a régua e obtemos 2 cm, não é possível garantir que esse é o valor exato – poderia ser, por exemplo, 2,001 cm ou 1,99 cm ou 1,999 cm, etc. Em todas as atividades deste capítulo nas quais solicitamos que sejam feitas medições, deve-se responder as medidas o mais precisas possível com os instrumentos utilizados.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

2. Meça, e escreva no caderno, as distâncias entre P e os pontos A, B, C, D e E:
$PA = 3{,}5$ cm; $PB = 2{,}0$ cm; $PC = 1{,}7$ cm; $PD = 3{,}0$ cm; $PE = 5{,}6$ cm.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Faça as atividades no caderno.

3. Na figura a seguir, representamos os pontos colineares *P*, *A*, *M* e *B*. Se *M* é o ponto médio do segmento de reta $\overline{AB}$, *PA* = 4 cm e *PB* = 7 cm, qual é a medida de distância entre *P* e *M*? *PM* = 5,5 cm

P A M B

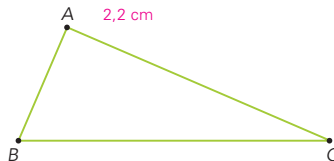
Banco de imagens/Arquivo da editora

4. Meça, e escreva no caderno, a distância entre o ponto *B* e a reta que passa pelos pontos *A* e *C* nas seguintes figuras:

a) 4,7 cm

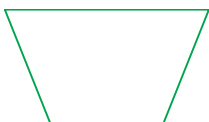
A B C

b) 2,2 cm

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

5. A altura de um trapézio corresponde à distância entre as retas que contêm suas bases (paralelas). Meça, e escreva no caderno, a altura dos seguintes trapézios:

a) 2 cm

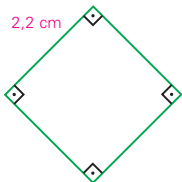
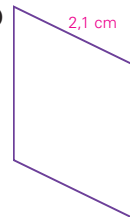
b) 1,3 cm

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

6. Sabendo que a altura de um paralelogramo corresponde à distância entre as retas que contêm dois lados paralelos, meça, e escreva no caderno, a menor altura dos seguintes paralelogramos:

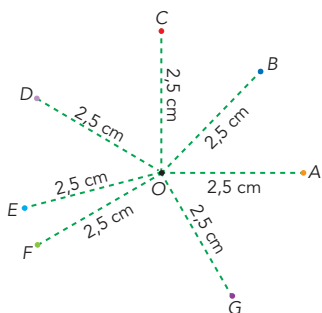
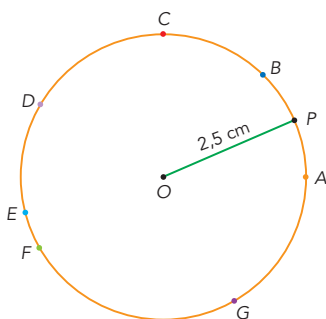
a) 2,2 cm

b) 2 cm

c) 2,1 cm

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Circunferência

Na figura a seguir, os pontos *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F* e *G* de um plano estão todos à mesma distância, que mede 2,5 cm, do ponto *O*.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

A figura formada por todos os pontos que estão a 2,5 cm do ponto *O* é uma curva chamada **circunferência**. O ponto *O* é o **centro** da circunferência. O segmento de reta que liga *O* a um ponto qualquer da circunferência é chamado de **raio**.

Circunferência é o conjunto de todos os pontos de um plano que estão a uma mesma distância de um ponto fixo desse plano.

Orientações didáticas

Atividades

As atividades **2** e **4** podem ser exemplos de atividade lúdica. Você pode desenhar uma reta (ou as figuras indicadas na atividade **4**) no pátio da escola e, com o auxílio de fita métrica ou outro instrumento, realizar a mesma proposta.

A atividade **3** retoma o conceito de pontos colineares. É importante investigar se esse conceito está claro para os estudantes e, caso necessário, retome o assunto com eles.

Verifique que nas atividades **5** e **6**, os conceitos de trapézio e de paralelogramo são retomados. Realize uma sondagem com os estudantes, a fim de verificar se todos sabem definir e identificar tais figuras. No item **c** da atividade **6**, cuide para que eles não confundam os 2 lados verticais do paralelogramo com a altura relativa aos outros 2 lados.

Circunferência

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade **EF07MA22** ao propor a construção de circunferência, o reconhecimento dela como lugar geométrico e a identificação de seus principais elementos.

O tópico introduz o conceito de lugar geométrico, por indução. Para auxiliar os estudantes na visualização, reproduza na lousa a circunferência apresentada no livro e, além dos 7 pontos indicados de *A* até *G*, construa mais outras dezenas de pontos distantes 2,5 cm do ponto *O*, preenchendo os espaços entre os existentes até praticamente obter uma linha pontilhada que evidencie o contorno da circunferência.

Finalmente, comente que a circunferência consiste apenas nos pontos que formam a linha. Se incluirmos os pontos internos, obtemos um círculo.

Orientações didáticas

Circunferência

Identifique com os estudantes que os segmentos de reta da página anterior $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$, etc., de medida 2,5 cm, são chamados **raios**.

Uma vez estabelecidos o centro e o traçado da circunferência, recomende aos estudantes que tracem segmentos de reta de diversas direções que liguem 2 pontos quaisquer da circunferência desenhada por eles no caderno. Esses segmentos são conhecidos como **cordas**.

Das diversas cordas desenhadas, pergunte à turma quais delas foram traçadas passando pelo ponto *O*. Explique que essas cordas têm o nome especial **diâmetros** da circunferência. Peça que meçam os comprimentos de todas as cordas desenhadas; espera-se que eles percebam que a maior corda traçada sempre é um diâmetro da circunferência.

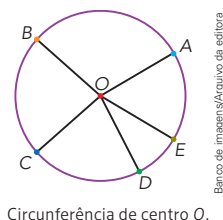
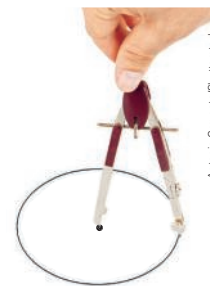
Finalmente, mostre que a medida do diâmetro é equivalente ao dobro da medida do raio da circunferência.

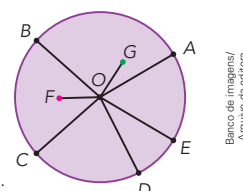
Raio de uma circunferência

Para construir circunferências, utilizamos um instrumento chamado **compasso**, mostrado na foto.

Analise a representação da circunferência de centro *O*.

O raio dessa circunferência mede 1,5 cm. Todos os pontos da circunferência (*A*, *B*, *C*, *D* e *E*, por exemplo) estão à mesma distância, que mede 1,5 cm, do ponto *O*.

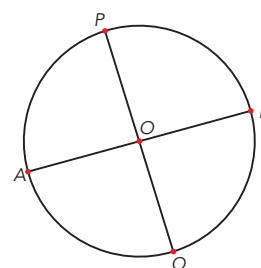
Todos os pontos do interior dessa circunferência (*F* e *G*, por exemplo) estão a uma medida de distância menor do que 1,5 cm do ponto *O*.

Circunferência de centro *O*.

O compasso é um instrumento utilizado para desenhar circunferências.

Os pontos da circunferência e os pontos do interior formam uma figura denominada **círculo**.

Círculo de centro *O*.

Diâmetro de uma circunferência

Um segmento de reta que tem as extremidades em uma circunferência e passa pelo centro dela é chamado de **diâmetro**.

Verifique a circunferência de centro *O* representada a seguir. O segmento de reta $\overline{AB}$ é um diâmetro dessa circunferência; $\overline{PQ}$ é outro diâmetro. O centro *O* é ponto médio de $\overline{AB}$ e também de $\overline{PQ}$.

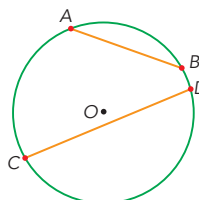
Em uma circunferência, a medida do diâmetro é o dobro da medida do raio.

A medida do segmento de reta $\overline{AB}$, assim como a do segmento de reta $\overline{PQ}$, é o dobro da medida do raio da circunferência.

Por exemplo, se uma circunferência tem raio medindo 3,2 cm, então a medida de cada diâmetro é:

$$2 \cdot 3{,}2 \text{ cm} = 6{,}4 \text{ cm}$$

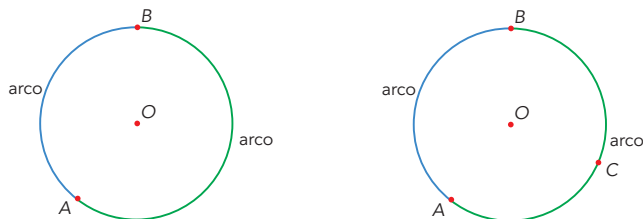
Corda

Corda é um segmento de reta que tem como extremidades dois pontos da circunferência; sendo assim, o diâmetro é a maior corda de uma circunferência. Nesta figura, $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ são exemplos de cordas.

Banco de imagens/ Arquivo da editora

As imagens não estão representadas em proporção.

Arco de circunferência

Os pontos *A* e *B* distintos e pertencentes à circunferência a seguir a dividem em duas partes, cada uma chamada de **arco de circunferência**.

Os pontos *A* e *B* são chamados de **extremidades do arco**. O arco menor é representado pela notação $\overset{\frown}{AB}$. Para representar o arco maior, devemos compor mais um ponto pertencente a este, por exemplo, o ponto *C*. Assim, representamos o arco maior por $\overset{\frown}{ACB}$.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Construção de uma circunferência

Participe

Faça as atividades no caderno.

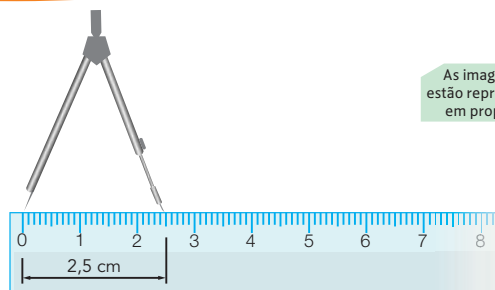
Vamos construir uma circunferência utilizando alguns objetos.

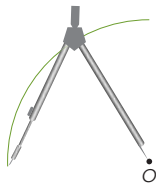
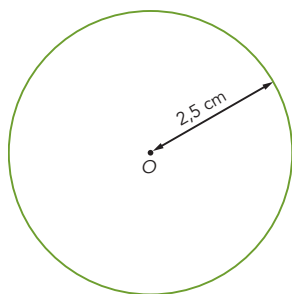
1º) Pegue algum objeto redondo, como moeda, rolo de fita adesiva, copo, entre outros. Apoie a parte redonda dele em uma folha de papel e com um lápis faça o contorno dele.

2º) Pegue um pedaço de barbante e amarre cada extremidade em um lápis. Em uma folha de papel, deixe um dos lápis fixo enquanto você movimenta o outro.

- Que figura geométrica foi construída? Circunferência.
- Os dois lápis amarrados no barbante funcionam como um instrumento geométrico. Qual é ele? Compasso.

Agora, vamos construir uma circunferência de raio medindo 2,5 cm utilizando o compasso. Acompanhe:

1º) Usamos a régua para determinar a abertura do compasso: 2,5 cm.

As imagens não estão representadas em proporção.

2º) Em uma folha marcamos um ponto *O*, centro da circunferência. Posicionamos a ponta-seca do compasso em *O* e girando o compasso começamos a traçar a circunferência.

3º) Traçamos a circunferência de centro *O* e raio medindo 2,5 cm.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Orientações didáticas

Arco de circunferência

O objetivo principal deste tópico é identificar os arcos como subconjuntos da circunferência.

Pergunte aos estudantes se eles conseguiram perceber que os pontos *A* e *B* na primeira figura da página dividiram a circunferência em 2 partes, representadas respectivamente pelas linhas verde e azul. Reforce que, nesse caso, o comprimento da linha verde é maior do que o da linha azul.

Também é importante registrar que, por convenção, associamos o nome “arco *AB*” ao arco menor. Se quisermos falar do arco maior, usamos a estratégia mostrada no texto de incluir mais um ponto na região interna do arco para nomeá-lo “arco *ACB*”.

Construção de uma circunferência

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade **EF07MA22** ao propor a construção de circunferências usando compasso e régua.

Participe

Este boxe propõe uma maneira de traçar circunferências sem o uso de compasso. Depois, o texto mostra uma construção de circunferência passo a passo com o uso do compasso.

Orientações didáticas

Atividades

A atividade **7** pode ser desenvolvida com o auxílio do *software Geogebra*. Contudo, é importante auxiliar os estudantes a compreenderem as ferramentas e como manuseá-las. Para encontrar a medida do raio, basta realizar a medida direta do segmento de reta $\overline{AC}$ ou do $\overline{CB}$. Comente com os estudantes que uma alternativa para obter a medida do raio é pela diferença entre as medidas *PC* e *PA* dos segmentos de reta ou entre as medidas *PB* e *PC* dos segmentos de reta.

A atividade **8** pode ser aprofundada à medida que o docente busca relação com outras rodas-gigantes ao redor do mundo. Pode ser um bom momento para explorar recursos como o Google Earth, por exemplo. Mostre as dimensões reais dos diâmetros de rodas-gigantes para auxiliar a turma com a estimativa de ordem de grandeza desses valores entre 20 e 100 metros.

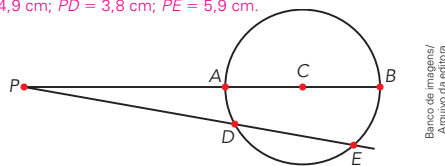
Nas atividades **9** e **10**, os estudantes precisarão utilizar régua e compasso. É fundamental fazer uma sondagem prévia para identificar se os estudantes possuem facilidade com esses instrumentos. Tais atividades poderão ser replicadas em ambientes computacionais.

A atividade **11** envolve o conceito de outro lugar geométrico, a mediatriz do segmento de reta $\overline{AB}$. Também se espera que os estudantes consigam obtê-la com régua e compasso – e que o processo agora faça sentido, já que envolve a intersecção de 2 circunferências com medidas de raios arbitrárias iguais e centros em *A* e *B*, respectivamente.

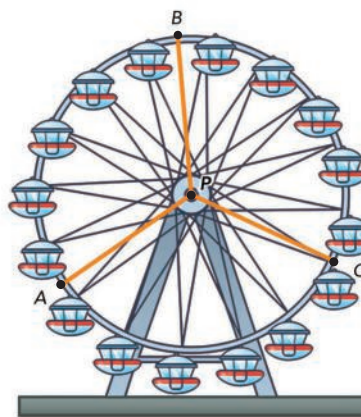
As atividades **12** a **14** podem ser desenvolvidas individualmente pelos estudantes e, posteriormente, eles podem se organizar em grupos para debater as soluções. Pode-se, ainda, explorar em quais objetos do cotidiano podemos ver circunferências de tamanhos diferentes.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

7. Meça, e anote no caderno, as distâncias entre *P* e os pontos *A*, *B*, *C*, *D* e *E* representados na figura.
PA = 3,6 cm; *PB* = 6,2 cm; *PC* = 4,9 cm; *PD* = 3,8 cm; *PE* = 5,9 cm.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Agora, responda: Sendo *C* o centro da circunferência, quanto mede o raio dessa circunferência? 1,3 cm

8. Analise a ilustração esquemática a seguir, que representa a roda-gigante Rio Star, mencionada na abertura desta Unidade. Meça as distâncias entre *P* (centro da circunferência) e os pontos *A*, *B* e *C* e anote-as no caderno.
PA = 2,8 cm; *PB* = 2,8 cm; *PC* = 2,8 cm.

Tiago Donizete Leme/Arquivo da editora

Agora, responda: Quanto mede o diâmetro dessa circunferência? 5,6 cm

9. Em uma folha de papel, marque um ponto *O*. Com um compasso, desenhe as circunferências com centro *O* e raios com medidas 2 cm, 4 cm e 5 cm. A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

10. Em uma folha de papel, marque um ponto *X*. Com um compasso, desenhe o conjunto dos pontos que estão a 3 cm de medida de distância do ponto *X*. Em seguida, pinte a região formada pelos pontos que estão a menos de 3 cm do ponto *X*. A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

11. Em uma folha de papel, desenhe um segmento de reta $\overline{AB}$ com 60 mm de medida. Em seguida, represente o conjunto dos pontos que distam igualmente de *A* e de *B*. A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

12. Em uma folha, marque um ponto *O*. Depois, represente o conjunto dos pontos que estão a 45 mm de medida de distância de *O*. A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

13. Em uma folha de papel, marque dois pontos *P* e *Q* de modo que *PQ* = 5 cm. Em seguida, faça o que se pede.

a) Desenhe o conjunto dos pontos que estão a 3 cm de medida de distância de *P*.

b) Desenhe o conjunto dos pontos que estão a 4 cm de medida de distância de *Q*.

As respostas encontram-se na seção *Resoluções* deste Manual.

c) Chame de *X* e *Y* os pontos de intersecção dos dois conjuntos desenhados.

d) Trace o triângulo *PXQ*. Quais são as medidas dos lados desse triângulo?

14. Em uma folha, com o auxílio de um compasso, faça uma composição artística utilizando circunferências com medidas de raio diferentes. Resposta pessoal.

O número π

Usando a Geometria, podemos encontrar uma das mais importantes razões entre medidas de grandezas já descobertas na história da Matemática. Essa constante é representada pela letra grega π (lemos: pi). Para iniciar, faça o experimento descrito a seguir.

Participe

Faça as atividades no caderno.

Vamos determinar experimentalmente o valor aproximado de π. Para isso, vamos precisar de objetos redondos, como moedas, anéis, rodas, fundo de copos, jarras ou garrafas, transferidor circular e outros que conseguir. Também serão necessárias linha de costura ou barbante, tesoura com pontas arredondadas, régua ou fita métrica.

Procedimento:

1º) Posicione cada objeto redondo sobre uma folha de papel e contorne a base de cada um deles, de modo a obter circunferências.

2º) Meça o diâmetro, em centímetros, de cada circunferência obtida.

3º) Registre, no caderno, as medidas de cada diâmetro em um quadro como o apresentado a seguir.

4º) Coloque a linha ou o barbante em torno dos objetos, formando circunferências.

5º) Corte a linha ou o barbante do tamanho do contorno de cada objeto e meça o comprimento do fio com a régua ou fita métrica.

6º) Na coluna correta do quadro, anote a medida desse comprimento, em centímetros, para cada objeto.

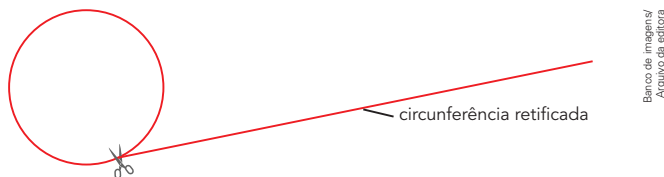
7º) Para completar o quadro, com uma calculadora, divida a medida de comprimento do fio pela medida do diâmetro do respectivo objeto.

Objeto	Medida do diâmetro *d* (em cm)	Medida *c* da linha ou do barbante (em cm)	Razão $\frac{c}{d}$
Moeda			
Lata de milho			
⋮			

- Compare as razões obtidas. Qual é a conclusão que você pode tirar do experimento realizado?
  A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

Comprimento da circunferência

No *Participe* apresentado anteriormente, a medida *c* do comprimento da linha ou do barbante usado para contornar os objetos dá ideia da **medida do comprimento da circunferência**.

Imagine que possamos cortar uma circunferência em um ponto e desenrolá-la, formando um segmento de reta.

A esse segmento de reta chamamos **circunferência retificada**. O comprimento desse segmento de reta é chamado **comprimento da circunferência**.

Orientações didáticas

O número π

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades: **EF07MA12** ao aplicar a operação de divisão entre números racionais; **EF07MA22** ao propor a construção de circunferências pelo contorno de objetos redondos; e **EF07MA33**, quando estabelece a razão π entre 2 medidas da circunferência.

A leitura e a reflexão sobre esse texto poderão ser um ótimo recurso para promover a compreensão da descoberta da relação existente entre as medidas de comprimento e de diâmetro de uma circunferência.

Promova a leitura inferencial, propondo algumas questões para serem respondidas a partir da própria leitura ou por meio de pesquisas complementares. Por exemplo: “Quando, como e por quem foi descoberta a razão entre as medidas de comprimento e de diâmetro de uma circunferência?”; “Várias pessoas contribuíram para essa descoberta?”; “Por que essa razão foi batizada com a letra grega π?”.

Há outras questões que podem ser formuladas coletivamente com os estudantes.

A condução de uma boa prática de leitura e pesquisa possibilita a construção de novos conhecimentos.

Participe

Espera-se que as razões obtidas pelos estudantes estejam num intervalo entre os números 3,05 e 3,25, independentemente do objeto utilizado. Comente que, ao aprimorarmos a precisão das medidas de comprimento da circunferência e do diâmetro, essas razões se aproximam de 3,14. Se a medida for mais precisa, o intervalo fica mais restrito ainda, entre 3,141 e 3,142.

Orientações didáticas

Comprimento da circunferência

É importante comentar com a turma que a busca por um número racional que exprimisse a razão entre as medidas de comprimento e de diâmetro de uma circunferência ocorreu no mundo todo, desde cerca de 4 000 a.C. até o ano de 1761 d.C., quando foi demonstrado que o número π não é racional.

Atividades

As atividades **15** a **20** demandam a realização de diferentes cálculos. Incentive os estudantes a realizarem maneiras de registro diversas e, por exemplo, a utilizarem a calculadora como uma ferramenta de validação dos resultados.

A atividade **18**, por exemplo, pode ser o mote para se pensar em outra atividade lúdica, na qual os estudantes possam medir diferentes objetos de base circular e, posteriormente, calcular o diâmetro e o valor aproximado de π.

Desde a Antiguidade, sabe-se que a razão entre a medida de comprimento de uma circunferência e a medida de seu diâmetro é uma constante de valor aproximadamente igual a 3,14. No *Participe* anterior, que valor você encontrou?

Ao longo da história, esse valor foi e ainda é bastante pesquisado, pois já se demonstrou tratar-se de um número com infinitas casas decimais que não é uma dízima periódica. Devido a esse fato, um matemático o representou por π, que corresponde à letra **p** do nosso alfabeto e é a primeira letra da palavra **perímetro** escrita em grego. O comprimento da circunferência também é chamado **perímetro da circunferência**. Assim, temos:

$$\pi \simeq 3{,}14$$

(lemos: pi é aproximadamente igual a 3,14)

Considerando $\frac{c}{d} = \pi$, podemos concluir que a medida de comprimento c da circunferência e a medida do diâmetro d dela se relacionam do seguinte modo:

$$c = \pi \cdot d$$

Vale lembrar que a medida do diâmetro d é o dobro da medida do raio r. Assim, podemos escrever a relação da seguinte maneira:

$$c = \pi \cdot 2r$$

Atividades

Faça as atividades no caderno.

15. Calcule o valor aproximado da medida de comprimento de uma circunferência cujo diâmetro mede:

a) 10 cm; Aproximadamente 31,4 cm.

b) 4 cm. Aproximadamente 12,56 cm.

16. Calcule o valor aproximado da medida de comprimento de uma circunferência cujo raio mede:

a) 2,5 cm; Aproximadamente 15,70 cm.

b) 3,25 cm. Aproximadamente 20,41 cm.

17. Calcule a medida de comprimento aproximada, em metros, da circunferência da Rio Star, mencionada na abertura desta Unidade. Aproximadamente 263,8 m.

18. Com um fio de barbante medindo 1,57 m, é possível representar uma circunferência com diâmetro de que medida? Indique a maior medida que esse diâmetro poderia ter. De 50 cm aproximadamente.

19. Leia os textos a seguir:

I. Um antigo livro chinês do ano 200 a.C. dizia: "Um campo circular tem circunferência de 30 pu e diâmetro de 10 pu.".

II. Marcus Vitruvius Pollio, arquiteto romano do século I a.C., escreveu: "O perímetro de uma roda de diâmetro 4 pés é $12\frac{1}{2}$ pés.".

Qual era o valor aproximado de π em cada texto? **I**: 3; **II**: 3,125

20. Em cada item, calcule a razão entre a medida de comprimento da circunferência (c) e a do diâmetro (d).

a) $c = 18{,}8$ cm e $d = 6$ cm

b) $c = 9{,}4$ cm e $d = 3$ cm

c) $c = 62{,}8$ cm e $d = 20$ cm

- Analisando o resultado em cada item, responda: O que há de comum no resultado aproximado nos 3 itens? O resultado dos 3 itens é aproximadamente o mesmo.
- Qual é o nome dado ao número que indica as razões calculadas nos itens? É o número pi, representado por π.

Proposta para o estudante

No *site* do GeoGebra, há uma infinidade de atividades envolvendo circunferências. Solicite aos estudantes que resolvam algumas delas como um aprofundamento do estudo. Deixamos, aqui, uma sugestão: Tarefa 1 – elementos da circunferência. Disponível em: https://www.geogebra.org/m/sxft8b8d. Acesso em: 3 jun. 2022.

Proposta para o professor

Este estudo acompanha uma sequência didática sobre geometria plana e geometria espacial com foco nas artes plásticas.

ALBUQUERQUE, Erenilda S. da C. *Geometria e arte*: uma proposta metodológica para o ensino de geometria no sexto ano. 2017. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Instituto de Matemática, Programa de Pós-graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2017. Disponível em: http://www.repositorio.ufal.br/bitstream/riufal/1745/1/Geometria%20e%20arte%20-%20uma%20proposta%20metodol%c3%b3gica%20para%20o%20ensino%20de%20geometria%20no%20sexto%20ano.pdf. Acesso em: 3 jun. 2022.

Obras de Tarsila do Amaral são inspiração para animação

Telas como *Abaporu*, *A Cuca* e *A Feira*, da pintora modernista brasileira Tarsila do Amaral (1886-1973), ganham vida na história de *Tarsilinha* (Brasil, 2021, 90 min), animação de Célia Catunda e Kiko Mistrorigo [...]

Reprodução/Pinguim Content

Tarsilinha, animação de Célia Catunda e Kiko Mistorigo, 2021.

No enredo, uma menina de 8 anos enfrenta muitos desafios para tentar recuperar as lembranças que foram roubadas de sua mãe, e enquanto passa pelas paisagens criadas pela artista, contracena com os personagens dos quadros e dos desenhos, que também ganham vida [...].

O filme surgiu entre 2007 e 2008 com a ideia de aproximar o público infantil do legado da Tarsila do Amaral, como conta o diretor Kiko Mistrorigo. A sobrinha-neta da artista, que tem o mesmo nome em sua homenagem, procurou a produtora Pinguim Content com o objetivo de incentivar as crianças, desde a pré-escola, a conhecer o trabalho de uma grande artista. Segundo ele, o projeto foi ganhando corpo, e de audiovisual passou para um longa--metragem, que faz um mergulho no universo de Tarsila do Amaral e também no Modernismo brasileiro.

[...]

Trilha sonora

[...]

Segundo Kiko Mistrorigo, que ficou responsável pela trilha sonora, o objetivo é destacar a brasilidade presente no longa. [...]

Tarsilinha não é um filme só para o público infantil, como destacam ambos os diretores, e sim um filme para a família. "As crianças vão curtir a história e os personagens divertidos, e os adultos vão encontrar uma outra linha de leitura, que traz todo esse contexto do Modernismo", diz Célia. "É uma animação que constrói um mundo mágico, em que todos vão poder passear pelo universo modernista da Tarsila do Amaral."

Tarsila do Amaral foi pintora, desenhista e uma das figuras centrais do movimento modernista no Brasil. No *site* https://tarsiladoamaral.com.br/ (acesso em: 30 mar. 2022) há informações sobre a artista e as obras.

ANIMAÇÃO é inspirada em obras de Tarsila do Amaral. *Jornal da USP*, São Paulo, 7 fev. 2022. Disponível em: https://jornal.usp.br/cultura/animacao-e-inspirada-em-obras-de-tarsila-do-amaral/. Acesso em: 5 abr. 2022.

1. Que elementos geométricos você identifica na cena da animação *Tarsilinha*? Exemplos de resposta: Círculos e regiões planas com a forma de retângulos, trapézios, paralelogramos.
2. A animação *Tarsilinha* tem a duração de 90 minutos. No caderno, escreva essa medida de tempo em horas e minutos. 1 hora e 30 minutos.
3. *Tarsilinha* é uma animação de Célia Catunda e Kiko Mistrorigo inspirada em uma grande artista brasileira. Quem é essa artista e quantos anos ela viveu? Tarsila do Amaral; ela viveu 87 anos.

Orientações didáticas

Na mídia

Na BNCC

Esta seção mobiliza com maior ênfase a **CG03** e a **CG04** ao explorar manifestações artísticas e culturais, utilizando diferentes linguagens, como um filme com trilha sonora inspirado numa pintura de uma artista brasileira.

Aproveite o debate sobre a obra de Tarsila do Amaral para refletir sobre a articulação da Matemática com as Artes Visuais.

É importante comentar que muitos artistas abstratos compõem obras que são puramente geométricas – pinturas, esculturas, etc.

Além disso, a própria técnica do desenho usa estratégias completamente baseadas na Geometria. Composições do período renascentista enfatizavam a proporção áurea, e o desenho de pessoas pressupõe o uso de proporções preestabelecidas entre o tamanho da cabeça e do tronco, distância entre olhos e queixo, entre muitas outras noções.

Mesmo para composições modernas, no Cubismo, no Futurismo e no Surrealismo, encontramos motivações geométricas para representar, respectivamente, perspectivas diferentes de um objeto, de movimentos e de situações oníricas.

Orientações didáticas

Na História

Na BNCC

Esta seção mobiliza com maior ênfase a **CG01**, a **CEMAT01**, a **CEMAT02** e a **CEMAT08** ao propor que os estudantes desenvolvam uma pesquisa bibliográfica sobre um assunto da História da Matemática.

Os objetivos desse projeto são apresentar e explicar as principais etapas de uma pesquisa bibliográfica a partir de uma atividade de pesquisa sobre um assunto da História da Matemática para ensinar o estudante a pesquisar e produzir conhecimento.

Inicie o trabalho propondo à turma: "Vamos conversar sobre pesquisa?". Dessa maneira, é possível incentivar um debate inicial com os estudantes sobre o significado de pesquisar, relacionando-o à investigação.

Eles devem compreender que a pesquisa escolar não deve ser uma atividade de "copiar" e, atualmente, com o uso da tecnologia, "colar". A proposta é que eles adquiram um comportamento pesquisador.

A principal característica da pesquisa bibliográfica são as fontes de consulta que a fundamentam. Algumas sugestões de como identificar fontes confiáveis foram apontadas no texto do livro – enfatize para a turma tais sugestões.

A metodologia da pesquisa bibliográfica apresentada é estruturada em introdução, desenvolvimento, conclusão e referências bibliográficas. O item "definição do tema e do objetivo" está contemplado na introdução; os itens "busca de informações" e "leitura e registro das informações" fazem parte do desenvolvimento da pesquisa. Na conclusão, o pesquisador pode expressar o que aprendeu com a pesquisa. No texto final de "apresentação das informações", devem ser incluídas as referências bibliográficas.

Oriente os estudantes a anotarem as referências utilizadas no trabalho de pesquisa. Explique o modo como as referências devem ser anotadas, segundo orientação de uma norma da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), e, por isso, devem seguir um padrão, como expresso no Livro do Estudante.

Comente com os estudantes sobre a importância de termos fontes confiáveis disponíveis para serem consultadas, inclusive para não sermos vítimas de *fake news*. Os artigos de revista e de jornal são disponibilizados por instituições de estudos reconhecidas, centros de pesquisas e universidades. Geralmente, são escritos por especialistas da área e, por isso, são confiáveis. Os livros, sejam impressos ou digitais, são fontes que presumem credibilidade, pois, depois de publicados, o conteúdo não pode ser modificado, enquanto os conteúdos disponíveis em *sites* e *blogs* da internet podem apresentar resultados diferentes em momentos diferentes ou ser retirados do ar a qualquer momento.

Prática de pesquisa

Pesquisa e história do ângulo de 1 volta

Provavelmente, você já aprendeu que **pesquisar** significa investigar, examinar minuciosamente determinado tema ou encontrar respostas para um problema. Para fazer uma **pesquisa bibliográfica**, buscamos fontes de informação, como livros, artigos, *sites*, etc. Mas, como nem todas as fontes de informação que podemos consultar são confiáveis, precisamos estar atentos às escolhas. Anote algumas dicas de perguntas que você pode fazer a si mesmo durante uma pesquisa.

Uma fonte de informação confiável é aquela que traz conteúdos fundamentados em estudos aprofundados, com explicações que não são duvidosas.

Onde essa informação foi encontrada?
Informações encontradas na internet facilitam o trabalho de pesquisa, mas o conteúdo pode ser modificado a qualquer momento, o que não ocorre com livros e artigos de instituições de estudo reconhecidas, de centros de pesquisa e de universidades.

O autor ou a instituição tem conhecimento sobre o tema?
Verifique se o autor está apenas expressando a opinião dele sobre o assunto ou se está repetindo algo que outro autor escreveu. Se possível, busque a fonte original, do autor citado nas pesquisas feitas, que é o especialista da área.

Onde mais essa informação pode ser encontrada?
Não acredite na primeira fonte consultada, pois existem as chamadas *fake news* (notícias falsas). Busque outras fontes para comparar os textos que trazem a informação procurada. A data da publicação também é muito importante para a informação ser a mais atualizada possível.

Uma pesquisa bibliográfica comumente é apresentada como um texto e deve seguir uma metodologia de pesquisa, que é um passo a passo de como executá-la dentro das etapas: **introdução**, **desenvolvimento**, **conclusão** e **referências bibliográficas**. Acompanhe:

Definição do tema e do objetivo → **Busca das informações** → **Leitura e registro das informações** → **Apresentação das informações**

Definição do tema e do objetivo: É o tema da pesquisa ou a pergunta que precisa ser respondida (questão da pesquisa) e a justificativa do objetivo da pesquisa. Faz parte da etapa de **introdução**.

Busca das informações: É o levantamento inicial das informações que se relacionam com o tema de pesquisa, em fontes confiáveis. Faz parte da etapa de **desenvolvimento**.

Leitura e registro das informações: É a leitura e o registro por escrito das informações que são importantes para responder à pergunta da pesquisa. Você deve ler as informações pesquisadas, destacar as ideias principais do texto, compreender, interpretar e registrar da maneira como entendeu, com as próprias palavras; isso pode ser organizado em tópicos. Faz parte da etapa de **desenvolvimento**.

Apresentação das informações: É a exposição do trabalho de pesquisa, que pode ser feito de diversas maneiras: texto, cartaz, vídeo, *podcast*, infográfico, história em quadrinhos, etc. Você deve incluir na apresentação as referências bibliográficas, que são as fontes consultadas e utilizadas. Faz parte das etapas de **conclusão** e referências **bibliográficas**.

Faça as atividades no caderno.

Para livro: [SOBRENOME DO AUTOR], [Nome do autor]. [*Título do livro*]. [edição, se houver]. [Cidade]: [Editora], [ano da publicação]. ([nome da coleção, se houver]).
Para artigo de revista: [SOBRENOME DO AUTOR], [nome do autor]. [Título do artigo]. [*Nome da revista*], [Cidade]: [Editora], [ano da publicação]. [volume], [número da publicação], [número da(s) página(s)].
Para artigo de jornal: [SOBRENOME DO AUTOR], [Nome do autor]. [Título do artigo]. [*Nome do jornal*], [número da(s) página(s)], [dia mês e ano da publicação].
Para texto da internet (em geral): [SOBRENOME DO AUTOR], [Nome do autor]. [Título do artigo]. [*nome do site*], [dia, mês e ano da publicação, se houver]. Disponível em: URL. Acesso em: [dia, mês e ano].

NotionPic/Shutterstock AlyonaZhitnaya/Shutterstock

Agora que você conhece as etapas de uma pesquisa bibliográfica, que tal elaborar uma?

Definição do tema e do objetivo

Tema da pesquisa: História do ângulo de 1 volta.

Questão da pesquisa: Por que a volta completa de uma circunferência foi dividida em 360°?

Na **introdução**, escreva um texto curto informando o tema da pesquisa e o objetivo, que é conhecer o motivo de a circunferência ter sido dividida em 360°.

Busca das informações

O tema definido faz parte da História da Matemática, então, você pode localizar e selecionar as informações sobre a origem da circunferência em textos de livros, em artigos de revistas e na internet; nesta última, digite palavras-chave como "história ângulo uma volta" ou "história circunferência graus".

Confira novamente as dicas sobre a busca de informações em fontes confiáveis de consulta e anote as informações que você pesquisou.

As questões a seguir servem de guia para auxiliá-lo a escrever esse passo do **desenvolvimento** da pesquisa, mas elas não devem aparecer no texto.

- Quando surgiu a ideia de circunferência?
- Quem ou qual civilização apresentou essas ideias?
- Qual era o contexto vivido por esse povo?
- Por que a circunferência foi dividida em graus?
- Por que 360?

Seguem algumas referências bibliográficas que podem contribuir com sua pesquisa:

- GUELLI, Oscar. *Contando a história da matemática*: dando corda na trigonometria. São Paulo: Ática, 2008.
- SILVA, Circe M. S.; ARAÚJO, Cláudia A. C. Conhecendo e usando a história da matemática. *Educação e Matemática*, Vitória: Ufes, jan./fev., 2001. n. 61. Disponível em: https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/964/1013. Acesso em: 4 maio 2022.
- VIANA, Giovana K. A. M.; TOFFOLI, Sônia F. L.; SODRÉ, Ulysses. Geometria. *Matemática Essencial*. Londrina: UEL, 29 jul. 2020. Disponível em: http://www.uel.br/projetos/matessencial/basico/fundamental/angulos.html. Acesso em 20 abr. 2022.

Leitura e registro das informações

Leia os textos selecionados e defina os trechos mais significativos. Destaque (com caneta marca-texto ou anotando partes desses trechos como tópicos) as informações relacionadas com o tema da pesquisa e reescreva com as próprias palavras explicando o que entendeu.

Apresentação dos resultados

Na **conclusão**, você pode responder à questão de pesquisa, copiando e completando a frase:

A circunferência foi dividida em 360 graus porque . A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

Por fim, escolha como a conclusão da sua pesquisa será apresentada e convide os colegas a conhecer seu trabalho!

Orientações didáticas

Na História

As questões propostas no desenvolvimento da atividade de pesquisa têm a função de direcionar os estudantes na busca de informações. As perguntas geralmente são: "O quê?", "Quem?", "Como?", "Onde?" e "Por quê?".

Espera-se que, ao desenvolver a atividade proposta, os estudantes comentem que a divisão da circunferência em graus foi estabelecida pelo grego Hiparco de Nicéia, por volta dos anos 180 a 125 a.C. A divisão por 360 está relacionada com o sistema de numeração dos babilônios, que utilizava a base 60. O nome "arco" deriva de Hiparco.

A produção final desta atividade de pesquisa envolve a criação de um texto, que deverá ser elaborado individualmente.

Sugira que a apresentação da pesquisa seja feita coletivamente por meio de um vídeo. Existem programas gratuitos de computador, com desenhos prontos, como Pivot Stickfigure Animator. Também é possível criar uma animação em um *software* de apresentações gráficas. A referência a seguir pode ajudar na produção de vídeo: TV ESCOLA. *Oficina de produção de vídeos*. TV Escola. [*s. l., d.*]. Disponível em: http://www.matematicauva.org/wp-content/uploads/2017/02/oficina-de-produo-de-vdeos-da-tv-escola.pdf. Acesso em: 6 jun. 2022.

E sugerimos a seguir outras referências que podem ser utilizadas para o desenvolvimento da pesquisa.

BAGNO, Marcos. *Pesquisa na escola*: o que é como se faz. São Paulo: Edições Loyola, 2007.

BERLINGOFF, William P.; GOUVÊA, Fernando. Q. *A Matemática através dos tempos*: um guia fácil e prático para professores e entusiastas. Trad. Elza F. Gomide e Elena Castro. São Paulo: Edgard Blucher, 2010.

BOYER, Carl B. *História da Matemática*. Trad. Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blucher, 1996.

CARAÇA, Bento de Jesus. *Conceitos fundamentais da Matemática*. Lisboa: Gradiva, 2002.

GUELLI, Oscar. *Contando a História da Matemática*: dando corda na Trigonometria. São Paulo: Ática, 2008.

MAGALHÃES, Marcos. *Cartilha Anima Escola*: técnicas de animação para professores e alunos. 2. ed. Rio de Janeiro: Instituto de Desenvolvimento, Estudo e Integração pela Animação, 2015. Disponível em: https://midiasstoragesec.blob.core.windows.net/001/2017/06/animaescola_cartilha2015_web-compressed.pdf. Acesso em: 6 jun. 2022.

OLIVEIRA, Jaqueline. Tópicos selecionados de Trigonometria e sua história. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Centro de Ciências Exatas e Tecnologia. São Carlos, 2010. Disponível em: https://www.dm.ufscar.br/profs/tcc/trabalhos/2010-2/313530.pdf. Acesso em: 6 jun. 2022.

ROQUE, Tatiana. *História da Matemática*: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2012.

SILVA, Circe M. S. da; ARAÚJO, Claudia A. C. de. Conhecendo e usando a História da Matemática. *Educação e Matemática*, n. 61. jan./fev. 2001. Disponível em: https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/964/1013. Acesso em: 6 jun. 2022.

VIANA, Giovanna K. A. M.; TOFFOLI, Sônia F. L.; SODRÉ, Ulysses. *Matemática Essencial* – Geometria. Londrina, UEL, 29 jul. 2020. Disponível em: http://www.uel.br/projetos/matessencial/basico/fundamental/angulos.html. Acesso em: 6 jun. 2022.

Orientações didáticas

Recordando triângulos

Na BNCC

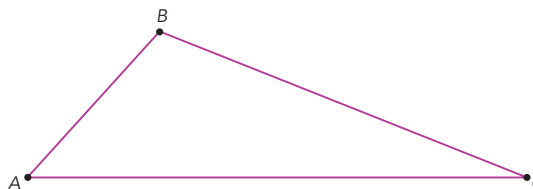
Este capítulo favorece o desenvolvimento das habilidades: **EF07MA24** e **EF07MA25** ao propor a construção de triângulos e reconhecer sua rigidez; **EF07MA07**, **EF07MA26** e **EF07MA28**, quando se usa uma estrutura de fluxograma para classificar triângulos e construir polígonos regulares; e **EF07MA27** ao calcular as medidas de ângulos de polígonos regulares.

Nesta parte introdutória, são revistos os principais elementos de um triângulo. Cuide para que ninguém na turma deixe de utilizar a nomenclatura correta – lados e vértices – e que todos localizem também os elementos pelos complementos "oposto" e "adjacente". Por exemplo, na figura do livro, o vértice *B* é oposto ao lado *b*; os lados *b* e *c* são adjacentes ao vértice *A*, etc.

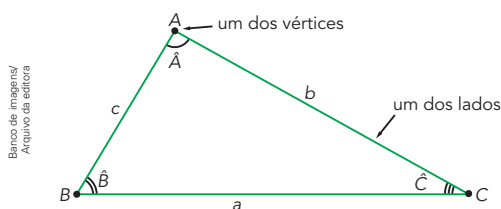
Polígonos

EF07MA07
EF07MA24
EF07MA25
EF07MA26
EF07MA27
EF07MA28

Recordando triângulos

Anteriormente, estudamos o triângulo, uma linha fechada formada por 3 segmentos de reta consecutivos e não colineares.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Principais elementos de um triângulo

Na figura a seguir, destacamos alguns elementos de um triângulo *ABC*.

Banco de imagens/Arquivo da editora

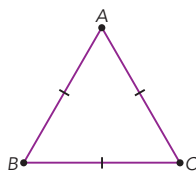
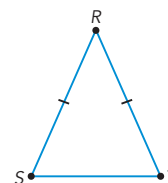
Vértices: *A*, *B* e *C*.
Lados: $\overline{BC}$ (de medida *a*), $\overline{CA}$ (de medida *b*) e $\overline{AB}$ (de medida *c*).
Ângulos: $B\hat{A}C$ (ou $\hat{A}$), $A\hat{B}C$ (ou $\hat{B}$) e $A\hat{C}B$ (ou $\hat{C}$).

Classificação dos triângulos quanto às medidas dos lados

Os triângulos podem ser classificados de acordo com as medidas de comprimento dos lados, conforme a seguir.

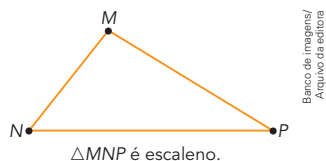
- **Triângulo equilátero** é aquele em que os três lados têm a mesma medida, ou seja, são congruentes. (Símbolo de congruência ≅)

$\triangle ABC$ é equilátero.
$\overline{AB} \cong \overline{AC} \cong \overline{BC}$

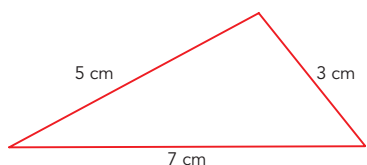
- **Triângulo isósceles** é aquele em que pelo menos 2 de seus lados são congruentes.

$\triangle RST$ é isósceles.
$\overline{RS} \cong \overline{RT}$
$\overline{ST}$ é a base do triângulo.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

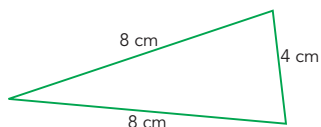
- **Triângulo escaleno** é aquele que tem 3 lados com medidas diferentes.

$\triangle MNP$ é escaleno.

Exemplos

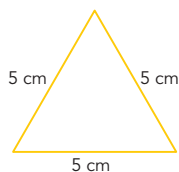
a) O triângulo representado a seguir tem 3 lados de diferentes medidas, então ele é classificado como escaleno.

As imagens não estão representadas em proporção.

O perímetro desse triângulo mede:

7 cm + 5 cm + 3 cm = 15 cm

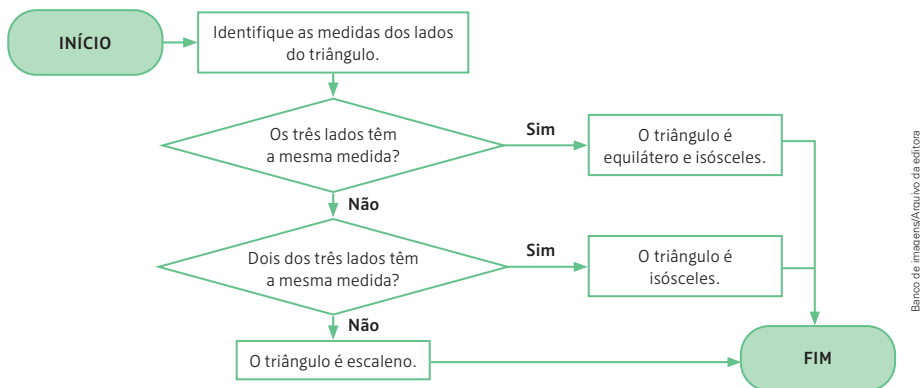
b) O triângulo representado a seguir tem 2 lados de mesma medida, então ele é classificado como isósceles.

O perímetro desse triângulo mede:

8 cm + 8 cm + 4 cm = 20 cm

c) O triângulo representado a seguir tem 3 lados de mesma medida, então ele é classificado como equilátero.

O perímetro desse triângulo mede:

5 cm + 5 cm + 5 cm = 15 cm

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

O fluxograma a seguir mostra como classificar um triângulo quanto às medidas dos lados.

Orientações didáticas

Classificação dos triângulos quanto às medidas dos lados

São apresentadas as possibilidades de classificação de triângulos quanto à medida dos lados. Cada uma delas é mostrada por meio de um exemplo, no qual também se calcula a medida de perímetro do triângulo.

Perceba se há estudantes presos em ideias preconcebidas, como “a base tem de ser o lado na horizontal”; “um dos lados tem de estar na horizontal”, etc. A melhor maneira de derrubar essas concepções é mostrar diversos contraexemplos na lousa.

A interpretação de informações dispostas em fluxogramas contribui para o desenvolvimento do pensamento computacional dos estudantes.

Orientações didáticas

Construindo triângulos

Neste tópico é realizada, passo a passo, a construção de um triângulo escaleno.

Todas as aberturas do compasso são baseadas na régua milimetrada. Depois de selecionada a abertura, o estudante fixa a ponta seca do compasso no vértice correspondente e traça um pequeno arco. O terceiro vértice é obtido pela intersecção dos arcos traçados previamente.

Desigualdade triangular

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade **EF07MA24** ao incentivar a construção dos triângulos com régua e compasso e reconhecer a condição de existência de acordo com as medidas dos lados.

Participe

Este boxe prepara os estudantes, na prática, para o reconhecimento da existência de um triângulo, solicitando 2 construções impossíveis de triângulos escalenos para que eles percebam o significado da desigualdade triangular.

Mostre na lousa que os arcos desenhados em cada etapa do processo não se cruzam – estão muito afastados entre si, não sendo possível obter o terceiro vértice.

Construindo triângulos

Para construir um triângulo ABC, podemos utilizar uma régua e um compasso.

Neste exemplo, vamos construir um triângulo escaleno cujos lados medem 6 cm, 4 cm e 3 cm.

1º) Iniciamos a construção escolhendo um dos lados; neste caso, o de maior medida. Então, traçamos um segmento de reta $\overline{BC}$ com 6 cm de medida.

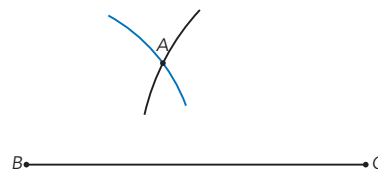
B C

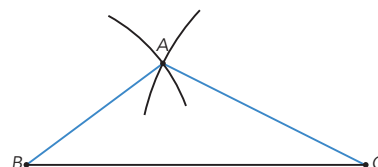
Banco de imagens/Arquivo da editora

2º) Com a ponta-seca do compasso no ponto C e abertura de 4 cm, traçamos um arco.

Banco de imagens/Arquivo da editora

3º) Com a ponta-seca no ponto B e abertura de 3 cm, traçamos um arco que intersecta o arco anterior, obtendo o ponto A. O ponto A poderia ter sido obtido acima ou abaixo do segmento de reta $\overline{BC}$.

Banco de imagens/Arquivo da editora

4º) Ligamos A a B e A a C, obtendo o triângulo escaleno ABC.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Desigualdade triangular

Participe

Faça as atividades no caderno.

Usando régua e compasso, tente construir, no caderno, os seguintes triângulos:

a) com os lados medindo 12 cm, 5 cm e 4 cm;

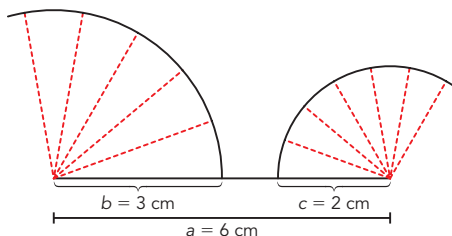
b) com os lados medindo 8 cm, 3 cm e 4 cm.

Agora, responda: Foi possível construir os triângulos? Explique.

Em ambos os itens não foi possível construir um triângulo com as medidas dadas, pois não foi obtida uma linha fechada.

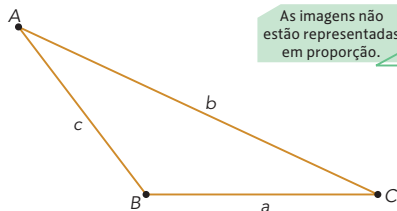
Se tentássemos construir um triângulo de lados medindo $a = 6$ cm, $b = 3$ cm e $c = 2$ cm, obteríamos a figura na qual os arcos não se cruzam.

Isso significa que **não existe** triângulo de lados medindo 6 cm, 3 cm e 2 cm.

Por que isso acontece? Esse fato é justificado pela propriedade a seguir.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Em qualquer triângulo, a medida de cada lado é menor do que a soma das medidas dos outros dois lados.

Então, dado um triângulo ABC em que a é medida do lado $\overline{BC}$, b é medida do lado $\overline{AC}$ e c é medida do lado $\overline{AB}$, podemos escrever as seguintes relações:

$a < b + c$
$b < a + c$
$c < a + b$

As imagens não estão representadas em proporção.

Banco de imagens/Arquivo da editora

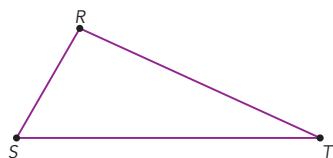
Portanto, podemos saber se existe ou não um triângulo com lados de determinadas medidas comparando a maior delas com a soma das outras duas. O triângulo só existirá se a medida do lado maior for menor do que a soma das medidas dos outros dois.

Exemplo

Vamos verificar se existe um triângulo de lados medindo 9,2 cm, 13,1 cm e 4,7 cm. Como a maior medida é 13,1 cm, vamos verificar a soma das outras duas medidas: 9,2 cm + 4,7 cm = 13,9 cm. Como 13,9 é maior do que 13,1, existe um triângulo cujos lados medem 9,2 cm, 13,1 cm e 4,7 cm.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1. Analise o triângulo representado a seguir e responda às perguntas no caderno.

Banco de imagens/Arquivo da editora

a) Quantos são os vértices? Quais são eles? São 3 vértices: R, S e T.

b) Quantos são os lados? Quais são eles? São 3 lados: $\overline{RS}$, $\overline{RT}$ e $\overline{ST}$.

c) Quantos são os ângulos? Quais são eles? São 3 ângulos: $\hat{R}$, $\hat{S}$ e $\hat{T}$.

2. No caderno, elabore um fluxograma para representar o passo a passo da construção de um triângulo qualquer, conhecidas as medidas dos lados. Reveja a construção apresentada anteriormente. A resposta encontra-se na *seção Resoluções* deste Manual.

3. Usando régua e compasso, construa, no caderno, um triângulo equilátero com lados medindo 5 cm. A resposta encontra-se na *seção Resoluções* deste Manual.

Orientações didáticas

Atividades

A atividade **1** demanda que os estudantes recorram aos conceitos de vértice, ângulo e lado. Verifique se eles compreenderam tais conceitos e, caso necessário, realize outras atividades para auxiliá-los nesse entendimento.

Na atividade **2**, é importante ajudar os estudantes a compreenderem a lógica que embasa a construção de fluxogramas. Produzi-los é um modo de organizar o raciocínio para elaborar argumentação e, também, contribuir para o desenvolvimento do pensamento computacional.

A atividade **3** pode ser uma oportunidade para retomar a classificação e as características dos triângulos. Uma atividade lúdica que pode ser desenvolvida é o jogo da memória, com cartas que possuem figuras ou definições dos triângulos. É importante planejar os pares de cartas de modo a não induzir os estudantes a cometerem erros conceituais. Um jogo com 10 cartas, por exemplo, demandaria a elaboração de 5 situações distintas. Após realizar a atividade, promova um debate com a turma, a fim de evidenciar se os estudantes possuem alguma dúvida conceitual.

Proposta para o professor

Este artigo discute as propostas de abordagem da Geometria que podem desenvolver habilidades do pensamento computacional.

GARCIA, Fernando O.; SOUZA, Aguinaldo R. de; YONEZAWA, Wilson M. Habilidades do pensamento computacional na abordagem de conceitos de Geometria. *Revista Valore*, Volta Redonda, 6. ed., p. 679-692, 2021. Edição especial. Disponível em: https://revistavalore.emnuvens.com.br/valore/article/view/840/591. Acesso em: 4 jun. 2022.

Orientações didáticas

Atividades

Na atividade **4**, incentive os estudantes a socializarem entre eles suas estratégias. Espera-se que surja um passo a passo como uma lista e pelo menos outro no formato de fluxograma.

As atividades **5** a **8** apresentam situações envolvendo as medidas dos lados de triângulos. Motive os estudantes a resolverem esse bloco de atividades em pequenos grupos e a socializarem suas descobertas.

As atividades **9** a **11** relacionam as propriedades geométricas dos triângulos com equações do 1º grau.

Propriedade da soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade **EF07MA24** ao propor a verificação de que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°.

Neste tópico, além de sistematizar essa propriedade, é apresentada a classificação dos triângulos com relação às medidas de seus ângulos internos e um fluxograma para que, passo a passo, se consiga classificar um triângulo de acordo com esse critério.

Faça as atividades no caderno.

4. A resposta encontra-se na *seção Resoluções* deste Manual.

4. Descreva, no caderno, o passo a passo da construção de um triângulo equilátero, conhecidas as medidas dos lados.

5. Verifique se existe um triângulo com as seguintes medidas dos lados e, no caderno, justifique sua resposta.

a) 5 cm, 7 cm e 3 cm
Sim, pois o maior lado mede 7 cm e $7 < 5 + 3$.

b) 3 cm, 2 cm e 7 cm
Não, pois 7 não é menor do que $2 + 3$.

c) 3 cm, 3 cm e 2 cm
Sim, pois o maior lado mede 3 cm e $3 < 3 + 2$.

d) 5 cm, 5 cm e 10 cm
Não, pois 10 não é menor do que $5 + 5$.

e) 4 cm, 4 cm e 4 cm
Sim, pois o maior lado mede 4 cm e $4 < 4 + 4$.

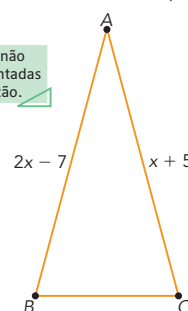
f) 1 cm, 2 cm e 3 cm
Não, pois 3 não é menor do que $1 + 2$.

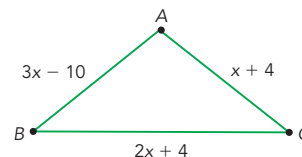
6. Um triângulo é isósceles e dois de seus lados medem 4 cm e 6 cm. Que medidas pode ter o terceiro lado?
6 cm ou 4 cm.

7. Os lados de um triângulo têm medidas expressas, em centímetros, por números inteiros. Se dois lados medem 4 cm e 9 cm, que medidas pode ter o terceiro lado? 6 cm, 7 cm, 8 cm, 9 cm, 10 cm, 11 cm ou 12 cm.

8. Em um triângulo isósceles, a base mede 12 cm. Calcule as medidas dos outros dois lados sabendo que o perímetro mede 40 cm. 14 cm

9. O triângulo ABC é isósceles e $AB = AC$. Sabendo que $AB = 2x - 7$ e $AC = x + 5$, determine x. 12

Banco de imagens/Arquivo da editora

10. O triângulo ABC é isósceles de base $\overline{BC}$. Sabendo que $AB = 3x - 10$, $BC = 2x + 4$ e $AC = x + 4$, calcule a medida de $\overline{BC}$. 18

Banco de imagens/Arquivo da editora

11. Dois lados de um triângulo medem 8 cm e 21 cm. Sabendo que a medida, em centímetros, do terceiro lado é múltiplo de 6, quantos centímetros poderá medir esse lado? 18 cm ou 24 cm.

Propriedade da soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo

Participe

Faça as atividades no caderno.

Para saber que resultado obtemos ao adicionar as medidas dos ângulos internos de um triângulo, vamos fazer três experimentos. Para isso, serão necessários os seguintes materiais:

- lápis de cor;
- régua;
- transferidor;
- folhas de papel avulsas;
- tesoura com pontas arredondadas.

Siga as orientações atentamente e anote suas conclusões no caderno.

Cristina Xavier/Arquivo da editora

Separe lápis de cor, régua, transferidor, folhas de papel e tesoura para realizar o experimento.

Experimento 1

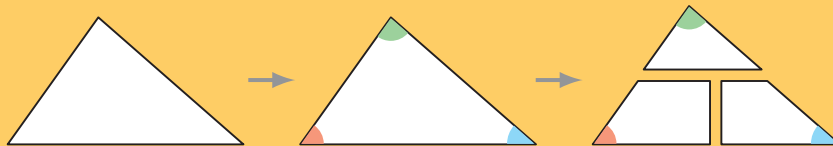
1º) Em uma folha avulsa, desenhe um triângulo (de preferência, um triângulo escaleno).

2º) Com um transferidor, meça cada ângulo.

3º) Adicione as medidas encontradas.

Experimento 2

1º) Em uma folha avulsa, desenhe um triângulo, recorte-o e destaque cada ângulo de uma cor. Depois, recorte a região interna do triângulo em 3 pedaços, separando os 3 vértices, como mostram as imagens a seguir.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

2º) Desloque os 3 pedaços e junte-os de modo a obter 3 ângulos adjacentes e consecutivos.

3º) Com o transferidor, meça o ângulo obtido com a junção dos 3 ângulos.

Experimento 3

Em uma folha avulsa, tente desenhar um triângulo cujas medida dos ângulos são 40°, 90° e 100°.

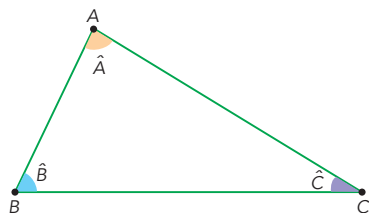
a) Qual foi a medida obtida ao final do experimento 1? 180°

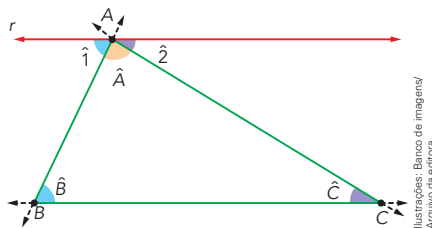
b) A medida obtida ao final do experimento 2 é igual à obtida no experimento 1? Sim.

c) Você conseguiu desenhar o triângulo no experimento 3? Não foi possível desenhar um triângulo.

d) Depois de realizar os três experimentos, converse com um colega sobre a conclusão a que vocês chegaram. Exemplo de resposta: A soma das medidas dos ângulos internos dos triângulos que foram construídos é 180°.

Por meio de argumentos lógicos, provaremos que a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um triângulo é sempre igual a 180°. Acompanhe.

Vamos considerar um triângulo ABC e seus ângulos internos $\hat{A}$, $\hat{B}$ e $\hat{C}$.

Pelo vértice A, vamos traçar uma reta r paralela ao lado $\overline{BC}$ e marcar os ângulos $\hat{1}$ e $\hat{2}$, como mostrado a seguir.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Do paralelismo de r e $\overline{BC}$, considerando a transversal $\overleftrightarrow{AB}$, decorre que: $\hat{1} \cong \hat{B}$

Do paralelismo de r e $\overline{BC}$, considerando a transversal $\overleftrightarrow{AC}$, decorre que: $\hat{2} \cong \hat{C}$

Orientações didáticas

Participe

Este boxe apresenta 3 experimentos envolvendo triângulos. No experimento **1**, espera-se que os estudantes encontrem uma soma muito próxima a 180°, mas é possível que haja variações em um intervalo de 5° para mais ou para menos.

No experimento **2**, a junção das partes recortadas também pode não ser completamente ajustada, havendo alguma sobreposição ou espaço entre elas; o importante é que o estudante concorde que, aproximadamente, foi formado um ângulo raso.

Para o experimento **3**, oriente os estudantes a desenharem um segmento de reta e, a partir dele, usando o transferidor, construírem o ângulo de 40° e traçarem outro segmento de reta. Com isso, tem-se 2 segmentos de reta com um ponto comum e com uma abertura angular de 40°. Depois, a partir de algum desses 2 segmentos de reta, peça aos estudantes que construam um ângulo de 90° e tracem o terceiro segmento de reta. Peça a eles que verifiquem a medida do terceiro ângulo e pergunte se ela é igual a 100°.

Explore a atividade perguntando aos alunos se, caso comecemos a construção desenhando primeiro o ângulo de 100°, fará alguma diferença.

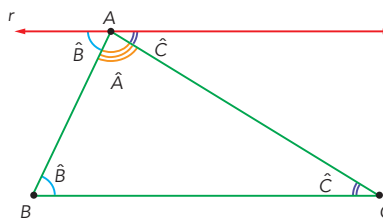
Orientações didáticas

Propriedade da soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo

Na sequência, é sistematizado o resultado obtido na prática do boxe *Participe*. Para corroborar esse resultado já verificado pelos estudantes, há uma demonstração que utiliza o conceito de transversal a um par de retas paralelas. Pela congruência do par de ângulos alternos internos, chega-se ao resultado de que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo vale sempre 180°.

Perceba que há, então, uma conexão direta entre o postulado das paralelas de Euclides (pressuposto para a congruência dos ângulos alternos internos) e o resultado de 180°. Isso não funciona para geometrias curvas.

Substituímos $\hat{1}$ por $\hat{B}$ e $\hat{2}$ por $\hat{C}$ na figura.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Adicionando as medidas dos ângulos que têm vértice em A, concluímos que:

$$\text{med}(\hat{A}) + \text{med}(\hat{B}) + \text{med}(\hat{C}) = 180° \text{ (ângulo raso)}$$

Considerando essa demonstração, chegamos à propriedade:

A soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°.

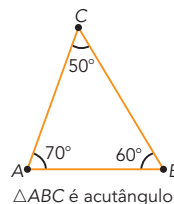
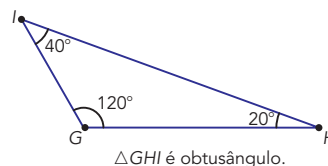
Assim, independentemente das medidas dos ângulos internos de um triângulo, a soma de seus ângulos sempre será 180°.

Classificação dos triângulos quanto às medidas dos ângulos internos

Os triângulos também podem ser classificados de acordo com a medida dos ângulos internos, conforme a seguir.

- **Triângulo acutângulo** é aquele em que os três ângulos internos são agudos, ou seja, cujas medidas de abertura são menores do que 90°.

$\triangle ABC$ é acutângulo.

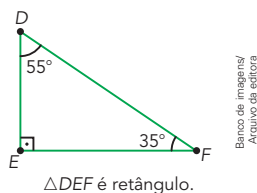
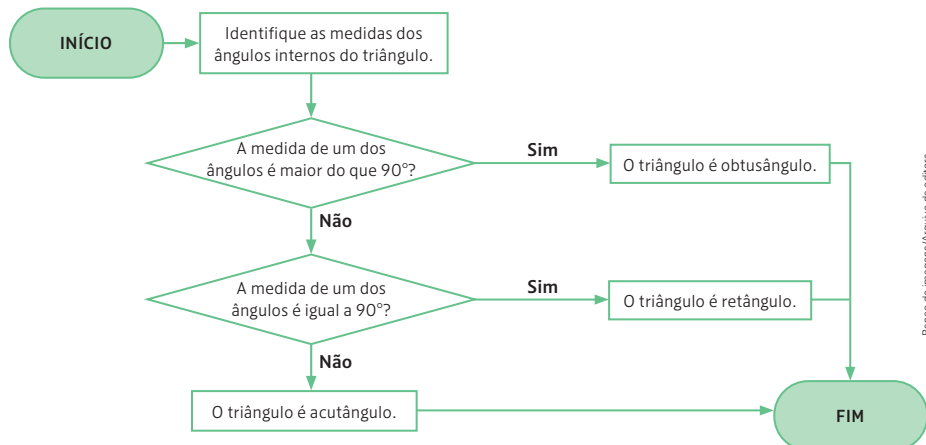
Banco de imagens/Arquivo da editora

- **Triângulo obtusângulo** é aquele em que um dos ângulos internos é obtuso, ou seja, cuja medida de abertura é maior do 90°, e os outros dois são agudos.

$\triangle GHI$ é obtusângulo.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Proposta para o professor

Para saber mais sobre geometria euclidiana e geometria não euclidiana, acesse esta publicação:
SILVESTRINI, Luiz H. da C. *A Geometria dos espaços curvos ou Geometria Não Euclidiana*. Unesp. Curso do Observatório Nacional da Faculdade de Ciências de Bauru. Disponível em: http://wwwp.fc.unesp.br/~hsilvestrini/a_geometria_dos_espacos_curvos.pdf. Acesso em: 4 jun. 2022.

- **Triângulo retângulo** é aquele em que um dos ângulos internos é reto (mede 90°).

△*DEF* é retângulo.

O fluxograma a seguir mostra como classificar um triângulo quanto às medidas de abertura dos ângulos internos.

Rigidez geométrica do triângulo

Participe — Faça as atividades no caderno.

Para investigar a rigidez geométrica do triângulo, vamos fazer alguns experimentos. Para isso, serão necessários os seguintes materiais:

- régua;
- canudos biodegradáveis;
- folhas de papel vegetal avulsas;
- tesoura com pontas arredondadas.

Experimento 1

1º) Corte alguns pedaços de canudinhos biodegradáveis medindo 5 cm, 6 cm, 7 cm e 8 cm.
2º) Agora, em dupla com um colega, formem alguns quadriláteros de modo que os canudinhos sejam os lados desses quadriláteros.
3º) Desenhem os quadriláteros que vocês formaram em papel vegetal, com auxílio de uma régua.
4º) Comparem os quadriláteros formados com os que as outras duplas formaram e escrevam, no caderno, o que vocês perceberam. Resposta esperada: Mesmo tendo lados com as mesmas medidas, os quadriláteros têm formas diferentes.

Experimento 2

1º) Agora, ainda em duplas, considerem apenas os canudinhos biodegradáveis medindo 6 cm, 7 cm e 8 cm de comprimento. Formem um triângulo com esses canudinhos.
2º) Desenhem o triângulo em uma folha de papel vegetal, com auxílio de uma régua.
3º) Comparem o triângulo formado com os que as outras duplas formaram e escrevam, no caderno, o que vocês perceberam. Exemplo de resposta: Todos os triângulos são iguais (têm a mesma forma).

Orientações didáticas

Classificação dos triângulos quanto às medidas dos ângulos internos

Este tópico fornece uma classificação dos triângulos com relação às medidas de seus ângulos internos.

Cada um dos tipos de triângulo (acutângulo, obtusângulo e retângulo) é apresentado acompanhado de um exemplo ilustrado com as medidas indicadas. Ao final, aparece um fluxograma para organizar as possibilidades de classificação segundo esse critério.

Para ampliar a participação e a compreensão dos estudantes, sugira que se dividam em duplas. Cada estudante cria 3 triângulos no caderno – um acutângulo, um obtusângulo e um retângulo –, registra na imagem as medidas dos ângulos internos e mostra ao colega. Este verifica se a classificação está correta e se as medidas dos ângulos internos indicadas estão coerentes. Depois, invertem-se os papéis na dupla.

Rigidez geométrica do triângulo

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade **EF07MA25** ao reconhecer o conceito de rigidez dos triângulos e suas aplicações.

Participe

Este boxe propõe 2 experimentos com pedaços de canudinhos biodegradáveis de medidas conhecidas.

No experimento **1**, se comparam os quadriláteros formados por diferentes duplas de estudantes. Ocorre que haverá polígonos de formas diferentes, mesmo que as medidas dos 4 lados sejam as mesmas.

No experimento **2**, para todas as duplas de estudantes, os triângulos obtidos serão congruentes. Mostre a eles que todos os triângulos desenhados têm o mesmo formato, sobrepondo e rotacionando, quando necessário, as folhas de papel vegetal.

O objetivo dessa atividade é abordar a rigidez geométrica dos triângulos, partindo da inferência de que há apenas uma maneira de se construir um triângulo com 3 segmentos de reta de medidas conhecidas. Essa propriedade é bastante explorada na Engenharia Civil e nas criações artísticas. Recomende a visita virtual ao museu do Instituto Inhotim, cujo endereço aparece no Livro do Estudante.

Orientações didáticas

Atividades

Para auxiliar os estudantes na resolução da atividade **12**, solicite a eles que analisem cada item utilizando o fluxograma apresentado anteriormente no capítulo.

A atividade **14** demanda o raciocínio de que o terceiro ângulo não pode apresentar medida nula ou negativa.

Nas atividades **15** e **17**, os estudantes precisam interpretar corretamente o significado de "dobro", "triplo" e "quíntuplo" da medida do outro ângulo. Na primeira, eles devem dividir 90° em 3 partes iguais. Na segunda, eles devem montar uma equação do 1º grau com uma incógnita (que representa a medida do ângulo $\hat{A}$).

A atividade **16** fornece o valor que representa a diferença entre 2 medidas angulares.

Apik/Shutterstock

Ponte do rio Yalu entre Dandong, na China, e Sinuiju, na Coreia do Norte. Foto de 2019.

Cortesia do artista e Galeria Gladstone/Instituto Inhotim, Brumadinho (MG).

Estrutura de Matthew Barney no Instituto Inhotim, em Brumadinho (MG). Foto de 2009.

O Instituto Inhotim é um museu de arte contemporânea e jardim botânico, localizado em Brumadinho (MG). No *site* https://www.inhotim.org.br/institucional/ (acesso em: 31 mar. 2022), é possível conhecer um pouco mais do espaço e dos acervos.

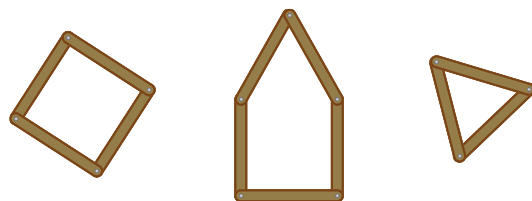
Ao analisar as fotografias, é possível perceber quais partes da estrutura da ponte e da cúpula lembram o formato de uma figura geométrica plana – o triângulo. É comum que arquitetos e engenheiros utilizem esse formato em estruturas para impedir que as construções sofram deformações. Vamos entender por quê.

As estruturas a seguir foram construídas com varetas e tachinhas e têm o formato parecido com o de algumas figuras geométricas planas.

Ericson Guilherme Luciano/Arquivo da editora

As imagens não estão representadas em proporção.

Imagine como cada uma dessas estruturas se comportaria se você movesse os lados em diferentes direções. Qual delas é rígida e não sofre deformações?

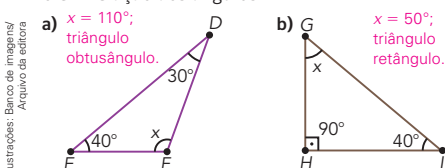
A estrutura com o formato de triângulo não se altera, independentemente do lado que é movido. Já as demais sofrem deformação, pois , apesar de terem o comprimento dos lados com medidas fixas, as medidas de abertura de seus ângulos internos podem alterar. Isso acontece porque o triângulo é a única figura geométrica plana que é rígida.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

12. Utilizando o fluxograma do tópico *Classificação dos triângulos quanto às medidas dos ângulos internos*, calcule o valor de *x* e classifique o triângulo em relação aos ângulos.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

a) $x = 110°$; triângulo obtusângulo.

b) $x = 50°$; triângulo retângulo.

13. Dois ângulos internos de um triângulo medem 45° e 57°. Esse triângulo é acutângulo, retângulo ou obtusângulo? Justifique. Acutângulo. Os três ângulos internos são agudos.

14. Um triângulo pode ter dois ângulos internos obtusos? E dois ângulos retos? Explique. Não. Em ambos os casos, a soma das medidas dos ângulos internos ultrapassa 180°.

15. Em um triângulo retângulo:

a) os ângulos agudos são complementares ou suplementares? Explique. São complementares, pois a soma das medidas deles é 90°.

b) se um dos ângulos agudos mede 45°, quanto mede o outro ângulo agudo? 45°

c) se a medida de um dos ângulos agudos é o dobro da medida do outro, quanto medem esses ângulos? 30° e 60°.

16. Um ângulo de um triângulo mede 80°. A diferença entre as medidas dos outros dois é 32°. Determine as medidas dos ângulos do triângulo. 80°, 66° e 34°.

17. Calcule as medidas dos ângulos $\hat{A}$, $\hat{B}$ e $\hat{C}$ de um triângulo *ABC* sabendo que med$(\hat{B})$ é o triplo de med$(\hat{A})$ e que med$(\hat{C})$ é o quíntuplo de med$(\hat{A})$. med$(\hat{A}) = 20°$; med$(\hat{B}) = 60°$; med$(\hat{C}) = 100°$.

18. Pode-se dizer que existe um triângulo que seja:

a) acutângulo e isósceles? Sim.

b) obtusângulo e isósceles? Sim.

c) retângulo e isósceles? Sim.

Propriedade do ângulo externo de um triângulo

Participe

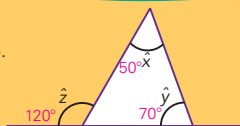
Faça as atividades no caderno.

Vamos relacionar ângulos.

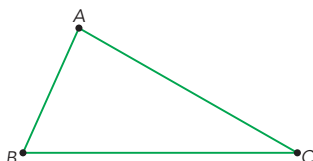
c) Exemplo de resposta: A soma das medidas dos ângulos $\hat{x}$ e $\hat{y}$ é igual à medida do ângulo $\hat{z}$.

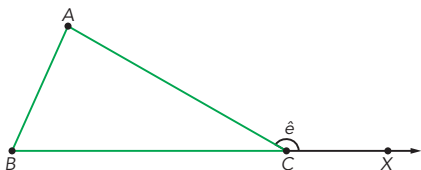
a) Usando o transferidor, meça os ângulos $\hat{x}$ e $\hat{y}$ do triângulo representado. Quais são as medidas? 50° e 70°.

b) Meça, em seguida, o ângulo $\hat{z}$. Qual é a medida? 120°

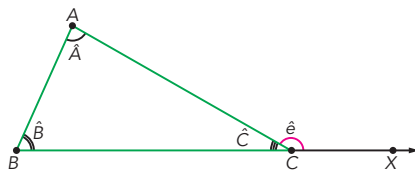
c) Qual é a relação entre esses três ângulos?

Banco de imagens/Arquivo da editora

Considere o triângulo ABC representado a seguir.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Vamos prolongar o lado $\overline{BC}$ do triângulo ABC na extremidade C e tomar um ponto X no prolongamento, de modo que a semirreta $\overrightarrow{CX}$ seja oposta à semirreta $\overrightarrow{CB}$.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Dizemos que o ângulo $A\hat{C}X$ é um **ângulo externo** do triângulo ABC.

Perceba que o ângulo externo $\hat{e}$ é adjacente ao ângulo $\hat{C}$ do triângulo. Mas os ângulos $\hat{A}$ e $\hat{B}$ não são adjacentes ao ângulo externo $\hat{e}$.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Temos que:

$\text{med}(\hat{e}) + \text{med}(\hat{C}) = 180°$ (pois $\hat{e}$ e $\hat{C}$ são adjacentes e suplementares)

$\text{med}(\hat{A}) + \text{med}(\hat{B}) + \text{med}(\hat{C}) = 180°$ (soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo)

Então, temos:

$\text{med}(\hat{e}) = 180° - \text{med}(\hat{C})$ e

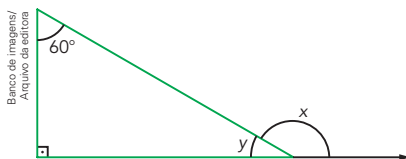
$\text{med}(\hat{A}) + \text{med}(\hat{B}) = 180° - \text{med}(\hat{C})$

Logo, $\text{med}(\hat{e}) = \text{med}(\hat{A}) + \text{med}(\hat{B})$.

Em todo triângulo, qualquer ângulo externo tem medida igual à soma das medidas dos dois ângulos internos não adjacentes a ele.

Exemplo

Qual é o valor de x e de y?

Banco de imagens/Arquivo da editora

$x = 60° + 90° = 150°$ e $y = 180° - 150° = 30°$

Ou, então: $y = 90° - 60° = 30°$ e $x = 180° - 30° = 150°$

Orientações didáticas

Propriedade do ângulo externo de um triângulo

Inicialmente, os estudantes são convidados a realizar medidas angulares de um triângulo no boxe *Participe*. Espera-se que eles percebam que a soma das medidas dos ângulos $\hat{x}$ e $\hat{y}$ é muito próxima da medida do ângulo $\hat{z}$, descontadas as imprecisões no uso do transferidor.

Depois, o texto define o conceito de ângulo externo de um triângulo.

Em seguida, é realizada uma demonstração em que a medida de um ângulo externo do triângulo equivale à soma das medidas dos ângulos internos não adjacentes a ele. Se necessário, reproduza o triângulo ABC na lousa e prolongue o segmento de reta $\overline{BC}$ na extremidade de B para destacar a semirreta $\overrightarrow{CB}$.

Finalmente, resolva com a turma o exemplo ao final da página de 2 maneiras, determinando primeiro a medida y ou determinando primeiro a medida x.

Orientações didáticas

Atividades

A atividade **20** precisa de uma construção auxiliar – completar o lado adjacente ao ângulo $\hat{x}$ até a reta *r*. Desse modo, aparece um triângulo no qual a marcação 115° corresponde a um dos ângulos externos.

A atividade **21** também pode ser resolvida de 2 maneiras, assim como o exemplo anterior. Na correção, procure apresentá-las para que cada estudante decida a maneira que melhor lhe convém.

A atividade **22** é mais simples de se resolver. Ressalte que é útil calcular a soma das medidas dos ângulos internos do triângulo superior.

Na atividade **24**, aproveite para relembrar o importante conceito de bissetriz de um ângulo.

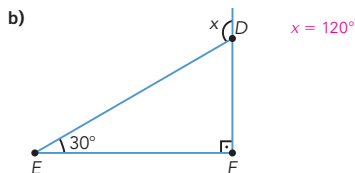
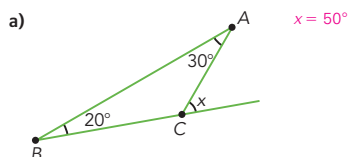
Atividades

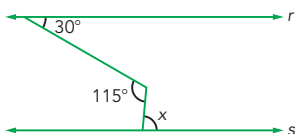
Faça as atividades no caderno.

19. Qual é o valor de x? Responda no caderno.

a) $x = 50°$

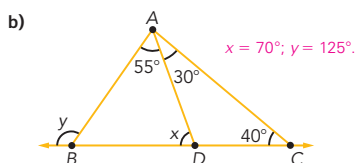
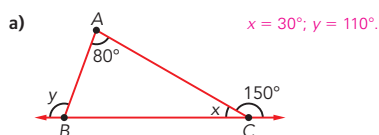
b) $x = 120°$

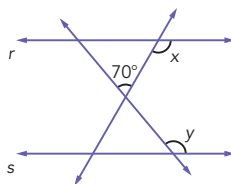
Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

20. Sabendo que $r \parallel s$, calcule o valor de x. $x = 85°$

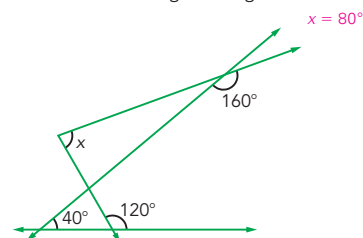
Banco de imagens/Arquivo da editora

21. Determine os valores de x e y em cada item.

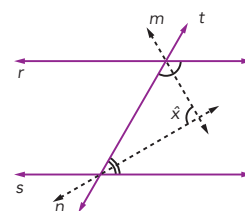
a) $x = 30°$; $y = 110°$.

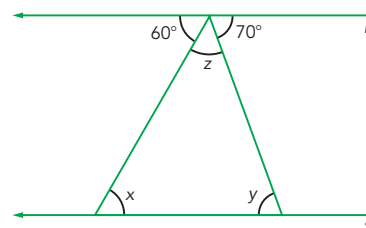
b) $x = 70°$; $y = 125°$.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

22. Na figura, $r \parallel s$. Determine a soma $x + y$. 250°

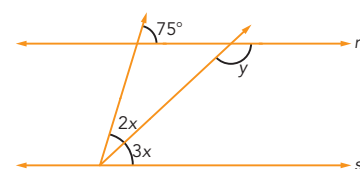
Banco de imagens/Arquivo da editora

23. Calcule o valor de x na figura a seguir. $x = 80°$

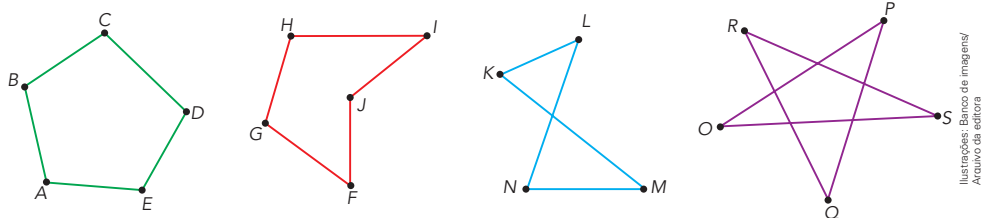
Banco de imagens/Arquivo da editora

24. Na figura, as retas paralelas *r* e *s* são intersectadas pela transversal *t*. Determine a medida do ângulo $\hat{x}$ formado pelas bissetrizes *m* e *n*. O ângulo $\hat{x}$ mede 90°.

Banco de imagens/Arquivo da editora

25. Sabendo que as retas *r* e *s* são paralelas, calcule os valores de x, y e z. $x = 60°$; $y = 70°$; $z = 50°$.

Banco de imagens/Arquivo da editora

26. Determine a medida dos ângulos internos de um triângulo sabendo que os ângulos externos medem, em graus, x, $x + 10°$ e $x - 10°$. 50°; 60° e 70°.

27. Sabendo que $r \parallel s$, calcule os valores de x e y. $x = 15°$; $y = 135°$.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Polígonos

Polígono é uma linha poligonal fechada, ou seja, uma curva fechada formada por segmentos de reta consecutivos e não colineares, podendo ser simples ou não simples. Note, a seguir, alguns polígonos.

Ilustrações: Banco de imagens/ Arquivo da editora

Um polígono é **simples** se quaisquer dois lados não consecutivos não têm ponto comum. Por sua vez, se existem dois lados não consecutivos que têm um ponto comum, então o polígono é chamado de **não simples** ou **complexo**.

Portanto, dos exemplos anteriores:

- *ABCDE* e *FGHIJ* são polígonos simples;
- *KLMN* e *OPQRS* são polígonos não simples.

> O foco de nosso estudo se dará nos **polígonos simples**. Assim, salvo menção contrária, quando falarmos em "polígonos", estaremos nos referindo aos polígonos simples.

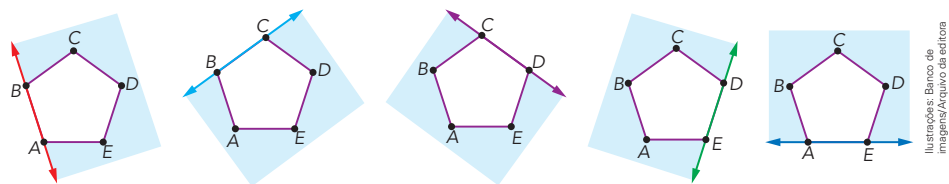
Polígonos convexos e polígonos côncavos

Um polígono simples pode ser côncavo ou convexo.

Primeiramente, considere a reta *r* contida no plano α. Ela o divide em duas regiões, ou seja, em dois semiplanos α_1 e α_2.

Banco de imagens/ Arquivo da editora

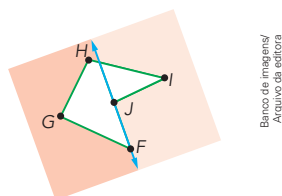
Um polígono contido em um plano é **convexo** se, ao traçarmos uma reta sobre cada lado desse polígono, o restante dele ficar no mesmo semiplano – isto é, em um dos dois semiplanos que a reta determina.

Verifique que o polígono *ABCDE*, representado a seguir, é convexo; ele está inteiramente contido no semiplano azul de cada figura.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Já, um polígono é **côncavo** se existe uma reta que contém um de seus lados e que deixa parte dos demais lados em um semiplano determinado por ela e parte em outro.

Verifique, por exemplo, o polígono *FGHIJ*.

A reta $\overleftrightarrow{FJ}$ deixa parte do polígono em um semiplano e parte em outro, ou seja, o polígono está contido em dois semiplanos diferentes.

Neste momento, interessa-nos o estudo dos **polígonos convexos**.

Banco de imagens/ Arquivo da editora

Orientações didáticas

Polígonos

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade **EF07MA27** ao conceituar polígono e explorar os polígonos regulares.

Inicialmente, é apresentada a definição de polígono por meio das terminologias "consecutivos" e "não colineares". Reserve um momento para esclarecer esses termos antes de dividir os polígonos em simples e complexos.

Desse ponto em diante, toda a análise será referente aos polígonos simples.

Debata sem pressa com a turma a noção de semiplano – use uma folha de papel para ilustrar. Faça um vinco na folha e mostre que a dobra a dividiu em 2 regiões.

De posse do conceito de semiplano, é possível mostrar a diferença entre um polígono convexo e um polígono côncavo. Concentre a explanação na análise das imagens, já que a definição em palavras pode ser muito complexa para a faixa etária dos estudantes.

Orientações didáticas

Elementos de um polígono convexo

Neste tópico, aparecem na imagem todos os elementos de um polígono convexo. Verifique se a presença das diagonais atrapalha alguns estudantes na visualização da região ocupada pelos ângulos internos.

Polígonos regulares

A definição de polígono regular depende de 2 propriedades distintas – ser equilátero e equiângulo.

Além do triângulo mostrado, use contraexemplos em que um polígono seja apenas equilátero, mas não regular (losango), e outro polígono que seja apenas equiângulo, mas não regular (retângulo).

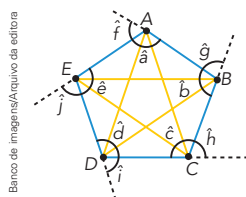
Soma das medidas dos ângulos internos de um polígono convexo

Realize com a turma a estratégia de dividir os polígonos em triângulos usando todas as diagonais que partem de um único vértice.

Comente que essa estratégia é válida mesmo se os polígonos não forem regulares. A exigência da regularidade só foi útil para podermos realizar as divisões pelo número de ângulos (360° : 4; 540° : 5; 720° : 6) e obter a medida em grau de cada ângulo interno.

Elementos de um polígono convexo

Na figura a seguir, destacamos alguns elementos de um polígono convexo.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Lados: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$, $\overline{EA}$.

Vértices: A, B, C, D, E.

Diagonais: $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{BD}$, $\overline{BE}$, $\overline{CE}$.

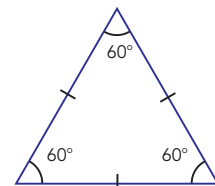
Ângulos internos: $\hat{a}$, $\hat{b}$, $\hat{c}$, $\hat{d}$, $\hat{e}$.

Ângulos externos: $\hat{f}$, $\hat{g}$, $\hat{h}$, $\hat{i}$, $\hat{j}$.

Polígonos regulares

Um polígono convexo é chamado de **polígono regular** quando tem todos os lados congruentes e todos os ângulos internos congruentes.

Sendo assim, um polígono regular é também equilátero e equiângulo. Acompanhe um exemplo de polígono regular.

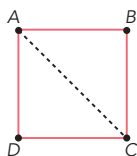
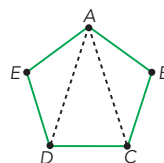
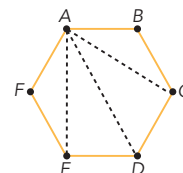
Banco de imagens/Arquivo da editora

Triângulo regular ou triângulo equilátero.

Soma das medidas dos ângulos internos de um polígono convexo

Para descobrirmos a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono convexo, podemos decompor o polígono em triângulos, já que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é conhecida (180°).

Vamos analisar alguns polígonos regulares.

Decompomos o polígono regular em triângulos traçando as diagonais que partem de um único vértice. Verifique a seguir alguns exemplos.

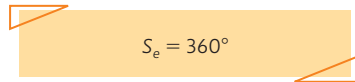
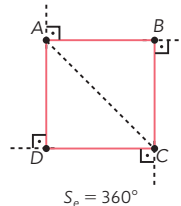
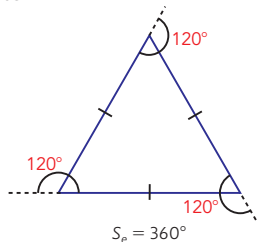
- Quadrado: $2 \cdot 180° = 360°$
  Medida de cada ângulo interno: $360° : 4 = 90°$
- Pentágono regular: $3 \cdot 180° = 540°$
  Medida de cada ângulo interno: $540° : 5 = 108°$
- Hexágono regular: $4 \cdot 180° = 720°$
  Medida de cada ângulo interno: $720° : 6 = 120°$

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Analisando esses exemplos, podemos notar que, ao dividirmos em triângulos um polígono convexo, a quantidade de triângulos obtida será sempre igual à quantidade de lados desse polígono menos 2. Depois, basta multiplicar a quantidade de triângulos pela soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo (180°) e teremos a soma das medidas dos ângulos internos do polígono convexo em questão. Sendo assim, se n é o número de lados de um polígono e S_i, a soma das medidas dos ângulos internos desse polígono, podemos obter essa soma da seguinte maneira:

$$S_i = (n - 2) \cdot 180°$$

Soma das medidas dos ângulos externos de um polígono convexo

Sabemos que, em um polígono qualquer, um ângulo interno é suplementar ao ângulo externo adjacente a ele. Então, a soma da medida do ângulo interno e da medida do ângulo externo adjacente a ele é 180°. Dessa maneira, em um polígono qualquer, $S_i + S_e = n \cdot 180°$, onde S_i é a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono, S_e é a soma das medidas dos ângulos externos e n é o número de lados desse polígono. Como $S_i = (n - 2) \cdot 180°$, temos:

$$(n - 2) \cdot 180° + S_e = n \cdot 180°$$
$$n \cdot 180° - 360° + S_e = n \cdot 180°$$
$$S_e = 360°$$

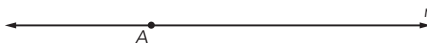
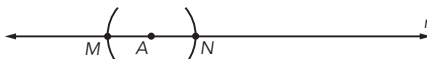
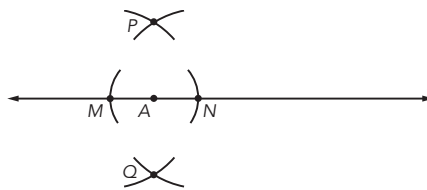
Concluímos, assim, que a soma das medidas dos ângulos externos de qualquer polígono convexo é igual a 360°.

Considere os exemplos:

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Construindo polígonos regulares

Utilizando régua e compasso, vamos aprender a construir alguns polígonos regulares.

Quadrado

Para construir um quadrado com lados medindo 2 cm, por exemplo, primeiro construímos retas perpendiculares.

Traçamos uma reta r e marcamos um ponto A qualquer pertencente à reta.

Com a ponta-seca do compasso no ponto A e uma abertura qualquer, devemos traçar dois arcos que intersectam a reta r: um à direita do ponto A e outro à esquerda dele. Vamos chamar os pontos de intersecção entre os arcos e a reta r de M e N.

Agora, com a ponta-seca do compasso no ponto M e abertura maior do que a metade da medida do segmento de reta $\overline{MN}$, traçamos dois arcos, um acima da reta r e outro abaixo. Repetindo esse processo no ponto N, com a mesma abertura do compasso, teremos dois pontos de intersecção nos arcos, ponto P e ponto Q.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Orientações didáticas

Soma das medidas dos ângulos externos de um polígono convexo

A propriedade segundo a qual a soma das medidas dos ângulos externos de um polígono convexo vale sempre 360° é mostrada em 2 exemplos envolvendo polígonos regulares: triângulo equilátero e quadrado.

Estenda o raciocínio para polígonos com maior número de lados, desafiando os estudantes a efetuarem a soma das medidas dos ângulos externos de um hexágono regular.

Aproveite para mostrar também a validade dessa propriedade para um polígono que não seja regular (use um trapézio escaleno, por exemplo). Forneça as medidas dos 4 ângulos internos, todas diferentes entre si. Os estudantes devem perceber que continua valendo a estratégia de dividir o quadrilátero em 2 triângulos e avaliar os 4 ângulos externos com relação aos ângulos internos dos triângulos.

Construindo polígonos regulares

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade **EF07MA28** ao propor a construção de polígonos regulares a partir de algoritmos específicos.

Aqui, o polígono a ser construído com régua e compasso é o quadrado.

É fortemente recomendado que a primeira construção seja feita simultaneamente na lousa, passo a passo, com a turma.

Orientações didáticas

Construindo polígonos regulares

Comente que a construção envolve 2 grandes etapas:

- a obtenção de um ângulo de 90° mediante o traçado da perpendicular ao ponto *A*;
- a obtenção dos outros 3 vértices a partir do cruzamento de circunferências de raio medindo 2 cm.

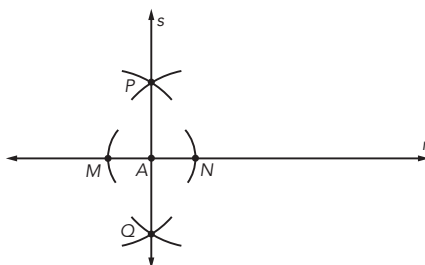
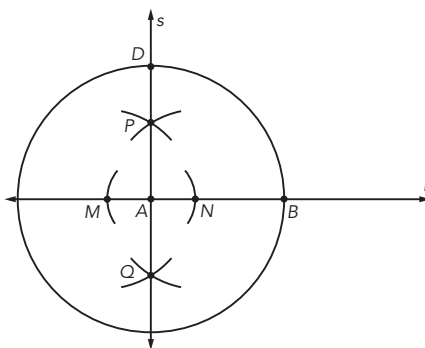
Agora, proponha aos estudantes que cada um construa individualmente um quadrado de 4 cm de lado usando um procedimento análogo. Depois de alguns minutos, verifique se alguma das construções está incorreta e aproveite para rever algum passo específico, caso necessário.

Hexágono regular

Reproduza, passo a passo, a construção do hexágono regular mostrada no livro.

Nesse caso específico, é possível realizar a construção usando apenas o compasso com uma abertura fixa e traçar 5 circunferências iguais.

Isso é possível porque o hexágono pode ser dividido em 6 pequenos triângulos equiláteros iguais, com um dos vértices no centro do polígono e os outros vértices pertencentes a cada um dos lados do hexágono. Então, a mesma abertura que vale como lado do hexágono constrói os lados de cada um dos triângulos equiláteros internos a ele.

Traçando, com a régua, a reta *s* que passa pelos pontos *P* e *Q*, temos a reta perpendicular à reta *r* pelo ponto *A*.

Agora, com a abertura do compasso coincidindo com a medida de 2 cm e com a ponta-seca no ponto *A*, traçamos uma circunferência. O ponto de intersecção da circunferência com a reta *r* à direita do ponto *A* será o ponto *B*. E o ponto de intersecção da circunferência com a reta *s* acima da reta *r* será o ponto *D*.

Ainda com o compasso com mesma abertura, colocamos a ponta-seca no ponto *B* e traçamos uma circunferência. Sem alterar a abertura do compasso, repetimos esse processo no ponto *D*. Obtemos, assim, o ponto *C*, ponto de intersecção das duas últimas circunferências.

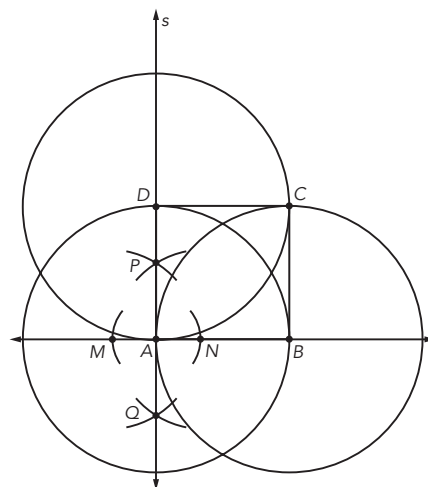
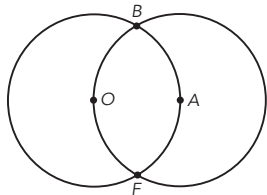
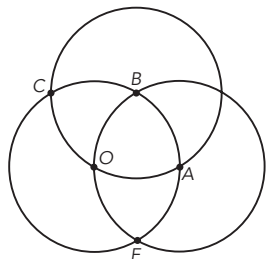
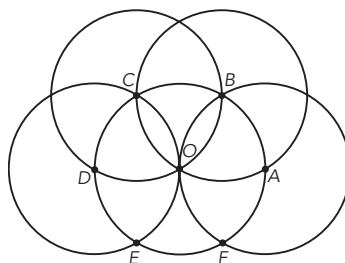
Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Por fim, traçamos os segmentos de reta $\overline{BC}$ e $\overline{CD}$, obtendo o quadrado *ABCD*.

Hexágono regular

Vamos construir um hexágono regular com lados medindo 1,5 cm de comprimento.

Marcamos, com um lápis, o ponto *O*, que será o centro da circunferência. Abrimos o compasso em 1,5 cm e, com a ponta-seca no ponto *O*, traçamos uma circunferência e marcamos um ponto *A* qualquer sobre ela.

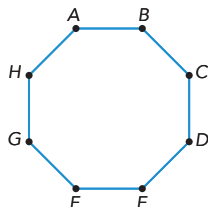
Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Sem alterar a medida de abertura do compasso, colocamos a ponta-seca no ponto *A* e traçamos uma circunferência. Os dois pontos de intersecção das circunferências são o ponto *B*, acima do ponto *A*, e o ponto *F*, abaixo do ponto *A*.

Agora, com a ponta-seca do compasso no ponto *B*, traçamos outra circunferência e marcamos o ponto *C* na nova interseção à esquerda do ponto *B*.

Com a ponta-seca do compasso no ponto *C*, traçamos uma circunferência, e o novo ponto de intersecção abaixo de *C* será o ponto *D*. Repetimos esse processo com a ponta-seca no ponto *D*, e o ponto de intersecção será o ponto *E*, abaixo de *D*.

Por fim, traçamos os segmentos de reta $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$, $\overline{EF}$ e $\overline{AF}$, obtendo o hexágono regular *ABCDEF*.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Atividades

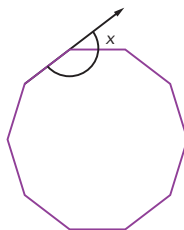
Faça as atividades no caderno.

28. Copie o octógono regular no caderno e decomponha-o em triângulos. Depois, determine a soma das medidas dos ângulos internos e a soma das medidas dos ângulos externos desse polígono. 1 080° e 360°.

Banco de imagens/Arquivo da editora

29. No caderno, elabore um fluxograma para a construção com régua e compasso de um quadrado de lado medindo ℓ. A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

30. Descreva, passo a passo, as etapas para a construção com régua e compasso de um quadrado de lado medindo 5 cm. A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

31. Calcule, no caderno, a medida do ângulo externo do decágono regular a seguir. 36°

Banco de imagens/Arquivo da editora

32. Descreva, passo a passo, as etapas para a construção com régua e compasso de um hexágono regular de lado medindo 4 cm.
A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

33. Elabore um fluxograma no caderno para a construção, com régua e compasso, de um hexágono regular de lado medindo 6 cm.
A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

Orientações didáticas

Hexágono regular

Por fim, proponha a construção individual de outro hexágono, de 2,5 cm de lado. Supervisione os estudantes para identificar algum problema e encaminhar a dúvida para toda a turma, esclarecendo-a.

Atividades

Mobilize os estudantes a registrarem suas maneiras de pensar. A partir desses registros, você pode auxiliá-los na organização das ideias e na busca de respaldo nos fluxogramas que foram amplamente estudados ao longo do capítulo. Essa ação contribui para o desenvolvimento do pensamento computacional e lógico.

Orientações didáticas

Na História

Na BNCC

Esta seção mobiliza com maior ênfase a **CG01**, a **CEMAT01** e a **CEMAT03** ao reconhecer a Matemática como ciência humana e relacioná-la com outras áreas do conhecimento.

O texto trata do formato escolhido pelas abelhas para a construção de suas colmeias.

A análise remonta observações de um matemático grego da Antiguidade, Papus de Alexandria, que já havia ponderado a preferência das abelhas pelos favos hexagonais. Pode-se comparar a pavimentação do plano com triângulos equiláteros, quadrados e hexágonos, para a conclusão de que os hexágonos são mais eficientes para as abelhas porque neles cabe mais mel.

Retome com a turma o debate acerca de pavimentações no plano. Comente que é possível pavimentar inteiramente um plano com figuras que não são poligonais nem regulares. Pode ser interessante mencionar as obras muito originais de M. C. Escher, nas quais ele junta figuras distintas, mas complementares.

Na atividade **1**, os estudantes devem se lembrar do hexágono e da vantagem envolvendo as áreas internas maiores.

Na atividade **2**, espera-se que os estudantes percebam que a medida do ângulo faltante é 120°. Assim, é possível encaixar perfeitamente outro hexágono no espaço deixado abaixo dos 2 polígonos da figura. Estendendo o raciocínio, é possível completar todo o plano com hexágonos encaixados dessa maneira.

Na atividade **3**, a medida do ângulo formado em torno das extremidades de 2 pentágonos regulares é 144°, maior do que o ângulo interno que mede 108°. Assim, não conseguimos encaixar perfeitamente outro pentágono regular nessa região, pois teremos espaços sobrando entre os polígonos.

Na História

Faça as atividades no caderno.

A sabedoria geométrica das abelhas

As imagens não estão representadas em proporção.

marina_may/Shutterstock

O matemático grego Papus de Alexandria (viveu em torno do ano 300 d.C.) escreveu um interessante prefácio para o Livro V de sua obra *Coleção Matemática*, no qual ele chamou a atenção, com muita elegância e bons argumentos, para a "sagacidade" das abelhas em uma importante e profunda questão matemática.

Em sua concepção, as abelhas produziam o mel para o consumo humano e não deixavam lacunas entre os favos das colmeias para evitar desperdícios; observando um corte (uma secção) dos favos, nota-se o formato hexagonal. De fato, como ele sabia, há 3 possibilidades de juntar polígonos regulares do mesmo tipo, congruentes entre si, lado a lado, em um plano, sem deixar lacunas e sem sobreposições: triângulos equiláteros, quadrados e hexágonos regulares. Logo, os favos das colmeias deveriam ter formatos correspondentes a esses polígonos regulares para poderem se juntar face a face, sem sobreposições e sem lacunas.

irin-k/Shutterstock

As abelhas constroem favos com formas geométricas que lembram um hexágono.

Mas por que as abelhas não constroem favos em formato triangular ou quadrado, como descrito anteriormente, se também serviriam aos propósitos citados? Porque, como Papus sabia: "Dados 2 ou mais polígonos regulares de tipos distintos, mas com a mesma medida de perímetro, o que tiver maior quantidade de lados engloba uma medida de área maior".

Por exemplo, dados um triângulo equilátero, um quadrado e um hexágono regular, todos com medida de perímetro de 60 cm, temos que as medidas de área medem, respectivamente, 173,2 cm², 225 cm² e 259,8 cm², sendo as medidas de área do triângulo e do hexágono ligeiramente aproximadas.

Ou seja, por aptidão ou instinto, as abelhas "saberiam" que, das 3 opções, a de favos hexagonais, escolhida por elas, comporta mais mel.

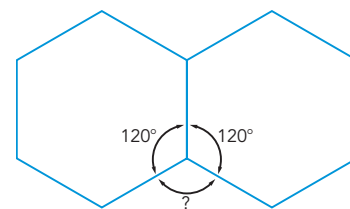
Fonte dos dados: LINTZ, Ruben G. *História da Matemática*. Editora da Furb, 1999. v. 1. DUNHAM, William. *The mathematical universe*: an alphabetical journey through the great proofs, problems, and personalities. Nova Jersey (EUA): John Wiley & Sons, 1994. SIEMENS JR, David F. The mathematics of the honeycomb. *The Mathematics Teacher*, abr. 1965.

As respostas encontram-se na seção *Resoluções* deste Manual.

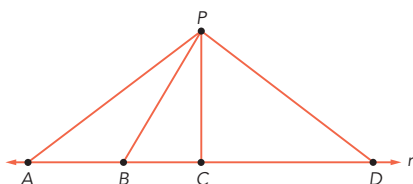
1. As secções dos favos das colmeias de abelhas lembram o formato de qual figura geométrica plana? Por que esse formato é apropriado para a situação?

2. Papus sabia que os ângulos internos de um hexágono regular medem (em simbologia moderna) 120° e que uma volta completa em torno de um ponto forma um ângulo que mede 360°. Se você juntar 2 hexágonos regulares em um mesmo plano, de modo que um lado de um dos hexágonos coincida com um lado do outro, sem que os hexágonos se sobreponham, quanto medirá o ângulo externo formado pelo lado de um e pelo lado do outro? Qual é a consequência disso?

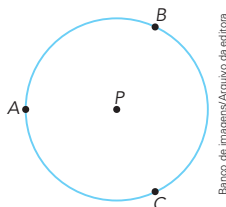
Banco de imagens/Arquivo da editora

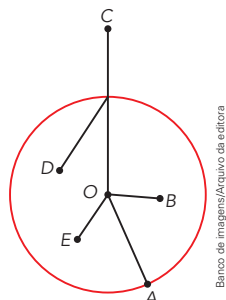
3. Se você juntasse 2 pentágonos regulares, tal como feito com os 2 hexágonos na questão **2**, o que aconteceria com as medidas dos ângulos formados em torno de uma extremidade do lado comum, considerando as informações do texto?

Na Unidade

Faça as atividades no caderno.

1. Nesta figura:

o segmento de reta que melhor representa a distância do ponto *P* à reta *r* é: Alternativa **c**.

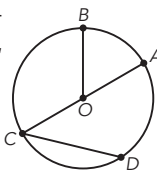
a) $\overline{PA}$.
b) $\overline{PB}$.
c) $\overline{PC}$.
d) $\overline{PD}$.

2. Meça as distâncias entre *P* (centro da circunferência) e os pontos *A*, *B* e *C*. $PA = 1,6$ cm; $PB = 1,6$ cm; $PC = 1,6$ cm.

Agora, responda: Quanto mede o diâmetro dessa circunferência? 3,2 cm

3. Na figura, o ponto *O* é o centro da circunferência.

Um segmento de reta de medida maior do que a medida do raio da circunferência é: Alternativa **c**.

a) $\overline{OA}$.
b) $\overline{OB}$.
c) $\overline{OC}$.
d) $\overline{OE}$.

4. Dos segmentos de reta representados na circunferência, indique os que são:

a) raios; $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ e $\overline{OC}$
b) cordas; $\overline{CD}$ e $\overline{AC}$
c) diâmetro. $\overline{AC}$

5. Quanto é, aproximadamente, a medida de comprimento de uma circunferência de raio medindo 4 cm? Aproximadamente 25,12 cm.

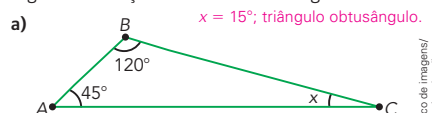
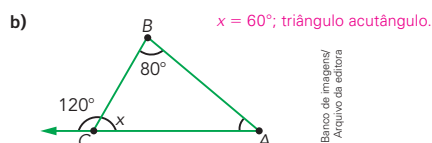
6. Usando régua e compasso, construa um triângulo cujos lados medem 7 cm, 5 cm e 5 cm.

7. Verifique a condição de existência do triângulo em cada item.

a) 4 cm, 6 cm e 9 cm. Existe triângulo, pois $9 < 6 + 4$.
b) 2 cm, 2 cm e 2 cm. Existe triângulo, pois $2 < 2 + 2$.
c) 13 cm, 10 cm e 1 cm. Não existe triângulo, pois $13 > 10 + 1$.

8. Em cada item, calcule o valor de *x* e classifique o triângulo em relação às medidas dos ângulos internos.

a) $x = 15°$; triângulo obtusângulo.

b) $x = 60°$; triângulo acutângulo.

9. Pode-se dizer que existe um triângulo que seja:

a) equilátero e obtusângulo? Não.
b) escaleno e retângulo? Sim.

10. Determine a soma das medidas dos ângulos internos e a soma das medidas dos ângulos externos do heptágono regular. 900° e 360°.

Orientações didáticas

Na Unidade

Na BNCC

Esta seção favorece o desenvolvimento das habilidades exploradas ao longo de toda a Unidade e mobiliza com maior ênfase a **CEMAT02**, a **CEMAT06** e a **CG02** ao propor a resolução de atividades diversas por meio de diferentes contextos e estratégias de resolução.

Esta seção traz atividades dos principais conteúdos abordados na Unidade que podem ser utilizadas como ferramentas de avaliação. Proponha a resolução das atividades individualmente. Acompanhe os estudantes durante a realização delas e registre avanços e dificuldades para, ao final, propor novas atividades para remediação coletiva ou individual de defasagens, conforme cada caso.

A seguir, listamos algumas sugestões e estratégias para remediação.

As atividades **1**, **6** a **9** exploram o trabalho com triângulo. Erros de resolução nessas atividades podem indicar que os conceitos relativos a esse conteúdo não foram bem assimilados. Retome o tópico com toda a turma.

Na atividade **2**, pode ser que algum estudante sinta dificuldade por não haver um diâmetro à mostra na imagem – não há alinhamento de 3 pontos na figura. Nesse caso, relembre que a medida do diâmetro sempre corresponde ao dobro da medida do raio da circunferência.

Na atividade **4**, alguns estudantes podem se esquecer de que o diâmetro também é uma corda – de fato, a maior corda da circunferência.

Na atividade **5**, lembre aos estudantes que basta multiplicar a medida do diâmetro da circunferência pela constante π. A resposta sempre será aproximada, e um valor aceitável para a constante é 3,14.

Erro de resolução na atividade **10** indica que os estudantes não sabem como identificar e calcular a soma das medidas dos ângulos internos e a dos ângulos externos, sendo necessária a revisão do conteúdo.

Outras dificuldades diferentes das listadas podem surgir; por isso, é importante o monitoramento individual e contínuo dos estudantes.

Orientações didáticas

Abertura

Na BNCC

A abertura da Unidade permite mobilizar com maior ênfase a **CG03** e a **CEMAT03**, ao propor a leitura de uma obra de arte que associa Geometria e Arte, relacionando a Matemática a outras áreas do conhecimento.

Ao explorar a abertura da Unidade, peça aos estudantes que analisem a imagem apresentada antes de ler o texto. Pergunte a eles: "Analisando a imagem, como vocês a descreveriam?"; "O que vocês acham que o artista quis representar nessa obra de arte?". Permita que respondam usando as próprias palavras e dê espaço para o debate, caso haja diferentes pontos de vista.

Solicite aos estudantes a leitura do texto de abertura. O *site* sugerido no Livro do Estudante traz informações sobre a vida e obra de Maurits Cornelis Escher, mais conhecido apenas como Escher, e pode servir como complemento à leitura proposta. O *site* está escrito em inglês, porém, existe a opção de traduzir para o português. Se possível, explore o conteúdo do *site* com os estudantes e peça a eles para identificar outra obra que seja parecida com a da imagem de abertura da Unidade.

Reprodução do Livro do Estudante em tamanho reduzido.

ESCHER, M. C. *Sky and Water I*, 1938. Xilogravura, 44 cm × 44 cm.

Geometria na arte de Escher

Uma característica marcante das obras do artista holandês Maurits Cornelis Escher (1898-1972) são os efeitos visuais impressionantes que elas proporcionam por meio da repetição de padrões geométricos deslocados e entrecruzados no preenchimento da superfície de xilogravuras e litografias.

A xilogravura é um desenho entalhado em relevo na superfície de um bloco de madeira; a litografia é o desenho feito em um pedaço plano de rocha calcária ou metal. Em ambos os casos, o desenho é coberto com tinta de impressão para que possa ser transferido a um papel.

Escher planejava minuciosamente como criar desenhos geométricos que se encaixassem para cobrir o plano sem lacunas ou sobreposições, alcançando, assim, harmonia e equilíbrio nas obras. Confira mais exemplos de obras do artista no *site* https://mcescher.com/gallery/ (acesso em: 4 abr. 2022).

Em *Céu e água I*, o plano está dividido em sequências horizontais de aves pretas no céu e de peixes brancos na água, que se intercalam. Na camada central, cada peixe é envolvido por 4 aves, e cada ave, por sua vez, é envolvida por 4 peixes.

Verifique na obra que há translação das imagens do peixe e da ave, ou seja, elas são transformadas em imagens paralelas, a uma certa distância e na mesma direção da anterior, sem que haja modificação no formato ou no tamanho. As translações preenchem de imagens o plano da xilogravura. Perceba que, conforme o peixe translada para cima e o pássaro para baixo, as cores deles se atenuam gradualmente, originando regiões ocupadas somente por céu e água.

- Descreva o que vê na imagem da obra de arte apresentada. Como e em que direção o movimento de translação das imagens ocorre nessa obra? Que tipos de movimento de translação você conhece no dia a dia?
- Se você estivesse diante de 2 jogos de quebra-cabeça, em que as peças do primeiro formariam a imagem de um jardim da cidade em que você vive e as peças do segundo formariam uma obra de padrões geométricos de Escher, qual você montaria mais facilmente? Justifique. Respostas pessoais.

Orientações didáticas

Abertura

A obra de Escher é um excelente contexto para explorar conceitos da Matemática de modo articulado com o componente curricular **Arte**. Se julgar conveniente, junte-se com o professor de Arte para explorar algumas gravuras de Escher do ponto de vista tanto dos aspectos geométricos, quanto dos aspectos de visualidade. Também é possível realizar uma pesquisa sobre a bibliografia do artista, suas principais obras e exposições no Brasil.

Uma sugestão é solicitar aos estudantes a pesquisa de outros artistas que empregam transformações geométricas em suas obras e a produção de trabalhos inspirados nessas obras.

Ao analisar a imagem da abertura, espera-se que o estudante descreva os formatos, as cores e as posições das figuras de aves e peixes, bem como as quantidades em cada faixa e a direção e o sentido em que ocorrem as translações. Na translação, há o deslocamento da figura com a preservação de forma, tamanho, cores e direção, que, nesse caso, é diagonal e horizontal.

As questões propostas são de sondagem, para que o estudante tenha um vínculo mais prático com o conteúdo, ampliando seu protagonismo no aprendizado. Elas também favorecem o desenvolvimento da inferência e da argumentação.

Orientações didáticas

Recordando áreas

Na BNCC

Este capítulo mobiliza com maior ênfase as habilidades **EF07MA30**, **EF07MA31** e **EF07MA32** ao propor a resolução e elaboração de problemas que envolvem o cálculo das medidas de área de figuras planas e de volume de blocos retangulares. O TCT *Educação Ambiental* é desenvolvido no boxe *Participe*.

Neste tópico, é retomada a nomenclatura das unidades de medida de área, como centímetro quadrado, metro quadrado e quilômetro quadrado, além de ser retomado o cálculo da medida de área de quadriláteros, especificamente do retângulo e do quadrado.

Medida de área do retângulo

Neste tópico, é apresentada a fórmula para calcular as medidas de área de um retângulo qualquer e de um quadrado qualquer.

Comente com os estudantes que, para a medida de área do retângulo, podemos dizer "produto da medida da base pela medida da altura" ou "produto da medida do comprimento pela medida da largura".

Área e volume

EF07MA30
EF07MA31
EF07MA32

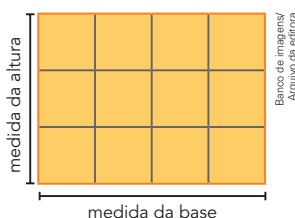
Recordando áreas

Uma superfície plana ocupa certa porção do plano. A extensão ocupada por uma superfície plana é chamada de **área** da superfície. A **medida de área** expressa quantas vezes uma unidade de medida de área cabe na superfície.

As principais unidades de medida de área são:

- centímetro quadrado (cm^2), que equivale à medida de área de uma região plana quadrada cujos lados medem 1 centímetro;
- metro quadrado (m^2), que equivale à medida de área de uma região plana quadrada cujos lados medem 1 metro;
- quilômetro quadrado (km^2), que equivale à medida de área de uma região plana quadrada cujos lados medem 1 quilômetro.

> Nesta coleção, quando dissermos **área do polígono**, estaremos nos referindo à área da região poligonal que ele delimita (polígono e o interior dele) e representaremos as figuras como regiões do plano (contorno + interior).

Medida de área do retângulo

No exemplo a seguir, a medida de área do retângulo cuja base mede 4 cm e a altura mede 3 cm é igual a $(4 \cdot 3)$ cm^2, ou seja, 12 cm^2.

> Para qualquer **retângulo**, a **medida de área** é igual ao produto da medida da base pela medida da altura.

Considere $A_{retângulo}$ a medida de área, b a medida da base e h a medida da altura do retângulo, então:

$$A_{retângulo} = b \cdot h$$

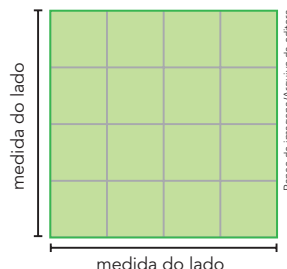
Um quadrado com 4 cm de medida de lado também é um retângulo de 4 cm de medida da base e 4 cm de medida da altura; portanto, a medida de área desse quadrado é igual a $(4 \cdot 4)$ cm^2, ou seja, 16 cm^2.

> Para qualquer **quadrado**, a **medida de área** é igual ao produto da medida do lado pela medida do lado.

Considere $A_{quadrado}$ a medida de área e ℓ a medida do lado do quadrado, então:

$$A_{quadrado} = \ell \cdot \ell$$

Participe

Faça as atividades no caderno.

A seguir, estão uma manchete de jornal, a foto de uma placa indicativa de medidas de distância e outra que mostra a aplicação de piso em uma sala.

Estado do Pará tem mais de 100 km² de área desmatada

Cesar Diniz/Pulsar Imagens

Placa da rodovia MS-157 em Maracaju (MS).

StockphotoVideo/Shutterstock

Aplicação de piso retangular.

Responda às questões a seguir no caderno.

a) Para calcular a medida de distância entre uma cidade e outra, qual é a unidade de medida mais adequada? km (quilômetro).

b) Qual é a unidade de medida utilizada para calcular a medida da extensão de um território? km^2 (quilômetro quadrado).

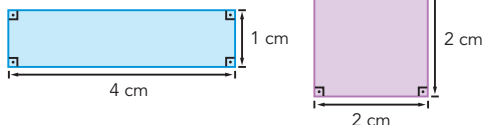
c) Qual unidade de medida é utilizada para indicar a medida de área da superfície ocupada pelo piso da sala? m^2 (metro quadrado).

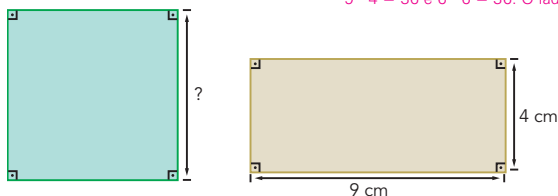
d) E a unidade de medida utilizada para indicar a medida de comprimento do rodapé dessa sala? m (metro).

Figuras equivalentes

As imagens não estão representadas em proporção.

Dizemos que duas figuras planas são **equivalentes** quando têm a mesma medida de área.

Por exemplo, um retângulo de 4 cm de medida da base e 1 cm de medida da altura é equivalente a um quadrado de 2 cm de medida do lado, porque eles têm medidas de área iguais (4 cm²).

Agora, pense e responda: Qual é a medida do lado de um quadrado equivalente a um retângulo com 9 cm de medida da base e 4 cm de medida da altura?

$9 \cdot 4 = 36$ e $6 \cdot 6 = 36$. O lado do quadrado mede 6 cm.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Orientações didáticas

Participe

Neste boxe, aproveite o contexto da manchete e reflita com os estudantes sobre causas e consequências do desmatamento, incluindo em sua prática, desse modo, o TCT *Educação Ambiental*. Outra possibilidade é sugerir pesquisas sobre esse tema, de modo a instigar a autonomia dos estudantes ao interagir com diferentes conhecimentos e fontes de informação.

Figuras equivalentes

Neste tópico, é estudado o conceito de que 2 figuras planas são equivalentes se elas tiverem a mesma medida de área. Faça outros exemplos na lousa e, se julgar pertinente, peça a um estudante, de maneira voluntária, para representar na lousa o retângulo descrito no Livro do Estudante, calcular a medida de sua área e depois representar o quadrado que é equivalente ao retângulo, indicando a medida do lado.

Orientações didáticas

Calculando a medida de área de polígonos

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades **EF07MA31** e **EF07MA32** ao propor a resolução e elaboração de problemas envolvendo cálculo de medida de área de figuras planas. No boxe *Participe*, mobiliza-se com maior ênfase a **CG02**, a **CEMAT02** e a **CEMAT06** ao explorar a análise crítica e a reflexão, permitindo ao estudante expressar as respostas e sintetizar as conclusões. Em *Atividades* é possível desenvolver os TCTs *Educação Ambiental* e *Educação para o Consumo*.

Medida de área do paralelogramo

Neste tópico, é demonstrado como obter um retângulo pela decomposição de um paralelogramo, sintetizando, com isso, por que a medida de área do paralelogramo é calculada multiplicando a medida da base pela medida da altura, assim como no retângulo.

Calculando a medida de área de polígonos

Medida de área do paralelogramo

As imagens não estão representadas em proporção.

Participe

Faça as atividades no caderno.

I. Leonardo é dono de um sítio e cercou uma região retangular cujas dimensões medem 25 m por 20 m para plantar hortaliças.

a) Que operação você deve fazer para calcular a medida de área dessa região? Multiplicação da medida da base pela medida da altura.

b) Qual é a medida de área dessa região? 500 m²

Plantação de hortaliças no sítio de Leonardo.

Ilustrações: Estúdio Mil/Arquivo da editora

II. Joaquim, amigo de Leonardo, também cercou uma região do terreno para plantar hortaliças. Verifique a imagem a seguir, da vista de cima da plantação.

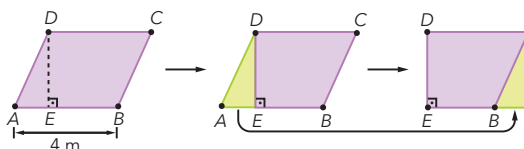
a) O que diferencia uma região da outra? O formato; a região do terreno de Leonardo que foi cercada para plantar hortaliças lembra o formato de um retângulo, e a de Joaquim lembra o formato de um paralelogramo.

b) Você acha possível calcular a medida de área da região cercada por Joaquim usando o mesmo procedimento utilizado para calcular a medida de área da região cercada por Leonardo? Justifique sua resposta. Resposta pessoal.

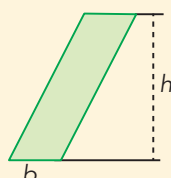
Plantação de hortaliças no sítio de Joaquim.

No paralelogramo *ABCD* representado a seguir, o lado $\overline{AB}$ mede 4 m e a altura relativa a esse lado, que é a distância entre esse lado e o lado oposto a ele, mede 3 m. Consideramos o lado de medida conhecida como **base do paralelogramo** e a altura relativa a esse lado como **altura do paralelogramo**.

Para obter a medida de área desse paralelogramo, vamos decompô-lo em um retângulo, "cortando" o triângulo *ADE* e deslocando-o para a posição *BCF*, como mostram as figuras a seguir.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Repare que a medida de área do paralelogramo *ABCD* é igual à medida de área do retângulo *EFCD*, pois ambos são compostos das mesmas figuras (triângulo *ADE* e trapézio *EBCD*).

Proposta para o estudante

Organize os estudantes em duplas; em seguida, peça que analisem a figura a seguir e verifiquem por que medida de área do paralelogramo é também o produto da medida da base *b* pela medida da altura *h*.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Peça para desenharem e recortarem o paralelogramo em uma folha avulsa. Oriente-os a traçar a diagonal mais vertical, dividindo o paralelogramo em 2 triângulos. Ao recortar o paralelogramo na diagonal, peça aos estudantes que movimentem os 2 triângulos de modo a montar um retângulo e calcular a medida de área como $b \cdot h$.

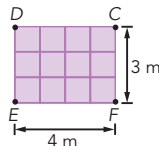
Comparando o paralelogramo *ABCD* e o retângulo *EFCD*, notamos que as bases têm a mesma medida (4 m), assim como a altura deles também tem a mesma medida (3 m).

As imagens não estão representadas em proporção.

A medida de área do retângulo *EFCD* é igual a:

$$(4 \cdot 3)\ m^2 = 12\ m^2$$

Banco de imagens/Arquivo da editora

Portanto, a área do paralelogramo *ABCD* também mede 12 m^2.

> A **medida de área do paralelogramo** é igual ao produto da medida da base pela medida da altura.

Considere $A_{paralelogramo}$ a medida de área, *b* a medida da base e *h* a medida da altura do paralelogramo, então:

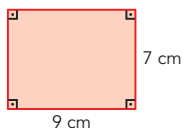
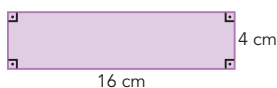
$$A_{paralelogramo} = b \cdot h$$

Atividades

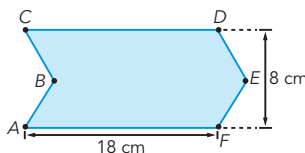
Faça as atividades no caderno.

1. Calcule a medida de área de um paralelogramo cuja base mede 8 cm e a altura mede 5 cm. 40 cm^2

2. Quanto mede o lado de um quadrado equivalente a um paralelogramo com 20 cm de medida da base e 1,25 cm de medida da altura? 5 cm

3. Quais das figuras a seguir são equivalentes a um quadrado cujo lado mede 8 cm? **b e c**

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

4. Para que um paralelogramo cuja base mede 12 cm seja equivalente a um retângulo cujas dimensões medem 6 cm e 8 cm, quanto deve medir a altura do paralelogramo? 4 cm

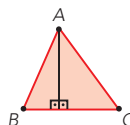
5. A imagem a seguir, formada por 2 paralelogramos com as mesmas medidas da base e da altura, representa a logomarca de uma empresa que estampará uma região nas costas da camisa de um time de futebol.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Considerando $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{EF}$, $\overleftrightarrow{BC} \parallel \overleftrightarrow{DE}$ e $\overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{AF}$ e sabendo que a logomarca aplicada não pode superar a medida de área 150 cm^2, responda: A logomarca atende à condição de aplicação? Justifique sua resposta. Sim, pois a área da logomarca mede 144 cm^2.

Medida de área do triângulo

> Em um triângulo *ABC*, o vértice oposto:
> - ao lado $\overline{BC}$ é *A*;
> - ao lado $\overline{AB}$ é *C*;
> - ao lado $\overline{AC}$ é *B*.

A base de um triângulo é um de seus lados. A altura relativa à base é o segmento de reta que tem como extremidades o vértice oposto à base e um ponto da reta que contém a base, formando ângulo reto com ela.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Altura do triângulo *ABC* relativa à base $\overline{BC}$.

Orientações didáticas

Atividades

Nas atividades **1** e **2**, explore com os estudantes a definição de paralelogramo, equivalência e quadrado. Caso perceba que os estudantes têm dificuldades em calcular a medida de área ou identificar um dos lados de um paralelogramo, proponha outras atividades e discuta as soluções com eles. Só avance para outro tópico quando tiver segurança de que eles compreenderam os conceitos.

Se necessário, utilize materiais impressos ou recortes de figuras geométricas para auxiliar os estudantes a resolverem a atividade **3**.

Antes que os estudantes resolvam as atividades **4** e **5**, verifique se compreenderam os enunciados, pois a interpretação de texto é uma habilidade importante na resolução de problemas.

Medida de área do triângulo

Neste tópico, é apresentado o vértice oposto relativo a cada lado de um triângulo e a altura do triângulo como um segmento de reta com extremidade no vértice e que forma um ângulo reto com lado oposto a esse vértice.

Orientações didáticas

Participe

Proponha aos estudantes que construam outros triângulos para identificar e conferir como calcular a medida de área de um triângulo qualquer.

A atividade **II** promove a argumentação em sala de aula, ao solicitar ao estudante que explique os procedimentos que adotou e justifique suas conclusões. Também contribui para o desenvolvimento do pensamento computacional.

Atividades

As atividades deste bloco têm por objetivo explorar o cálculo da medida de área do triângulo.

No item **c** da atividade **6** e na atividade **9**, oriente os estudantes a calcular a medida de área do polígono fazendo a decomposição geométrica em outros polígonos cujas medidas de área eles já sabem calcular, pois o cálculo da medida de área do trapézio será estudado mais adiante.

II. Resposta esperada: A medida de área de um triângulo qualquer é igual ao produto da medida da base pela medida da altura relativa a essa base dividido por 2.

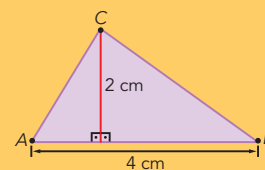
Participe

Faça as atividades no caderno.

I. Em uma folha avulsa, copie este triângulo, cuja base mede 4 cm e a altura relativa a essa base mede 2 cm, recorte a região correspondente e faça uma cópia, de modo que você tenha duas regiões triangulares com as mesmas medidas.

Forme um grupo com 3 colegas e juntem as regiões triangulares a fim de formar um paralelogramo. Calculem a medida de área limitada pelo paralelogramo e, por meio de experimentações com as figuras, determinem a medida de área de uma região triangular. $4\ cm^2$

Banco de imagens/Arquivo da editora

II. De acordo com suas experimentações no item anterior, expliquem como calcular a medida de área de um triângulo qualquer considerando a medida da base e a medida da altura relativa a essa base. Justifiquem suas conclusões.

A **medida de área do triângulo** é igual à metade do produto da medida da base pela medida da altura relativa a essa base.

Considere $A_{triângulo}$ a medida de área, b a medida da base e h a medida da altura do triângulo, então:

$$A_{triângulo} = \frac{b \cdot h}{2}$$

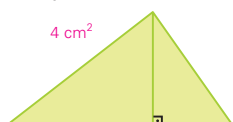
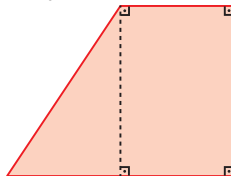
As imagens não estão representadas em proporção.

Atividades

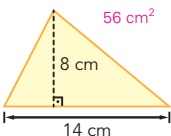
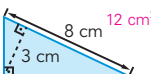
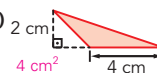
Faça as atividades no caderno.

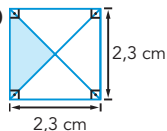
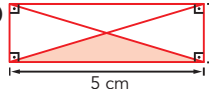
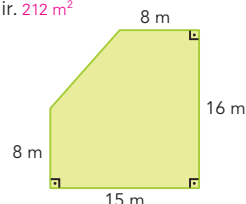
6. Faça as medições necessárias e calcule a medida de área de cada figura representada a seguir.

c)

d)

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Para resolver as próximas atividades, considere as medidas de comprimento indicadas nas ilustrações.

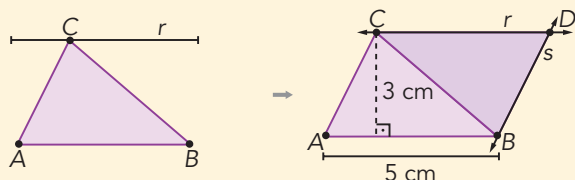
7. Calcule a medida de área destes triângulos:

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

8. Considerando que as 4 regiões formadas em cada figura são equivalentes, calcule as medidas de área das regiões coloridas a seguir.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

9. Calcule a medida de área do terreno representado a seguir. $212\ m^2$

8 m
16 m
8 m
15 m

Banco de imagens/Arquivo da editora

Proposta para o professor

Se julgar pertinente, apresente outra maneira de calcular a medida de área do triângulo, construindo um paralelogramo.

As retas r e s se intersectam no ponto D, e o quadrilátero $ABDC$ é um paralelogramo.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Comparando o triângulo ABC com o paralelogramo $ABDC$, notamos que as bases têm a mesma medida (5 cm), assim como as alturas (3 cm).

A medida de área do paralelogramo $ABDC$ é igual a:

$$(5 \cdot 3)\ cm^2 = 15\ cm^2$$

Como o paralelogramo $ABDC$ é formado por 2 triângulos equivalentes (ABC e BCD), a medida de área de cada um deles corresponde à metade da medida de área do paralelogramo. Assim, a medida de área de cada triângulo é igual a:

$$\left(\frac{5 \cdot 3}{2}\right) cm^2 = \left(\frac{15}{2}\right) cm^2 = 7{,}5\ cm^2$$

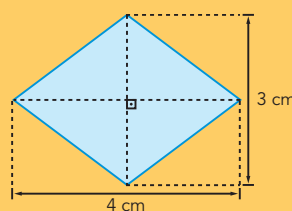
Medida de área do losango

Participe Faça as atividades no caderno.

I. Em uma folha avulsa, copie este losango, cuja diagonal maior mede 4 cm e a diagonal menor mede 3 cm, e recorte a região correspondente.

Forme um grupo com 3 colegas, façam experimentações com a figura e determinem a medida de área dela. 6 cm²

Banco de imagens/Arquivo da editora

II. De acordo com suas experimentações no item anterior, expliquem como calcular a medida de área de um losango qualquer considerando as medidas das diagonais. Justifiquem suas conclusões. Resposta esperada: A medida de área de um losango qualquer é igual à metade do produto das medidas das diagonais.

A **medida de área do losango** é igual à metade do produto das medidas das diagonais.

Considere $A_{losango}$ a medida de área, D a medida da diagonal maior e d a medida da diagonal menor do losango, então:

$$A_{losango} = \frac{D \cdot d}{2}$$

As imagens não estão representadas em proporção.

Medida de área do trapézio

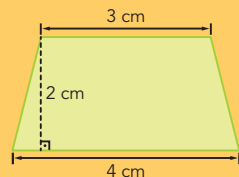
Participe Faça as atividades no caderno.

I. Em uma folha avulsa, copie este trapézio, cuja altura mede 2 cm, a base maior mede 4 cm e a base menor mede 3 cm. Em seguida, recorte a região correspondente.

Com 3 colegas, forme um grupo, façam experimentações com a figura e determinem a medida de área dela. 7 cm²

3 cm
2 cm
4 cm

Banco de imagens/Arquivo da editora

II. De acordo com suas experimentações no item anterior, expliquem como calcular a medida de área de um trapézio qualquer considerando as medidas das bases (maior e menor) e a medida da altura. Justifiquem suas conclusões. Resposta esperada: A medida de área de um trapézio qualquer é igual à metade da soma das medidas das bases vezes a medida da altura.

A **medida de área do trapézio** é igual à metade da soma das medidas das bases vezes a medida da altura.

Considere $A_{trapézio}$ a medida de área, B a medida da base maior, b a medida da base menor e h a medida da altura do trapézio, então:

$$A_{trapézio} = \frac{(B + b)}{2} \cdot h$$

Orientações didáticas

Medida de área do losango

Neste tópico, é apresentada a fórmula para o cálculo da medida de área do losango.

Participe

Proponha aos estudantes que construam outros losangos para descobrir como calcular a medida de área de um losango qualquer.

A atividade **II** promove a argumentação em sala de aula, ao solicitar ao estudante que explique os procedimentos que adotou e justifique suas conclusões. Também contribui para o desenvolvimento do pensamento computacional.

Medida de área do trapézio

Neste tópico, é apresentada a fórmula para o cálculo da medida de área do trapézio.

Participe

Proponha aos estudantes que construam outros trapézios, para identificar e conferir como calcular a medida de área de um trapézio qualquer.

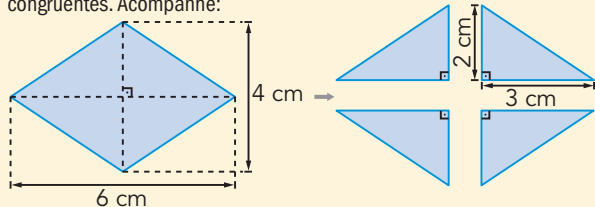
A atividade **II** promove o desenvolvimento da argumentação em sala de aula, ao solicitar ao estudante que explique os procedimentos que adotou e justifique suas conclusões. Também contribui para o desenvolvimento do pensamento computacional.

Proposta para o professor

Se julgar pertinente, apresente outra maneira de calcular a medida de área do losango, dividindo-o em 4 triângulos.

Vamos considerar um losango cuja diagonal maior meça 6 cm, e a menor, 4 cm.

Usando as diagonais, podemos decompor o losango em 4 triângulos congruentes. Acompanhe:

Banco de imagens/Arquivo da editora

Cada um desses triângulos tem 3 cm (metade da diagonal maior) de medida da base e 2 cm (metade da diagonal menor) de medida da altura; portanto, a medida de área de cada triângulo é igual a:

$$\frac{3 \cdot 2}{2}\ \text{cm}^2 = 3\ \text{cm}^2$$

Como a medida de área do losango (A) é 4 vezes a medida de área desse triângulo, temos:

$$A = 4 \cdot 3\ \text{cm}^2 = 12\ \text{cm}^2$$

Também podemos escrever:

$$A = \left[4 \cdot \left(\frac{3 \cdot 2}{2}\right)\right]\text{cm}^2 = \left(\frac{6 \cdot 4}{2}\right)\text{cm}^2 = 12\ \text{cm}^2$$

Orientações didáticas

Atividades

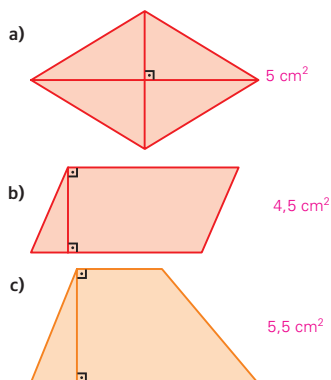
A atividade **12** ilustra uma situação corriqueira do trabalho de um mestre de obras, por exemplo, no tocante à pavimentação do plano com revestimentos. Favorecendo os TCTs *Educação para o Consumo* e *Educação Ambiental*, debata com os estudantes sobre o consumismo e promova uma reflexão sobre a importância de se buscar uma solução que gere a menor quantidade de entulho. Pergunte aos estudantes: "Qual o impacto do entulho da construção civil descartado no meio ambiente?". Além disso, pode-se discutir alternativas, como o uso de rejeitos na produção de artesanatos compostos de mosaicos, e quanto isso gera de impacto na economia e no mundo do trabalho.

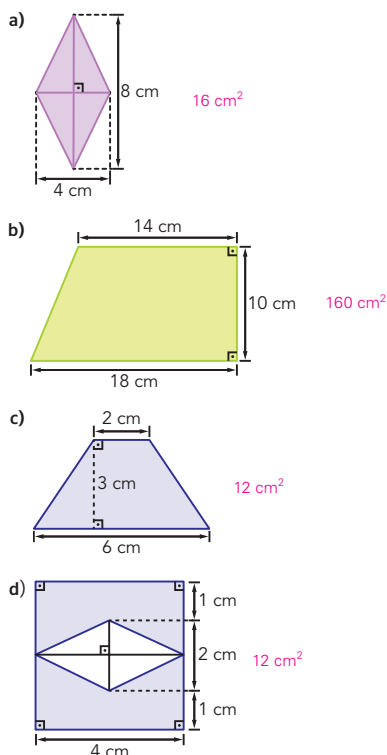
Na atividade **13**, é apresentado o conceito de unidade de área. Discuta com os estudantes outras possibilidades de unidades. Essa atividade favorece o desenvolvimento da inferência e da argumentação.

Na atividade **14**, se possível, use uma fita adesiva para, no chão da sala, representar um quadrado de 1 m² de medida de área e pergunte aos estudantes o que é possível comportar em tal espaço – por exemplo, quantos estudantes poderiam ficar em pé nesse espaço. Nessa direção, pode-se aprofundar a discussão ilustrando as estatísticas de públicos em grandes eventos ou manifestações em diversos lugares.

A atividade **15** demanda que os estudantes elaborem um problema. Promova uma socialização dos problemas e discuta com os estudantes as soluções que satisfazem e as que não satisfazem o que foi pedido. Elaborar e resolver problemas contribui para o desenvolvimento do pensamento computacional.

Faça as atividades no caderno.

10. Faça as medições necessárias e calcule a medida de área de cada figura representada a seguir.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

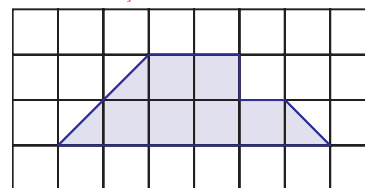
11. Calcule a medida de área da região colorida em cada figura.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

12. A pedreira Júlia está azulejando uma parede retangular que mede 4 m de comprimento e 2,4 m de altura. Se ela usar azulejos quadrados cujo lado mede 40 cm, quantos azulejos serão necessários? 60 azulejos.

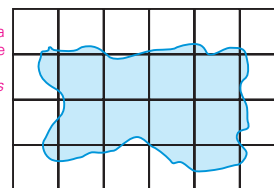
Parilov/Shutterstock

Mulher preparando uma parede para aplicação de revestimento.

13. Considerando **1 cm²** como unidade de medida de área, elabore um problema utilizando a imagem a seguir. O exemplo de resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

Banco de imagens/Arquivo da editora

14. Considerando **1 cm²** como unidade de medida de área, elabore um problema que utilize a imagem a seguir e cuja resposta seja uma medida aproximada.

O exemplo de resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

Banco de imagens/Arquivo da editora

15. No caderno, elabore um problema que possa ser resolvido usando estas operações e envolva o cálculo da medida de área por meio da decomposição da regiões planas. O exemplo de resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

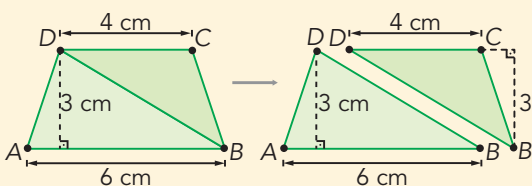
$50 \text{ m} \cdot 70 \text{ m} = 3\,500 \text{ m}^2$

$\dfrac{30 \text{ m} \cdot 50 \text{ m}}{2} = 750 \text{ m}^2$

$3\,500 \text{ m}^2 + 750 \text{ m}^2 = 4\,250 \text{ m}^2$

Proposta para o professor

Se julgar pertinente, apresente outra maneira de calcular a medida de área do trapézio, dividindo-o em 2 triângulos.
Note que podemos dividir o trapézio *ABCD* pela diagonal $\overline{BD}$. Desse modo, obtemos 2 triângulos.

Banco de imagens/Arquivo da editora

O triângulo *ABD* tem 6 cm de medida da base e 3 cm de medida da altura; então, a medida de área dele é igual a $\left(\dfrac{6 \cdot 3}{2}\right) \text{cm}^2$.

O triângulo *BCD* tem 4 cm de medida da base e 3 cm de medida da altura; então, a medida de área dele é igual a $\left(\dfrac{4 \cdot 3}{2}\right) \text{cm}^2$.

A medida de área do trapézio (*A*) é igual à soma das medidas de área dos 2 triângulos.

Assim, temos:

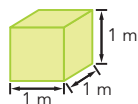
$$A = \left(\dfrac{6 \cdot 3}{2} + \dfrac{4 \cdot 3}{2}\right) \text{cm}^2.$$

base maior; base menor; altura

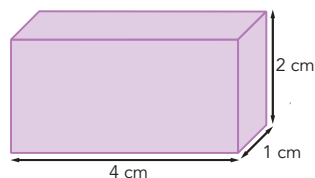
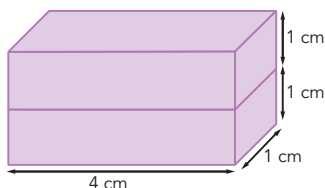
$$A = \left[\left(\dfrac{6 + 4}{2}\right) \cdot 3\right] \text{cm}^2 = 12 \text{ cm}^2$$

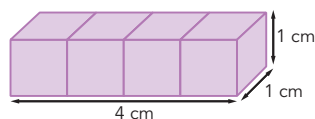
Volume do paralelepípedo

O **volume** é a grandeza relacionada ao espaço ocupado por um corpo. A medida de volume de um sólido geométrico pode ser obtida usando a medida de volume de um sólido geométrico conhecido como unidade de medida. Por exemplo, a unidade de medida padronizada de volume corresponde à medida de volume de um cubo cuja aresta mede 1 metro, que é 1 m^3. Nomeamos essa unidade de medida de **metro cúbico (m^3)**.

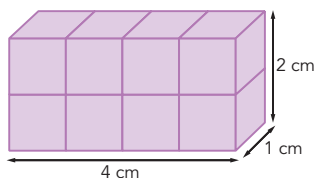
Banco de imagens/Arquivo da editora

Considere um paralelepípedo que tem 4 cm de medida do comprimento, 1 cm de medida da largura e 2 cm de medida da altura. Qual é a medida de volume desse paralelepípedo?

As imagens não estão representadas em proporção.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Para determinar a medida de volume desse sólido geométrico, podemos dividir cada aresta que mede 2 cm em 2 partes iguais, de modo que o paralelepípedo seja dividido em 2 "fatias" iguais, cada uma com 1 cm de medida da altura.

Repare que cada uma dessas "fatias" tem as seguintes medidas das dimensões: 4 cm, 1 cm e 1 cm.

Agora, vamos dividir cada aresta que mede 4 cm em 4 partes iguais.

Assim, obtemos 4 cubos com medida de volume igual a 1 cm^3. Portanto, a medida de volume de cada "fatia" é 4 cm^3.

Como o paralelepípedo pode ser decomposto em 2 "fatias", cuja medida de volume de cada uma é 4 cm^3, podemos concluir que a medida de volume dele é dada por:

$$2 \cdot 4\ cm^3 = 8\ cm^3$$

A **medida de volume de um paralelepípedo** (ou **bloco retangular**) é igual ao produto das medidas do comprimento, da largura e da altura.

Orientações didáticas

Volume do paralelepípedo

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade **EF07MA30** ao propor a resolução e elaboração de problemas envolvendo cálculo de medida de volume de blocos retangulares.

Neste tópico, aborda-se o volume como a grandeza relacionada ao espaço ocupado por um corpo. Além disso, apresenta-se a unidade de medida padronizada, o metro cúbico, e como calcular a medida de volume de um paralelepípedo.

Orientações didáticas

Relação entre volume e capacidade

Este tópico aborda a relação entre as grandezas volume e capacidade ao determinar que é possível a medida de capacidade ser convertida em medida de volume interna de um objeto que tem espaço disponível, como um recipiente cuja capacidade mede 1 L.

Atividades

Na atividade **16**, retome com os estudantes as diferenças entre m, m^2 e m^3. Essa compreensão conceitual é fundamental e, embora pareça simples, muitos estudantes apresentam dificuldades com ela.

Relação entre volume e capacidade

Em algumas situações, é possível utilizar a grandeza **capacidade** para determinar a medida de volume interna de um objeto que tem espaço interno disponível (recipiente). Como vimos no 6º ano, o **litro (L)** corresponde à medida de capacidade de um recipiente cúbico cuja aresta mede 1 dm. Desse modo, temos:

studio BM/Shutterstock

Jarra medidora com medida de capacidade de 1 L.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Outra unidade de medida de capacidade que estudamos é o **mililitro (mL)**, um submúltiplo do litro. Essa unidade está associada à medida de capacidade de um recipiente cúbico cuja aresta mede 1 cm. Desse modo, temos:

Panther Media GmbH/Alamy/Fotoarena

Seringa graduada com medida de capacidade de 1 mL.

Banco de imagens/Arquivo da editora

O mililitro costuma ser utilizado para indicar capacidades menores do que 1 L. Por exemplo, para indicar a medida de capacidade de instrumentos como seringas.

As imagens não estão representadas em proporção.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

16. Determine, em m^3, a medida de volume de cada paralelepípedo representado a seguir.

a)

b)

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

17. A piscina de um clube com formato de um paralelepípedo mede 20 m de comprimento, 5 m de largura e 1,8 m de profundidade. Determine, em m^3, a medida de capacidade dessa piscina. 180 m^3

canbedone/Shutterstock

Piscina semiolímpica de um clube.

As imagens não estão representadas em proporção.

Faça as atividades no caderno.

18. Para encher uma piscina cuja medida de capacidade é 1 m^3, quantos baldes de 25 L serão necessários? Dica: 1 m^3 equivale a 1 000 L. 40 baldes.

Timmary/Shutterstock

19. Juliana estava fazendo gelatina. Ao consultar o modo de preparo no rótulo da embalagem, encontrou estas informações:

- Dissolva o conteúdo desta embalagem em um recipiente com 250 mL de água morna.
- Após dissolver, acrescente 0,5 L de água fria e misture.
- Coloque na geladeira e aguarde por 3 horas.

New Africa/Shutterstock

Sabendo que Juliana usou recipientes de 150 mL de medida de capacidade para armazenar a gelatina, responda:

a) Qual é a medida de volume total de gelatina preparada? Indique a resposta em mililitros. 750 mL

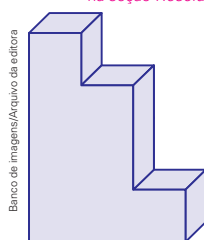
b) Quantos recipientes Juliana conseguiu encher com a gelatina preparada? 5 recipientes.

20. Um contêiner tem formato parecido com um bloco retangular e internamente mede 6 m de comprimento, 2 m de largura e 3 m de altura.

Sabendo que o contêiner será completamente preenchido com caixas de papelão com formato de cubo cuja aresta mede 1 m, responda:

a) Quantas caixas cabem no piso do contêiner? 12 caixas.

b) Quantas caixas poderão ser guardadas nesse contêiner? 36 caixas.

21. Considerando como unidade de medida de volume, elabore um problema utilizando a imagem a seguir. O exemplo de resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

Banco de imagens/Arquivo da editora

22. Elabore um problema que possa ser resolvido usando estas operações e envolva medida de volume de um paralelepípedo. O exemplo de resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

$2\ m \cdot 3\ m \cdot 2{,}5\ m = 15\ m^3$

$15\ m^3 = 15\ 000\ L$

$15\ 000\ L : 0{,}75\ L = 20\ 000$

Na olimpíada

Girando o dado

(Obmep) A soma dos números das faces opostas de um dado é sempre 7. O dado da figura é girado sucessivamente sobre o caminho indicado até parar na última posição, destacada em cinza. Nessa posição, qual é o número que está na face superior do dado? Alternativa **b**.

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

Após o primeiro giro:

Reprodução/Obmep, 2016.

As faces invisíveis

(Obmep) Zequinha tem três dados iguais, com letras *O*, *P*, *Q*, *R*, *S* e *T* em suas faces. Ele juntou esses dados como na imagem, de modo que as faces em contato tivessem a mesma letra. Qual é a letra na face oposta à que tem a letra *T*? Alternativa **a**.

a) *S*
b) *R*
c) *Q*
d) *P*
e) *O*

Reprodução/Obmep, 2017.

Orientações didáticas

Atividades

A atividade **21** pode ser abordada utilizando a peça menor (cubinho) do material dourado. Tal recurso pode favorecer a visualização tridimensional da figura apresentada e contribuir para a elaboração do problema proposto.

A atividade **22** demanda que os estudantes elaborem um problema. Promova na sala de aula uma socialização dos problemas e discuta com os estudantes as soluções que satisfazem e as que não satisfazem o que foi pedido. Elaborar e resolver problemas contribui para o desenvolvimento do pensamento computacional dos estudantes.

Proposta para o estudante

Proponha que os estudantes acessem os *sites* a seguir para conferir um jogo sobre área e volume e outro sobre volume do cubo e do paralelepípedo. O conteúdo trabalhado interativamente é o mesmo abordado neste capítulo. Como não há necessidade de baixar nenhum conteúdo, basta acessar os *links*, escolher a modalidade e jogar.

WORDWALL. *Área e Volume*. Disponível em: https://wordwall.net/pt/resource/25596889/%C3%A1rea-e-volume.

WORDWALL. *Volume do Cubo e Paralelepípedo*. Disponível em: https://wordwall.net/pt/resource/16551318/volume-do-cubo-e-paralelep%C3%ADpedo.

Acessos em: 24 maio 2022.

Proposta para o professor

Por ser um tema importante na formação do professor da Educação Básica, sugerimos este artigo, que trata da equicomposição de polígonos:

NÓS, Rudimar L.; FERNANDES, Flavia M. Ensinando áreas e volumes por equicomposição. *Educação Matemática em Revista*, Brasília, DF, v. 24, n. 63, p. 121-137, jul./set. 2019. Disponível em: http://paginapessoal.utfpr.edu.br/rudimarnos/publicacoes/publicacoes/artigo_EMR.pdf. Acesso em: 25 maio 2022.

Sistema de coordenadas

Na BNCC

Este capítulo favorece o desenvolvimento das habilidades: **EF07MA19** ao representar, no plano cartesiano, polígonos decorrentes da multiplicação das coordenadas de seus vértices por um número inteiro; **EF07MA20** ao propor a construção de figuras simétricas em relação à origem e aos eixos do plano cartesiano; e **EF07MA21** na construção de figuras por reflexão, translação e rotação.

Neste tópico, aborda-se o sistema de coordenadas cartesianas, apresentando os nomes dos eixos e como fazemos para localizar ou identificar um ponto no plano cartesiano.

Explore situações do cotidiano em que o sistema de coordenadas é utilizado, como indicar a localização do passageiro ao pedir um carro por aplicativo. Além disso, comente que a localização dos navios e dos aviões também utiliza um sistema de coordenadas e que, em um mapa, encontramos um sistema de coordenadas indicando a latitude e a longitude.

Transformações geométricas no plano

EF07MA19
EF07MA20
EF07MA21

Sistema de coordenadas

Para representar pontos em um plano, traçamos duas retas numéricas perpendiculares, com a mesma unidade (medida de distância entre 0 e 1), que chamamos **eixo das abscissas** (horizontal) e **eixo das ordenadas** (vertical).

Os eixos formam um **sistema de coordenadas**, o **sistema de coordenadas cartesianas**. Eles se cruzam em um ponto *O*, que chamamos **origem**. Esse ponto corresponde ao 0 em cada eixo.

Escolhemos uma unidade de medida de comprimento (por exemplo, o centímetro) para marcar os números em ambos os eixos. No eixo das abscissas, os números aumentam da esquerda para a direita; no das ordenadas, de baixo para cima. Usualmente, o eixo das abscissas é representado pela letra *x*, e o das ordenadas, pela letra *y*.

Para indicar, por escrito, a localização de um ponto, anotamos entre parênteses, separadas por vírgula (ou ponto e vírgula), a abscissa e, depois, a ordenada.

Por exemplo, na figura **1**, o ponto *A* tem abscissa 2 e ordenada 6. O ponto *A* é o ponto de coordenadas $(2, 6)$. Indicamos: $A(2, 6)$. Confira outros exemplos:

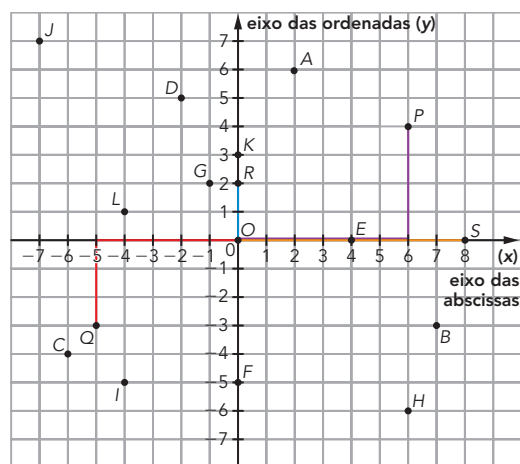
- o ponto *B* tem abscissa 7 e ordenada -3, ou seja, $B(7, -3)$;
- o ponto *C* tem abscissa -6 e ordenada -4, ou seja, $C(-6, -4)$;
- o ponto *O* é a origem do sistema de coordenadas, ou seja, $O(0, 0)$.

Figura 1.

Conhecendo as coordenadas de um ponto, podemos localizá-lo no sistema de coordenadas cartesianas. Por exemplo:

- para localizar o ponto $P(6, 4)$, partindo da origem, contamos 6 u.c. para a direita (no eixo das abscissas) e, depois, 4 u.c. para cima (paralelamente ao eixo das ordenadas);

No sistema de coordenadas cartesianas, consideraremos a medida do lado de cada quadradinho como unidade de medida de comprimento. Para simplificar a notação, usaremos **u.c.**

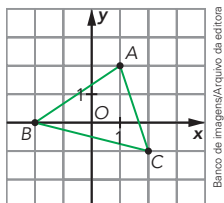
Se houver situações em que a unidade de medida de comprimento considerada seja diferente dessa, indicaremos a u.c. correspondente ao caso específico.

- para localizar o ponto $Q(-5, -3)$, partindo da origem, contamos 5 u.c. para a esquerda (no eixo das abscissas) e, depois, 3 u.c. para baixo (paralelamente ao eixo das ordenadas);
- para localizar o ponto $R(0, 2)$, partindo da origem, contamos 2 u.c. para cima (no eixo das ordenadas);
- para localizar o ponto $S(8, 0)$, partindo da origem, contamos 8 u.c. para a direita (no eixo das abscissas).

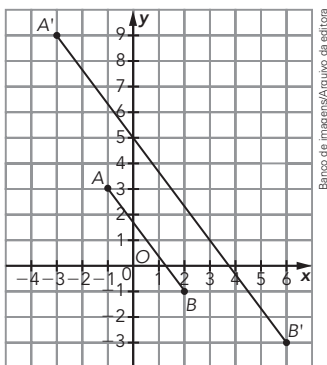
1. $D(-2, 5)$; $E(4, 0)$; $F(0, -5)$; $G(-1, 2)$; $H(6, -6)$; $I(-4, -5)$; $J(-7, 7)$; $K(0, 3)$; $L(-4, 1)$.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

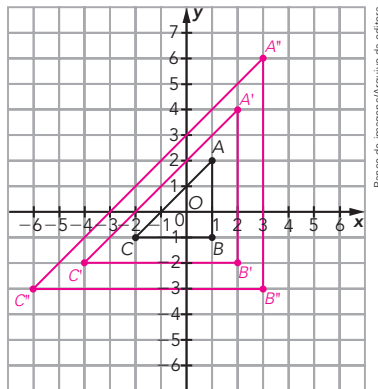
1. Na figura **1**, quais são as coordenadas dos pontos *D*, *E*, *F*, *G*, *H*, *I*, *J*, *K* e *L*?

2. Nesta figura, quais são as coordenadas dos vértices do triângulo *ABC*? $A(1, 2)$; $B(-2, 0)$; $C(2, -1)$.

3. Analise o segmento de reta $\overline{AB}$ representado a seguir. Ao multiplicarmos por 3 as coordenadas dos pontos que são extremidades desse segmento de reta, obtemos o segmento de reta $\overline{A'B'}$.

Uma letra seguida de ', por exemplo, *B*', lê-se: "b linha".

Utilize uma régua para medir os segmentos de reta e compare as medidas obtidas. O que podemos afirmar em relação a essas medidas? $A'B' = 3 \cdot AB$

4. Em uma malha quadriculada ou no caderno, construa um sistema de coordenadas cartesianas e represente o octógono de vértices $A(6, 8)$, $B(8, 2)$, $C(6, -4)$, $D(0, -6)$, $E(-6, -4)$, $F(-8, 2)$, $G(-6, 8)$ e $H(0, 10)$. A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.
Depois, responda: Dos pontos $P(5, -1)$, $Q(-9, 0)$, $R(-1, 7)$, $S(-5, 3)$ e $T(7, 7)$, quais ficam na região interior do octógono? *P*, *R* e *S*.

5. Em um sistema de coordenadas cartesianas, represente o quadrado cujos lados medem 6 u.c., são paralelos aos eixos do sistema e têm os pontos médios sobre os eixos. A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.
Quais são as coordenadas dos vértices desse quadrado? $(3, 3)$, $(3, -3)$, $(-3, -3)$ e $(-3, 3)$.

6. No caderno, copie este sistema de coordenadas com o triângulo *ABC*, com $A(1, 2)$, $B(1, -1)$ e $C(-2, -1)$, e faça o que se pede a seguir.

a) Determine as coordenadas dos pontos *A*', *B*' e *C*', que se obtêm ao multiplicar as coordenadas dos vértices do triângulo *ABC* por 2.
$A'(2, 4)$, $B'(2, -2)$ e $C'(-4, -2)$.

b) Determine as coordenadas dos pontos *A*", *B*" e *C*", que se obtêm ao multiplicar as coordenadas dos pontos do triângulo *ABC* por 3.
$A''(3, 6)$, $B''(3, -3)$ e $C''(-6, -3)$.

c) No caderno, represente os triângulos *A'B'C'* e *A"B"C"*. O que você identifica comparando os triângulos *ABC*, *A'B'C'* e *A"B"C"*?

6. c) Os lados do triângulo *A'B'C'* medem o dobro dos lados do triângulo *ABC*, e os lados do triângulo *A"B"C"* medem o triplo dos lados do triângulo *ABC*.

Orientações didáticas

Atividades

Antes de propor a atividade **3**, retome com os estudantes os conceitos de reta e segmento de reta.

As atividades **4** a **6** podem ser resolvidas em papel quadriculado. Auxilie os estudantes a construírem com régua e lápis o plano cartesiano. Ao desenvolver as atividades, verifique se os estudantes representam corretamente os pontos e, caso identifique algum erro, comente as soluções, para auxiliá-los na compreensão da representação dos pontos indicados.

Orientações didáticas

Simetrias

Na BNCC

Este tópico mobiliza com maior ênfase a **CG03** e a **CEMAT02** ao valorizar as manifestações culturais e explorar a investigação, permitindo ao estudante expressar suas respostas e sintetizar suas conclusões.

Neste tópico, é apresentada uma fotografia do mausoléu Taj Mahal, na Índia, com o objetivo de o estudante verificar se há simetria na construção ao imaginar uma linha vertical traçada que passe pelo centro da imagem dessa construção.

Reflexões

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades **EF07MA19**, **EF07MA20** e **EF07MA21** ao propor a realização de transformações de polígonos representados no plano cartesiano, a representação do simétrico de uma figura em relação aos eixos e a origem do plano cartesiano e o reconhecimento e a construção de uma figura obtida por reflexão utilizando instrumentos de desenho.

Neste tópico, é abordado o conceito de reflexão em relação a um ponto e em relação a uma reta.

Participe

Neste boxe, é explorada parte da habilidade **EF07MA21** ao solicitar que o estudante utilize instrumentos de desenho para construir figuras obtidas por simetria de reflexão. Na atividade **I**, é obtida a simétrica de uma figura em relação a uma reta. Na atividade **II**, é obtida uma figura simétrica.

Essas atividades práticas preparam os estudantes para o estudo da simetria por reflexão.

Providencie previamente folhas de papel vegetal e régua para todos os estudantes.

Simetrias

saiko3p/Shutterstock

Taj Mahal, Agra, Índia. Foto de 2012.

O Taj Mahal é uma grandiosa construção arquitetônica localizada em Agra, uma cidade próxima ao rio Yamuna, na Índia. Ele foi construído no século XVII pelo imperador mongol Shah Jahan, em homenagem à falecida esposa Aryumand Banu Begam. O palácio demorou 22 anos para ser erguido e estima-se que cerca de 20 mil homens tenham trabalhado na obra.

Imagine uma linha vertical traçada no centro da imagem da construção mostrada na fotografia. Você nota alguma similaridade entre o lado esquerdo e o lado direito da fotografia dessa construção?

Essa fotografia dá a ideia de simetria.

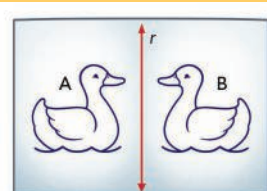
Neste capítulo, estudaremos alguns tipos de simetria: as transformações geométricas reflexão, translação e rotação.

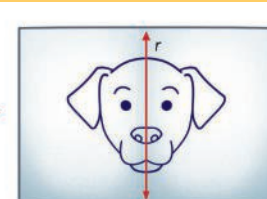
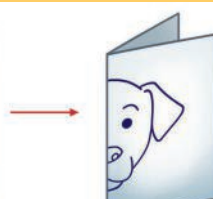
Reflexões

As imagens não estão representadas em proporção.

Participe — Faça as atividades no caderno.

I. Pegue uma folha de papel vegetal e dobre-a ao meio. Em um dos lados do papel, faça um desenho e, no outro lado, faça o decalque desse desenho. Em seguida, desdobre a folha e, usando uma régua, trace uma reta *r* no vinco da dobra e nomeie os desenhos como **A** e **B**.

Ilustrações: Tiago Donizete Leme/Arquivo da editora

O que podemos dizer sobre os desenhos **A** e **B**? Exemplos de resposta: A simetria em relação à reta *r* transformou **A** em **B**. A reflexão de **A** em torno da reta *r* é **B**. **A** e **B** são simétricas em relação à reta *r*.

II. Pegue outra folha de papel vegetal e dobre-a ao meio. Em um dos lados do papel faça metade de um desenho começando e terminando no vinco da dobra. No outro lado, faça o decalque desse desenho. Em seguida, desdobre a folha e represente uma reta *r* no vinco da dobra.

O que podemos dizer sobre as medidas de distância entre cada ponto correspondente das metades do desenho e a reta *r*? São iguais.

Na atividade **I** proposta na seção *Participe*, perceba que o desenho obtido do lado direito da folha é a imagem simétrica ao desenho original. Já na atividade **II** dessa seção, foi obtida a metade simétrica do desenho, ou seja, a imagem completa apresenta simetria.

Reflexão em relação a um ponto

Na figura, representamos um segmento de reta $\overline{AB}$ que mede 6 cm e marcamos o ponto médio O. Como O é o ponto médio de $\overline{AB}$, dizemos que:

- o ponto B é o ponto simétrico de A em relação ao ponto O;
- o ponto A é o ponto simétrico de B em relação ao ponto O.

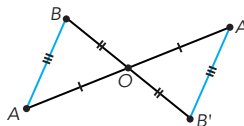
Figura 2.

O **ponto simétrico** de um ponto P em relação a um ponto M é o ponto Q pertencente à reta $\overleftrightarrow{PM}$, tal que M é o ponto médio de $\overline{PQ}$.

Agora, verifique esta figura.

O ponto A' é o simétrico de A em relação a O. Dizemos que A' é o ponto que se obtém aplicando ao ponto A uma **reflexão em relação ao ponto** O.

O ponto B' é o ponto que se obtém aplicando a B uma reflexão em relação ao ponto O.

O segmento de reta $\overline{A'B'}$ é o resultado de uma reflexão do segmento de reta $\overline{AB}$ em relação ao ponto O.

Fazer uma **reflexão** de uma figura geométrica plana em relação a um ponto dado é obter a figura formada pelos pontos simétricos dos pontos dessa figura em relação ao ponto dado. A figura obtida é congruente à primeira figura.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

7. No caderno, represente dois pontos, A e M, com $AM = 4$ cm. Trace a reta $\overleftrightarrow{AM}$ e marque nela o ponto B simétrico de A em relação a M. A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

8. Nesta figura, o segmento de reta $\overline{AB}$ está dividido em quatro partes iguais pelos pontos M, O e P. Qual é o ponto simétrico:

a) de A em relação a M? O

b) de A em relação a O? B

c) de M em relação a O? P

d) de B em relação a P? O

e) de O em relação a M? A

Orientações didáticas

Reflexão em relação a um ponto

Neste tópico, é abordado o conceito de ponto simétrico. Dado um segmento de reta $\overline{AB}$, temos que o ponto B é simétrico ao ponto A se existir um ponto O que seja ponto médio do segmento de reta $\overline{AB}$, então, dizemos que a medida de distância de A até O é igual à medida de distância de B até O.

Atividades

As atividades têm por objetivo explorar e identificar conceitos de ponto simétrico e simetria de reflexão em relação a um ponto, além de retomar as coordenadas do ponto no plano cartesiano.

Proposta para o estudante

Proponha que os estudantes acessem o *site* a seguir para conferir um jogo de simetria. O conteúdo trabalhado interativamente é o mesmo abordado neste capítulo. Como não há necessidade de baixar nenhum conteúdo, basta acessar o *link*, escolher a modalidade e jogar.

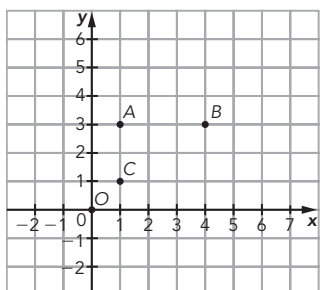
WORDWALL. *Simetria*. Disponível em: https://wordwall.net/pt/resource/4491842/simetria. Acesso em: 24 maio 2022.

Orientações didáticas

Reflexão em relação a uma reta

Dados uma reta *r* e um ponto *A* não pertencente a ela, ao traçar uma reta perpendicular a *r* passando por *A*, podemos marcar o ponto *A'* simétrico ao ponto *A* em relação à reta *r*.

Faça as atividades no caderno.

9. Neste sistema de coordenadas cartesianas, estão representados os pontos *A*, *B*, *C* e a origem *O*.

Determine as coordenadas do ponto simétrico:

a) de *A* em relação a *B*; (7, 3)

b) de *A* em relação a *C*; (1, −1)

c) de *B* em relação a *A*; (−2, 3)

d) de *C* em relação a *A*. (1, 5)

10. Na atividade anterior, quais são as coordenadas:

a) do ponto *C* e do seu simétrico *C'* em relação a *O*? *C*(1, 1) e *C'*(−1, −1).

b) do ponto *A* e do seu simétrico *A'* em relação a *O*? *A*(1, 3) e *A'*(−1, −3).

c) do ponto *B* e do seu simétrico *B'* em relação a *O*? *B*(4, 3) e *B'*(−4, −3).

Reflexão em relação a uma reta

Na figura **1**:

- representamos uma reta *r* e um ponto *A* fora dela;
- traçamos por *A* a reta perpendicular a *r*;
- marcamos *A'* na reta perpendicular, do lado oposto a *A* em relação a *r*, e com a mesma medida de distância de *A* a *r*.

Figura 1.

O ponto *A'* é chamado **ponto simétrico de *A* em relação à reta *r***.

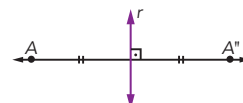
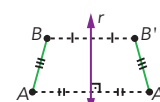
Agora, verifique a figura **2**:

O ponto *A'* é o simétrico de *A* em relação à reta *r*. Dizemos que *A'* é o ponto que se obtém aplicando ao ponto *A* uma **reflexão em relação à reta *r***.

Figura 2.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

O ponto *B'* é o que se obtém aplicando ao ponto *B* uma reflexão em relação à reta *r*.

O segmento de reta $\overline{A'B'}$ é o resultado de uma reflexão do segmento de reta $\overline{AB}$ em relação à reta *r*.

Fazer uma **reflexão** de uma figura geométrica plana em relação a uma reta dada é obter a figura formada pelos pontos simétricos dos pontos dessa figura em relação à reta dada. A figura obtida é congruente à primeira figura.

Faça as atividades no caderno.

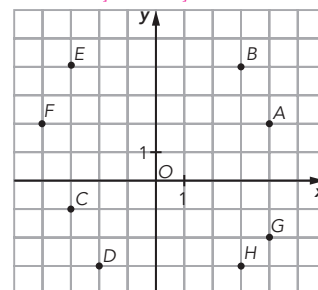
11. No caderno, represente uma reta *r* e um ponto *P* fora dela. Trace a reta *s* perpendicular a *r* passando por *P*. Marque em *s* o ponto *P'* simétrico de *P* em relação a *r*. A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

12. Em relação ao sistema de coordenadas representado, responda às perguntas.

a) Qual é o ponto simétrico do ponto *A* em relação ao eixo das abscissas (eixo *x*)? *G*

b) Qual é o ponto simétrico do ponto *B* em relação ao eixo das ordenadas (eixo *y*)? *E*

c) Quais são as coordenadas do ponto *C* e do seu simétrico *C'* em relação ao eixo *x*? *C*(−3, −1) e *C'*(−3, 1).

d) Quais são as coordenadas do ponto *D* e do seu simétrico *D'* em relação ao eixo *y*? *D*(−2, −3) e *D'*(2, −3).

Proposta para o professor

O artigo a seguir apresenta um panorama acerca da didática da Matemática envolvendo simetria e etnomatemática.

LOPES, Lidiane S.; ALVES, Gilson L. P.; FERREIRA, André L. A. A Simetria nas aulas de Matemática: uma proposta investigativa. *Educação & Realidade*, Porto Alegre, v. 40, n. 2, p. 549-572, abr./jun. 2015. Disponível em: https://www.scielo.br/j/edreal/a/ht6CWFxyQCynZ3hqjChT7WL/?format=pdf&lang=pt.

A publicação a seguir é o resultado de questões relacionadas com o ensino da Geometria debatidas por um grupo de professores.

BASTOS, Rita. Notas sobre o ensino da Geometria. *Educação e Matemática*, n. 88, 2006. Disponível em: https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/1484/1523. Acessos em: 24 maio 2022.

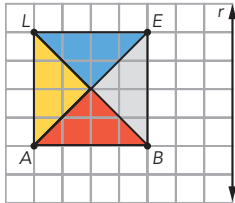
Faça as atividades no caderno.

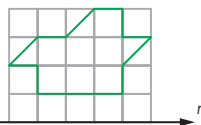
13. Em uma malha quadriculada ou no caderno, copie a imagem de cada item a seguir e represente a reflexão do quadrilátero *ABEL*:

a) em relação ao ponto *O*;

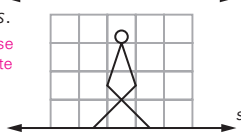
b) em relação à reta *r*.

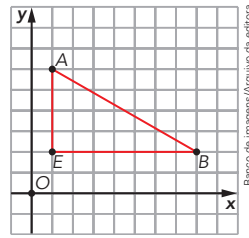
As respostas encontram-se na seção *Resoluções* deste Manual.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

14. No caderno, copie a imagem de cada item a seguir e represente as reflexões delas:

a) em relação à reta *r*;

b) em relação à reta *s*.

As respostas encontram-se na seção *Resoluções* deste Manual.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

15. No caderno, represente um sistema de coordenadas cartesianas, o triângulo *EBA* a seguir e os triângulos indicados no quadro, obtidos por meio de reflexões do triângulo *EBA*. A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Triângulo	Reflexão em relação
E'B'A'	ao eixo *x*
E"B"A"	ao eixo *y*
E'''B'''A'''	à origem *O*

16. Analise as coordenadas dos vértices dos triângulos da atividade anterior e responda no caderno:

a) Em relação aos triângulos *EBA* e *E'B'A'*:
- quais são as coordenadas dos vértices desses triângulos? *E*(1, 2), *E'*(1, −2), *B*(8, 2), *B'*(8, −2), *A*(1, 6) e *A'*(1, −6).
- como transformamos numericamente as coordenadas de um ponto nas coordenadas do ponto que se obtém por reflexão dele próprio no eixo *x*? Multiplicando a ordenada por −1 e mantendo a abscissa.

b) Em relação aos triângulos *EBA* e *E"B"A"*:
- quais são as coordenadas dos vértices desses triângulos? *E*(1, 2), *E"*(−1, 2), *B*(8, 2), *B"*(−8, 2), *A*(1, 6) e *A"*(−1, 6).
- como transformamos numericamente as coordenadas de um ponto nas coordenadas do ponto que se obtém por reflexão dele próprio em relação ao eixo *y*? Multiplicando a abscissa por −1 e mantendo a ordenada.

c) Em relação aos triângulos *EBA* e *E'''B'''A'''*:
- quais são as coordenadas dos vértices desses triângulos? *E*(1, 2), *E'''*(−1, −2), *B*(8, 2), *B'''*(−8, −2), *A*(1, 6) e *A'''*(−1, −6).
- como transformamos numericamente as coordenadas de um ponto nas coordenadas do ponto que se obtém por reflexão dele próprio em relação à origem do sistema de coordenadas? Multiplicando a abscissa e a ordenada por −1.

Translações

Participe

Faça as atividades no caderno.

Copie esta figura em uma malha quadriculada ou no caderno. Depois, faça o que se pede.

a) No caderno, escreva as coordenadas dos pontos *A*, *B*, *C* e *D*. *A*(1, 1), *B*(6, 1), *C*(8, 5) e *D*(3, 5).

b) Calcule as coordenadas dos pontos *A'*, *B'*, *C'* e *D'* adicionando 9 u.c. às abscissas dos pontos *A*, *B*, *C* e *D*, respectivamente, e mantendo as mesmas ordenadas. *A'*(10, 1), *B'*(15, 1), *C'*(17, 5) e *D'*(12, 5).

Banco de imagens/Arquivo da editora

Orientações didáticas

Atividades

A atividade **11** contempla diferentes conceitos que podem ser retomados. São eles: ponto, reta, perpendicularismo e simetria.

As atividades **13** e **14** demandam que os estudantes representem, em uma malha quadriculada, a reflexão das figuras propostas. Providencie folhas de papel quadriculado e régua para todos os estudantes. Caso identifique incompreensão do conceito de reflexão, promova uma retomada sanando as dúvidas dos estudantes.

Para a correção das atividades, pode-se propor uma socialização das soluções e argumentos utilizados pelos estudantes. Essa socialização pode ser um momento de avaliação diagnóstica, com o objetivo de verificar quais foram as dificuldades encontradas e se há necessidade de retomar ou aprofundar os conceitos estudados.

Translações

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades **EF07MA19** e **EF07MA21** ao propor a realização de transformações de polígonos representados no plano cartesiano e a construção de figuras obtidas por translação utilizando instrumentos de desenho.

Neste tópico os estudantes explorarão inicialmente o boxe *Participe* que pode ser utilizado como instrumento de avaliação de conhecimentos prévios.

Orientações didáticas

Participe

Neste boxe, explora-se parte da habilidade **EF07MA21** ao pedir ao estudante que utilize instrumentos de desenho para construir figuras obtidas por translação, além de mobilizar as competências **CG02** e **CEMAT02** ao desenvolver o raciocínio lógico, a investigação e a reflexão.

Essa atividade prática prepara os estudantes para o estudo da simetria por translação nas diversas direções.

Providencie folhas de papel quadriculado e régua para todos os estudantes.

No item **g**, comente com os estudantes a importância de indicar a resposta na ordem: "para direita" e "para cima".

c) No caderno ou na malha quadriculada, represente o paralelogramo $A'B'C'D'$. A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

d) No caderno, copie e complete a frase a seguir.

O paralelogramo $A'B'C'D'$ é obtido aplicando ao paralelogramo $ABCD$ uma **translação na direção horizontal** de ////////// u.c. para a //////////. 9; direita.

e) Agora, mantenha as abscissas e adicione 2 u.c. às ordenadas dos pontos A', B', C' e D'. Chame os novos pontos de A'', B'', C'' e D'', escreva as coordenadas desses pontos no caderno e represente o paralelogramo $A''B''C''D''$ na malha quadriculada ou no caderno. $A''(10, 3)$, $B''(15, 3)$, $C''(17, 7)$ e $D''(12, 7)$.

f) No caderno, copie e complete a frase a seguir. A representação encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

O paralelogramo $A''B''C''D''$ é obtido aplicando ao paralelogramo $A'B'C'D'$ uma **translação na direção vertical** de ////////// u.c. para //////////. 2; cima.

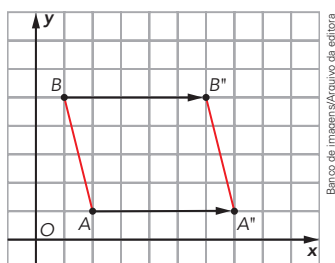
g) No caderno, copie e complete a frase a seguir.

O paralelogramo $A''B''C''D''$ é obtido aplicando ao paralelogramo $ABCD$ uma **translação na direção inclinada** de ////////// u.c. para a ////////// e de ////////// u.c. para //////////. 9; direita; 2; cima.

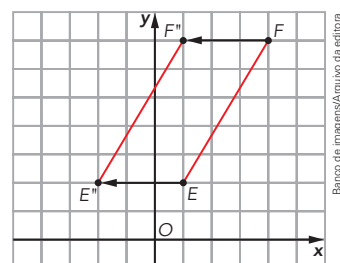
Translação na direção horizontal

Em um sistema de coordenadas cartesianas, quando adicionamos um mesmo número diferente de zero às abscissas dos pontos de uma figura geométrica plana e mantemos as ordenadas, realizamos uma translação da figura na direção horizontal:

- para a direita se o número adicionado for positivo;
- para a esquerda se o número adicionado for negativo.

Por exemplo, adicionando 5 u.c. às abscissas dos pontos do segmento de reta $\overline{AB}$, obtemos:

Acompanhe o cálculo das coordenadas das extremidades do segmento de reta obtido da translação:

$A(2, 1) \rightarrow A'(2 + 5, 1) \rightarrow A'(7, 1)$
$B(1, 5) \rightarrow B'(1 + 5, 5) \rightarrow B'(6, 5)$

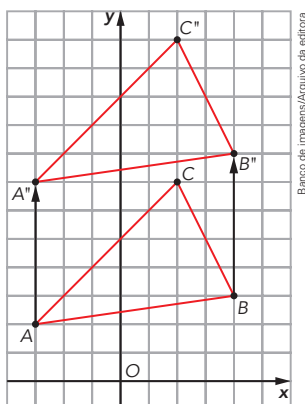
Adicionando -3 u.c. às abscissas do segmento de reta $\overline{EF}$, obtemos:

Acompanhe o cálculo das coordenadas das extremidades do segmento de reta obtido da translação:

$E(1, 2) \rightarrow E'(1 + (-3), 2) \rightarrow E'(-2, 2)$
$F(4, 7) \rightarrow F'(4 + (-3), 7) \rightarrow F'(1, 7)$

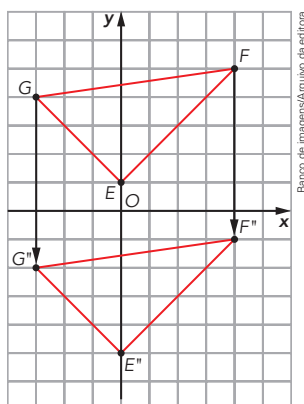
Translação na direção vertical

Em um sistema de coordenadas cartesianas, quando adicionamos um mesmo número diferente de zero às ordenadas dos pontos de uma figura geométrica plana e mantemos as abscissas, realizamos uma translação da figura na direção vertical:

- para cima se o número adicionado for positivo;
- para baixo se o número adicionado for negativo.

Por exemplo, adicionando 5 u.c. às ordenadas dos pontos do triângulo *ABC*, obtemos:

Acompanhe o cálculo das coordenadas dos vértices obtidos:

$A(-3, 2) \rightarrow A'(-3, 2 + 5) \rightarrow A'(-3, 7)$
$B(4, 3) \rightarrow B'(4, 3 + 5) \rightarrow B'(4, 8)$
$C(2, 7) \rightarrow C'(2, 7 + 5) \rightarrow C'(2, 12)$

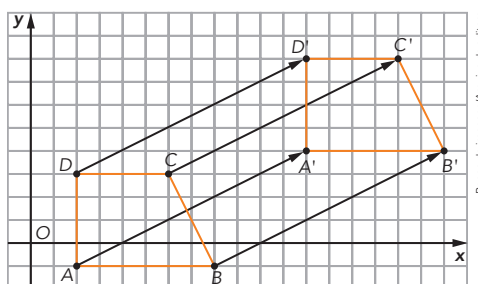
Adicionando −6 u.c. às ordenadas dos pontos do triângulo *EFG*, obtemos:

Acompanhe o cálculo das coordenadas dos vértices obtidos:

$E(0, 1) \rightarrow E'(0, 1 + (-6)) \rightarrow E'(0, -5)$
$F(4, 5) \rightarrow F'(4, 5 + (-6)) \rightarrow F'(4, -1)$
$G(-3, 4) \rightarrow G'(-3, 4 + (-6)) \rightarrow G'(-3, -2)$

Translação em direção inclinada

Em um sistema de coordenadas cartesianas, quando adicionamos um mesmo número diferente de zero às abscissas dos pontos de uma figura geométrica plana e adicionamos às ordenadas desses pontos um mesmo número diferente de zero e que pode ser igual ou diferente do número adicionado às abscissas, realizamos uma translação da figura em uma direção inclinada, relativamente aos eixos coordenados:

- para a direita e para cima se o número adicionado às abcissas for positivo e o número adicionado às ordenadas também for positivo;
- para a direita e para baixo se o número adicionado às abcissas for positivo e o número adicionado às ordenadas for negativo;
- para a esquerda e para cima se o número adicionado às abcissas for negativo e o número adicionado às ordenadas for positivo;
- para a esquerda e para baixo se o número adicionado às abcissas for negativo e o número adicionado às ordenadas também for negativo.

Por exemplo, adicionando 10 u.c. às abscissas e 5 u.c. às ordenadas dos pontos do trapézio *ABCD*, a figura a seguir.

Acompanhe o cálculo das coordenadas dos vértices obtidos:

$A(2, -1) \rightarrow A'(2 + 10, -1 + 5) \rightarrow A'(12, 4)$
$B(8, -1) \rightarrow B'(8 + 10, -1 + 5) \rightarrow B'(18, 4)$
$C(6, 3) \rightarrow C'(6 + 10, 3 + 5) \rightarrow C'(16, 8)$
$D(2, 3) \rightarrow D'(2 + 10, 3 + 5) \rightarrow D'(12, 8)$

Assim, aplicamos ao trapézio *ABCD* uma translação inclinada que o deslocou 10 u.c. para a direita e 5 u.c. para cima.

Dada uma figura geométrica plana, a figura obtida por translação (na direção horizontal, vertical ou inclinada) é congruente à primeira figura.

Orientações didáticas

Translações

Neste tópico, aborda-se a translação na direção horizontal, na direção vertical e em direção inclinada.

Comente com os estudantes que o próprio nome da translação indica a direção para onde a figura será deslocada. Em um plano cartesiano, se adicionarmos um mesmo número diferente de zero às abscissas dos pontos de uma figura e mantivermos as ordenadas, a figura será transladada na direção horizontal. Se for um número positivo, a figura se desloca para a direita; se for um número negativo, a figura se desloca para a esquerda.

O mesmo acontece com a translação na direção vertical. Ao adicionarmos um mesmo número diferente de zero às ordenadas dos pontos de uma figura mantendo as abscissas, a figura será transladada na direção vertical. Se for um número positivo, a figura se desloca para cima; se for um número negativo, a figura se desloca para baixo.

Já na translação em direção inclinada, a figura é deslocada de acordo com o número diferente de zero adicionado às abscissas e, também, às ordenadas. Comente com os estudantes que o número adicionado às ordenadas pode ser igual ou diferente do número adicionado às abscissas.

Orientações didáticas

Rotações

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades **EF07MA19** e **EF07MA21** ao propor a realização de transformações de polígonos representados no plano cartesiano e a construção de figuras obtidas por rotação utilizando instrumentos de desenho, além de mobilizar com maior ênfase a **CG03** ao valorizar as diversas manifestações artísticas. No boxe *Participe* mobiliza-se com maior ênfase a **CG02** e a **CEMAT02** ao desenvolver o raciocínio lógico, a investigação e a reflexão.

Neste tópico, é abordado o conceito de rotação de uma figura. Destaque que, para rotacionar uma figura, é necessário determinar um ponto para ser centro de rotação, a medida de abertura de um ângulo (ângulo de rotação) e o sentido da rotação (horário ou anti-horário).

Participe

Neste boxe, é explorada parte da habilidade **EF07MA21** ao pedir para o estudante utilizar instrumentos de desenho para construir figuras obtidas por rotação.

Essa atividade prática prepara os estudantes para o estudo da simetria por rotação.

Providencie folhas de papel quadriculado e régua para todos os estudantes.

Se algum estudante apresentar dificuldades em compreender o significado de um quarto de volta, meia volta e três quartos de volta, faça um desenho na lousa para representar cada medida.

Rotações

Participe

Faça as atividades no caderno.

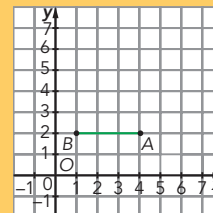
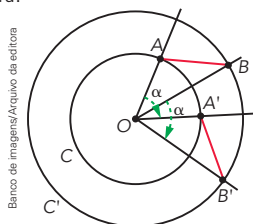
No sistema de coordenadas a seguir, partindo da posição inicial, o segmento de reta $\overline{AB}$ vai ser rotacionado em torno do ponto A (que ficará fixo), no sentido horário. Responda no caderno: Quais serão as novas coordenadas do ponto B se:

a) a rotação for de um quarto de volta? (4, 5)

b) a rotação for de meia-volta? (7, 2)

c) a rotação for de três quartos de volta? (4, −1)

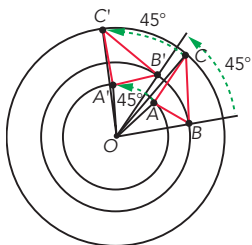
Banco de imagens/Arquivo da editora

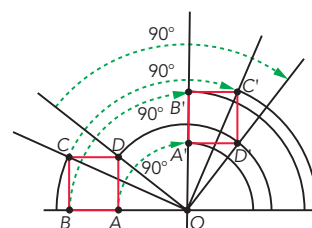
Analise a figura:

Banco de imagens/Arquivo da editora

$\overline{A'B'}$ é congruente a $\overline{AB}$.

Os pontos A e A' estão na mesma circunferência C de centro O, os pontos B e B' estão na mesma circunferência C' de centro O e os ângulos $A\hat{O}A'$ e $B\hat{O}B'$ têm a mesma medida α (lemos: "alfa").

Nessa situação, dizemos que o ponto A' é obtido a partir de A por meio de uma rotação de centro O e ângulo de medida α no sentido horário e que o ponto B' é obtido a partir de B por meio de uma rotação de centro O e ângulo de medida α no sentido horário. Do mesmo modo, $\overline{A'B'}$ é obtido a partir de $\overline{AB}$ por meio de uma rotação de centro O e ângulo de medida α no sentido horário.

Confira outros exemplos.

a) Nesta figura, o triângulo $A'B'C'$ é obtido a partir do triângulo ABC por meio de uma rotação de centro O e ângulo de medida 45° no sentido anti-horário.

b) Nesta figura, o quadrado $A'B'C'D'$ é obtido a partir do quadrado $ABCD$ por meio de uma rotação de centro O e ângulo de medida 90° no sentido horário.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Fazer uma **rotação** de uma figura geométrica plana é obter a figura simétrica a essa figura em relação ao centro O e de acordo com um ângulo de medida α e o sentido horário ou anti-horário dados. A figura obtida é congruente à primeira figura.

A partir de uma figura geométrica plana, por uma rotação de centro O e ângulo de medida α qualquer, tanto no sentido horário quanto no sentido anti-horário, obtemos uma figura F' congruente a F.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

17. Em uma malha quadriculada ou no caderno, represente um sistema de coordenadas cartesianas e o pentágono de vértices $A(0, -2)$, $B(4, -2)$, $C(5, 1)$, $D(2, 4)$ e $E(-1, 1)$. Em seguida, represente o pentágono que se obtém adicionando -2 u.c. às abscissas e 8 u.c. às ordenadas dos pontos do pentágono $ABCDE$. A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

18. Em uma malha quadriculada ou no caderno, represente um sistema de coordenadas cartesianas e um retângulo de vértices $F(3, 2)$, $A(7, 2)$, $C(7, 4)$ e $E(3, 4)$.

a) Qual é a medida de perímetro desse retângulo? 12 u.c.

b) Nesse sistema de coordenadas, represente o retângulo $F'A'C'E'$ que se obtém adicionando -5 u.c. às abscissas e -3 u.c. às ordenadas dos pontos do retângulo $FACE$. A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

c) Qual é a medida de perímetro do retângulo $F'A'C'E'$? 12 u.c.

d) Quando aplicamos uma translação a uma figura geométrica, ela muda de forma? E de tamanho? Não; não.

19. Em uma malha quadriculada ou no caderno, represente um sistema de coordenadas cartesianas e o ponto P' obtido a partir de $P(-3, 0)$ por meio de uma rotação no sentido horário de um ângulo de medida 90° e de centro em O (origem). Quais são as coordenadas de P'? A representação encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual. $P'(0, 3)$

20. Dados dois pontos $A(3, 1)$ e $B(5, 2)$, no caderno ou em uma malha quadriculada, represente um sistema de coordenadas cartesianas e o segmento de reta $\overline{A'B'}$ obtido a partir de $\overline{AB}$ por meio de uma rotação no sentido anti-horário de um ângulo de medida 180° e de centro em O (origem). Quais são as coordenadas de A' e B'? $A'(-3, -1)$ e $B'(-5, -2)$

21. Um triângulo ABC tem vértices $A(2, 0)$, $B(5, 0)$ e $C(5, 3)$. A partir dele é feita uma rotação no sentido anti-horário de um ângulo de medida 45° e de centro em O (origem) para obter o triângulo $A'B'C'$.

Em uma malha quadriculada ou no caderno, represente um sistema de coordenadas cartesianas e esses triângulos. A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

22. Analise a imagem a seguir e, no caderno, indique quais transformações geométricas (reflexão, translação e rotação) foram usadas na composição dela. Explique sua resposta. A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

Triangle-system, de Maurits Cornelis Escher, 1959
(gravura em tinta, lápis e aquarela de 30,4 cm × 22,7 cm).

23. Na galeria do *site* oficial de Escher, indicado na abertura desta Unidade, pesquise e identifique obras que apresentem pelo menos uma transformação geométrica (reflexão, translação e rotação). Resposta pessoal.

Orientações didáticas

Atividades

Para a realização das atividades **17** a **21**, providencie folhas de papel quadriculado e régua para todos os estudantes. Em cada uma delas, é retomado um conceito que demanda investigar se os estudantes o compreenderam. Por exemplo, na atividade **17**, a figura geométrica que será construída é um pentágono. Retome com os estudantes as características dessa figura e explore com eles quais objetos do cotidiano têm o formato parecido com essa figura. Já nas atividades **20** e **21**, retome o significado de sentido horário e sentido anti-horário.

As atividades **22** e **23** ilustram a aplicação do conceito de simetria em obras de arte. Converse com os estudantes em que outros contextos é possível identificar simetrias. Na atividade **22**, peça aos estudantes para explicar quais transformações geométricas eles identificaram na obra de Escher, favorecendo, assim, o desenvolvimento da argumentação. Na atividade **23**, peça aos estudantes para socializar as obras de arte de Escher pesquisadas em que eles identificaram as transformações de reflexão, translação e rotação.

Orientações didáticas

Matemática e tecnologias

Na BNCC

Esta seção favorece o desenvolvimento da habilidade **EF07MA21** e mobiliza com maior ênfase a **CG02**, a **CEMAT02**, a **CEMAT03** e a **CEMAT05** ao apresentar o passo a passo para a construção de uma figura geométrica obtida por simetria de reflexão em relação a uma reta e por simetria de rotação usando um *software* dinâmico, o GeoGebra, e, em seguida, ao propor aos estudantes que construam uma figura por simetria de translação e de reflexão em relação a um ponto.

Retome com a turma que o GeoGebra é um *software* de Matemática dinâmica gratuito e uma multiplataforma que combina Geometria, Álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo em um único aplicativo.

Peça aos estudantes que fiquem atentos ao passo a passo descrito no livro. Leia cada um dos itens apresentados com a turma e verifique se todos compreenderam o que deve ser feito, auxiliando-os em caso de dúvidas.

Comente com os estudantes que as atividades propostas nessa seção servem como alicerce para o desenvolvimento da habilidade **EF07MA21** ao possibilitar a construção de figuras obtidas pelas transformações geométricas usando um *software* de Geometria dinâmica. A utilização dessa ferramenta promove o desenvolvimento do pensamento computacional pelos estudantes.

Matemática e tecnologias

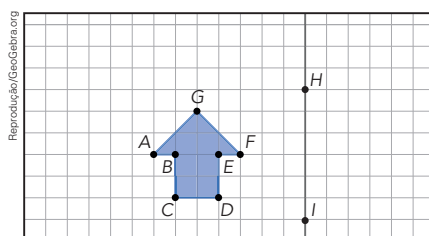
Faça as atividades no caderno.

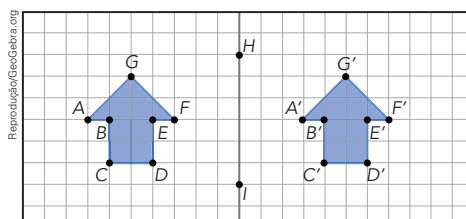
Transformações no GeoGebra

Neste momento, vamos utilizar o GeoGebra para fazer transformações (reflexão, rotação e translação) em uma mesma figura geométrica.

Começaremos por uma reflexão em relação a uma reta. Para isso, execute os seguintes passos:

1º) Na aba "Ferramentas Básicas", selecione o ícone "Polígono" e represente um polígono qualquer, lembrando-se de, ao final, escolher o primeiro ponto para fechar a figura, como o heptágono *ABCDEFG*.

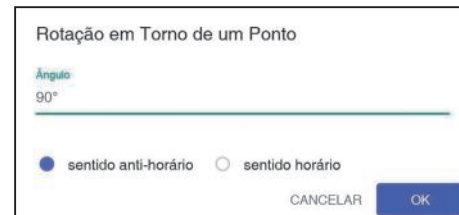
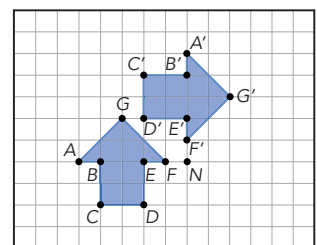
2º) Selecione o ícone "Reta" na aba "Ferramentas Básicas" e marque 2 pontos quaisquer para traçar uma reta, como a reta $\overleftrightarrow{HI}$.

Tela do GeoGebra após o 1º e o 2º passo.

3º) Selecione o ícone "Reflexão em Relação a uma Reta" na aba "Transformar", clique com o botão esquerdo do *mouse* no polígono e, em seguida, na reta, produzindo a reflexão desse polígono em relação à reta. Neste exemplo, fizemos o heptágono *A'B'C'D'E'F'G'*, reflexão de *ABCDEFG* em relação à reta $\overleftrightarrow{HI}$.

Tela do GeoGebra após o 3º passo.

Agora, vamos fazer uma rotação do polígono inicial.

4º) Na aba "Ferramentas Básicas", selecione o ícone "Ponto" e marque um ponto qualquer, como o ponto *N*.

5º) Selecione o ícone "Rotação em Torno de um Ponto" na aba "Transformar", clique com o botão esquerdo do *mouse* no polígono inicial e, em seguida, no ponto marcado no 4º passo.

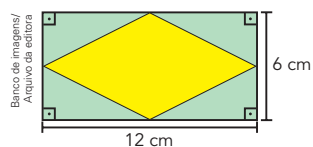
Na janela que abrir, digite a medida do ângulo desejada, selecione se o sentido da rotação é horário ou anti-horário e clique em "OK".

Fizemos o heptágono *A'B'C'D'E'F'G'* a partir da rotação de *ABCDEFG*, no sentido horário, de um ângulo de medida 90° e de centro em *N*.

Tela do GeoGebra após o 4º e o 5º passo.

A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

1. Utilizando o GeoGebra, faça a translação do polígono inicial na direção vertical, deslocando 5 quadradinhos da malha principal do GeoGebra para baixo. Dica: Inicialmente, na aba "Retas", selecione o ícone "Vetor" e clique com o botão esquerdo do *mouse* em um dos pontos do polígono e, em seguida, no ponto transladado correspondente a ele.
2. Escreva o passo a passo para refletir o polígono inicial (já construído) em relação a um ponto escolhido usando o GeoGebra. Resposta pessoal.

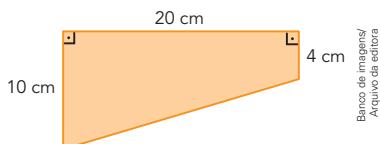
Na Unidade

Faça as atividades no caderno.

1. Júlio está construindo uma bandeira estilizada do Brasil, mas tem papéis amarelos apenas de formato quadrado.

As imagens não estão representadas em proporção.

Para construir a região amarela limitada por um losango e não desperdiçar papel, quanto deve medir o lado de cada papel que será usado por Júlio? Alternativa **c**.

a) 4 cm **b)** 5 cm **c)** 6 cm **d)** 12 cm

2. **(UFPE)** A planta de um projeto agrícola, na escala 1 : 10 000, tem a forma e as dimensões indicadas na figura [a seguir]. Qual é a área do projeto em hectares? Alternativa **b**.

Escala 1 : 10 000 quer dizer:
1 cm na planta equivale a 10 000 cm no projeto.
Lembre que 1 ha = 10 000 m².

a) 120 ha **b)** 140 ha **c)** 250 ha **d)** 630 ha

3. Qual é a medida de capacidade, em litros, do baú de um caminhão, sabendo que ele mede 2 m de altura, 1,85 m de largura e 14 m de comprimento? 51 800 litros.

4. Elabore um problema que possa ser resolvido com a seguinte operação: O exemplo de resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

$$(2\text{ m})^3 = 8\text{ m}^3 = 8\,000\text{ L}$$

5. Elabore um problema que possa ser resolvido com as operações a seguir. O exemplo de resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

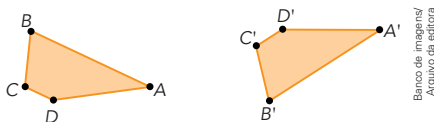
$(2{,}5\text{ m}) \cdot (3{,}2\text{ m}) = 8\text{ m}^2$

$(3{,}2\text{ m}) \cdot (5\text{ m}) = 16\text{ m}^2$

$(5\text{ m}) \cdot (2{,}5\text{ m}) = 12{,}5\text{ m}^2$

$8\text{ m}^2 + 16\text{ m}^2 + 12{,}5\text{ m}^2 = 36{,}5\text{ m}^2$

$2 \cdot 36{,}5\text{ m} = 73\text{ m}^2$

6. O trapézio *ABCD* representado a seguir sofreu transformações geométricas e foi obtido o trapézio *A'B'C'D'*. Quais transformações foram realizadas? Reflexão e translação.

7. Utilizando régua e compasso, faça no caderno duas rotações do triângulo *ABC* em torno do ponto *O*, uma de 90° no sentido horário e outra de 180° no sentido anti-horário. A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

Orientações didáticas

Na Unidade

Na BNCC

Esta seção favorece o desenvolvimento das habilidades exploradas ao longo de toda a Unidade e mobiliza com maior ênfase a **CEMAT02**, a **CEMAT06** e a **CG02** ao propor a resolução de atividades diversas, por meio de diferentes contextos e estratégias de resolução.

Esta seção traz atividades dos principais conteúdos abordados na Unidade que podem ser utilizadas como ferramentas de avaliação. Proponha a resolução das atividades individualmente. Acompanhe os estudantes durante a realização delas e registre avanços e dificuldades para, ao final, propor novas atividades para remediação coletiva ou individual de defasagens, conforme cada caso.

A seguir, listamos algumas sugestões e estratégias para remediação.

Os erros de resolução nas atividades **1** e **2** podem ser indicativos de alguma dificuldade na interpretação dos conceitos de medida de área do retângulo, losango e trapézio. Retome esses conceitos e, se necessário, resolva alguns exemplos na lousa.

A atividade **3** aborda o conceito de medida de capacidade. Se necessário, retome o que é medida de volume e comente que calcular a medida de capacidade de um recipiente corresponde a calcular a medida de volume interno. Erros na resolução dessa atividade podem indicar que os estudantes não perceberam que a resposta deve ser dada em litros, conforme pedido no enunciado, ou que eles não lembram qual é a equivalência entre metro cúbico e litro.

Nas atividades **4** e **5**, peça aos estudantes para compartilhar o problema que elaboraram. Comente que, para elaborar um problema, é preciso atenção para que o enunciado forneça todos os dados possíveis para que a pergunta seja respondida.

Já as atividades **6** e **7** abordam o conceito de transformações geométricas. Se necessário, forneça folhas de papel quadriculado e régua aos estudantes e peça que reproduzam as figuras no papel, para facilitar a construção das figuras transformadas utilizando as simetrias aprendidas no último capítulo da Unidade.

Dificuldades diferentes das listadas podem surgir; por isso, é importante o monitoramento individual e contínuo dos estudantes.

Orientações didáticas

Abertura

Na BNCC

A abertura da Unidade apresenta uma reflexão relacionada ao abandono de animais domésticos e os cuidados que se deve dar a animais abandonados, de modo a auxiliar os estudantes a agirem pessoalmente com base em princípios éticos e solidários, mobilizando com maior ênfase a **CG10**. Permite desenvolver os TCTs *Educação Ambiental* e *Saúde*.

A Unidade inicia apresentando informações estatísticas divulgadas pela Organização Mundial da Saúde em 2020, que mostram o alto número de cães e gatos abandonados no Brasil, e contam sobre a situação desses animais que se encontram nas ruas.

No Brasil, há mais de 300 organizações não governamentais de proteção a animais, que recolhem aqueles que são abandonados. Contando com a solidariedade das pessoas, essas ONGs procuram dar uma vida melhor aos bichinhos.

Enfatize para os estudantes que o abandono de animais domésticos é um problema frequente nas cidades, principalmente em áreas públicas, como praças e parques, e é considerado crime ambiental (Lei Federal nº 9.605/1998). Trata-se de um ato de crueldade contra a vida, uma vez que os animais abandonados sofrem de sede, fome, doenças e maus-tratos. Além disso, podem causar uma série de problemas ambientais e de saúde pública.

É importante destacar o aumento no total de adoções de animais durante o período de pandemia de covid-19. Em contrapartida, o aumento no número total de animais abandonados ou devolvidos aos abrigos também aumentou.

Reprodução do Livro do Estudante em tamanho reduzido.

Proposta para o professor

Para acessar dados sobre a legislação, o abandono e os maus-tratos a animais, indicamos:

SOUZA, Ludmilla. Dezembro Verde alerta sobre maus-tratos e abandono de animais. *Agência Brasil EBC*, São Paulo, 13 dez. 2020. Disponível em: https://agenciabrasil.ebc.com.br/geral/noticia/2020-12/dezembro-verde-alerta-sobre-maus-tratos-e-abandono-de-animais.

VEIGA, Edison. A 'epidemia de abandono' dos animais de estimação na crise do coronavírus. *BBC*, Bled (Eslovênia), 30 jul. 2020. Disponível em: https://www.bbc.com/portuguese/brasil-53594179.
Acesso em: 22 jun. 2022.

New Africa/Shutterstock

Resgatando animais das ruas

Em 2020, a Organização Mundial da Saúde (OMS) estimou que existiam mais de 30 milhões de cães e gatos abandonados no Brasil. Em situação de rua, esses animais encontram dificuldades para obter alimento e água fresca, abrigo em dias de chuva, além de ficarem sujeitos a violência e acidentes.

Para dar uma vida melhor a esses bichinhos, há no Brasil mais de 300 Organizações Não Governamentais (ONGs) de proteção que buscam, resgatam e cuidam do animal, mantendo-o em segurança até que uma família o adote.

Fonte dos dados: LACERDA, Viviane. Mesmo sem transmitir o coronavírus, cães e gatos têm sido alvo de abandono. Secretaria de Estado de Meio Ambiente e Desenvolvimento Sustentável (Semad). *Portal Meio Ambiente*. Disponível em: http://www.meioambiente.mg.gov.br/noticias/4135-mesmo-sem-transmitir-o-coronavirus-caes-e-gatos-tem-sido-alvo-de-abandono. Acesso em: 16 abr. 2022.

Como funciona?

Primeiro, o animal é resgatado da situação de vulnerabilidade, alimentado e levado para um abrigo temporário. Por existirem tantos animais nas ruas, às vezes as pessoas ou organizações que fazem a assistência a eles estão lotadas e não conseguem acomodar mais um. Nesses casos, é comum que pessoas solidárias com a causa o abriguem temporariamente em suas casas. Muitas vezes o animal fica assustado e precisa de cuidados médicos, principalmente se sofreu maus-tratos na rua.

Quando o animal estiver saudável, estará pronto para adoção. Então, basta esperar pela chegada de alguém que esteja à procura de um bichinho para cuidar, amar e brincar.

Discuta com os colegas e o professor: Na comunidade em que você vive, há muitos animais abandonados nas ruas? Quais políticas públicas poderiam ser criadas para diminuir a ocorrência desse problema? Respostas pessoais.

Suponha que um abrigo de animais com 30 cachorros receba mensalmente um valor fixo em doações e que essa quantia seja dividida igualmente pelo número de cachorros para pagar as despesas com ração, veterinário, etc. Se, em determinado mês, o número de cachorros nesse abrigo aumentar, o valor disponível para cada animal vai aumentar ou diminuir? São necessários cerca de 5 400 g de ração para alimentar diariamente esses 30 cachorros; se o número de cachorros aumentar, a quantidade de ração necessária vai aumentar ou diminuir? Diminuir; aumentar.

Orientações didáticas

Abertura

A fim de favorecer o desenvolvimento e a valorização da cidadania, converse com os estudantes para saber se ajudam ou se conhecem alguma ONG de proteção a animais. O que eles pensam sobre esse assunto? Independentemente das ações coletivas das ONGs, como podem atuar de modo positivo para a proteção aos animais?

Após a discussão, propomos um questionamento para desencadear o estudo das ideias de razão e grandezas proporcionais. O objetivo é que o estudante possa perceber que, se o número de cachorros num abrigo aumentar, a quantidade de ração para alimentação diária desses animais também aumenta. Há, também, um componente ecológico no abandono de animais, principalmente de gatos, que é o fato de eles serem caçadores e abaterem pássaros e roedores, o que, dependendo da localização, pode trazer desequilíbrio ambiental.

Proposta para o professor

Esse é um tema da realidade que pode ser utilizado para desenvolver pesquisa em conjunto com o componente curricular **Ciências**. Pode-se organizar uma pesquisa com base nas seguintes questões: “Quais espécies de animais são mais abandonadas em sua localidade?”; “Quais são os principais motivos para o abandono de animais?”; “Quais procedimentos são necessários para minimizar problemas relacionados ao abandono de animais (adoção responsável, esterilização, etc.)?”; “Quais são os custos financeiros de se abrigar animais abandonados?”; entre outras que julgar pertinentes.

CAPÍTULO 22

Razões e proporções

EF07MA09
EF07MA15
EF07MA17

Razões

Em situações cotidianas, é comum fazermos comparações entre quantidades ou entre medidas de grandezas. Acompanhe alguns exemplos.

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

As coleções de selos

Ricardo, Cláudia e Válter estão verificando suas coleções de selos. O álbum de Ricardo tem 240 selos, o de Cláudia tem 120 selos e o de Válter tem 40 selos. Qual dessas coleções é maior?

É fácil responder: a coleção de Ricardo é a maior.

Ricardo tem mais selos que Cláudia e Cláudia tem mais selos que Válter.

- Em números relativos, quanto a coleção de Ricardo é maior do que a de Cláudia? Podemos comparar fazendo uma divisão:

  Quociente entre o número de selos de Ricardo e o de Cláudia: $\frac{\text{número de selos de Ricardo}}{\text{número de selos de Cláudia}} = \frac{240}{120} = 2$

  O número de selos de Ricardo é o **dobro** do número de selos de Cláudia.

- Em números relativos, quanto a coleção de Cláudia é maior do que a de Válter?

  Quociente entre o número de selos de Cláudia e o de Válter: $\frac{\text{número de selos de Cláudia}}{\text{número de selos de Válter}} = \frac{120}{40} = 3$

  O número de selos de Cláudia é o **triplo** do número de selos de Válter.

- Em números relativos, quanto a coleção de Ricardo é maior do que a de Válter?

  Quociente entre o número de selos de Ricardo e o de Válter: $\frac{\text{número de selos de Ricardo}}{\text{número de selos de Válter}} = \frac{240}{40} = 6$

  O número de selos de Ricardo é **seis vezes** o número de selos de Válter.

A colheita de batatas

Um agricultor colheu 240 kg de batatas do tipo A, dos quais 12 kg não eram comercializáveis. Ele colheu também 360 kg de batatas do tipo B, dos quais 16 kg não eram comercializáveis. Qual tipo de batata o agricultor deve escolher para a próxima plantação de maneira que tenha menos perdas?

As imagens não estão representadas em proporção.

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

Orientações didáticas

Razões

Na BNCC

Este capítulo possibilita o trabalho com a associação entre razão e fração e seu uso em situações-problema, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF07MA09**. Favorece também o desenvolvimento das habilidades: **EF07MA15**, ao utilizar simbologia algébrica para escrever sequências de números e estabelecer proporção; e **EF07MA17**, ao propor a resolução e elaboração de problemas envolvendo proporção entre duas grandezas. Também traz contextos que permitem desenvolver os TCTs *Educação Financeira* e *Educação para o Consumo*.

Sugerimos a leitura com os estudantes dos exemplos apresentados sobre coleções de selos, colheita de batatas, consumo de combustível, aplicações financeiras e doações mensais, com o objetivo de discutir situações cotidianas para compreender as comparações entre quantidades ou entre medidas de grandezas.

Explore a representação de razão por meio de uma fração e retome, se necessário, o conceito de fração irredutível. Destaque que, neste caso, a comparação se dá entre grandezas de uma mesma espécie, o que resulta em um valor sem unidade de medida e tem como objetivo comparar o quão maior um número é em relação a outro. No exemplo sobre consumo de combustível, aproveite para se apoiar na estrutura da língua portuguesa para auxiliar os estudantes a compreender que há uma preferência sobre quais valores se encontrarão no numerador e no denominador, ressaltando que, como o objetivo do enunciado é saber o quanto o custo do carro vermelho é maior do que o do carro azul, a comparação ocorre no texto nessa sequência, o que indica que os valores associados ao carro vermelho se encontrarão no numerador, e os do carro azul, no denominador. Enfatize, durante a leitura inferencial do texto, as diversas possibilidades de aplicação dos conceitos matemáticos pelos estudantes em problemas do cotidiano, motivando, dessa forma, a abordagem inicial do tema.

Destacamos, ainda, que a proposição e resolução dos problemas considerados nesta Unidade são uma oportunidade para que os estudantes mobilizem seus conhecimentos matemáticos e se apropriem de outros conceitos, seja individualmente ou com os seus pares, para elaborar uma estratégia que auxilie na formulação de uma solução para a situação proposta. Aproveite para inserir noções de metodologias ativas em sala de aula, incentivando que os estudantes façam registros autorais e mapas mentais sobre os conceitos trabalhados ao longo desta Unidade.

Também apresente exemplos, analise as comparações e lembre-se de que é possível recorrer à reta numérica para comparar dois (ou mais) números racionais.

Proposta para o professor

Sugerimos a leitura deste livro, que apresenta situações, atividades e jogos envolvendo razões e proporções.
SMOOTHEY, M. *Atividades e jogos com razão e proporção*. São Paulo: Scipione, 1998.

Nas batatas do tipo *A*, as perdas foram de 12 kg em 240 kg.

Como $\frac{12}{240} = \frac{1}{20}$, a perda foi de 1 kg em cada 20 kg de batatas colhidas.

Nas batatas do tipo *B*, as perdas foram de 16 kg em 360 kg.

Como $\frac{16}{360} = \frac{2}{45}$, houve uma perda de 2 kg em cada 45 kg de batatas colhidas.

Vamos comparar as perdas:

Como $\frac{1}{20} = \frac{2}{40}$ e $\frac{2}{40} > \frac{2}{45}$, concluímos que $\frac{1}{20} > \frac{2}{45}$.

As perdas do tipo *A* são maiores. Portanto, o cultivo de batatas do tipo *B* é o que gera menos perdas.

Consumo de combustível

Qual destes automóveis tem o maior custo de combustível para ir de São Paulo ao Rio de Janeiro?

Sabe-se que o carro vermelho, movido a gasolina, consumiu o equivalente a R$ 198,00 de combustível para fazer a viagem. O carro azul, movido a álcool, consumiu o equivalente a R$ 132,00.

Belozersky/Shutterstock

É claro que o carro vermelho tem custo maior, mas, em termos relativos, quanto a mais? Vamos calcular o quociente entre os totais gastos pelo carro vermelho e pelo carro azul:

$$\frac{\text{custo de gasolina do carro vermelho}}{\text{custo de álcool do carro azul}} = \frac{198}{132} = 1{,}5$$

As imagens não estão representadas em proporção.

Logo, o carro vermelho gasta com o valor do combustível **uma vez e meia** (1,5) o que gasta o carro azul.

Aplicações financeiras

Maria Clara vendeu seu apartamento e aplicou R$ 8.000,00 em uma caderneta de poupança que, ao final de um ano, rendeu R$ 240,00. No mesmo período, ela aplicou R$ 5.000,00 em um fundo de investimentos que rendeu R$ 200,00. Qual das duas aplicações teve maior rentabilidade?

Em termos absolutos, o rendimento da caderneta foi maior.

Em termos relativos, a rentabilidade da caderneta foi de:

$$\frac{240}{8000} = \frac{3}{100} = 3\%$$

E a rentabilidade do fundo foi de:

$$\frac{200}{5000} = \frac{4}{100} = 4\%$$

Portanto, a rentabilidade do fundo foi maior.

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

Orientações didáticas

Razões

Crie oportunidades para que os estudantes reflitam sobre as próprias ações, a fim de que percebam que cada uma delas, mesmo que simples, pode ter consequências imediatas ou futuras. Um exemplo é pensarmos sobre a real necessidade de usar o carro para ir à escola. Será que esse percurso não poderia ser feito a pé ou de bicicleta? Outra possibilidade é que algum amigo more próximo, possibilitando que ambos utilizem o mesmo carro. Enfim, ações que possam reduzir o gasto de combustível em situações simples do cotidiano.

Proposta para o professor

Sugerimos a leitura do seguinte artigo, que apresenta uma sequência didática para o ensino de razão e proporção.

CABRAL, Natanael F.; DIAS, Gustavo N.; LOBATO JUNIOR, José Maria dos S. O ensino de razão e proporção por meio de atividades. *Ensino da Matemática em Debate*, [*s. l.*], v. 6, n. 3, p. 174-206, 2019. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/article/view/45062. Acesso em: 22 jun. 2022.

Orientações didáticas

Razões

Oportunize a discussão sobre direito do consumidor e a importância de analisar a qualidade dos produtos e avaliar a relação entre menor preço/maior quantidade. Ajude os estudantes a refletirem sobre a situação que é mais vantajosa diante da qualidade e da quantidade dos produtos.

Os exemplos expostos favorecem a discussão e o desenvolvimento de alguns dos TCTs como *Educação Financeira* e *Educação para o Consumo*, que permeiam toda a discussão proposta.

Participe

A atividade **I** tem por objetivo explorar o conceito de razão usando a comparação entre os números, para contextualizar que a divisão é a operação matemática utilizada nessa comparação.

A atividade **II** pode servir como um momento avaliativo, para verificar se o estudante compreendeu que a comparação entre o número de estudantes que atingiram a nota A e o total de estudantes indica uma razão e que sua representação deve ser realizada por meio de uma fração.

As doações mensais

Antunes tem uma renda mensal de R$ 6.000,00 e doa todo mês R$ 120,00 para as obras da instituição de assistência social do bairro onde mora.

Medeiros recebe um salário de R$ 4.000,00 e contribui mensalmente com R$ 100,00 para a creche do bairro onde reside.

Alberto De Stefano/Arquivo da editora

Proporcionalmente ao salário que cada um deles recebe, qual dos dois contribui mais?

Em termos relativos, Antunes doa todo mês $\frac{120}{6000} = \frac{1}{50}$ de sua renda, enquanto Medeiros contribui com $\frac{100}{4000} = \frac{1}{40}$ do seu salário. Como $\frac{1}{40} > \frac{1}{50}$, a contribuição de Medeiros é proporcionalmente maior do que a contribuição de Antunes.

Como vemos, o quociente de um número por outro pode ser utilizado para fazer comparações.

> A **razão** entre dois números, *a* e *b*, nessa ordem (em que $b \neq 0$), é dada por $\frac{a}{b}$.

Dizemos, por exemplo, que:

- a razão de 240 para 40 é $\frac{240}{40}$, ou seja, 6;
- a razão de 45 para 30 é $\frac{45}{30}$, ou seja, 1,5;
- a razão de 18 para 360 é $\frac{18}{360}$, ou seja, $\frac{1}{20}$;
- a razão de 250 para 3 000 é $\frac{250}{3000}$, ou seja, $\frac{1}{12}$;
- a razão de 490 para 7 000 é $\frac{490}{7000}$, ou seja, $\frac{7}{100}$.

Participe

Faça as atividades no caderno.

I. O professor de Jussara fez o seguinte comentário depois de corrigir as provas da turma: "De cada cinco estudantes, um atingiu a nota A".

a) Nesse comentário, o professor fez uma comparação entre duas quantidades. O que ele comparou? O número de estudantes que atingiu a nota A com o total de estudantes da turma.

b) Que operação matemática ele empregou nessa comparação? Divisão.

c) Que fração representa o resultado da comparação feita pelo professor? $\frac{1}{5}$ $\left(\text{ou } \frac{5}{1}\right)$

d) Que outro nome se dá ao quociente que representa a comparação entre duas quantidades? Razão.

e) Há outros modos de transmitir a mesma ideia que o professor transmitiu nesse comentário. Escreva no caderno um exemplo. Resposta pessoal.

II. Agora, faça o que se pede em cada item.

a) Copie, no caderno, cada frase substituindo a ////////////// pela palavra que a torna verdadeira.

- O número de estudantes que atingiu a nota A está para o total de estudantes na ////////////// de 1 para 5. razão
- A razão entre o número de estudantes que atingiu a nota A e o total de estudantes é //////////////. $\frac{1}{5}$
- O número de estudantes que atingiu a nota A está para o total de estudantes assim como ////////////// está para //////////////. 1; 5

b) Qual é a razão entre o número de estudantes da turma e o dos que atingiram a nota A? $\frac{5}{1}$ ou 5

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1. Qual é a razão:

a) de 18 para 6? 3

b) de 3 para 9? $\frac{1}{3}$

c) de 2 para $\frac{1}{3}$? 6

d) de $\frac{1}{2}$ para $\frac{1}{4}$? 2

e) de $-\frac{1}{5}$ para $-\frac{1}{3}$? $\frac{3}{5}$

f) de $\frac{1}{2}$ para 2? $\frac{1}{4}$

2. Calcule a razão entre:

a) 1,25 e 0,25. 5

b) 4 e 2,5. 1,6

c) 0,333 e 3. 0,111

d) 1,4 e −2,1. −0,666...

3. Em cada item, calcule a razão entre o menor número e o maior. Escreva no caderno a resposta em porcentagem.

a) 28 e 14 50%

b) $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{5}$ 40%

c) 3 e 12 25%

d) 0,3 e 0,06 20%

4. Qual é a razão entre a medida de altura de Beatriz (150 cm) e a de Clóvis (120 cm)? 1,25

As imagens não estão representadas em proporção.

Artur Fujita/Arquivo da editora

Texto para as atividades **5** a **7**.

Escalas

O mapa do Brasil é uma representação plana e reduzida da superfície terrestre brasileira.

A **escala** de um mapa é a razão entre a medida de distância no mapa e a medida de distância real correspondente do referencial considerado. Nesse cálculo, as medidas devem estar na mesma unidade de medida.

No mapa a seguir, a escala utilizada indica que um segmento de reta de 1 cm no mapa representa a medida de distância real de 620 km.

Escrevendo na mesma unidade de medida, temos:

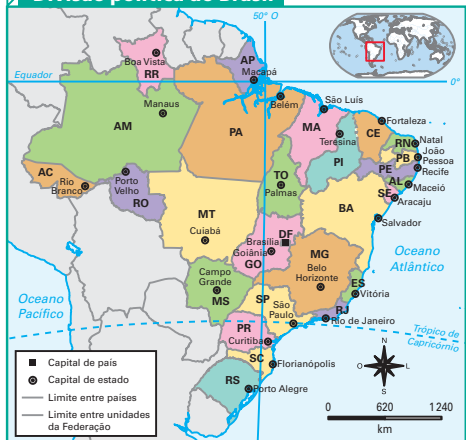
$$620 \text{ km} = 620\,000 \text{ m} = 62\,000\,000 \text{ cm}$$

Então, nessa escala, a razão é de 1 cm para 62 000 000 cm.

Escrevemos a escala na forma: 1 : 62 000 000

(lemos: “um para sessenta e dois milhões”).

Divisão política do Brasil

Banco de imagens/Arquivo da editora

Fonte: IBGE. *Atlas geográfico escolar*. 8. ed. Rio de Janeiro: IBGE, 2018. p. 90.

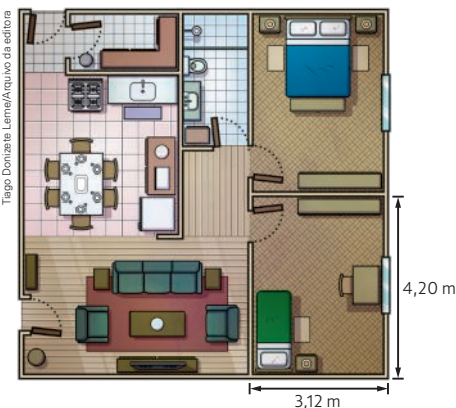
5. Qual é a escala de um mapa em que um segmento de reta de 3 cm de comprimento corresponde à medida de distância real de 300 km? 1 : 10 000 000

6. O mapa de uma região metropolitana foi feito usando a escala desenhada a seguir.

0 10 km

Escreva no caderno essa escala como razão.
1 : 500 000

7. A ilustração representa a planta baixa de uma casa. Um dos quartos, de dimensões reais 3,12 m por 4,20 m, tem, nessa planta, dimensões de 2,6 cm por 3,5 cm.

Tiago Donizete Leme/Arquivo da editora

Qual é a escala dessa planta? 1 : 120

Orientações didáticas

Atividades

As atividades trabalham a escrita de razões em formas específicas, como na forma de fração irredutível, na forma decimal e na forma de porcentagem. O estudo de razões permite explorar alguns conceitos vistos anteriormente neste livro e/ou em anos anteriores, como divisão de números racionais, fração irredutível, equivalência entre números na forma fracionária e resolução de problemas.

Na atividade **3**, ressalte que a porcentagem é também, por si só, uma razão, e nas atividades de **4** a **8**, sugira aos estudantes que façam uma pequena anotação no caderno sobre a conversão de medidas de distância e capacidade, ressaltando as relações entre metros e quilômetros, metros e centímetros, e litros e mililitros. Destaque que, em ambos os casos, o prefixo associado à medida indica quantas partes do metro ou litro a unidade representa.

Orientações didáticas

Atividades

As atividades **12**, **13**, **18** e **19** envolvem a razão entre grandezas de diferentes naturezas em diferentes contextos do cotidiano. Converse com os estudantes para que fiquem atentos ao estabelecerem a razão de acordo com as informações apresentadas no enunciado das atividades. Em caso de dúvidas, faça a correção na lousa, com eles.

Comparando sequências de números

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade **EF07MA09** ao trabalhar a associação entre razão e fração, compreendendo o numerador como parte e o denominador como todo.

Sugerimos a resolução do exemplo na lousa, para que os estudantes notem que dividindo cada termo da primeira sequência pelo respectivo termo da segunda sequência, o quociente é sempre o mesmo.

8. Determinado refrigerante é vendido por R$ 2,80, em latas de 350 mL, e por R$ 7,00, em garrafas de 1,5 L. Qual das duas embalagens é mais econômica para o consumidor? A garrafa.

9. Bahia e Vitória estão disputando o campeonato brasileiro de futebol. Até agora, o Bahia fez 15 jogos e conseguiu 18 pontos, enquanto o Vitória fez 16 jogos e conseguiu 19 pontos. Qual dessas equipes está com melhor desempenho no campeonato? Bahia.

10. Qual é a razão entre a medida de área de um quadrado *A* com 4 cm de lado e a medida de área de um quadrado *B* com 8 mm de lado? 25

11. Qual é a razão entre a medida de volume de um cubo *A* com 4 cm de aresta e a medida de volume de um cubo *B* com 2 cm de aresta? 8

12. Um veículo percorre 480 km e para isso consome 48 L de combustível.

a) Qual é a razão entre a medida de distância percorrida e a medida de volume de combustível consumido? 10

b) Copie e complete: Esse veículo percorre ////////////// quilômetros com 1 litro de combustível. 10

13. O cantor preferido de Laura fez um *show* em um parque. A área reservada para o *show* era de 2 000 m^2. Se 3 600 pessoas compareceram ao *show*, determine a razão entre o número de pessoas e a medida da área usada para o *show*. $\frac{9}{5}$ ou 1,8.

14. A razão entre dois números é $\frac{5}{3}$, e o menor deles é 6. Qual é o maior? 10

15. A razão de um número *x* para um número *y* é 4. Qual é a razão de *y* para *x*? $\frac{1}{4}$

16. Determine dois números que têm soma 51 e que estão na razão $\frac{13}{4}$. 39 e 12.

17. Os números *a* e *b* são racionais positivos e $3a = 5b$. Determine:

a) a razão de *a* para *b*; $\frac{5}{3}$

b) qual dos números é maior. *a*

18. Determine as dimensões de um retângulo que tem 28 cm de medida de perímetro sabendo que a razão entre as medidas de comprimento e de largura é $\frac{4}{3}$. 8 cm e 6 cm.

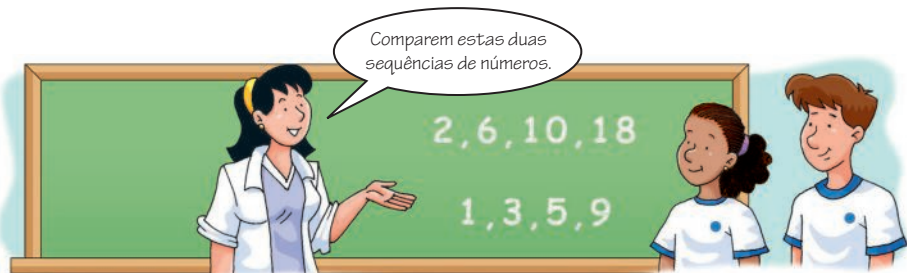
19. Calcule a medida de área de um retângulo que tem 70 m de medida de perímetro sabendo que a razão entre as medidas de comprimento e de largura é $\frac{2}{5}$. 250 m^2

20. Elabore um problema que possa ser resolvido pelas equações a seguir.

$$x + y = 720; \quad \frac{x}{y} = \frac{3}{5}$$

O exemplo de resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

Comparando sequências de números

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

Os números da primeira sequência são, na mesma ordem, o dobro dos números da segunda sequência. O quociente (razão) de cada termo da primeira sequência pelo respectivo termo da segunda é sempre o mesmo: 2.

$$\frac{2}{1} = \frac{6}{3} = \frac{10}{5} = \frac{18}{9} = 2$$

Números diretamente proporcionais

No caso das duas sequências apresentadas, dizemos que:

- os números da primeira sequência (2, 6, 10, 18) são **diretamente proporcionais** aos números da segunda sequência (1, 3, 5, 9);
- o fator de proporcionalidade é 2.

Os números da sequência a, b, c, d, e, ... são **diretamente proporcionais** aos números da sequência a', b', c', d', e', ..., todos não nulos, quando:

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \frac{d}{d'} = \frac{e}{e'} = \ldots$$

a' lê-se: "a linha";

b' lê-se: "b linha";

etc.

O valor desses quocientes é chamado **fator de proporcionalidade**.

Proporção

Considerando os quocientes do exemplo inicial, temos: $\frac{6}{3} = \frac{10}{5}$.

Quando dois números a e b (nessa ordem) são diretamente proporcionais a outros dois números não nulos a' e b' (nessa ordem), temos:

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'}$$

Essa última igualdade é chamada **proporção**.

Ela pode ser lida da seguinte maneira: a está para a', assim como b está para b'. Ela também pode ser representada assim: $a : a' = b : b'$.

Já sabemos como comprovar que $\frac{6}{3} = \frac{10}{5}$. Lembremos:

- Dividindo o numerador pelo denominador em ambas as frações:

$$6 : 3 = 2 \text{ e } 10 : 5 = 2\text{; logo, } 6 : 3 = 10 : 5.$$

- Simplificando cada fração até obter a forma irredutível:

$$\frac{6}{3} = \frac{2}{1} \text{ e } \frac{10}{5} = \frac{2}{1}\text{; logo, } \frac{6}{3} = \frac{10}{5}.$$

- Fazendo as multiplicações cruzadas:

$$\frac{6}{3} \times \frac{10}{5} \qquad 6 \cdot 5 = 30 \text{ e } 10 \cdot 3 = 30\text{; logo, } \frac{6}{3} = \frac{10}{5}.$$

A proporção $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'}$, com a' e b' não nulos, é verdadeira quando $a \cdot b' = a' \cdot b$.

Esta é a chamada **propriedade fundamental da proporção**.

Orientações didáticas

Números diretamente proporcionais

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades: **EF07MA15**, ao utilizar simbologia algébrica para escrever sequências de números e estabelecer proporção; e **EF07MA17**, ao trabalhar com números diretamente proporcionais que estão presentes em situações-problema.

Sugerimos a leitura conjunta com vista a verificar se os estudantes realmente compreenderam o conceito de números diretamente proporcionais e identificar que o quociente obtido representa o fator de proporcionalidade. Caso necessário, apresente na lousa novos exemplos de números diretamente proporcionais. Faça uso do termo "quociente" como parte do vocabulário da aula e destaque que será o termo formalmente utilizado para o resultado de uma razão ou divisão.

Proporção

Sugerimos que os exemplos sejam resolvidos na lousa, destacando e reforçando o conceito de proporção e a propriedade fundamental da proporção.

Orientações didáticas

Atividades

Este bloco de atividades tem o objetivo de explorar o conceito de proporção, aplicar a propriedade fundamental da proporção, reconhecer números diretamente proporcionais e identificar o fator de proporcionalidade em diferentes contextos.

Caso os estudantes apresentem dúvidas, retome o cálculo das operações com números racionais, como a fração irredutível, a multiplicação, a divisão e as representações decimal e fracionária. Converse com os estudantes para mostrar que podemos pensar em estratégias diversas para desenvolver uma mesma atividade.

Na atividade **24**, mencione que é possível entender a proporcionalidade como sendo "quantas vezes uma grandeza é maior ou menor do que uma outra grandeza".

Para as atividades **25** e **28**, relembre o conceito de incógnita como um valor desconhecido, mas não variável.

Números inversamente proporcionais

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades: **EF07MA15**, ao utilizar simbologia algébrica para escrever sequências de números e estabelecer proporção; e **EF07MA17**, ao trabalhar com números diretamente proporcionais que estão presentes em situações-problema.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

21. Utilize a propriedade fundamental da proporção para verificar se cada igualdade é verdadeira.

a) $\frac{9}{16} = \frac{18}{32}$ V **b)** $\frac{0{,}02}{0{,}003} = \frac{40}{6}$ V **c)** $\frac{3}{7} = \frac{15}{35}$ V **d)** $\frac{0{,}1}{0{,}01} = \frac{2}{20}$ F

22. Como se lê $\frac{1}{5} : \frac{2}{7} = 7 : 10$? $\frac{1}{5}$ está para $\frac{2}{7}$ assim como 7 está para 10. É verdadeira.

Escreva no caderno e comprove se é uma proporção verdadeira.

23. Quais das sequências a seguir são formadas por números diretamente proporcionais aos números da sequência 3, 4, 5, 6, 7? Alternativas **a** e **b**.

a) 6, 8, 10, 12, 14. **b)** 9, 12, 15, 18, 21. **c)** 7, 6, 5, 4, 3. **d)** 13, 14, 15, 16, 17.

24. Stefan é produtor de miniaturas e fez a miniatura de um micro-ondas. As dimensões do micro-ondas são: 50 cm, 37,5 cm e 30 cm. E as dimensões da miniatura são: 10 cm, 7,5 cm e 6 cm. Responda no caderno.

a) As dimensões desse micro-ondas são proporcionais às dimensões da miniatura? Sim.

b) Qual é o fator de proporcionalidade? 5

c) Considerando que o micro-ondas e a miniatura têm formato de bloco retangular, qual é a razão entre a medida de volume do micro-ondas e a da miniatura? 125

25. Qual é o valor de x em cada proporção a seguir?

a) $x : 3 = 5 : 15$ 1 **b)** $1 : x = 2 : 6$ 3 **c)** $\frac{0{,}1}{3} = \frac{x}{9}$ 0,3 **d)** $\frac{1}{2} : \frac{2}{7} = \frac{3}{4} : x$ $\frac{3}{7}$

26. Em um mapa com escala 1 : 50 000 000, o segmento de reta que liga Manaus (AM) a Belo Horizonte (MG) mede 5 cm. Qual é a medida de distância em linha reta, em quilômetros, entre Manaus e Belo Horizonte? 2 500 km

27. Em linha reta, a medida de distância entre Caxias do Sul (RS) e Londrina (PR) é, aproximadamente, igual a 650 km. Quantos centímetros deve medir o segmento de reta ligando Caxias a Londrina em um mapa feito na escala 1 : 10 000 000? 6,5 cm

28. Determine o valor de x e o valor de y.

a) $\frac{x}{4} = \frac{y}{6} = \frac{1}{2}$ $x = 2$; $y = 3$.

b) $\frac{x}{15} = \frac{4}{y} = \frac{2}{3}$ $x = 10$; $y = 6$.

c) $\frac{2x}{7} = \frac{3y}{2} = 6$ $x = 21$; $y = 4$.

d) $\frac{x}{\frac{2}{3}} = \frac{y}{\frac{3}{2}} = \frac{3}{5}$ $x = \frac{2}{5}$; $y = \frac{9}{10}$.

Números inversamente proporcionais

Fazendo mais comparações

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

O produto de cada termo da primeira sucessão pelo termo correspondente da segunda é sempre o mesmo: 24.

$$2 \cdot 12 = 3 \cdot 8 = 4 \cdot 6 = 6 \cdot 4$$

O quociente de cada termo da primeira sucessão pelo inverso do termo correspondente da segunda é sempre o mesmo: 24.

$$\frac{2}{\frac{1}{12}} = \frac{3}{\frac{1}{8}} = \frac{4}{\frac{1}{6}} = \frac{6}{\frac{1}{4}}$$

Dizemos que:

- os números da sucessão 2, 3, 4, 6 são **inversamente proporcionais** aos números da sucessão 12, 8, 6 e 4;
- o fator de proporcionalidade é 24.

Os números da sucessão a, b, c, d, e, ... são **inversamente proporcionais** aos números da sucessão a', b', c', d', e', ..., não nulos, quando:

$$a \cdot a' = b \cdot b' = c \cdot c' = d \cdot d' = e \cdot e' = \ldots$$

O valor desses produtos é chamado **fator de proporcionalidade**.

Isso equivale a afirmar que as razões (quocientes) de cada termo da primeira sucessão pelo inverso do termo correspondente da segunda sucessão são todas iguais:

$$\frac{a}{\frac{1}{a'}} = \frac{b}{\frac{1}{b'}} = \frac{c}{\frac{1}{c'}} = \frac{d}{\frac{1}{d'}} = \ldots$$

Ou seja, os números a, b, c, d, ... são diretamente proporcionais aos inversos dos números a', b', c', d', ...

Atividades

Faça as atividades no caderno.

29. Quais das seguintes sucessões são formadas por números inversamente proporcionais aos números da sucessão 1, 3, 5, 10? Alternativas **a**, **c** e **d**.

a) 60, 20, 12, 6

b) 10, 5, 3, 1

c) 30, 10, 6, 3

d) $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{10}$

30. Considere as sucessões de números inversamente proporcionais 2, 5, 6 e 60, 24, 20. Qual é o fator de proporcionalidade entre elas? 120

31. Determine o valor de x e de y.

a) $2x = 3y = 24$ $x = 12$; $y = 8$.

b) $7x = 2y = 84$ $x = 12$; $y = 42$.

c) $\frac{x}{\frac{1}{2}} = \frac{y}{\frac{1}{3}} = 6$ $x = 3$; $y = 2$.

32. A sucessão x, y, z é formada por números inversamente proporcionais a 1, 2, 11, e o fator de proporcionalidade é 44. Calcule x, y e z. $x = 44$; $y = 22$; $z = 4$.

33. Calcule x e y sabendo que os números da sucessão 2, x, y são inversamente proporcionais aos da sucessão 15, 6, 5. $x = 5$; $y = 6$.

Orientações didáticas

Números inversamente proporcionais

Sugerimos a leitura com os estudantes, para verificar se realmente compreenderam o conceito de números inversamente proporcionais e identificaram que o produto obtido representa o fator de proporcionalidade.

Atividades

Este bloco de atividades tem por objetivos explorar o reconhecimento de números inversamente proporcionais e identificar o fator de proporcionalidade em diferentes contextos, consolidando e ampliando, dessa maneira, os conhecimentos aprendidos sobre proporcionalidade.

Orientações didáticas

Divisão proporcional

Na BNCC

Este tópico trabalha as habilidades: **EF07MA09**, ao discutir a associação entre razão e fração, compreendendo o numerador como parte e o denominador como todo; e **EF07MA17**, ao propor a resolução e elaboração de problemas envolvendo proporção entre duas grandezas. O conjunto de problemas provenientes de diferentes áreas do conhecimento propicia o desenvolvimento do raciocínio lógico e promove a aplicação de conceitos matemáticos em outras áreas do conhecimento, como indicado na **CEMAT02**, na **CEMAT03** e na **CEMAT06**. O contexto apresentado permite desenvolver o TCT *Educação Financeira.*

Este tópico possibilita a discussão de como a relação com dinheiro e consumo está presente no cotidiano das pessoas, mas o importante na formação do estudante é dar embasamento para que ele possa tomar decisões frente a diversas situações e fazer escolhas conscientes. Isso não significa estar certo ou errado, e sim pensar nas consequências que cada escolha representa na vida, levando em conta os sonhos e os riscos.

Nesse sentido, para corroborar com o desenvolvimento do TCT *Educação Financeira*, pergunte aos estudantes: "Em qual tipo de negócio você investiria e de quanto seria esse investimento?"; "Qual a sua opinião sobre vender bens para montar um negócio?"; "Você venderia algum dos seus bens para investir nos seus sonhos?". Outro grupo interessante de questionamentos é acerca da ideia de ganho relativo e custo de oportunidade. Pergunte aos estudantes: "Quantos quarteirões você andaria para ir até uma padaria onde o pão estivesse com 50% de desconto?"; "E quanto andaria para ir até uma concessionária onde os carros estivessem com 50% de desconto?".

Divisão proporcional

Um problema muito frequente é dividir um todo em partes proporcionais a números conhecidos. Acompanhe um exemplo:

Negócio entre amigos

Três amigos montaram uma pequena loja para a venda de jogos eletrônicos. Ricardo entrou com R$ 12.000,00, Jorge, com R$ 16.000,00 e Claudemir, com R$ 8.000,00. Ao fim de seis meses, obtiveram um lucro de R$ 7.200,00, que foi dividido entre os 3 em partes diretamente proporcionais ao capital (valor em reais) que cada um investiu. Quantos reais recebeu cada um deles?

Tiago Donizete Leme/Arquivo da editora

Vamos chamar de a, b e c as partes em que o lucro de R$ 7.200,00 será dividido. Essas partes são diretamente proporcionais a 12 000, 16 000 e 8 000, então:

$$\frac{a}{12000} = \frac{b}{16000} = \frac{c}{8000} = k, \text{ em que } k \text{ é o fator de proporcionalidade.}$$

Assim, temos as seguintes igualdades:

$$a = 12\,000 \cdot k \qquad b = 16\,000 \cdot k \qquad c = 8\,000 \cdot k$$

$$a + b + c = 12\,000 \cdot k + 16\,000 \cdot k + 8\,000 \cdot k = 36\,000 \cdot k$$

Então, como $a + b + c = 7\,200$, resulta em:

$$36\,000 \cdot k = 7\,200$$

$$k = \frac{7\,200}{36000} = 0{,}2$$

Portanto:

$a = 12\,000 \cdot 0{,}2 = 2\,400$ (quantia recebida por Ricardo)

$b = 16\,000 \cdot 0{,}2 = 3\,200$ (quantia recebida por Jorge)

$c = 8\,000 \cdot 0{,}2 = 1\,600$ (quantia recebida por Claudemir)

Há outra maneira de resolver esse problema: se as partes são diretamente proporcionais ao capital que cada um investiu, então cada um receberá do lucro a mesma fração com que contribuiu no capital.

Capital: $12\,000 + 16\,000 + 8\,000 = 36\,000$

- Fração de Ricardo: $\frac{12000}{36000}$

  Sua parte no lucro é:

  $\frac{12000}{36000} \cdot 7\,200 = 2\,400$

- Fração de Jorge: $\frac{16000}{36000}$

  Sua parte no lucro é:

  $\frac{16000}{36000} \cdot 7\,200 = 3\,200$

- Fração de Claudemir: $\frac{8000}{36000}$

  Sua parte no lucro é:

  $\frac{8000}{36000} \cdot 7\,200 = 1\,600$

Conferindo, a soma das 3 partes é: $2\,400 + 3\,200 + 1\,600 = 7\,200$.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

34. Um terreno de 2 002 m^2 vai ser dividido em duas partes diretamente proporcionais a 3 e 8. Quanto vai medir cada parte? 546 m^2 e 1 456 m^2.

35. Wilson prometeu premiar seus 3 filhos dividindo entre eles a quantia de R$ 300,00, com uma condição: a divisão será proporcional às médias finais deles em Matemática. Se Bruno ficou com média 8,0, Carla com média 7,0 e Deise com média 9,0, quanto cada um vai receber? Bruno: R$ 100,00; Carla: R$ 87,50; Deise: R$ 112,50.

36. Andrea, Carol e Emília receberam uma tarefa de digitar um processo de 4 500 páginas e decidiram dividi-la em partes inversamente proporcionais aos tempos que cada uma delas leva para digitar uma página. Andrea digita cada página em 3 minutos, Carol digita em 4 minutos e Emília, em 6 minutos. Quantas páginas devem ser destinadas a cada uma? Andrea: 2 000 páginas; Carol: 1 500 páginas; Emília: 1 000 páginas.

37. Abílio vai dividir R$ 9.450,00 entre as 3 sobrinhas, de modo que a primeira receba $\frac{1}{2}$ do valor, a segunda sobrinha, $\frac{1}{3}$ do valor e a terceira, $\frac{1}{6}$ desse valor. Quantos reais vai receber cada uma delas? R$ 4.725,00; R$ 3.150,00; R$ 1.575,00.

38. João e Maria montaram uma lanchonete em sociedade. João entrou com R$ 20.000,00; Maria investiu R$ 30.000,00 no negócio. Um ano depois, eles avaliaram o desempenho da empresa e constataram que o lucro havia sido de R$ 7.500,00. Quanto do lucro cabe a cada um deles? João: R$ 3.000,00; Maria: R$ 4.500,00.

Alberto De Stefano/Arquivo da editora

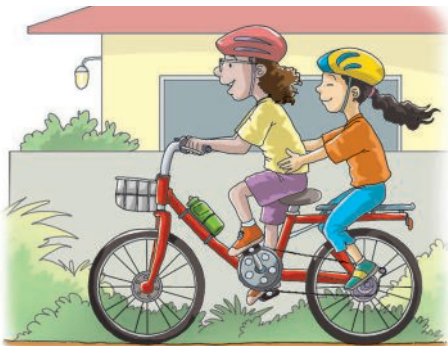
39. Em cada item, determine os números *a* e *b* sabendo que:

a) são diretamente proporcionais a 5 e 7 e que $a - b = 14$; $a = -35$; $b = -49$.

b) são diretamente proporcionais a 2 e 3 e que $a + b = 60$. $a = 24$; $b = 36$.

40. Sérgio e Luzia formaram uma sociedade. Sérgio entrou com R$ 6.000,00 e Luzia com R$ 5.000,00. Depois de certo tempo, obtiveram um lucro de R$ 2.200,00. Que parte do lucro coube a cada sócio? Sérgio: R$ 1.200,00; Luzia: R$ 1.000,00.

41. Cláudia e Roseli compraram juntas uma bicicleta. Cláudia contribuiu com R$ 450,00 e Roseli com R$ 550,00. Depois de algum tempo, elas decidiram vender a bicicleta e repartir o dinheiro recebido proporcionalmente à quantia investida. Se a bicicleta foi vendida por R$ 900,00, quanto Roseli recebeu de volta? R$ 495,00

Alberto De Stefano/Arquivo da editora

42. Se dividirmos R$ 5.000,00 entre Marcelo (7 anos), Luciano (8 anos) e Alexandre (10 anos), de modo que cada um receba uma quantia proporcional à idade, quanto receberá cada um deles? Marcelo: R$ 1.400,00; Luciano: R$ 1.600,00; Alexandre: R$ 2.000,00.

43. Crie um problema que possa ser resolvido com o sistema a seguir. Depois, troque com um colega e resolvam o sistema criado por ele. O exemplo de resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual

$$\begin{cases} a + b + c = 24 \\ a \cdot 30 = b \cdot 40 = c \cdot 24 \end{cases}$$

Orientações didáticas

Atividades

Este bloco de atividades tem o objetivo de explorar a divisão proporcional em diferentes contextos, consolidando e ampliando os conhecimentos aprendidos sobre resolução de problemas e proporcionalidade. Caso os estudantes apresentem dúvidas, resolva os problemas na lousa, com eles, explorando as etapas de resolução de problema e retomando procedimentos algébricos e de cálculo. É possível utilizar essas atividades como parte de uma avaliação processual, identificando pontos a serem novamente trabalhados.

Na atividade **43**, há a oportunidade de introduzir o conceito de sistema. Faça a resolução desse sistema em conjunto com os estudantes e se apoiando nas hipóteses de resolução vindas deles, incentivando o protagonismo, a argumentação, a curiosidade e a busca por resoluções. Posteriormente, formalize e concatene as principais ideias levantadas sobre como resolver tal sistema.

Proposta para o professor

Para ampliar a discussão sobre a proporcionalidade e o consumo, sugerimos o artigo a seguir, em que se apresentam os resultados de uma pesquisa que busca investigar as possíveis contribuições e relações entre a compreensão de proporcionalidade ensinada no Ensino Fundamental e a tomada de decisões pelos estudantes.

VAZ, Rafael F. N.; *et al*. A proporcionalidade nas tomadas de decisão relacionadas ao consumo. *In*: Encontro Nacional de Educação Matemática, 12, 2016, São Paulo, *Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática*: SBEM. p. 1-8. Disponível em: https://www.researchgate.net/profile/Rafael-Vaz-2/publication/322926025_A_PROPORCIONALIDADE_NAS_TOMADAS_DE_DECISAO_RELACIONADAS_AO_CONSUMO/links/5a7709abaca2722e4df0fa6a/A-PROPORCIONALIDADE-NAS-TOMADAS-DE-DECISAO-RELACIONADAS-AO-CONSUMO.pdf?origin=publication_detail. Acesso em: 22 jun. 2022.

Orientações didáticas

Na mídia

Na BNCC

Esta seção permite desenvolver reflexões relacionadas à saúde física e emocional, valorizando e respeitando a diversidade de cada pessoa, conforme indicado na **CG08** e no TCT *Saúde*.

Esta seção apresenta informações importantes relacionando a quantidade de horas de sono com a capacidade de aprender de cada pessoa. Sugerimos uma leitura atenciosa do texto. Converse com os estudantes sobre a quantidade de horas e a qualidade do sono. Aqui, há uma oportunidade não apenas de falar sobre saúde, mas também de inserir uma cultura de autocuidado, identificando que o momento separado para o sono é tão importante quanto o momento separado para a alimentação, sendo necessário para o melhor aproveitamento das capacidades do indivíduo.

Faça as atividades no caderno.

Qual é a relação entre sono e aprendizagem?

engagestock/Shutterstock

O sono é um dos momentos mais importantes do dia.

A onipresença de luzes, televisores e celulares, bem como a velocidade frenética com que a sociedade se movimenta, transformou o sono em adversário. [...] Mas os cientistas alertam: a maior experiência de produtividade do corpo humano ocorre quando estamos... dormindo. E isso inclui, claro, o processo de aprendizado: a quantidade de horas dormidas está diretamente ligada à capacidade de reter conteúdo.

Para entender a relação entre sono e aprendizado, o **Desafios da Educação** conversou com Magda Lahorgue Nunes [...] neuropediatra especialista em Neurofisiologia Clínica-Medicina do Sono [...].

[...] Já se sabe que a má noite de sono, ou o sono com baixa eficiência, desequilibra a concentração, a capacidade de memória e o comportamento. São fatores impactados negativamente. O sono é um processo ativo, onde ocorre restauração das atividades cerebrais, como reparação dos tecidos, metabolismo de radicais livres e edição das memórias. Se a privação de sono desregula todo esse sistema, consequentemente vai prejudicar a capacidade de tomar decisões, de resolver problemas e de estudar.

[...] O tempo ideal de sono (para armazenar conteúdo ou qualquer outra atividade) varia de acordo com a idade. A melhor dica é seguir as recomendações publicadas em 2014 pela National Sleep Foundation:

[...]

Seis a 13 anos: 9 a 11 horas;
Catorze a 17 anos: 8 a 9 horas;

[...]

Teoricamente, uma noite bem dormida produz energia suficiente para manter-se acordado ao longo do dia. Se existe uma sonolência excessiva na hora de estudar, provavelmente há algo errado no sono noturno, o que pode ser produzido a partir de um distúrbio crônico ou de maus hábitos, mesmo.

[...] A higiene do sono é constituída por bons hábitos. Isso inclui reduzir os estímulos luminosos, evitar comidas pesadas ou bebidas com alto teor de cafeína à noite, ir para a cama relaxado, estar em um local arejado e evitar barulhos.

[...] Nosso organismo é sensível à luz azulada, a mesma do sol do meio-dia e dos computadores, televisores e *smartphones*. A exposição a ela, quando próximos de dormir, desajusta nosso relógio biológico e pode perturbar o sono. [...]

PUJOL, Leonardo. O impacto do sono (ou da falta dele) no processo de aprendizagem. *Desafios da Educação*, [*s. l.*], 12 set. 2018. Disponível em: https://desafiosdaeducacao.grupoa.com.br/relacao-sono-aprendizado/. Acesso em: 31 jan. 2022.

Agora, responda às perguntas propostas:

1. Estudos indicam que o ideal é dormir cerca de 8 horas por dia, o que representa um terço do total de 24 horas. Podemos dizer, então, que passamos em média um terço da vida dormindo. Nesse caso, quantos meses, em média, uma pessoa de exatamente 12 anos ficou acordada? 96 meses.
2. Quantas horas, em média, você dorme por dia? Esse valor representa que fração do seu dia? Respostas pessoais.
3. Qual fração do dia representa o tempo que você gasta utilizando mídias digitais? Resposta pessoal.
4. Qual é a razão entre seu tempo de uso diário de mídias digitais e a quantidade de horas que você dorme? Essa razão reflete que você tem utilizado seu tempo de maneira adequada, distribuindo e organizando suas atividades diárias de forma saudável? Justifique sua resposta. Respostas pessoais.

Proposta para o professor

Converse com os estudantes sobre a quantidade e a qualidade do sono deles, anote as informações na lousa e crie uma tabela geral para facilitar a análise dos resultados e a identificação do perfil deles. Questione-os sobre quais atitudes poderiam tomar para melhorar a qualidade e/ou a quantidade do sono de cada um ou do grupo. Uma outra questão abordada é a razão entre o tempo de uso diário de mídias e a quantidade de horas de sono. Aproveite o momento e construa uma tabela para apresentar os dados da turma. Depois, converse sobre os resultados obtidos.

Proposta para o estudante

Sugerimos o artigo a seguir, em que se apresenta um método de interpretação matemática dos ruídos do sono para simplificar a identificação da apneia.

PORTAL DO GOVERNO. A matemática do sono. *Governo do Estado de São Paulo*, São Paulo, 2 out. 2012. Disponível em: https://www.saopaulo.sp.gov.br/ultimas-noticias/saude/a-matematica-do-sono/. Acesso em: 22 jun. 2022.

Grandezas proporcionais

EF07MA13
EF07MA17
EF07MA29

Correspondências entre grandezas

A variação da temperatura

Um meteorologista realizou um estudo sobre a variação da temperatura à sombra, em Curitiba, e mediu-a de hora em hora. A tabela expressa o resultado das medições ao longo de um dia.

Rodrigo Fonseca/Futura Press

Curitiba (PR), depois de uma massa de ar frio e seco atingir o Sul do país, mantendo o tempo estável e com formação de geadas no estado. Foto de 2020.

Medidas de temperatura ao longo de um dia

Horário do dia (em h)	Medida de temperatura (em °C)	Horário do dia (em h)	Medida de temperatura (em °C)	Horário do dia (em h)	Medida de temperatura (em °C)
0	7	8	5	16	20
1	6	9	7	17	18
2	5	10	12	18	15
3	4	11	15	19	13
4	3	12	18	20	11
5	2	13	18	21	9
6	2	14	20	22	8
7	3	15	20	23	7

Dados elaborados para fins didáticos.

Nesse exemplo, são medidas duas grandezas: o horário do dia e a correspondente temperatura. A cada hora corresponde apenas uma medida de temperatura. Dizemos, por isso, que a temperatura varia em **função** do horário do dia.

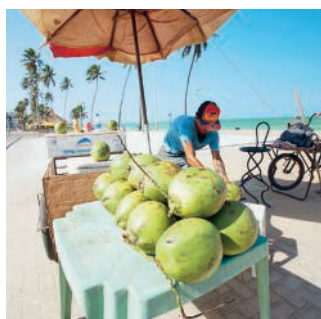
O preço dos cocos

Um vendedor de cocos expõe em sua barraca a tabela de preços.

Nesse exemplo, são medidas duas grandezas: a quantidade de cocos e o respectivo preço. A cada quantidade de cocos corresponde apenas um preço. Dizemos, por isso, que o preço varia em **função** da quantidade de cocos comprados.

Preço dos cocos

Quantidade de cocos	Preço (em R$)
1	3,50
2	7,00
3	10,50
4	14,00
5	17,50
6	21,00
7	24,50
8	28,00
9	31,50
10	35,00

Dados elaborados para fins didáticos.

Caio Pederneiras/Shutterstock

Barraca de coco na praia de Jatiúca, Maceió (AL). Foto de 2015.

Orientações didáticas

Correspondências entre grandezas

Na BNCC

Este capítulo favorece o desenvolvimento das habilidades: **EF07MA13**, ao apresentar a ideia de variável como sendo a expressão da relação entre duas grandezas; **EF07MA17** e **EF07MA29**, ao propor problemas que envolvem variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas e medidas de grandezas. O conjunto de problemas provenientes de diferentes áreas do conhecimento propicia o desenvolvimento do raciocínio lógico. Mobiliza com maior ênfase a **CEMAT02**, a **CEMAT03**, a **CEMAT05** e a **CEMAT06**. O contexto apresentado permite explorar o TCT *Trabalho,* ao mostrar o ofício de um meteorologista.

Pergunte aos estudantes se eles já ouviram falar sobre a profissão de meteorologista. Sugira que façam uma pesquisa para responder às seguintes questões: “Qual curso forma esse profissional?”; “Qual é a função dele?”; “Em que lugares ele pode atuar?”

Inicialmente, propomos a leitura do texto com os estudantes, destacando as informações das tabelas. Converse sobre as grandezas apresentadas nas situações “A variação da temperatura” e “O preço dos cocos”.

Verifique se os estudantes percebem que, nas situações apresentadas, temos duas grandezas – e uma varia em função da outra –, e que na segunda situação é possível determinar o fator de proporcionalidade k a partir do quociente entre as medidas indicadas em “quantidade de cocos” e em “preço”; assim, podemos concluir que essas grandezas são diretamente proporcionais.

Orientações didáticas

Correspondências entre grandezas

Continue lendo o texto com os estudantes, destacando as informações de cada tabela. Converse com eles sobre as grandezas apresentadas nas demais situações.

Note que, na terceira situação, a distância percorrida varia em função do tempo; na quarta situação, a massa da porção de óleo varia em função da medida do volume da porção de óleo; e na quinta situação, podemos analisar: medida de área do ladrilho, que varia em função do comprimento do lado; a quantidade de ladrilhos, que varia em função da medida de área do ladrilho; e a quantidade de ladrilhos, que varia em função da medida de comprimento do lado. Na sexta situação, a quantia que cada acertador receberá varia em função da quantidade de acertadores.

Ressalte que, em momentos anteriores, foram vistas relações entre grandezas de mesma espécie e que agora se tratará de grandezas de espécies diferentes. Portanto, todos os resultados devem ser seguidos de unidades de medida, as quais devem fazer parte das respostas para que estas sejam consideradas corretas.

A velocidade do carro

Um automóvel está percorrendo uma estrada com a medida de velocidade constante de 120 km/h, que equivale a 2 km/min.

O passageiro ao lado do motorista anota, de minuto em minuto, a medida da distância percorrida registrada no painel. O resultado pode ser observado na tabela a seguir.

Distância percorrida

Instante no momento da leitura (em min)	Medida de distância (em km)
0	0
1	2
2	4
3	6
4	8
5	10
6	12
⋮	⋮

Dados elaborados para fins didáticos.

06photo/Shutterstock

É importante sempre obedecer à sinalização da velocidade máxima permitida nas estradas.

A cada instante corresponde apenas uma medida de distância percorrida. Dizemos, por isso, que a distância percorrida varia em **função** do tempo.

A variação da massa

Uma vasilha de vidro com graduação em mililitros é colocada sobre uma balança. Uma pessoa derrama óleo de soja na vasilha e registra a leitura da medida de volume da porção de óleo derramado e a medida de massa.

Analise os resultados obtidos na tabela.

Volume de óleo e massa correspondente

Medida de volume (em mL)	100	200	300	500	600	800	1 000
Medida de massa (em g)	90	180	270	450	540	720	900

Dados elaborados para fins didáticos.

A cada porção de óleo corresponde apenas um valor de medida de massa. Dizemos, por essa razão, que a massa da porção de óleo varia em **função** do volume da porção de óleo.

Dotta2/Arquivo da editora

A balança digital apresenta boa precisão nas medições de massa.

As imagens não estão representadas em proporção.

Quantidade de ladrilhos

Um pedreiro está revestindo a superfície de uma sala de 3 m × 3 m com ladrilhos de formato quadrado, todos iguais. Se ele pode escolher ladrilhos com lados de 10 cm, 12 cm, 15 cm, 20 cm, 25 cm ou 30 cm de medida, qual é a quantidade de ladrilhos que usará em cada caso?

Para calcular a quantidade de ladrilhos, podemos dividir a medida de área da sala $(9 \text{ m}^2 = 90\,000 \text{ cm}^2)$ pela medida de área do ladrilho, em cm^2. A tabela a seguir resume os resultados dos cálculos.

Ladrilhos para a sala

Medida do lado (em cm)	10	12	15	20	25	30
Medida de área do ladrilho (em cm^2)	100	144	225	400	625	900
Quantidade de ladrilhos	900	625	400	225	144	100

Dados elaborados para fins didáticos.

Christina Richards/Shutterstock

Assentamento de ladrilhos.

Proposta para o professor

Para apresentar outras situações relacionadas à Matemática e à Física, sugerimos o trabalho publicado no artigo a seguir, em que é apresentado um material didático que proporciona a relação entre conhecimentos de Ciências, em especial da Física, e a Matemática. Grandezas, conversões, funções, proporções, gráficos e o uso de escalas são focos do estudo apresentado.

SILVA, C. P. *Grandezas, funções e escalas*: uma relação entre a Física e a Matemática. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências) – Universidade de Brasília, Brasília, DF, 2013.

Analisando as medidas registradas, concluímos que:

- a área do ladrilho varia em **função** do comprimento do lado;
- a quantidade de ladrilhos necessária varia em **função** da área do ladrilho;
- a quantidade de ladrilhos varia em **função** do comprimento do lado.

O prêmio da gincana

Em uma gincana escolar é proposto um enigma a uma turma de 40 estudantes, e aqueles que desvendarem o enigma dividirão igualmente o prêmio de R$ 240,00. Quanto receberá cada estudante que desvendar o enigma? A tabela a seguir apresenta alguns valores, de acordo com a quantidade de estudantes que desvendar o enigma.

Acertadores do enigma

Quantidade de acertadores	40	30	24	20	16	12	10	8	6	4	3	2	1
Quantia por acertador (em R$)	6	8	10	12	15	20	24	30	40	60	80	120	240

Dados elaborados para fins didáticos.

A quantia que cada acertador receberá varia em **função** da quantidade de acertadores.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1. Uma empresa vai comprar brindes idênticos para distribuir no início do ano entre seus clientes. Uma caixa com 10 brindes custará R$ 60,00.
Copie a tabela no caderno e complete-a considerando que o custo varia em função da quantidade de brindes.

Custo dos brindes

Quantidade de brindes	10	20	30	50	100	160	500
Custo (em R$)	60	120	180	300	600	960	3 000

Dados elaborados para fins didáticos.

2. Um saco com 60 quilogramas de milho alimenta certa quantidade de frangos durante 30 dias. Para alimentar a mesma quantidade de frangos por uma quantidade diferente de dias, quantos quilogramas de milho são necessários? Copie e complete a tabela considerando que a massa de milho varia em função da quantidade de dias.

Milho para frangos

Quantidade de dias	30	60	90	120	15	45
Medida de massa (em kg)	60	120	180	240	30	90

Dados elaborados para fins didáticos.

Pencil case/Shutterstock

Frangos sendo alimentados com grãos de milho.

3. Para produzir certa quantidade de embalagens, 8 máquinas idênticas precisam funcionar juntas durante 40 minutos. Para produzir a mesma quantidade de embalagens com uma quantidade diferente de máquinas, quanto tempo é necessário?
Copie e complete a tabela.

Produção de embalagens

Quantidade de máquinas	Medida de tempo (em min)
8	40
4	80
1	320
5	64
10	32

Dados elaborados para fins didáticos.

Orientações didáticas

Atividades

Este bloco de atividades tem por objetivo consolidar e ampliar os conceitos vistos de grandezas proporcionais. Caso os estudantes apresentem dúvidas, faça a correção na lousa e converse sobre a relação que existe entre as informações apresentadas em cada situação.

Proposta para o estudante

Solicite aos estudantes que se reúnam em trios para pesquisar na internet, jornais e revistas situações que evidenciem as relações entre grandezas.
Por exemplo: preço e produto; quantidade de nutrientes e quantidade de produto; número de gols e tempo de uma partida de futebol; número de funcionários e tempo de produção.
O objetivo é explicitar as informações e apresentá-las de modo a verificar se estabelecem uma relação de proporcionalidade ou não.

Orientações didáticas

Grandezas diretamente proporcionais

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade **EF07MA17**, pois são apresentados problemas que envolvem variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas.

Sugerimos que faça a leitura com os estudantes e verifique se eles conseguiram compreender a relação de grandezas diretamente proporcionais presente nas situações apresentadas. Mencione que 2 grandezas serão consideradas diretamente proporcionais se a razão entre elas for sempre constante, ainda que suas medidas variem. Aproveite os conhecimentos de álgebra já trabalhados e peça que os estudantes formalizem essa ideia em seus cadernos. Posteriormente, descreva na lousa como faria.

$$\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'} = \frac{a''}{b''} = k$$

Cite outros exemplos, eventualmente levantados a partir das profissões que os estudantes conhecem. Pergunte a eles: “Se eu for transportar pessoas para um *show*, quanto mais carros eu tiver disponíveis, mais pessoas eu transporto. Essas grandezas 'quantidade de carros' e 'quantidade de pessoas', são diretamente proporcionais?”. Então, adiante uma pergunta sobre o próximo tópico ao propor a seguinte reflexão: “Se eu for construir um muro e precisar fazê-lo em pouco tempo, quanto mais pessoas, menor o tempo que levo para terminar a obra? Essas grandezas são diretamente proporcionais?”.

4. Para imprimir 1000 exemplares de certo livro, uma gráfica precisa de 360 quilogramas de papel. Copie e complete a tabela para determinar quantos quilogramas de papel serão necessários se as quantidades de exemplares forem outras.

Impressão de livros

Quantidade de exemplares	Medida de massa de papel (em kg)
1 000	360
1 500	540
2 000	720
3000	1 080
4000	1 440
6000	2 160
10 000	3600
15 000	5400

Dados elaborados para fins didáticos.

5. Uma viagem de ônibus entre as cidades de São Paulo (SP) e Rio de Janeiro (RJ) tem duração média de 6 horas. Suponha que vários ônibus partam juntos de São Paulo para, em condições idênticas, fazer o percurso até o Rio de Janeiro. Copie e complete a tabela para determinar a duração da viagem com diferentes quantidades de ônibus.

Duração da viagem

Quantidade de ônibus	1	2	3	4	5	6	7
Medida de tempo (em h)	6	6	6	6	6	6	6

Dados elaborados para fins didáticos.

6. Três torneiras idênticas abertas completamente enchem um reservatório com água em 24 horas. Considerando outras quantidades de torneiras idênticas àquelas, em quanto tempo encheriam o mesmo reservatório? Copie e complete a tabela para descobrir.

Enchimento do reservatório

Quantidade de torneiras	3	1	6	2	4	9	8	12
Medida de tempo (em h)	24	72	12	36	18	8	9	6

Dados elaborados para fins didáticos.

Grandezas diretamente proporcionais

Vamos retomar algumas situações apresentadas anteriormente.

O preço dos cocos

Nesse exemplo, a razão entre o preço e a quantidade de cocos comprados é sempre a mesma:

$$\frac{3{,}50}{1} = \frac{7{,}00}{2} = \frac{10{,}50}{3} = \frac{14{,}00}{4} = \frac{17{,}50}{5} = \frac{21{,}00}{6} = \frac{24{,}50}{7} = \frac{28{,}00}{8} = \dots$$

Note que, se a quantidade de cocos dobra, o valor também dobra, se a quantidade triplica, o valor também triplica, e assim sucessivamente. Por isso, dizemos que o preço nessa situação é **diretamente proporcional** à quantidade de cocos comprados.

A velocidade do carro

Nesse exemplo, como a medida de velocidade é constante, a razão entre a medida de distância percorrida e a correspondente medida de tempo gasto para percorrê-la é sempre a mesma:

$$\frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{6}{3} = \frac{8}{4} = \frac{10}{5} = \frac{12}{6} = \dots$$

Assim, como no exemplo dos cocos, quando a medida de tempo dobra, a medida de distância também dobra. Quando uma das medidas triplica, a outra também tem seu valor triplicado, e assim por diante. Por isso, dizemos que a distância percorrida nessa situação é **diretamente proporcional** ao tempo gasto para percorrê-la.

Proposta para o estudante

Sugerimos uma pesquisa e análise de grandezas:

- Escolher uma receita de bolo – se possível, típica do Brasil.
- Fazer um cartaz contendo as seguintes informações: ingredientes e as quantidades respectivas; modo de preparo; tempo e temperatura do forno para assar o bolo.

Depois do levantamento, os estudantes devem comparar e analisar as grandezas a seguir, para verificar se existem grandezas proporcionais; se sim, responder às seguintes questões: “Elas são diretamente ou inversamente proporcionais?”; “Qual é a razão dessa proporção?”.

- Tempo para produzir o bolo e quantidade de bolos produzidos.
- Quantidade de ingredientes e quantidade de bolos.
- Medida de tempo e medida de temperatura do forno.
- Medida de tempo e quantidade de ingredientes.
- Medida de temperatura e quantidade de ingredientes.

A variação da massa

Nesse exemplo, a razão entre a medida de massa e a medida de volume da porção de óleo na vasilha é sempre a mesma:

$$\frac{90}{100} = \frac{180}{200} = \frac{270}{300} = \frac{450}{500} = \frac{540}{600} = \frac{720}{800} = \frac{900}{1\,000}$$

Por isso, dizemos que a massa de óleo nessa situação é **diretamente proporcional** ao volume de óleo na vasilha.

Duas grandezas são chamadas **grandezas diretamente proporcionais** quando a razão entre cada valor da primeira grandeza e o valor correspondente da segunda é sempre a mesma.

Grandezas inversamente proporcionais

Vamos retomar duas situações apresentadas anteriormente.

Quantidade de ladrilhos

Nesse exemplo, o produto da medida de área de cada ladrilho pela correspondente quantidade de ladrilhos é sempre o mesmo:

$$100 \cdot 900 = 144 \cdot 625 = 225 \cdot 400 = 400 \cdot 225 = 625 \cdot 144 = 900 \cdot 100$$

Nesse caso, quanto maior a medida da área de cada ladrilho, menor será a quantidade de ladrilhos. Quando isso ocorre, dizemos que a quantidade de ladrilhos a assentar nessa situação é **inversamente proporcional** à área de cada ladrilho.

O prêmio da gincana

Nesse exemplo, o produto da quantidade de acertadores pela correspondente quantia que cada um vai receber é sempre o mesmo:

$$40 \cdot 6 = 30 \cdot 8 = 24 \cdot 10 = 20 \cdot 12 = 16 \cdot 15 = \ldots$$

Já nesse caso, quanto maior a quantidade de acertadores, menor será a quantia que cada um vai receber. Quando isso ocorre, dizemos que a quantia que cada acertador vai receber nessa situação é inversamente proporcional à quantidade de acertadores.

Duas grandezas são chamadas **grandezas inversamente proporcionais** quando o produto de cada valor da primeira grandeza pelo valor correspondente da segunda é sempre o mesmo.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

7. Analise cada tabela e indique no caderno se as grandezas envolvidas na situação são diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais.

a) Não proporcionais.

Temperatura ao longo do dia

Horário do dia (em h)	0	4	8	12	16	20
Medida de temperatura (em °C)	10	5	10	15	17	13

b) Não proporcionais.

Massa de Alfredo ao longo dos anos

Idade (em anos)	1	3	5	7	9	15	18	35
Medida de massa (em kg)	10	15	20	30	40	55	60	70

Dados das tabelas elaborados para fins didáticos.

Orientações didáticas

Grandezas inversamente proporcionais

Na BNCC

Este tópico permite o trabalho com a habilidade **EF07MA17**, pois são apresentados problemas que envolvem variação de proporcionalidade inversa entre duas grandezas.

Sugerimos que faça a leitura com os estudantes e verifique se eles realmente compreenderam a relação de grandezas inversamente proporcionais presente nas situações "Quantidade de ladrilhos" e "O prêmio da gincana".

Caso eles apresentem dúvidas, recorde que os números da sequência a, a' e a'' são inversamente proporcionais aos números da sequência b, b' e b'' (não nulos), quando $ab = a'b' = a''b'' = k$.

Atividades

Na atividade **7**, objetiva-se consolidar e ampliar os conceitos vistos sobre grandezas. Destaque para os estudantes que as situações propostas nos itens **a** e **b** geram razões diferentes ao calcular o quociente entre cada termo da primeira sequência e o termo correspondente da segunda sequência. Isso caracteriza grandezas não proporcionais.

Proposta para o estudante

Caso julgue pertinente, utilize o simulador indicado para apresentar a grandeza torque e relacioná-la à noção de equilíbrio em uma gangorra.

PHET COLORADO. *Balançando*. [s. *l.*], [20--?]. Disponível em: https://phet.colorado.edu/sims/html/balancing-act/latest/balancing-act_pt_BR.html. Acesso em: 10 maio 2022.

Orientações didáticas

Atividades

As atividades **8** e **9** têm por objetivo consolidar e ampliar os conceitos vistos sobre grandezas proporcionais. É importante ficar entendido que, sem essa consolidação, os estudos futuros ficam prejudicados.

Regra de três simples

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades **EF07MA17** e **EF07MA29**, com a resolução de problemas envolvendo variação de proporcionalidade entres diferentes grandezas e medidas de grandezas, as quais são oriundas de situações cotidianas.

A regra de três simples tem por objetivo comparar a variação entre 2 grandezas dependentes. Para isso, faz-se necessário montar a proporção, aplicar a propriedade fundamental da proporção e, por fim, resolver a situação-problema. Caso os estudantes apresentem dúvidas, verifique se elas são referentes ao algoritmo da regra de três ou se é necessário rever os procedimentos de resolução de equações e/ou operações com números racionais. Ressalte a necessidade de seguir uma certa coerência na comparação entre as grandezas. Use como exemplo a velocidade e reforce que, se está medindo a distância pelo tempo em uma razão, a razão seguinte também deve conter a distância no numerador e o tempo no denominador.

c) Diretamente proporcionais.

Perímetro de um quadrado

Medida de lado (em cm)	1	2	3	4	5	6
Medida de perímetro (em cm)	4	8	12	16	20	24

Dados da tabela elaborados para fins didáticos.

8. Construa tabelas no caderno e classifique as grandezas envolvidas em cada situação.

a) Área de um quadrado Não proporcionais.
Medida de lado (em cm): 1, 2, 3, 4, 5, 6
Área (em cm^2): 1, 4, 9, 16, 25, 36

b) Preço do combustível Diretamente proporcionais.
Medida de volume (em L): 1, 2, 5, 10, 20
Preço (em R$): 3,20; 6,40; 16,00; 32,00; 64,00

c) Passageiros transportados Não proporcionais.
Quantidade de ônibus: 4, 6, 8, 10, 12
Quantidade de passageiros: 160, 230, 312, 410, 485

9. Continue indicando se as grandezas envolvidas em cada situação são diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais.

a) Inversamente proporcionais.

Retângulo de medida de área 48 cm^2

Medida da base (em cm)	6	8	4	3	2	1	5
Medida da altura (em cm)	8	6	12	16	24	48	9,6

b) Diretamente proporcionais.

Retângulo de medida da altura 5 m

Medida da base (em cm)	2	1	3	6	9	80
Medida de área (em cm^2)	10	5	15	30	45	400

c) Inversamente proporcionais.

Caminhada de 6 km*

Medida de velocidade (em m/min)	60	75	80	100	120	125
Medida de tempo (em min)	100	80	75	60	50	48

*Lembre-se: 6 km equivalem a 6 000 m ou 600 000 cm.

Alberto De Stefano/Arquivo da editora

d) Inversamente proporcionais.

Percurso em passos

Medida de comprimento do passo (em cm)	50	60	75	80	100
Quantidade de passos	12 000	10 000	8 000	7 500	6 000

Dados das tabelas elaborados para fins didáticos.

Regra de três simples

Problemas que envolvem grandezas direta ou inversamente proporcionais podem ser resolvidos com o auxílio de uma regra prática: a **regra de três simples**. Acompanhe como utilizar essa regra nas situações a seguir.

O preço do tecido

Tatiana comprou 8 metros de um tecido por R$ 480,00. Quanto vai pagar por 10 metros do mesmo tecido?

Para resolver problemas aplicando a regra de três simples, devemos identificar as grandezas envolvidas e verificar se elas são direta ou inversamente proporcionais entre si na situação.

Nesse problema, há duas grandezas envolvidas: a quantidade de tecido e o preço.

Se a quantidade de tecido **aumenta**, o preço pago também **aumenta**; se a quantidade de tecido **dobra**, o preço também **dobra**; se a quantidade de tecido **triplica**, o preço **triplica**, etc. Então, as grandezas quantidade de tecido e preço são diretamente proporcionais nessa situação.

Representando por x o preço de 10 m de tecido, temos:

Iakov Filimonov/Shutterstock

Medição do comprimento de um tecido com uma régua de 1 metro de comprimento.

Quantidade de tecido (em m)	Preço (em R$)
8	480
10	x

Como as grandezas são diretamente proporcionais:

$$\frac{8}{480} = \frac{10}{x}$$

$$8x = 480 \cdot 10$$

$$x = \frac{480 \cdot 10}{8} = 600$$

Portanto, Tatiana vai pagar R$ 600,00 por 10 m de tecido.

Participe

Faça as atividades no caderno.

Geralmente, um problema pode ser resolvido por mais de um modo. Respostas pessoais.

a) Releia o problema “O preço do tecido” e sua resolução. Há outro modo de resolver esse problema? Qual?

b) Resolva o problema utilizando a estratégia que você propôs no item **a**. Depois, confira a resposta com a obtida por meio da resolução pela regra de três.

c) Qual dos modos de resolver você prefere? Converse com um colega para saber qual modo ele prefere.

Andando de carro

Luiz percorre de carro 8,4 quilômetros em 7 minutos. Supondo que o carro mantenha a mesma medida de velocidade média durante o percurso, quantos quilômetros ele percorrerá em 30 minutos?

Nesse problema, há duas grandezas envolvidas: a distância percorrida e o tempo gasto para percorrê-la.

Se a medida de tempo **aumenta**, a medida de distância percorrida também **aumenta**; se a medida de tempo **dobra**, a medida de distância **dobra**; se a medida de tempo **triplica**, a medida de distância **triplica**, etc. Então, as grandezas distância e tempo são diretamente proporcionais nessa situação.

Representando por x a medida de distância, em quilômetros, que Luiz percorre em 30 minutos, temos:

Monkey Business Images/Shutterstock

Ao dirigir um veículo, a atenção deve ser redobrada.

Medida de distância (em km)	Medida de tempo (em min)
8,4	7
x	30

Como as grandezas são diretamente proporcionais:

$$\frac{8,4}{7} = \frac{x}{30}$$

$$7x = 8,4 \cdot 30$$

$$x = \frac{8,4 \cdot 30}{7} = 36$$

Nessas condições, em 30 minutos Luiz percorrerá 36 km.

Orientações didáticas

Participe

Este boxe tem por objetivo consolidar e ampliar os conceitos de grandezas e números proporcionais vistos nesta Unidade. Durante a resolução da atividade, sugerimos que se verifique se os estudantes compreenderam que o problema pode ser resolvido usando tabelas, construindo as razões, comparando as grandezas e aplicando o fator de proporcionalidade ou, de modo mais rápido, utilizando a regra de três. No item **b**, é possível que o estudante calcule o custo de 10 m dividindo R$ 480,00 por 8 e, depois, multiplicando o quociente por 10.

Incentive o diálogo e valorize a empatia ao promover a troca de experiências entre os estudantes, com cada um expondo sua estratégia com argumentação matemática, assim como ouvindo e respeitando a fala do colega, mobilizando assim as competências **CG09** e **CG10**. Compreender que uma atividade pode ser resolvida por meio de diferentes estratégias é importante para a consolidação do conhecimento.

Orientações didáticas

Atividades

Nas atividades **10** a **14,** são apresentadas outras situações nas quais se pode verificar a dependência entre grandezas. Proponha aos estudantes que compartilhem as estratégias utilizadas nas resoluções dos problemas e as fundamentem com os argumentos matemáticos utilizados.

Uma das estratégias que podemos usar para resolver as atividades em que seja necessário recorrer ao algoritmo da regra de três é sugerir os seguintes passos para a solução:

- construir uma tabela identificando as grandezas;
- estabelecer as razões, verificando se as grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais;
- aplicar a propriedade fundamental da proporção;
- resolver a equação resultante.

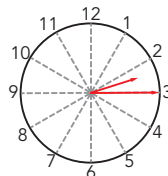
Atividades

Faça as atividades no caderno.

10. Se 3,5 kg de feijão custam R$ 13,65, quanto custam 6,5 kg? R$ 25,35

11. Em certa época, 22 L de gasolina custavam R$ 67,10. Qual era o preço de 27 L nessa época? R$ 82,35

12. Marlene está lendo um livro com 352 páginas. Em 3 horas de leitura, ela leu 48 páginas. Se ela mantiver o ritmo de leitura, quantas horas levará para ler o livro todo? 22 horas.

13. O relógio está marcando 2 h 15 min.

Banco de imagens/Arquivo da editora

a) O ponteiro das horas percorre o correspondente a um ângulo de 30° em 1 hora (60 min). Quanto mede o ângulo formado pela posição inicial do ponteiro das horas e por sua posição 15 minutos depois? 7° 30'

b) Quanto mede o ângulo formado pelos ponteiros das horas e dos minutos às 2 h 15 min? 22° 30'

14. Artur tem 2 cães: um com 20 kg de medida de massa e um menor, com 10 kg. A quantidade de ração que cada um deles consome por mês é proporcional à medida de massa deles: o maior consome 12 kg e o menor, 6 kg. Por meio das redes sociais, Artur descobriu que um amigo está procurando um lar definitivo para um cão que resgatou. Sabendo que o animal tem 15 kg, qual será a quantidade de ração, em quilogramas, de que Artur precisará para os 3 cães, caso o adote? 27 kg

Acompanhe outros exemplos de resolução de problemas por meio da regra de três simples.

A velocidade do avião

Um avião com medida de velocidade média de 800 quilômetros por hora leva 42 minutos para ir de São Paulo (SP) a Belo Horizonte (MG). Se, mantendo as mesmas condições de voo, a medida de velocidade média do avião fosse 600 quilômetros por hora, em quanto tempo faria a mesma viagem?

Nesse problema, há duas grandezas envolvidas: a velocidade média do avião e o tempo de voo.

Se a medida de velocidade média do avião **aumenta**, a medida de tempo de voo **diminui**; se a medida de velocidade média **dobra**, a medida de tempo cai pela **metade**; se a medida de velocidade média **triplica**, a medida de tempo se reduz para um **terço**, etc. Então, a velocidade e o tempo são grandezas inversamente proporcionais nessa situação.

Representando por x a medida de tempo, em minutos, do voo de São Paulo a Belo Horizonte de um avião a 600 km/h, temos:

Medida de velocidade média (em km/h)		Medida de tempo (em min)
800	---------------	42
600	---------------	x

Como as grandezas são inversamente proporcionais:

$$800 \cdot 42 = 600 \cdot x$$

$$x = \frac{800 \cdot 42}{600} = 56$$

Portanto, a 600 km/h, o avião vai de São Paulo a Belo Horizonte em 56 min.

Matheus Obst/Shutterstock

Avião no momento da decolagem no aeroporto de Congonhas, São Paulo. Foto de 2022.

Participe

Faça as atividades no caderno.

I. Para verificar outro modo de resolver o problema "A velocidade do avião", responda às perguntas a seguir.

a) Que fração da hora representa 42 minutos? $\frac{7}{10}$ h

b) Com medida de velocidade média de 800 km/h, durante 42 min, qual é a medida de distância percorrida pelo avião? 560 km

c) Para percorrer essa medida de distância à velocidade média de 600 km/h, a que fração da hora corresponde o tempo gasto? $\frac{14}{15}$ h

d) A quantos minutos essa fração corresponde? 56 min

II. Agora, compare a resposta do item **d** com a resolução apresentada na teoria.

a) Os resultados são iguais? Sim.

b) Qual dos modos de resolver você prefere? Converse com um colega para saber qual modo ele prefere. Resposta pessoal.

Cortando a grama

Com 4 pessoas trabalhando, é possível aparar a grama de um parque em 72 minutos. Com 6 pessoas trabalhando, em quanto tempo o gramado seria aparado?

Nesse problema, há duas grandezas envolvidas: a quantidade de pessoas trabalhando e o tempo gasto para aparar a grama.

Vamos admitir que as pessoas tenham o mesmo desempenho no trabalho.

Se a quantidade de pessoas **aumenta**, a medida de tempo gasto **diminui**; se a quantidade de pessoas **duplica**, a medida de tempo cai pela **metade**; se a quantidade de pessoas **triplica**, a medida de tempo cai para um **terço**, etc. Então, a quantidade de pessoas e o tempo são grandezas inversamente proporcionais nessa situação.

Representando por x a medida de tempo, em minutos, gasto para aparar a grama com o trabalho de 6 pessoas, temos:

WiP-Studio/Shutterstock

Utilização de um aparador de grama.

Quantidade de pessoas	Medida de tempo (em min)
4	72
6	x

Como as grandezas são inversamente proporcionais:

$$4 \cdot 72 = 6 \cdot x$$

$$x = \frac{4 \cdot 72}{6} = 48$$

Portanto, com 6 pessoas trabalhando, o gramado seria aparado em 48 min.

Escrevendo sentenças algébricas

Problemas que envolvem grandezas direta ou inversamente proporcionais podem ser resolvidos com auxílio de outros recursos, além da regra de três simples. Por exemplo, podemos estabelecer uma sentença algébrica relacionando os valores das grandezas variáveis, e depois calcular o valor pedido.

Vamos representar por x o valor de uma das grandezas variáveis, e por y o valor correspondente da outra grandeza.

Orientações didáticas

Participe

Este boxe tem por objetivo consolidar e ampliar os conteúdos vistos anteriormente, estimulando a diversificação de estratégias. Verifique se os estudantes compreenderam que a razão (quociente) pode ser representada por fração, número decimal ou porcentagem. Proponha a leitura com os estudantes e promova o diálogo entre os pares, mobilizando assim as competências **CG09** e **CG10**.

Escrevendo sentenças algébricas

Na BNCC

Este tópico permite o trabalho com a habilidade **EF07MA13** ao apresentar a ideia de variável como sendo a expressão da relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.

Faça a leitura do texto com os estudantes e converse com eles para verificar os conhecimentos prévios: o que lembram sobre sentenças algébricas? Nesse momento, é possível explorar elementos do pensamento algébrico retomando a linguagem algébrica. Explique que os valores das grandezas variáveis podem ser representados por letras ou símbolos.

Para que os estudantes compreendam e associem a expressão apresentada $\left(\frac{x}{y} = k\right)$ ao fator de proporcionalidade, retome alguns dos exemplos do início do capítulo envolvendo grandezas diretamente proporcionais e solicite que exprimam por meio da sentença algébrica alguns dos valores que conhecem e determinem, então, a razão k em cada problema.

Analogamente, os estudantes podem fazer o mesmo com a expressão $x \cdot y = k$, para os exemplos envolvendo grandezas inversamente proporcionais. Reforce que uma situação pode ser trabalhada de maneiras diferentes, usando os procedimentos apresentados nesta Unidade.

Orientações didáticas

Escrevendo sentenças algébricas

Para retomar os conceitos de dependência entre grandezas, podemos lembrar aos estudantes que, para grandezas diretamente proporcionais, identificamos situações do tipo:

- se a medida de uma grandeza dobra, a outra medida de grandeza também dobra;
- se a medida de uma grandeza é reduzida à terça parte, a outra medida de grandeza também é reduzida à terça parte.

No caso de grandezas inversamente proporcionais, identificamos situações do tipo:

- se a medida de uma grandeza dobra, a outra medida de grandeza é reduzida pela metade;
- se a medida de uma grandeza é reduzida à terça parte, a outra medida de grandeza triplica.

Incentive a busca pela diversificação de estratégias.

Quando as grandezas são **diretamente proporcionais**, a razão $\frac{y}{x}$ tem sempre o mesmo resultado. Dizemos que $\frac{y}{x}$ é constante.

Representando esse resultado constante pela letra k, temos $\frac{y}{x} = k$, logo:

$$y = kx$$

Se as grandezas são **inversamente proporcionais**, o produto $x \cdot y$ é constante. Representando essa constante pela letra k, temos $x \cdot y = k$, logo:

$$y = k \cdot \frac{1}{x} \text{ (com } x \neq 0\text{)}$$

Note que, nesse caso, y é diretamente proporcional ao **inverso** de x.

Acompanhe como podemos resolver, utilizando sentenças algébricas, alguns problemas apresentados anteriormente.

O preço do tecido

Vamos resolver o problema sobre o cálculo do preço de 10 m de tecido denominando por:

- x a medida, em metros, do comprimento do tecido;
- y o preço, em reais, a ser pago.

Como o preço é diretamente proporcional à medida do comprimento do tecido, temos:

$$y = kx$$

Tatiana comprou 8 m por R$ 480,00. Assim, para $x = 8$, temos $y = 480$.

Então: $480 = k \cdot 8$

$$k = \frac{480}{8} = 60$$

Logo, $y = 60 \cdot x$.

Comprando 10 m, ou seja, para $x = 10$, o preço será:

$$y = 60 \cdot 10 = 600$$

Portanto, Tatiana vai pagar R$ 600,00 por 10 m de tecido.

A velocidade do avião

Para resolver o problema do cálculo da medida de tempo de viagem entre São Paulo e Belo Horizonte, vamos denominar por:

- x a medida de velocidade média, em quilômetros por hora;
- y a medida de tempo de voo, em minutos.

Como o tempo é inversamente proporcional à velocidade, temos:

$$y = k \cdot \frac{1}{x}$$

Com medida de velocidade média de 800 km/h, o avião leva 42 minutos. Assim, para $x = 800$, temos $y = 42$. Então:

$$42 = k \cdot \frac{1}{800}$$

$$k = 800 \cdot 42 = 33\,600$$

Logo, com medida de velocidade média de 600 km/h, isto é, $x = 600$, temos:

$$y = 33\,600 \cdot \frac{1}{600} = 56$$

Portanto, a 600 km/h, a medida de tempo de viagem é 56 minutos.

Note que, mesmo utilizando outro recurso, obtivemos as mesmas respostas.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

15. Antigamente, o trajeto São Paulo-Rio de Janeiro podia ser feito por trem. Com medida de velocidade média de 50 km/h, a viagem durava 8 horas.

a) Caso a medida de velocidade média fosse 80 km/h, em quantas horas o trem completaria o mesmo trajeto? Em 5 horas.

b) E se fosse um trem-bala viajando a 200 km/h, em quantas horas essa viagem seria realizada? Em 2 horas.

16. Um navio foi abastecido com comida suficiente para alimentar 14 pessoas durante 45 dias. Se 18 pessoas embarcarem nesse navio, para quantos dias, no máximo, as reservas de alimento serão suficientes? Para 35 dias.

17. Três torneiras idênticas abertas completamente enchem um tanque de água em 2 h 24 min. Se em vez de 3 fossem 5 torneiras idênticas às anteriores, quanto tempo elas levariam para encher o mesmo tanque? 1 h 26 min 24 s

18. O relógio de uma praça adianta 21 segundos a cada 7 dias. Quanto adianta em 360 dias? 18 minutos.

19. Elabore, utilizando sentenças algébricas:

a) um problema com duas grandezas diretamente proporcionais;

b) um problema com duas grandezas inversamente proporcionais.

Depois, troque com um colega para que ele resolva esses problemas enquanto você resolve os que ele elaborou. **a)** e **b)** As respostas encontram-se na seção *Resoluções* deste Manual.

Resolva as atividades **20** a **23** pelo método que achar conveniente e compartilhe suas resoluções com um colega.

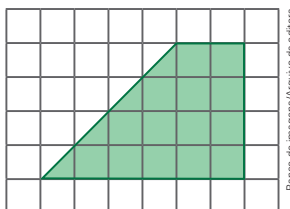
20. Em um dia, o dono de um restaurante pagou R$ 1.080,00 por 48 kg de carne de hambúrguer. No dia seguinte, fez novo pedido ao fornecedor; o mostrador da balança indica quantos quilogramas de carne ele comprou.

Alfonso de Tomas/Shutterstock

Se o preço por quilograma não se alterou entre uma e outra compra, quanto ele deverá pagar pelo novo pedido? R$ 1.440,00

21. Nelson costuma fazer caminhada em um parque partindo de um ponto e chegando sempre a ele. Dando 60 passos por minuto, ele faz a caminhada em 36 minutos. Para fazer essa caminhada em 30 minutos, quantos passos por minuto ele deve dar? 72 passos por minuto.

22. A figura verde a seguir representa uma plantação de tomates. Na malha quadriculada, cada quadradinho representa um quadrado de 1 m de medida de lado. Se cada metro quadrado dessa plantação rende 2,5 kg de tomate, quantos quilogramas de tomate é possível colher? 40 kg

Banco de imagens/Arquivo da editora

23. Uma torneira completamente aberta leva 33 segundos para encher um balde com capacidade de 20 L. Quanto tempo seria necessário para essa torneira encher um reservatório com capacidade para 1 240 L? 34 min 6 s

As imagens não estão representadas em proporção.

Na olimpíada

Faça as atividades no caderno.

Combinando cores

(Obmep) Para obter tinta de cor laranja, devem-se misturar 3 partes de tinta vermelha com 2 partes de tinta amarela. Para obter tinta de cor verde, devem-se misturar 2 partes de tinta azul com 1 parte de tinta amarela. Para obter tinta de cor marrom, deve-se misturar a mesma quantidade de tintas laranja e verde.

Alternativa **e**.

Quantos litros de tinta amarela são necessários para obter 30 litros de tinta marrom?

a) 7 **b)** 8 **c)** 9 **d)** 10 **e)** 11

Reprodução/Obmep, 2017

Orientações didáticas

Atividades

Caso os estudantes apresentem dúvidas, sugerimos que seja feita a correção de cada atividade na lousa. Mostre como calcular o valor de uma grandeza desconhecida usando a regra de três e o fator de proporcionalidade k. Converse sobre a relação de dependência entre as grandezas apresentadas em cada situação – independentemente do procedimento escolhido pelos estudantes, é necessário identificar se as grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais. Destaque a necessidade de inserir a unidade de medida correta nas respostas.

Sugerimos que os estudantes sejam incentivados a apresentar as resoluções produzidas nas atividades **20** a **23**. Propomos que eles compartilhem as estratégias utilizadas nas resoluções dos problemas, explorando o raciocínio lógico e a capacidade de produzir argumentos convincentes e fundamentados nos conhecimentos matemáticos estudados nesta Unidade.

Orientações didáticas

Porcentagem e regra de três

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades **EF07MA17** e **EF07MA29**, com a resolução de problemas envolvendo variação de proporcionalidade entres diferentes grandezas e medidas de grandezas, as quais são oriundas de situações cotidianas.

Sugerimos que os exemplos apresentados no texto sejam feitos passo a passo na lousa, com os estudantes. Explique que o cálculo de porcentagem pode ser feito de maneiras diferentes e incentive-os a utilizá-las. Caso os estudantes apresentem dúvidas, retome o cálculo de porcentagem e as propriedades de operações com números racionais.

No boxe de sugestão de leitura, proponha que os estudantes leiam o livro em suas casas e apresentem um resumo da obra em sala de aula. Incentive a participação de todos, tanto no desenvolvimento do resumo quanto na apresentação. O contexto presente no livro favorece o TCT *Educação Ambiental*, ao abordar a coleta seletiva de lixo.

Atividades

Solicite aos estudantes que compartilhem as diferentes estratégias utilizadas nas resoluções dos problemas propostos nas atividades.

Porcentagem e regra de três

Já sabemos calcular porcentagens transformando-as em frações centesimais. Acompanhe, por exemplo, como se calculam 65% de 420:

$$65\% \text{ de } 420 = \frac{65}{100} \cdot 420 = 273$$

Também podemos utilizar a regra de três para calcular esse valor. Sabemos que 100% é o todo, portanto 420. Assim, para calcular 65% de 420, fazemos:

Quantidade		Taxa percentual (em %)
420	--------------	100
x	--------------	65

Aumentando a taxa percentual, a quantidade aumenta proporcionalmente; se a taxa dobra, a quantidade dobra; se a taxa triplica, a quantidade triplica. Assim, temos grandezas diretamente proporcionais. Então:

$$\frac{420}{100} = \frac{x}{65}$$

$$x = \frac{420 \cdot 65}{100} = 273$$

Portanto, 65% de 420 são 273. Acompanhe outra situação.

Preço das hortaliças

Um período de mau tempo provocou a diminuição da produção de hortaliças. O preço da alface passou de R$ 3,20 para R$ 4,16. De quantos por cento foi o aumento?

O valor do aumento, em reais, foi: 4,16 − 3,20 = 0,96. Como o preço era R$ 3,20, temos:

Preço (em R$)		Taxa percentual (em %)
3,20	--------------	100
0,96	--------------	x

$$\frac{3{,}20}{100} = \frac{0{,}96}{x}$$

$$x = \frac{100 \cdot 0{,}96}{3{,}20} = 30$$

Pormezz/Shutterstock

Produção de alface.

Portanto, o aumento foi de 30% sobre o preço anterior.

Recorde que no capítulo **3** calculamos o percentual de aumento pela seguinte fórmula:

$$\text{aumento percentual} = \left(\frac{\text{valor novo} - \text{valor antigo}}{\text{valor antigo}} \times 100\right)\%$$

Nesse exemplo:

$$\text{aumento percentual} = \left(\frac{4{,}16 - 3{,}20}{3{,}20} \times 100\right)\% = \left(\frac{0{,}96 \times 100}{3{,}20}\right)\% = 30\%$$

Uma proporção ecológica. Luiza Faraco Ramos. São Paulo: Ática, 1999 (A Descoberta da Matemática).

Um grupo de adolescentes utiliza conceitos matemáticos (razão, proporção, regra de três e porcentagem) para controlar o lixo coletado de uma cidade, conscientizando os moradores da importância da coleta seletiva.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

Utilize mais de uma estratégia para resolver as atividades **24** e **25** e compartilhe com um colega as resoluções.

24. Uma montadora de automóveis produz mensalmente 1 200 veículos e vai aumentar em 15% essa produção. Quantos veículos passará a produzir? 1 380 veículos.

25. Após aumento de 8%, a mensalidade de uma escola particular passou a ser de R$ 459,00. Quanto era a mensalidade antes do aumento? R$ 425,00

Proposta para o professor

Sugerimos a consulta do roteiro para o trabalho com o livro do boxe de sugestão de leitura.

ROTEIRO DO PROFESSOR. A descoberta da Matemática. *Coletivo Leitor*, [*s. l.*], [2018?]. Disponível em: https://www.coletivoleitor.com.br/wp-content/uploads/2018/11/UmaProporcaoEcologica_supl_PR.pdf. Acesso em: 5 jun. 2022.

Na Unidade

Faça as atividades no caderno.

As imagens não estão representadas em proporção.

1. Lembre-se de que 1 L equivale a 1 dm^3. Assim, a razão de 0,4 m^3 para 8 L é: Alternativa **d**.

a) 0,05 **b)** 0,5 **c)** 5 **d)** 50

2. **(Saresp)** A maior parte da água doce existente no Brasil está na Amazônia. Na figura, a quantidade de copos com água representa a proporção de água doce na Amazônia e no restante do Brasil. Ou seja, 7 copos para a Amazônia e 3 para o resto do Brasil.

Reprodução/http://file.fde.sp.gov.br/saresp

Considerando a água doce existente no Brasil, qual a porcentagem dela que está na Amazônia?

a) 7% **b)** 23,3% **c)** 30% **d)** 70%

Alternativa **d**.

3. **(Saresp)** Um mapa rodoviário possui escala 1 cm para 50 km. Se a distância entre duas cidades, medida nesse mapa, é de 2,5 cm, calcule qual é a distância entre essas cidades na realidade.

a) 35 km **b)** 65 km **c)** 90 km **d)** 125 km

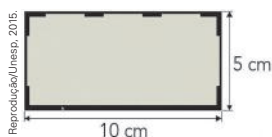
Alternativa **d**.

4. A distância entre São Paulo (SP) e Olímpia (SP) é de 420 km. Em um mapa do estado de São Paulo feito na escala de 1 : 3 000 000, essa distância é de:

a) 14 cm **b)** 1,4 cm **c)** 0,14 cm **d)** 140 cm

Alternativa **a**.

5. **(Vunesp)** Para divulgar a venda de um galpão retangular de 5 000 m^2, uma imobiliária elaborou um anúncio em que constava a planta simplificada do galpão, em escala, conforme mostra a figura.

Reprodução/Unesp, 2015.

O maior lado do galpão mede, em metros:

a) 200 **b)** 25 **c)** 50 **d)** 80 **e)** 100

Alternativa **e**.

6. **(Saresp)** Beatriz encontrou, na loja Pague Pouco, a seguinte promoção de canetas:

Reprodução/ http://saresp.fde.sp.gov.br

Ela aproveitou a promoção e pagou 12 canetas. O número de canetas que Beatriz levou foi: Alternativa **c**.

a) 12 **b)** 14 **c)** 16 **d)** 20

7. **(Enem)** No monte de Cerro Armazones, no deserto de Atacama, ficará o maior telescópio da superfície terrestre, o Telescópio Europeu Extremamente Grande (E-ELT). O E-ELT terá um espelho primário de 42 m de diâmetro, "o maior olho do mundo voltado para o céu".

Disponível em: http://www.estadao.com.br. Acesso em: 27 abr. 2010 (adaptado).

Ao ler esse texto em uma sala de aula, uma professora fez uma suposição de que o diâmetro do olho humano mede aproximadamente 2,1 cm. Qual a razão entre o diâmetro aproximado do olho humano, suposto pela professora, e o diâmetro do espelho primário do telescópio citado?

a) 1 : 20 **b)** 1 : 100 **c)** 1 : 200 **d)** 1 : 1 000 **e)** 1 : 2 000

Alternativa **e**.

8. **(Enem)** Para se construir um contrapiso, é comum na constituição do concreto se utilizar cimento, areia e brita na seguinte proporção: 1 parte de cimento, 4 partes de areia e 2 partes de brita. Para construir o contrapiso de uma garagem, uma construtora encomendou um caminhão betoneira com 14 m^3 de concreto. Qual é o volume de cimento, em m^3, na carga de concreto trazido pela betoneira? Alternativa **b**.

a) 1,75 **b)** 2,00 **c)** 2,33 **d)** 4,00 **e)** 8,00

9. **(Enem)** Uma mãe recorreu à bula para verificar a dosagem de um remédio que precisava dar a seu filho. Na bula, recomendava-se a seguinte dosagem: 5 gotas para cada 2 kg de massa corporal a cada 8 horas. Se a mãe ministrou corretamente 30 gotas do remédio a seu filho a cada 8 horas, então a massa corporal dele é de: Alternativa **a**.

a) 12 kg **b)** 16 kg **c)** 24 kg **d)** 36 kg **e)** 75 kg

Orientações didáticas

Na Unidade

Na BNCC

Essa seção favorece o desenvolvimento das habilidades exploradas ao longo de toda a Unidade e mobiliza com maior ênfase a **CEMAT02**, a **CEMAT06** e a **CG02** ao propor a resolução de atividades diversas por meio de diferentes contextos e estratégias de resolução.

Esta seção traz atividades dos principais conteúdos abordados na Unidade que podem ser utilizadas como ferramentas de avaliação. Proponha a resolução das atividades individualmente. Acompanhe os estudantes durante a realização delas e registre avanços e dificuldades para, ao final, propor novas atividades para remediação coletiva ou individual de defasagens, conforme cada caso.

A seguir, listamos algumas sugestões e estratégias para remediação.

Para verificar se os estudantes conseguem expressar a razão entre 2 números por meio de uma fração, foram incluídas as atividades **1** e **2**. Em caso de dúvidas, leia os enunciados com os estudantes e retome o passo a passo de resolução.

O trabalho com escalas – nesse contexto, com grandezas diretamente proporcionais – pode ser verificado na resolução das atividades **3**, **4**, **5** e **7**. Se os estudantes tiverem dificuldade, proponha que retomem o conteúdo do tópico "Grandezas diretamente proporcionais". Em seguida, peça a eles que voltem a tentar resolver as atividades, agora com seu auxílio, fazendo a correção na lousa.

Resolução de problemas estão também presentes nas atividades **6**, **8** e **9**, que mobilizam conhecimentos relacionados a grandezas diretamente e inversamente proporcionais a estratégia de resolução utilizando a regra de três. Erros nessas atividades podem indicar dificuldades de interpretação dos dados dos problemas. Para superar esse obstáculo, retome a leitura dos enunciados pausadamente e registre cada dado na lousa, solicitando ajuda aos estudantes nessa organização, bem como levando-os à interpretação do enunciado e à decisão sobre quais operações e estratégias devem ser adotadas.

Outras dificuldades diferentes das listadas podem surgir, por isso, é importante o monitoramento individual e contínuo dos estudantes.

Respostas

UNIDADE 1

Capítulo 1

Atividades

1. a) 24, 36, 84, 120, 180, 240, 264.

b) 0, 12, 48, 60, 72, 96.

2. 3 caixas ou 4 caixas.

3. a) 108

b) 1 000

c) 1 064

4. 208, 224, 240, 256, 272 ou 288 páginas.

5. Resposta pessoal.

6. a) 4 em 4 dias.

b) 28 em 28 dias.

c) 14 em 14 dias.

d) 28 em 28 dias. 4; 28; 14; 28.

7. a) Sim, porque termina em 00 e é múltiplo de 400.

b) Não, porque termina em 00 e não é múltiplo de 400.

c) 2004, 2008, 2012, 2016, 2020, 2024.

d) Resposta pessoal.

e) Resposta pessoal.

8. Resposta pessoal.

10. a) 8, 16, 24.

b) 24

c) 60

11. a) Sim, 5 é divisor de 50 porque 50 é divisível por 5.

b) Não, 15 não é divisor de 50 porque 50 não é divisível por 15.

12. a) Verdadeira, pois 60 é divisível por 30.

b) Verdadeira, pois 96 é múltiplo de 4.

c) Falsa, pois 250 não é divisor de 1 350.

d) Falsa, pois 4 não é divisível por 8.

13. a) 4 é divisor de 20.

b) 36 é múltiplo de 6.

c) 12 é divisor de 132.

d) 132 é múltiplo de 12.

e) 18 é divisor de 18 ou 18 é múltiplo de 18. Ambas são corretas.

14. 1 fila com 28 estudantes; ou 2 com 14 estudantes; ou 4 com 7 estudantes; ou 7 com 4 estudantes; ou 14 com 2 estudantes.

15. 5 ou 2 testes.

16. Resposta pessoal.

17. a) 1, 2, 4, 8, 16; 4.

b) 4

c) 6

18. a) Não.

b) Sim.

19. a) $\frac{2}{3}$

b) $\frac{3}{7}$

20. a) 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 e 36.

b) 1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45 e 90; 18.

21. 23, 29 e 31; eles são números primos porque cada um é divisível apenas por 1 e por ele mesmo.

22. 100 dias.

23. 300 centímetros (3 metros).

24. 840 segundos (14 minutos).

25. a) Aproximadamente 6 525 dias.

b) Aproximadamente 18 anos.

c) Aproximadamente 252 anos.

26. Respostas pessoais.

27. Resposta pessoal.

28. a) $\frac{17}{20}$

b) $\frac{7}{12}$

c) $\frac{23}{24}$

d) $\frac{35}{48}$

e) $\frac{77}{60}$

f) $\frac{3}{20}$

29. 60 bombons.

30. **A**: mdc(56, 72) = 8; **B**: mdc(51, 63, 75) = 3.

31. Resposta pessoal.

32. a) 12 balas.

b) Coco: 7 saquinhos; chocolate: 12 saquinhos; leite: 5 saquinhos.

33. a) 28 estudantes.

b) 10, 8, 6 e 4 classes, respectivamente.

34. $3 \cdot 5 \cdot 5$; $2 \cdot 7 \cdot 7$; $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$; $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$

a) Sim, 75 e 98.

b) 555

c) Há 2 possibilidades: 23 520 ou 15 680.

35. Resposta pessoal.

36. Resposta pessoal.

37. 15 rosas e 11 cravos; 20 arranjos.

Capítulo 2

Atividades

1. a) $\frac{5}{25}$

b) $\frac{8}{25}$

c) $\frac{6}{25}$

d) $\frac{2}{25}$

e) $\frac{4}{25}$

2. Própria; imprópria; própria; imprópria; imprópria; própria.

3. Sim, $\frac{16}{4}$.

4. a) 10

b) 32

c) 1

d) 6

5. $\frac{7}{10}, \frac{9}{8}, \frac{1}{11}, \frac{3}{10}$.

6. a) $\frac{5}{7}, \frac{9}{4}, \frac{25}{7}$.

b) $\frac{5}{15} = \frac{1}{3}; \frac{40}{16} = \frac{5}{2}; \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.

7. a) $\frac{9}{4}, \frac{7}{2}$ e $\frac{33}{8}$.

b) $\frac{7}{2}$; considerando a reta numérica representada, $\frac{9}{4}$ está mais próximo do 0 do que $\frac{7}{2}$.

8. a) Figura *B*.

b) $\frac{5}{8}; \frac{3}{4}$.

d) $\frac{3}{4}$

9. a) $\frac{3}{2}$

b) $\frac{2}{3}$

c) $\frac{11}{2}$

d) $\frac{30}{25}$; resposta pessoal.

10. Luiza.

11. a) 2; 1; 2; 1; $\frac{1600}{5} = 320$

b) 320 metros quadrados.

12. 10 km

13. R$ 7,00

14. 75 livros.

15. R$ 4.000,00

16. Resposta pessoal.

17. a) Oito décimos; 0,8.

b) Vinte e quatro centésimos; 0,24.

c) Sete centésimos; 0,07.

d) Cento e cinquenta e seis milésimos; 0,156.

e) Doze milésimos; 0,012.

f) Três milésimos; 0,003.

18. a) Quatro inteiros e seis décimos.

b) Um inteiro e setenta e oito centésimos.

c) Dez inteiros e vinte e três centésimos.

d) Cinco inteiros e seiscentos e oitenta e nove milésimos.

19. a) $\frac{23}{100}$

b) $\frac{189}{100}$

c) $\frac{1225}{100}$

d) $\frac{8\,899}{1000}$

20. a) 3,5

b) 0,08

c) 0,42

d) 1,75

21. a) $\frac{5}{2}$

b) $\frac{9}{5}$

c) $\frac{1}{4}$

d) $\frac{32}{25}$

22. a) 2

b) $\frac{1}{7}$

c) $\frac{7}{8}$

d) 0

23. a) $\frac{9}{10}$

b) $\frac{1}{10}$

24. a) $\frac{1}{5}$

b) $\frac{3}{10}$

25. Resposta pessoal.

26. $\frac{13}{28}$

27. 10 000 m

28. a) 0,62

b) 3,73

c) 5,34

d) 7,2

29. $10 - 2,38 = 7,62$

30. a) 10,2 cm

b) 14,80 cm = 14,8 cm

31. 3,5 cm

32. Não; 1,30 metro + 2,45 metros = 3,75 metros.

33. a) 3,25

b) 3,25

c) 3,15

d) 19,48

34. Reposta pessoal.

35. a) $\frac{3}{4}$

b) $\frac{8}{15}$

c) $\frac{52}{25}$

36. a) 1

b) $\frac{7}{66}$

37. a) R$ 500,00

b) R$ 125,00

c) R$ 375,00

38. $\frac{1}{8}$

39. Resposta pessoal.

40. a) 12

b) 250

c) 89

41. 349,80 m^2

42. R$ 13,04

43. Resposta pessoal.

44. a) 0,036

b) 0,0008

c) 23,58

d) 0,9999

45. R$ 30.826,12

46. 480 garrafas.

47. 1,44 metro.

48. a) 4,2

b) 4,05; $\frac{21}{5}$ é maior.

49. $\frac{19}{8} < \frac{12}{5}$; resposta pessoal.

50. $\frac{35}{12} > \frac{43}{15}$; resposta pessoal.

51. No retangular.

52. No bairro Boa Morada.

Capítulo 3

Atividades

1. a) 19%

b) 30%

c) 115%

d) 201%

2. a) $\frac{4,7}{100} = \frac{47}{1000}$

b) $\frac{62,3}{100} = \frac{623}{1000}$

c) $\frac{1,15}{100} = \frac{115}{10\,000}$

d) $\frac{23,74}{100} = \frac{2\,374}{10\,000}$

3. $\frac{75}{100}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{10}{100}$; $\frac{1}{10}$; $\frac{80}{100}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{15}{100}$; $\frac{3}{20}$; $\frac{213}{100}$; $\frac{213}{100}$; $\frac{100}{100}$; 1.

4. 24 questões.

5. Aproximadamente 2 170 000 estudantes.

6. a) 50%

b) 25%

c) 87,5%

d) 75%

7. 7,5%

8. a) R$ 126,00

b) 5%

9. a) R$ 30,00

b) 20%

10. Resposta pessoal.

11. a) 240

b) 400

c) 22,5

d) 870,4

e) 90

f) 270

g) 11

h) 37,51

12. 1 200 bolas.

13. a) 200

b) 1 750

c) 30

d) 440

14. a) R$ 16,00

b) R$ 1.600,00; R$ 1.728,00.

15. R$ 1.800,00

16. 550 000 habitantes.

17. Resposta pessoal.

18. 25%

19. 12,5%

20. 100%

21. Resposta pessoal.

22. Resposta pessoal.

23. Resposta pessoal.

24. R$ 1.875,00

25. R$ 756,00

26. Resposta pessoal.

27. Resposta pessoal.

28. 27%

29. Sim, o desconto é de 24,3884%, aproximadamente 24%.

30. R$ 1.365,00

31. R$ 1.500,00 ou R$ 1.350,00, respectivamente.

32. a) 3%

b) R$ 85,00

c) R$ 23,50

33. Respostas pessoais.

34. 25% de aumento.

35. 40%.

36. R$ 96,00

37. a) R$ 27,00

b) 32,5%

38. Resposta pessoal.

39. Aproximadamente 0,76%.

Na Unidade

1. b

2. a

3. c

4. d

5. b

6. b

7. e

8. e

9. c

UNIDADE 2

Capítulo 4

Atividades

1. a) 2 °C

b) 0 °C

c) −2 °C

d) 8 °C

e) 6 °C

2. a) 4

b) 2

c) 0

d) −2

e) −4

f) −6

3. 7; 9; 0; −5; −7.

a) Brasil.

b) Uruguai.

c) Resposta pessoal.

4. a) Diminui 2 °C.

b) Diminui 5 °C.

c) Diminui 2 °C.

d) Diminui 3 °C.

e) Diminui 3 °C.

5. a) 15

b) 6

6. a) 8

b) 3

7. a) −5 m; 12 °C; −8 m; 10 °C; −15 m; 5 °C.

b) A −17 m.

8. − 10 924 − (−10 816)

9. a) Resposta pessoal.

b) Resposta pessoal.

c) 12 °C

10. a) 2/4: −R$ 30,00; 3/4: −R$ 90,00; 5/4: −R$ 40,00; 10/4: R$ 60,00.

b) −R$ 80,00

11. Quaraí; Colombo.

12. Bom Jardim da Serra (SC), Urupema (SC) e Urubici (SC).

13. a) Não.

b) Em 3 municípios.

c) Em 3 municípios.

14. a) −8

b) +8

c) −59

d) +1 200

e) −21

f) −33 000 000 000

g) +25

15. a) Rialto: 4 pontos ganhos; 6 gols pró; 7 gols contra; saldo: −1 gol. Oliveiras: 4 pontos ganhos; 10 gols pró; 7 gols contra; saldo: +3 gols. Saturno: 3 pontos ganhos; 9 gols pró; 11 gols contra; saldo: −2 gols. Quebeque: 6 pontos ganhos; 8 gols pró; 8 gols contra; saldo: 0 gol.

b) 1º Quebeque; 2º Oliveiras; 3º Rialto; 4º Saturno.

Capítulo 5

Atividades

2. a) Laís.

b) Cris.

c) Bia.

d) Marcão.

3. a) Nuno.

b) Enzo.

c) Gabi.

d) Ingo.

4. a) +2

b) −1

c) −3

d) +8

5. João, Mônica, Ester e Célia.

6. a) 5

b) 8

7. a) 7

b) 9

8. a) Caixa **C**.

b) Caixa **D**.

c) Caixas **B** e **E**.

9. a) Certa.

b) Errada.

c) Certa.

d) Certa.

10. a) Sim.

b) Sim.

c) Sim.

d) Não.

11. a) −10

b) 0

c) 6

d) 15

12. a) +1

b) +4

c) −8

d) +5

13. a) 4 °C

b) −4 °C

14. Marcelo; Rodrigo.

15. a) −6

b) −20

c) Menor.

16. a) $<$

b) $>$

c) $>$

d) $<$

17. a) $<$

b) $>$

c) $<$

d) $<$

e) $>$

f) $>$

18. a) O zero.

b) O número positivo.

c) O número positivo.

19. a) +230

b) +230

c) +150

d) −150

20. a) −247

b) −247

c) −470

d) −470

21. a) Sim; +1, pois é o primeiro número inteiro positivo que, na reta numérica, aparece à direita de 0.

b) Não, pois os números que estão à direita de 0 na reta numérica são infinitos.

c) Não, pois os números que estão à esquerda de 0 na reta numérica são infinitos.

d) Sim; −1; pois é o primeiro número inteiro negativo que, na reta numérica, aparece à esquerda de 0.

22. a) 2

b) 7

23. 1 005 e 997.

24. 899; 911.

25. a) +5 m

b) −3 m

c) +8 m

Capítulo 6

Atividades

1. a) +14

b) −9

c) +6

d) 0

2. a) +750,00

b) −52,00

c) +570,00

3. a) (+52) + (−48) = +4; +4 mil reais.

b) (−48) + (−7) = −55; −55 mil reais.

c) (+52) + (−48) +(−7)= −3; −3 mil reais.

4. Resposta pessoal.

5. −R$ 330,00

6. +25; −148; −84; −253;
−79; −57; −188; −357;
+134; −39; +156; +25; −144;
+90; −83; +112; −19; −188.

7. a) −30

b) −40

c) 0

d) −60

8. −340,00; −385,00; −25,00.

9. a) Brasil +20, Estados Unidos −3, Porto Rico +8 e Colômbia −25.

b) 0

10. Resposta pessoal.

11. André: +9; Cristina: −4; Gabriel: −12; Fernando: +4; Eliana: +7.

12. Resposta pessoal.

13. a) 2ª: −3; 3ª: −12; 4ª: +32; 5ª: −5; 6ª: +27.

b) 57

c) 6ª; 111.

14. a) +5

b) +4

15. −7

16. −R$ 60,00

17. a) Saldo: R$ 500,00 − R$ 12,00 − R$ 86,00 − − R$ 32,00 + R$ 75,00 − R$ 147,00.

b) +R$ 298,00

18. −2 e −11; +2 e −56; 0 e +708.

a) Azul.

b) +708

c) −54

19. Resposta pessoal.

20. a) 3; 0; −2; −5; −9; −12.

b) −6; −5; 0; 4; 5; 8.

21. Diminuiu em 4 °C.

22. a) (−6); −15.

b) +7; (+2); 9.

c) −3; (−7); −10.

d) −2; (+9); 7.

23. Miami: +7 °C; Atlanta: +8 °C; Nova York: +6 °C; Boston: +8 °C; Chicago: +9 °C.

24. +11 °C

25. −R$ 340,00

26. a) Não, porque o limite disponível é menor que o valor a ser sacado.

b) Sim, porque o limite disponível é maior do que o valor do cheque a ser pago.

c) R$ 250,00

27. Vera, Salete e João.

28. Resposta pessoal.

29. a) +

b) −

c) +; −.

d) −; +; − ou +; −; +.

e) +; − ou −; +.

f) −

30. Resposta pessoal.

Capítulo 7

Atividades

1. Resposta pessoal.

2. a) −15

b) −32

c) −100

d) −330

e) −720

f) −270

g) −222

h) −15 000

3. a) 99; +99; −99; −99.

b) 300; +300; −300; −300.

c) 44 000; +44 000; −44 000; −44 000.

d) 999; +999; −999; −999.

4. −50; −40; −30; −20; −10; 0; +10; +20; +30; +40; +50.

5. a) +8

b) +30

c) +8

d) +90

6. −40; −20; 0; +20; +40;
−20; −10; 0; +10; +20;
0; 0; 0; 0; 0;
+20; +10; 0; −10; −20;
+40; +20; 0; −20; −40.

7. *A*: +21; *B*: −25; *C*: −16; *D*: −18.

a) +46

b) +2

8. +30; −36; −60; −300; −810; −1; +60; −100; +180; −1 000; +120; −1 533.

a) +60

b) Maranhão.

c) Respostas pessoais.

9. a) +

b) −

c) +

10. a) −2 e +16; +2 e −16; −4 e +8; +4 e −8.

b) −2, +4 e +5; +2, −4 e +5; +2, +4 e −5; −2, −4 e −5; −2, +2 e +10.

c) −7, −6 e −5.

11. Claudia; 3 pontos.

12. a) −8 gols.

b) 3 jogos.

13. Resposta pessoal.

14. a) −60; −60; iguais.

b) +210; +210; iguais.

15. a) −

b) −43 200

16. a) −2 640

b) +2 640

c) 0

17. a) +5; −1; 0.

b) −2; +10; 0.

18. a) −7

b) −1

c) −3

d) +4

e) −5

f) +8

g) −5

h) 0

i) −1

19. R$ 92,00

20. −R$ 50,00

21. Resposta pessoal.

22. a) +4

b) −11

c) −9

d) +10

e) −15

f) +1

g) +3

h) −6

i) −17

23. a) −2

b) 0

c) +11

d) +16

e) −16

24. a) −24

b) +120

c) +25

d) +44

e) −51

f) −50

25. a) −16, −32.

b) −4, −2.

c) 80, −160.

d) −50, 25.

26. 1 600 : (−32); −50.

27. a) +15

b) +108

c) +2

28. a) −R$ 96,00

b) R$ 110,00

29. a) R$ 20,00

b) 20%

30. Resposta pessoal.

31. a) $(-6)^3$

b) 2^8

c) $(-1)^4$

d) $1\,001^2$

32. a) +16

b) −32

c) 0

33. a) Nas potências em que o expoente é 2.

b) +9; +9.

34. Resposta pessoal.

35. a) Nas potências em que o expoente é 3.

b) +8; −8.

36. a) +10

b) +1

c) −10

d) +1

37. a) −216

b) −100 000

38. a) +1, −2, +4, −8, +16, −32, +64, −128 e +256.

b) 0, 2, 4, 6, 8 (os pares).

c) 1, 3, 5, 7 (os ímpares).

39. −90 000

40. 12

41. Falso; não dá inteiro. *A*: +80; *B*: −3.

Na Unidade

1. c

2. b

3. d

4. a

5. d

6. a

7. c

8. b

UNIDADE 3

Capítulo 8

Atividades

1. a) 57° 30'

b) 62° 30'

2. 110° 20'

3. a) 55° 40'

b) 71° 50'

4. 14° 45'

5. a) 150°

b) 12,5° (ou 12° 30')

c) 137,5° (ou 137° 30')

6. a) 22° 30'

b) 67° 30'

c) 5° 37' 30"

7. a) 17° 30'

b) 62° 30'

8. 6° 16' 55"

9. a) Sim; $\overrightarrow{VS}$.

b) Não.

c) Sim.

10. 94° 21'

11. a) Resposta pessoal.

b) Resposta pessoal.

c) Resposta pessoal.

12. a) Obtuso.

b) Agudo.

c) Obtuso.

d) Agudo.

13. a) Obtuso.

b) Reto.

c) Obtuso.

14. a) Não, pois não tem vértice nem lado em comum.

b) Sim, pois a soma das medidas dos ângulos é 90°.

15. $x = 75°$

16. a) 70°

b) 20°

c) 40°

17. 37° 55'

18. a) Não, pois não tem vértice nem lado em comum.

b) Sim, pois a soma das medidas dos ângulos é 180°.

19. a) $x = 50°$

b) $x = 45°$

c) $x = 80°$

20. 98° 24' 4"

21. 15°

Capítulo 9

Atividades

1. a) O ponto *B*.

b) Concorrentes.

c) Concorrentes.

2. a) Concorrentes.

b) Concorrentes.

c) Paralelas.

d) Concorrentes.

3. a) Resposta pessoal.

b) Resposta pessoal.

4. a) Resposta pessoal.

b) Resposta pessoal.

5. a) 124°

b) 34°

6. a) 42°

b) 120°

7. a) 150°

b) 50°

8. a) $x = 30°$, $y = 50°$, $z = 15°$.

b) $x = 110°$, $y = 70°$, $z = 110°$.

9. a) Sim. Duas paralelas formam com uma transversal ângulos correspondentes de mesma medida.

b) 8 ângulos retos.

Na Unidade

1. b

2. a

3. d

4. b

5. d

6. d

7. d

8. 144°

9. 125°

UNIDADE 4

Capítulo 10

Atividades

1. a) $\frac{3}{4}$

b) 0,75

2. a) $\frac{4}{7}$

b) 57%

3. a) 8,2

b) Cerca de 8 vezes.

4. a) $-\frac{9}{4}$

b) $\frac{11}{3}$

c) $\frac{3}{2}$

d) $-\frac{9}{7}$

e) $-\frac{8}{5}$

f) $\frac{10}{7}$

5. a) +5

b) −7

c) +11

d) −12

e) +4

f) +24

g) −10

h) −10

6. a) V, pois o quociente da divisão entre dois números que têm o mesmo sinal é positivo e $\frac{-15}{-6} = \frac{15}{6} = \frac{5}{2}$.

b) V, pois é um número representado por uma razão entre números inteiros.

c) F, pois o quociente da divisão entre dois números que têm sinais contrários é negativo.

d) V, pois é um número que pode ser representado por uma razão entre números inteiros, por exemplo, $\frac{1404}{2}$.

e) F, pois o resultado correto é $-\frac{2}{3}$.

7. a) $\frac{31}{100}$

b) $-\frac{1}{8}$

c) $-\frac{21}{8}$

d) $-\frac{1837}{2}$

e) $\frac{3147}{100}$

f) $\frac{1}{20}$

g) $-\frac{11}{20}$

h) $\frac{51}{50}$

9. a) $-\frac{2}{7}$

b) 0,34

c) $\frac{5}{3}$

10. a) $\frac{7}{11}$

b) $\frac{7}{11}$

c) $\frac{5}{4}$

11. a) $\frac{21}{8}$

b) $\frac{23}{7}$

c) $\frac{11}{23}$

12. *A*: −2; *B*: $\frac{5}{2}$; *C*: $\frac{3}{4}$; *D*: $-\frac{3}{4}$; *E*: $-\frac{5}{4}$; *F*: $\frac{3}{2}$.

13. a) $\frac{7}{11}$

b) $\frac{141}{7}$

c) $-\frac{13}{9}$

14. Marco Antônio.

15. a) $\frac{2}{3}$

b) $\frac{4}{3}$

c) $\frac{13}{3}$

d) $\frac{9}{5}$

16. Danilo.

17. Lara.

18. Sigma; Alfa.

19. $-\frac{7}{2}, -\frac{5}{2}, -\frac{5}{3}, 0, \frac{7}{4}, \frac{7}{3}, \frac{7}{2}$.

20. a) =

b) $<$

c) $>$

d) $>$

e) $>$

f) $<$

g) =

h) $<$

21. Resposta pessoal.

Capítulo 11

Atividades

1. a) $-\frac{4}{5}$; $(+0,6) + (-1,4) = -0,8$; os resultados são iguais.

b) $-\frac{1}{4}$; $(-1,5) + (+1,25) = -0,25$; os resultados são iguais.

2. a) $-\frac{26}{7}$

b) −4

c) 1,01

3. Para cada item, os resultados são iguais.

4. a) $\frac{41}{15}$

b) $\frac{41}{15}$

Os resultados são iguais.

5. a) $-\frac{1}{12}$

b) $-\frac{1}{12}$

c) $-\frac{1}{12}$

Os resultados são iguais.

6. a) $-\frac{2}{5}$

b) $\frac{2}{5}$

c) $\frac{2}{5}$

d) $-\frac{2}{5}$

7. O resultado de todas as adições é zero.

8. a) $\frac{36}{100} = \frac{9}{25}$

b) A região Norte concentra mais localidades indígenas do que as demais regiões juntas.

9. $\frac{5}{8}$ de litro de água.

10. a) $-\frac{5}{12}$

b) $\frac{9}{2}$

c) 0,38

d) $-\frac{43}{18}$

11. a) $-\frac{2}{3}$

b) $-\frac{1}{4}$

c) −1

d) −1,8

12. Resposta pessoal.

13. a) 2; China.

b) $\frac{22}{105}$; Estados Unidos.

c) $-\frac{381}{140}$; Rússia.

14. a) $-\frac{8}{3}$

b) $-\frac{5}{14}$

c) $\frac{5}{3}$

d) $\frac{3}{2}$

15. $\frac{1}{3}$

16. $\frac{3}{14}$

17. $\frac{1}{5}$

18. a) $-\frac{10}{21}$

b) $-\frac{10}{21}$

Os resultados são iguais.

19. a) $+\frac{5}{11}$ e $-\frac{22}{7}$.

b) $-\frac{2}{9}$ e $-\frac{2}{5}$.

c) $+\frac{5}{11}$ e $-\frac{2}{9}$.

d) $-\frac{22}{7}$ e $-\frac{2}{9}$.

20. a) $-\frac{5}{12}$

b) $-\frac{5}{12}$

c) $-\frac{5}{12}$

d) $-\frac{5}{12}$

Os resultados são iguais.

21. a) $-\frac{3}{7}$

b) $\frac{3}{7}$

c) $\frac{3}{7}$

d) $-\frac{3}{7}$

22. 1

23. 1

24. a) $-\frac{23}{20}$

b) $-\frac{23}{20}$

Os resultados são iguais.

25. a) $\frac{7}{11}$

b) $\frac{1}{3}$

c) $-\frac{4}{3}$

d) Não há.

e) $-\frac{1}{2}$

f) -9

26. 1

27. a) $\frac{9}{5}$

b) $-\frac{12}{7}$

c) $\frac{4}{3}$

d) $-\frac{14}{11}$

28. a) F; justificativa pessoal.

b) V; justificativa pessoal.

c) F; justificativa pessoal.

29. 0,875 litro.

30. Resposta pessoal.

31. 12 garrafinhas.

32. a) $-\frac{2}{5}$

b) $-\frac{4}{11}$

c) $\frac{1}{4}$

d) $-\frac{42}{5}$

33. a) -40

b) -6

c) 0,2

d) 4,5

34. a) $\frac{11}{26}$

b) $\frac{1}{28}$

35. $\frac{16}{35}$

36. a) $-\frac{2}{3}$

b) $-\frac{7}{11}$

c) $\frac{1}{5}$

d) $\frac{50}{27}$

37. a) $-\frac{2}{5}$

b) $\frac{179}{110}$

38. a) Pêssego; o quilograma do pêssego (R$ 6,80) é mais caro do que o da manga (R$ 6,60).

b) R$ 24,52

39. Resposta pessoal.

40. a) 16 cm^2; 4^2.

b) 26,01 cm^2; $5{,}1^2$.

41. a) 216 cm^3; 6^3.

b) 3,375 cm^3; $1{,}5^3$.

42. 9 netos.

43. a) 1 000 dm^3

b) 1 000 L

44. Grupo **I**: $-\frac{8}{27}$; $\frac{16}{81}$; $\frac{9}{25}$; $\frac{64}{343}$; grupo **II**: 0,008; 0,0289; 0,0081; $-74{,}088$.

45. a) Expoente par: +; expoente ímpar: −.

b) 0,064; −0,064.

c) 0,0016; 0,0016.

46. **a**: 2; **b**: 5; **c**: 4; **d**: 1; **e**: 0; **f**: 3.

47. −279 936; −7 776.

48. 6 e 7.

49. a) 4 anos.

b) 0,8 é menor do que 1, então multiplicar um valor por 0,8 é o mesmo que dividir esse valor por 1,25, resultando num valor menor do que o inicial.

50. a) 258

b) 448

51. a) $-\frac{68}{9}$

b) 0,107

52. $(0{,}5)^1$, $(0{,}5)^2$ e $(0{,}5)^3$.

53. Resposta pessoal.

54. a) 10^3

b) 10^6

c) 10^9

d) 10^{12}

55. a) 3

b) 4

c) 7

56. a) 2^{20}

b) 2^{40}

57. a) 4 cm

b) 6 cm

58. a) 10

b) 8

c) 15

59. a) $\frac{4}{49}$; $\frac{2}{7}$.

b) $\frac{1}{25}$; $\frac{1}{25}$.

60. a) $\frac{3}{7}$

b) $\frac{1}{9}$

c) $\frac{4}{5}$

61. a) 4,41; 2,1.

b) 0,09; $\sqrt{0,09}$.

62. a) 5

b) 25

63. 28

64. a) 45

b) 210

65. Felipe fez o cálculo da raiz quadrada do valor que corresponde à medida de área destinada à construção da horta.

66. Aproximadamente 38,7 m.

67. a) 2025; 5.

b) Sucessor; 25.

c) 3 025; 4 225; 7 225; 11 025.

d) 75; 95; 9,5; 6,5.

68. a) 3,6 m de lado.

b) 81 lajotas.

69. a) 8 dm de medida do lado.

b) 40 dm

70. a) 14

b) −10

c) −2

d) 14

71. Resposta pessoal.

Na Unidade

1. a

2. a

3. d

4. c

5. a

6. b

7. c

8. d

UNIDADE 5

Capítulo 12

Atividades

1. a) 9

b) 19,3

2. a) 56

b) 58,75

c) 26,6

d) 25

e) 44

3. a) 1,34 m

b) 37 kg

c) As meninas.

4. a) 36 anos.

b) 1,64 m

5. a) Médias: 6,50; 7,00; 6,25; 5,50; 8,25; 7,25, respectivamente.

b) Geografia; História.

6. a) Matemática, Ciências e História.

b) História.

7. a) Resposta pessoal.

b) 19

c) Resposta pessoal.

8. a) 0,24 m

b) 0,14 m; 0,20 m.

9. a) 13 kg

b) 8 kg; 10 kg.

10 Língua Portuguesa; 3,5.

11. a) Resposta pessoal.

b) Resposta pessoal.

Capítulo 13

Atividades

1. Resposta pessoal.

2. a) População.

b) Amostra.

c) Amostra.

3. Resposta pessoal.

4. a) 80 funcionários.

b) Resposta pessoal.

5. Resposta pessoal.

6. a) Aproximadamente 0,7%; aproximadamente 9,8%.

b) Resposta pessoal.

c) Resposta pessoal.

7. a) 93,7%

b) 171°

8. a) 12 estudantes, 18 estudantes e 10 estudantes.

b) 108°; 162°; 90°.

9. a) 160 funcionários.

b) 400 funcionários.

c) 30%

10. b) 15%; 25%; 30%; 20%; 5%; 5%.

12. c) B; C.

13. a) 32,5%

b) 126 crianças.

14. a) 9 redações.

15. Resposta pessoal.

18. a) 3,2; 2,3; 1,8; 2,5; 3,5.

19. 25%; 40%; 15%; 20%.

b) Aniversário: gráfico de linhas; estações: gráfico de setores.

21. b) Aproximadamente 8%.

22. a) **I.** Falsa; justificativa pessoal; **II.** Verdadeira; justificativa pessoal; **III.** Verdadeira; justificativa pessoal; **IV.** Verdadeira; justificativa pessoal.

b) Não, pois os entrevistados podem escolher mais de uma categoria como resposta, portanto, ao adicioná-las, chegaríamos a um valor maior do que 100%.

23. Resposta pessoal.

Capítulo 14

Atividades

1. a) 6; {1, 2, 3, 4, 5, 6}.

b) 3; {branco, preto, vermelho}.

c) 2; {par, ímpar}.

d) 10; {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}.

e) 7; {domingo, segunda-feira, terça-feira, quarta-feira, quinta-feira, sexta-feira, sábado}.

f) 2; {funcionando, defeituosa}.

g) 3; {cara, cara}, {cara, coroa}, {coroa, coroa}.

h) 11; {2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12}.

2. a) $\frac{1}{6}$

b) Respostas pessoais.

c) Resposta pessoal.

3. Respostas pessoais.

4. a) 0,015 (ou 1,5%)

b) 1,5%

5. Resposta pessoal. Com 2 moedas equilibradas, a probabilidade é $\frac{1}{2}$.

6. Resposta pessoal. Com 2 dados cúbicos não viciados, essa probabilidade é $\frac{1}{6}$ (aproximadamente 16,7%).

7. a) 15 bolinhas.

b) $\frac{1}{4}$ (ou 25%)

c) 6 bolinhas.

d) $\frac{1}{10}$ (ou 10%)

8. Respostas pessoais.

Na Unidade

1. d

2. b

3. c

4. b

5. d

6. c

7. b

8. d

9. c

10. a

11. a

12. Planejamento, levantamento de dados, coleta e registro dos dados, organização dos dados e apresentação dos resultados.

UNIDADE 6

Capítulo 15

Atividades

1. $3 \cdot x$ (ou $3x$); $x + 3$; $4 \cdot n$ (ou $4n$); $n - 2$; a^2.

4. $2x + 4y + 6z + 16$

5. 15

6. a) 1

b) -2

c) 7

d) -8

e) 22

f) -11

7. a) 1

b) $\frac{6}{5}$

c) $\frac{2}{5}$

d) 0

8. a) 9

b) 16

c) 25

d) 100

e) n^2

f) n^3

g) 2^4

9. a) $-12; -6; 0; 9; 18; \frac{3}{2}$.

$-2; -1; 0; \frac{3}{2}; 3; \frac{1}{4}$.

$16; 4; 0; 9; 36; \frac{1}{4}$.

b) $2; -3; 3; 0$.

$4; 0; 0; 4$.

$6; 5; 5; 8$.

10. a) $2x$

b) $90° - x$

c) $180° - x$

11. a) 25°

b) $\frac{180° - x}{4}$

12. a) 60°

b) $180° - 3x$

13. a) $\frac{x}{2}$

b) $90° - \frac{x}{2}$

c) $2x$

d) $180° - 2x$

14. a) Três quartos da medida do ângulo.

b) O triplo do complemento do ângulo.

15. a) $\ell + \ell + \ell + \ell$ ou 4ℓ.

b) $\ell \cdot \ell$ ou ℓ^2.

c) $4 \cdot \ell^2$

16. a) $x + 10$

b) $x + (x + 10) + x + (x + 10)$ ou $4x + 20$, em cm.

c) $x(x + 10)$, em cm².

17. a) $\frac{1}{4}a^2$

b) $\frac{6}{8}bh$ ou $\frac{3}{4}bh$.

18. a) A medida de volume do bloco (em cm³).

b) 18 cm³

19. a) 0, 3, 6, 9, 12, ...; $3n$, sendo n um número natural.

b) 0, 5, 10, 15, 20, ...; $5n$, sendo n um número natural.

c) 2, 7, 12, 17, 22, ...; $5n + 2$, sendo n um número natural.

20. a) 1, 3, 5, 7, 9, ...

b) 1, 4, 7, 10, 13, ...

21. a) 0, 1, 4, 9, 16, ...

b) 0, 2, 6, 12, 20, 30, ...

22. a) Que n é um número natural.

b) Que k é um número natural não nulo (ou positivo).

23. a) n e $n + 1$ (n natural) ou $n - 1$ e n (n natural positivo).

b) $n, n + 1, n + 2$ (n natural); $n - 1, n, n + 1$ (n natural positivo); ou $n - 2, n - 1, n$ (n natural maior do que 1).

24. a) 9

b) -2

c) 5

d) $\frac{3}{4}$

e) 1

f) -1

g) 4

h) $\frac{1}{2}$

25. I-B; II-C; III-A; IV-D; V-F.

26. a) Não; partes literais diferentes.

b) Sim; monômios com a mesma parte literal.

c) Sim; porque $ba = ab$, então são monômios de partes literais iguais.

d) Não; partes literais diferentes.

e) Não; $9r + 1$ não é monômio.

27. F e IV.

28. a) $5x$

b) $7y$

c) $-4a$

d) $0x$ (ou 0).

e) $\frac{19}{10}m$

f) $-\frac{5}{2}ab$

29. a) $3x + 5$

b) $6x + 2$

c) $6x + 2$

d) 20

30. a) $5a + 8$

b) $10x - 3$

c) $5y + x$

31. a) $2a + \frac{5b}{2}$ ou $2a + \frac{5}{2}b$

b) $2x + 4y + 1$

32. $\left(\frac{5}{2}\right)n + 760$

33. Sim; **R**. $4x$; $4y - x - 1$; $a + c$.

34. a) $2a + 8$

b) $10a - 5$

c) $-8x + 12$

d) $30a - 20b + 10$

e) $7x + 5$

35. $6a + 6b$; $2a^2 + 2b^2 + ab$.

36. 0, 4, 8, 12, 16, 20, ... (dos naturais múltiplos de 4)

37. a) 17

b) 66

c) -15

38. a) 2

b) $a_{n-1} + 11$

c) 10; $a_{n-1} - 5$.

39. a) 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21.

b) 1, 1, $a_{n-1} + a_{n-2}$.

40. a) 7 palitos.

b) $a_1 = 3$ e $a_n = a_{n-1} + 1$, para $n > 1$.

41. Resposta pessoal.

42. $\frac{1}{4}$

43. 15 cm

44. a) $\frac{6}{7}$

b) $\frac{10}{11}$

c) $\frac{100}{101}$

d) $a_n = \frac{n}{(n+1)}$; não recursiva.

45. (1958, 1962, 1970, 1994, 2002); não.

46. $a_1 = 2020$ e $a_n = a_{n-1} + 4$, para $n > 1$.

47. a) (2, 4, 6, 8, 10, ...)

b) $a_1 = 2$ e $a_n = a_{n-1} + 2$, para $n > 1$; $a_n = 2n$.

48. n^2

49. 30 bolinhas.

50. a) $n(n + 1)$ ou $n^2 + n$ bolinhas.

b) $a_n = n(n + 1)$ ou $a_n = n^2 + n$.

51. a) 11, 21, 31

b) 11, 21, 31

c) 101; são iguais.

d) Sim, pois $5(2n + 1) - 4 = 10n + 5 - 4 = 10n + 1$.

52. Resposta pessoal.

53. $a_n = -n - 1$; $-1\,001$.

Capítulo 16

Atividades

1. 1º membro: $3x + 1$; 2º membro: $2x - 3$; resposta pessoal.

2. a) Variável.

b) Incógnita.

c) Variável.

d) Incógnitas.

3. a) Sim.

b) Sim.

c) Sim.

4. -2

5. Alternativas **a** e **c**.

6. a) $\frac{10}{3}$

b) 7,25

7. a) -5

b) -7

c) -1

d) 6

e) -7

f) $-\frac{7}{3}$

8. $x + 2(4{,}50) = 50 - 29$; R$ 12,00.

9. $4x = 160°$; $\frac{y}{2} = 50°$; $x = 40°$; $y = 100°$.

10. a) 4

b) 16

c) $\frac{20}{3}$

d) $-\frac{11}{4}$

e) $\frac{15}{7}$

f) $-\frac{16}{7}$

11. a) $3x + 30° = 90°$; $x = 20°$

b) $x + 60° + 40° = 180°$; $x = 80°$

12. 2 balas.

13. $2x + 12 = 50$; 19 estudantes.

14. $11 + 4 + 3 = 18$; $10 + 4{,}5 + 2 = 16{,}5$; no sentido anti-horário.

15. a) 3

b) 4

16. $2x = 180° - x$; 60°.

17. **I**. -3; **II**. $\frac{1}{2}$; **III**. $\frac{8}{3}$; **IV**. 0.

18. $(12 + x) - (11 + 2x) = -1$; $x = 2$; Cruzeiro 2 × 4 Grêmio.

19. a) $x = 20°$

b) $x = 24°$

20. Resposta pessoal.

21. $n = 35$

22. 30

23. Hexágono: 2,5 cm; triângulo: 6,5 cm.

24. a) $(7x + 5)$ cm

b) 15,5 cm

c) 3,2 cm

25. 3,6 cm

26. a) 5

b) $\frac{3}{4}$

c) $\frac{1}{5}$

d) -6

27. 28 anos.

28. $x = 10$

29. $x = \frac{3}{2}$ ou $x = 1{,}5$.

30. $\frac{x + 4}{3} = 2 + \frac{2x}{7}$; 14 anos.

31. a) $180° - \frac{x}{4} = 140°$; 160°.

b) $\frac{3}{5}(180° - x) = 36°$; 120°.

c) $180° - x = 3(90° - x)$; 45°.

32. $x = 80°$; $y = 70°$; $a = 150°$; $b = 30°$; $r = s = 120°$.

33. a) $x = 0$

b) $m = \frac{9}{5}$

34. $\frac{2n}{9} + \frac{3n}{8} + 58 = n$; 144 passageiros.

35. Resposta pessoal.

Capítulo 17

Atividades

1. R$ 66,50

2. 1 metro e 84 centímetros.

3. a) 17 anos.

b) 2029

4. R$ 205,50

5. 11 anos.

6. Resposta pessoal.

7. 21 anos.

8. R$ 1.720,00

9. 72

10. 17 anos.

11. a) Região Sudeste.

b) Resposta pessoal.

c) 570 km

12. 36 estudantes.

13. 5 250 carros.

14. R$ 25.600,00

15. R$ 134,00

16. Resposta pessoal.

17. R$ 389,00

18. 225 crianças.

19. 10 cm

20. 142 m

21. Marlene: R$ 250,00; Lúcia: R$ 180,00; Flávia: R$ 130,00.

22. Ari: R$ 260,00; Benê: R$ 292,00; Carlos: R$ 438,00.

23. a) 113 pontos.

b) Carolina.

24. 135, 136 e 137.

25. 363 e 365.

26. 396, 399 e 402.

27. 1946

28. a) Válter; R$ 24,00.

b) Laerte; R$ 12,00.

29. 320 km

30. 6 anos.

31. Projeto **B** com 492 votos.

32. a) 17 anos.

b) 14 anos.

c) 11 anos.

33. Resposta pessoal.

34. Resposta pessoal.

Na Unidade

1. c

2. b

3. a

4. c

5. b

6. d

7. c

8. c

9. c

10. d

UNIDADE 7

Capítulo 18

Atividades

2. $PA = 3,5$ cm; $PB = 2,0$ cm; $PC = 1,7$ cm; $PD = 3,0$ cm; $PE = 5,6$ cm.

3. $PM = 5,5$ cm

4. a) 4,7 cm

b) 2,2 cm

5. a) 2 cm

b) 1,3 cm

6. a) 2,2 cm

b) 2 cm

c) 2,1 cm

7. $PA = 3,6$ cm; $PB = 6,2$ cm; $PC = 4,9$ cm; $PD = 3,8$ cm; $PE = 5,9$ cm; 1,3 cm.

8. $PA = 2,8$ cm; $PB = 2,8$ cm; $PC = 2,8$ cm; 5,6 cm.

14. Resposta pessoal.

15. a) Aproximadamente 31,4 cm.

b) Aproximadamente 12,56 cm.

16. a) Aproximadamente 15,70 cm.

b) Aproximadamente 20,41 cm.

17. Aproximadamente 263,8 m.

18. De 50 cm aproximadamente.

19. **I**: 3; **II**: 3,125.

20. O resultado dos 3 itens é aproximadamente o mesmo; é o número pi, representado por π.

Capítulo 19

Atividades

1. a) São 3 vértices: R, S e T.

b) São 3 lados: $\overline{RS}$, $\overline{RT}$ e $\overline{ST}$.

c) São 3 ângulos: $\hat{R}$, $\hat{S}$ e $\hat{T}$.

4. Resposta pessoal.

5. a) Sim, pois o maior lado mede 7 cm e $7 < 5 + 3$.

b) Não, pois 7 não é menor do que $2 + 3$.

c) Sim, pois o maior lado mede 3 cm e $3 < 3 + 2$.

d) Não, pois 10 não é menor do que $5 + 5$.

e) Sim, pois o maior lado mede 4 cm e $4 < 4 + 4$.

f) Não, pois 3 não é menor do que $1 + 2$.

6. 6 cm ou 4 cm.

7. 6 cm, 7 cm, 8 cm, 9 cm, 10 cm, 11 cm ou 12 cm.

8. 14 cm

9. 12

10. 18

11. 18 cm ou 24 cm.

12. a) $x = 110°$; triângulo obtusângulo.

b) $x = 50°$; triângulo retângulo.

13. Acutângulo; os três ângulos internos são agudos.

14. Não. Em ambos os casos, a soma das medidas dos ângulos internos ultrapassa 180°.

15. a) São complementares, pois a soma das medidas deles é 90°.

b) 45°

c) 30° e 60°.

16. 80°, 66° e 34°.

17. med($\hat{A}$) = 20°; med($\hat{B}$) = 60°; med($\hat{C}$) = 100°.

18. a) Sim.

b) Sim.

c) Sim.

19. a) $x = 50°$

b) $x = 120°$

20. $x = 85°$

21. a) $x = 30°$; $y = 110°$.

b) $x = 70°$; $y = 125°$.

22. 250°

23. $x = 80°$

24. O ângulo $\hat{x}$ mede 90°.

25. $x = 60°$; $y = 70°$; $z = 50°$.

26. 50°; 60° e 70°, respectivamente.

27. $x = 15°$; $y = 135°$.

28. 1080° e 360°.

31. 36°

Na Unidade

1. c

2. $PA = 1{,}6$ cm; $PB = 1{,}6$ cm; $PC = 1{,}6$ cm. 3,2 cm.

3. c

4. a) $\overline{OA}$; $\overline{OB}$ e $\overline{OC}$.

b) $\overline{CD}$ e $\overline{AC}$.

c) $\overline{AC}$

5. Aproximadamente 25,12 cm.

7. a) Existe triângulo, pois $9 < 6 + 4$.

b) Existe triângulo, pois $2 < 2 + 2$.

c) Não existe triângulo, pois $13 > 10 + 1$.

8. a) $x = 15°$; triângulo obtusângulo.

b) $x = 60°$; triângulo acutângulo.

9. a) Não.

b) Sim.

10. 900° e 360°.

UNIDADE 8

Capítulo 20

Atividades

1. 40 cm²

2. 5 cm

3. b e c.

4. 4 cm

5. Sim, pois a área da logomarca mede 144 cm². Justificativa pessoal.

6. a) 4 cm²

b) 3 cm²

c) 9 cm²

7. a) 56 cm²

b) 12 cm²

c) 10 cm²

d) 4 cm²

8. a) 1,3225 cm²

b) 1,875 cm²

9. 212 m²

10. a) 5 cm²

b) 4,5 cm²

c) 5,5 cm²

11. a) 16 cm²

b) 160 cm²

c) 12 cm²

d) 12 cm²

12. 60 azulejos.

16. a) 6 m³

b) 2,88 m³

17. 180 m³

18. 40 baldes.

19. a) 750 mL

b) 5 recipientes.

20. a) 12 caixas.

b) 36 caixas.

Capítulo 21

Atividades

1. $D(-2, 5)$; $E(4, 0)$; $F(0, -5)$; $G(-1, 2)$; $H(6, -6)$; $I(-4, -5)$; $J(-7, 7)$; $K(0, 3)$; $L(-4, 1)$.

2. $A(1, 2)$; $B(-2, 0)$; $C(2, -1)$.

3. $A'B' = 3 \cdot AB$

4. P, R e S.

5. (3, 3), (3, −3), (−3, −3) e (−3, 3).

6. a) $A'(2, 4)$, $B'(2, -2)$ e $C'(-4, -2)$.

b) $A''(3, 6)$, $B''(3, -3)$ e $C''(-6, -3)$.

c) Os lados do triângulo $A'B'C'$ medem o dobro dos lados do triângulo ABC, e os lados do triângulo $A''B''C''$ medem o triplo dos lados do triângulo ABC.

8. a) O

b) B

c) P

d) O

e) A

9. a) (7, 3)

b) (1, −1)

c) (−2, 3)

d) (1, 5)

10. a) $C(1, 1)$ e $C'(-1, -1)$.

b) $A(1, 3)$ e $A'(-1, -3)$.

c) $B(4, 3)$ e $B'(-4, -3)$.

11. Resposta pessoal.

12. a) G

b) E

c) $C(-3, -1)$ e $C'(-3, 1)$.

d) $D(-2, -3)$ e $D'(2, -3)$.

16. a) $E(1, 2)$, $E'(1, -2)$, $B(8, 2)$, $B'(8, -2)$, $A(1, 6)$ e $A'(1, -6)$; multiplicando a ordenada por −1 e mantendo a abscissa.

b) $E(1, 2)$, $E''(-1, 2)$, $B(8, 2)$, $B''(-8, 2)$, $A(1, 6)$ e $A''(-1, 6)$; multiplicando a abscissa por −1 e mantendo a ordenada.

c) $E(1, 2)$, $E'''(-1, -2)$, $B(8, 2)$, $B'''(-8, -2)$, $A(1, 6)$ e $A'''(-1, -6)$; multiplicando a abscissa e a ordenada por −1.

18. a) 12 u.c.

c) 12 u.c.

d) Não; não.

19. $P'(0, 3)$

20. $A'(-3, -1)$ e $B'(-5, -2)$.

22. Resposta pessoal.

23. Resposta pessoal.

Na Unidade

1. c

2. b

3. 51 800 litros.

4. Resposta pessoal.

5. Resposta pessoal.

6. Reflexão e translação.

UNIDADE 9

Capítulo 22

Atividades

1. a) 3

b) $\frac{1}{3}$

c) 6

d) 2

e) $\frac{3}{5}$

f) $\frac{1}{4}$

2. a) 5

b) 1,6

c) 0,111

d) $-0,666...$

3. a) 50%

b) 40%

c) 25%

d) 20%

4. 1,25

5. 1 : 10 000 000

6. 1 : 500 000

7. 1 : 120

8. A garrafa.

9. Bahia.

10. 25

11. 8

12. a) 10

b) 10

13. $\frac{9}{5}$ ou 1,8.

14. 10

15. $\frac{1}{4}$

16. 39 e 12.

17. a) $\frac{5}{3}$

b) a

18. 8 cm e 6 cm.

19. 250 m^2

20. Resposta pessoal.

21. a) V

b) V

c) V

d) F

22. $\frac{1}{5}$ está para $\frac{2}{7}$ assim como 7 está para 10; é verdadeira.

23. Alternativas **a** e **b**.

24. a) Sim.

b) 5

c) 125

25. a) 1

b) 3

c) 0,3

d) $\frac{3}{7}$

26. 2 500 km

27. 6,5 cm

28. a) $x = 2$; $y = 3$.

b) $x = 10$; $y = 6$.

c) $x = 21$; $y = 4$.

d) $x = \frac{2}{5}$; $y = \frac{9}{10}$.

29. Alternativas **a**, **c** e **d**.

30. 120

31. a) $x = 12$; $y = 8$.

b) $x = 12$; $y = 42$.

c) $x = 3$; $y = 2$.

32. $x = 44$; $y = 22$; $z = 4$.

33. $x = 5$; $y = 6$.

34. 546 m^2 e 1 456 m^2.

35. Bruno: R$ 100,00; Carla: R$ 87,50; Deise: R$ 112,50.

36. Andrea: 2 000 páginas; Carol: 1 500 páginas; Emília: 1 000 páginas.

37. R$ 4.725,00; R$ 3.150,00; R$ 1.575,00.

38. João: R$ 3.000,00; Maria: R$ 4.500,00.

39. a) $a = -35$; $b = -49$.

b) $a = 24$; $b = 36$.

40. Sérgio: R$ 1.200,00; Luzia: R$ 1.000,00.

41. R$ 495,00

42. Marcelo: R$ 1.400,00; Luciano: R$ 1.600,00; Alexandre: R$ 2.000,00.

Capítulo 23

Atividades

1. 100; 160; 500.
120; 180; 300.

2. 120; 45.
120; 180; 30.

3. 80; 320; 5; 10.

4. 540; 720; 3000; 4000; 6000; 3600; 5400.

5. 6; 6; 6; 6; 6; 6.

6. 4; 9; 8; 12.
72; 12; 36.

7. a) Não proporcionais.
b) Não proporcionais.
c) Diretamente proporcionais.

8. a) Não proporcionais.
b) Diretamente proporcionais.
c) Não proporcionais.

9. a) Inversamente proporcionais.
b) Diretamente proporcionais.
c) Inversamente proporcionais.
d) Inversamente proporcionais.

10. R$ 25,35

11. R$ 82,35

12. 22 horas.

13. a) 7° 30'
b) 22° 30'

14. 27 kg

15. a) Em 5 horas.
b) Em 2 horas.

16. Para 35 dias.

17. 1 h 26 min 24 s

18. 18 minutos.

19. a) Resposta pessoal.
b) Resposta pessoal.

20. R$ 1.440,00

21. 72 passos por minuto.

22. 40 kg

23. 34 min 6 s

24. 1 380 veículos

25. R$ 425,00

Na Unidade

1. d

2. d

3. d

4. a

5. e

6. c

7. e

8. b

9. a

Lista de siglas

Enem: Exame Nacional do Ensino Médio
Etec-SP: Escola Técnica Estadual (São Paulo)
Fatec-SP: Faculdade de Tecnologia (São Paulo)
Fuvest-SP: Fundação Universitária para o Vestibular (São Paulo)
Obmep: Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas
UFMG: Universidade Federal de Minas Gerais
UFPE: Universidade Federal de Pernambuco
UFRN: Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Unesp-SP: Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (São Paulo)
Vunesp: Fundação para o Vestibular da Unesp

Referências bibliográficas comentadas

BARBOSA, João Lucas Marques. *Geometria euclidiana plana*. 6. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2007.

Essa obra proporciona uma visão ampliada do que se ensina em sala de aula e foi referencial bibliográfico para a elaboração desta coleção. A Geometria euclidiana plana é apresentada de um ponto de vista que extrapola os tópicos do Ensino Básico, além de permitir a familiaridade com fatos geométricos por meio de teoria, exercícios, problemas e comentários.

BERLINGHOFF, William P.; GOUVÊA, Fernando Q. *A Matemática através dos tempos*: um guia fácil e prático para professores e entusiastas. Tradução: Elza F. Gomide e Helena Castro. São Paulo: Edgard Blucher, 2008.

Nesse livro constam informações históricas, consultadas para a elaboração desta coleção, de pessoas e eventos importantes na construção da Matemática que conhecemos atualmente, além de propostas de projetos que aplicam, entre outros contextos, a História da Matemática.

BORBA, Marcelo de Carvalho *et al*. *Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática*: sala de aula e internet em movimento. Belo Horizonte: Autêntica, 2014. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

Referência para o uso de tecnologias proposto nesta coleção, a obra apresenta uma visão sobre a aplicação de tecnologias em Educação Matemática, exemplificando questões teóricas e propostas de atividades, bem como dissertando sobre o presente e o futuro da sala de aula de Matemática.

BOYER, Carl B.; MERZBACH, Uta C. *História da Matemática*. Tradução: Helena Castro. São Paulo: Edgard Blucher, 2012.

Esse livro é uma referência de consulta sobre a História da Matemática, e nele são apresentados e explicados aspectos dela, considerando-se a ordem cronológica e o local dos acontecimentos, desde a origem do conceito de número até os desenvolvimentos matemáticos do século XX. Ao longo dos capítulos, são apresentadas definições matemáticas importantes e as pessoas que trabalharam nelas. Esse livro foi referência para a elaboração de textos e problemas históricos abordados nesta coleção.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 25 abr. 2022.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os estudantes devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE). Além disso, a BNCC estabelece conhecimentos, competências e habilidades que se espera que todos os estudantes desenvolvam ao longo de cada ano da escolaridade básica, e, por isso, todos os volumes desta coleção foram desenvolvidos buscando atender a tais requisitos.

BRASIL. Ministério da Educação. *Temas Contemporâneos Transversais na BNCC*: contexto histórico e pressupostos pedagógicos. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2019. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/contextualizacao_temas_contemporaneos.pdf. Acesso em: 25 abr. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. *Temas Contemporâneos Transversais na BNCC*: proposta de práticas de implementação. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2019. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/guia_pratico_temas_contemporaneos.pdf. Acesso em: 25 abr. 2022.

Esses dois documentos visam esclarecer a inserção dos Temas Contemporâneos Transversais (TCTs) aos currículos escolares e nortear as contextualizações dos conteúdos ensinados por meio de temas do interesse dos estudantes e têm relevância para o desenvolvimento deles como cidadãos. Tais temas estão presentes em diversas propostas ao longo dos volumes desta coleção, e esses documentos nortearam as propostas.

BUSSAB, Wilton de O.; MORETTIN, Pedro A. *Estatística básica*. São Paulo: Saraiva, 2017.

Essa obra, destinada a cursos básicos de Probabilidade e Estatística no Ensino Superior, trata da análise de dados unidimensionais e bidimensionais com atenção especial para métodos gráficos, conceitos básicos de probabilidade e variáveis aleatórias, bem como os tópicos principais da inferência estatística. A obra foi consultada na elaboração dos conceitos relacionados à Probabilidade e à Estatística em todos os volumes desta coleção.

EUCLIDES. *Os Elementos*. Tradução: Irineu Bicudo. São Paulo: Unesp, 2009.

Essa edição é a primeira tradução completa para o português feita do texto grego do livro original de Euclides. Nela, além de definições, postulados e axiomas, demonstram-se proposições envolvendo a Geometria euclidiana, o desenho geométrico e a Aritmética. Tais conceituações geométricas foram referências para a elaboração dos conteúdos e demonstrações geométricos ao longo desta coleção.

EVES, Howard. *Introdução à História da Matemática*. Tradução: Hygino H. Domingues. Campinas: Unicamp, 2004.

Além da narrativa histórica, que abarca a História da Matemática desde a Antiguidade até os tempos modernos, o livro adota recursos pedagógicos, como exercícios ao fim de cada capítulo. Alguns capítulos são introduzidos por panoramas culturais da época e, como um todo, a obra foi fonte de consulta para a elaboração de textos históricos para esta coleção.

GUNDLACH, Bernard H. *Números e numerais*. Tradução: Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1998. (Tópicos de História da Matemática para Uso em Sala de Aula).

Referência para a educação, bem como para a elaboração desta coleção, essa obra apresenta temas relacionados ao desenvolvimento dos números ao longo da história, desde as primeiras ideias de contagem até a abstração para o registro dos números com algarismos.

MARCONI, Marina de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. *Fundamentos de metodologia científica*. 9. ed. Rio de Janeiro: GEN; Atlas, 2021.

Por meio de exemplificações dos mais variados conceitos, essa obra se torna um instrumento confiável para o pesquisador iniciante ou experiente ao apresentar linguagem de fácil compreensão e esclarecer procedimentos adequados a uma pesquisa científica. A obra serviu de base para as sugestões de metodologias de pesquisa apresentadas nesta coleção.

MENDENHALL, William. *Probabilidade e Estatística*. Rio de Janeiro: Campos, 1985. v. 1.

No capítulo 1, a obra procura identificar a natureza da Estatística, os objetivos e o modo pelo qual ela exerce uma função importante nas ciências, na indústria e particularmente em nossa vida diária. Nesta coleção, a utilizamos como fonte de consulta para a elaboração de conceitos e atividades didáticas.

MORGADO, Augusto César; CARVALHO; João Bosco Pitombeira de; CARVALHO, Paulo Cezar Pinto; FERNANDEZ, Pedro. *Análise combinatória e Probabilidade*. Rio de Janeiro: SBM, 2020.

Essa obra traz demonstrações de como resolver questões sem recorrer necessariamente a fórmulas e prepara os leitores para serem criativos ao buscarem soluções para problemas combinatórios, o que serviu de referencial para propostas didáticas nesta coleção. Além disso, traz técnicas que auxiliam na resolução de problemas envolvendo combinação de possibilidades e probabilidade.

MORGADO, Augusto César; WAGNER, Eduardo; ZANI, Sheila Cristina. *Progressões e matemática financeira*. 6. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2015.

Essa obra apresenta o passo a passo para calcular taxa de juros e termos de progressões, além de construir planilhas eletrônicas para usá-las como calculadoras financeiras. Propostas relacionadas a essas temáticas, nesta coleção, foram desenvolvidas com referencial nessa obra.

POLYA, George. *A arte de resolver problemas*. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

A obra analisa métodos criativos de resolução de problemas, revela as quatro etapas básicas da resolução de qualquer problema e sugere maneiras de trabalhar os problemas em sala de aula. Foi utilizada como fonte de consulta para estabelecer as metodologias relacionadas à resolução de problemas nesta coleção.

ROQUE, Tatiana. *História da Matemática*: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

Nessa obra, a autora apresenta fatos da História da Matemática em ordem cronológica, sob um olhar crítico, analisando mitos e lendas perpetuados por muito tempo. A obra começa abordando conceitos matemáticos desenvolvidos na Mesopotâmia, passando por Egito, Grécia, França e Alemanha. É o primeiro livro brasileiro a retratar a História da Matemática e foi utilizado como referência no desenvolvimento desta coleção.

VIEIRA, S. *Estatística básica*. São Paulo: Cengage Learning, 2012.

Essa obra mostra que a Estatística é uma ferramenta auxiliar para a tomada de decisão, pensamento que é presente nos volumes desta coleção. Os conceitos estatísticos são demonstrados na obra de maneira informal, como uma tentativa de explicar a lógica sem demonstrações matemáticas. Para incrementar a aprendizagem, são apresentados exemplos e exercícios com respostas comentadas.

WING, J. Pensamento computacional: um conjunto de atitudes e habilidades que todos, não só cientistas da computação, ficaram ansiosos para aprender e usar. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, v. 9, n. 2, p. 1-10, maio/ago. 2016. Disponível em: https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/4711/pdf. Acesso em: 20 abr. 2022.

O pensamento computacional é uma habilidade fundamental para todos, pois envolve, com destaque, a resolução de problemas e a identificação de padrões, que são processos inerentes à atividade matemática e a situações cotidianas. Na publicação original, que foi traduzida para o português e consultada para a elaboração desta coleção, a autora disserta sobre os estudos relacionados ao pensamento computacional.

HINO NACIONAL

Letra: Joaquim Osório Duque Estrada

Música: Francisco Manuel da Silva

**Ouviram do Ipiranga as margens plácidas
De um povo heroico o brado retumbante,
E o sol da liberdade, em raios fúlgidos,
Brilhou no céu da Pátria nesse instante.**

**Se o penhor dessa igualdade
Conseguimos conquistar com braço forte,
Em teu seio, ó liberdade,
Desafia o nosso peito a própria morte!**

**Ó Pátria amada,
Idolatrada,
Salve! Salve!**

**Brasil, um sonho intenso, um raio vívido
De amor e de esperança à terra desce,
Se em teu formoso céu, risonho e límpido,
A imagem do Cruzeiro resplandece.**

**Gigante pela própria natureza,
És belo, és forte, impávido colosso,
E o teu futuro espelha essa grandeza.**

**Terra adorada,
Entre outras mil,
És tu, Brasil,
Ó Pátria amada!**

**Dos filhos deste solo és mãe gentil,
Pátria amada,
Brasil!**

**Deitado eternamente em berço esplêndido,
Ao som do mar e à luz do céu profundo,
Fulguras, ó Brasil, florão da América,
Iluminado ao sol do Novo Mundo!**

**Do que a terra mais garrida
Teus risonhos, lindos campos têm mais flores;
"Nossos bosques têm mais vida",
"Nossa vida" no teu seio "mais amores".**

**Ó Pátria amada,
Idolatrada,
Salve! Salve!**

**Brasil, de amor eterno seja símbolo
O lábaro que ostentas estrelado,
E diga o verde-louro desta flâmula
- Paz no futuro e glória no passado.**

**Mas, se ergues da justiça a clava forte,
Verás que um filho teu não foge à luta,
Nem teme, quem te adora, a própria morte.**

**Terra adorada,
Entre outras mil,
És tu, Brasil,
Ó Pátria amada!**

**Dos filhos deste solo és mãe gentil,
Pátria amada,
Brasil!**

MULHERES DA HISTÓRIA, ESPELHOS DO FUTURO

Caros alunos brasileiros,
Venho aqui lhes contar
A história destas mulheres
Que defenderam seu lar.
Moças que foram à luta
Em versos vou apresentar.

Maria Leopoldina,
Esposa do imperador,
Pressionou seu marido
A ser cooperador
Na relação entre Brasil
E Portugal divisor.

Conhecem Maria Quitéria?
Forte e independente!
Entrou nas forças armadas,
Vestindo-se de homem valente,
Soldado Medeiros se fez
Conhecida do tenente.

Primeira mulher brasileira
Nas forças armadas a entrar,
Fiel heroína da pátria,
Antes, a seu pai foi desafiar,
Para sem medo ingressar na luta
E seu país ajudar.

Teve também na Bahia,
Cujo cargo de abadessa exerceu,
Irmã Joana de Jesus,
Que o convento da Lapa defendeu,
Impedindo que os soldados lá entrassem.
E por isso ela morreu.

Maria Felipa, marisqueira...
Pescou os portugueses sedentos.
Escrava de corpo,
Mas não de mente,
Liderou um grande grupo
Por uma Bahia independente.

Bela negra, capoeirista
De Itaparica, nação.
Seduzia os portugueses
E surrava-os de cansanção.
Queimou o que Portugal tinha
Ali de embarcação.

A luz que outrora brilhou,
Das ativistas aqui lembradas,
Resplandeceu no Brasil República
Em mulheres arretadas,
Que da mesma sina sofreram
De sangue, nas lutas eternizadas.

São tantas almas sedentas
Que buscam por mais justiça,
Não deixam a morte vencer.
Sem cavalos, gritam: é vida!
Mulheres inspiradoras
Que morrem por outras vidas.

Bebiam os camponeses
O amargo mel da cana,
Sem direito e liberdade.
Contra isso, sem engano,
Lutou e morreu Margarida Alves,
Uma flor paraibana.

Da mesma má sorte e sina
No céu verde cintilava
Irmã Dorothy, uma estrela
Que na terra brilhava.
Defendeu muitos sem-terra
E a reforma agrária.

Dando continuidade
Na busca pela igualdade,
Doutora Zilda apostou
Numa nova sociedade:
Salvou da fome crianças
Na Pastoral Caridade.

É ironia dizer
Justo no Haiti,
Vítima de um terremoto
Que veio lhe atingir.
Mas vivas estão as mulheres
Que ela ajudou a parir.

São incontáveis mulheres
Que merecem nos livros um lugar.
Nunca desanimaram
Nem deixaram de sonhar
Por um Brasil independente.
E no futuro pra sempre,
Em berço esplêndido,
Seu filho repousar.

Letícia Maria Morais
Vencedora Região Nordeste
Escola Estadual 26 de Março - Paraná/RN

Este livro didático é um **bem reutilizável** da escola e deve ser **devolvido em bom estado** ao final do ano para uso de outra pessoa no **próximo** período letivo.

ISBN: 978-65-5766-250-2